ISSN 2078-4481

Міністерство освіти і науки України
Херсонський національний технічний університет

ВІСНИК

Херсонського національного технічного університету



Том 1

Рекомендовано до друку Вченою радою
Херсонського національного технічного університету
(протокол № 11 від 06 липня 2017 року)

Журнал включено до Переліку наукових фахових видань України
(Наказ Міністерства освіти і науки України № 820 від 11.07.2016 р.),
у яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів
доктора та кандидата технічних наук

Журнал включено до наукометричних баз, електронних бібліотек та репозитаріїв:
РИНЦ (eLibrary),
Google Scholar, National Library of Ukraine (Vernadsky)

Херсон 2017

Редакційна рада

Головний редактор
Бардачов Ю.М.
д.т.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України,
ректор Херсонського національного технічного університету

Заступники головного редактора
Розов Ю.Г.
д.т.н., професор
Савіна Г.Г.
д.е.н., професор

Відповідальний секретар
Корнева А.О.
начальник навчально-наукового відділу

Редакційна колегія

Баганов Є.О.	**к.т.н., доцент**
Букетов А.В.	**д.т.н., професор**
Валько М.І.	**д.т.н., професор**
Гнатушенко В.В.	**д.т.н., професор**
Дімітрова В.Я. (Болгарія)	**д.н., доцент**
Коваленко М.А.	**д.е.н., професор**
Коган О.Г. (Білорусь)	**д.т.н., професор**
Костогриз О.П.	**д.т.н., професор**
Кузьміна Т.О.	**д.т.н., професор**
Лазурик В.Т.	**д.ф.-м.н., професор**
Литвиненко В.І.	**д.т.н., професор**
Мельник І.В.	**д.т.н., доцент**
Миколайчук Н.С.	**д.е.н., професор**
Міщенко Г.В.	**д.т.н., професор**
Новіков О.О.	**д.х.н., професор**
Партицький С. (Польща)	**д.с.н., професор**
Повстяной М.В.	**д.х.н., професор**
Рудакова Г.В.	**д.т.н., професор**
Сарапіна О.А.	**д.е.н., професор**
Сарібєкова Д.Г.	**д.т.н., професор**
Сарібєкова Ю.Г.	**д.т.н., професор**
Семенченко Ф.Г.	**д.політ.н., професор**
Сошко О.І.	**д.т.н., професор**
Сусоров В.Д.	**д.і.н., професор**
Тіхосова Г.А.	**д.т.н., професор**
Тулученко Г.Я.	**д.т.н., професор**
Фомішина В.М.	**д.е.н., професор**
Ходаков В.Є.	**д.т.н., професор**
Хомченко А.Н.	**д.ф.-м.н., професор**
Чепелюк О.В.	**д.т.н., професор**
Чурсіна Л.А.	**д.т.н., професор**
Шарко М.В.	**д.е.н., професор**

ISSN 2078-4481

Министерство образования и науки Украины
Херсонский национальный технический университет

ВЕСТНИК

Херсонского национального технического университета



Том 1

Рекомендовано к печати Ученым советом
Херсонского национального технического университета
(Протокол № 11 от 06 июля 2017 года)

Журнал включен в Перечень научных профессиональных изданий Украины
(Приказ Министерства образования и науки Украины № 820 от 11.07.2016 г.),
в которых могут публиковаться результаты диссертационных работ на соискание ученых степеней доктора и кандидата технических наук

Журнал включен в наукометрические баз, электронные библиотеки и репозитории:
РИНЦ (eLibrary),
Google Scholar, National Library of Ukraine (Vernadsky)

Херсон 2017

Редакционный совет

Главный редактор
Бардачев Ю.Н.
д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины,
ректор Херсонского национального технического университета

Заместители главного редактора
Розов Ю.Г.
д.т.н., профессор
Савина Г.Г.
д.э.н., профессор

Ответственный секретарь
Корнева А.А.
начальник учебно-научного отдела

Редакционная коллегия

Баганов Е.А.	**к.т.н., доцент**
Букетов А.В.	**д.т.н., профессор**
Валько Н.И.	**д.т.н., профессор**
Гнатушенко В.В.	**д.т.н., профессор**
Димитрова В.Я. (Болгария)	**д.н., доцент**
Коваленко Н.А.	**д.э.н., профессор**
Коган А.Г. (Беларусь)	**д.т.н., профессор**
Костогрыз А.П.	**д.т.н., профессор**
Кузьмина Т.О.	**д.т.н., профессор**
Лазурик В.Т.	**д.ф.-м.н., профессор**
Литвиненко В.И.	**д.т.н., профессор**
Мельник И.В.	**д.т.н., доцент**
Миколайчук Н.С.	**д.э.н., профессор**
Мищенко А.В.	**д.т.н., профессор**
Новиков А.А.	**д.х.н., профессор**
Партицкий С. (Польша)	**д.с.н., профессор**
Повстяной М.В.	**д.х.н., профессор**
Рудакова А.В.	**д.т.н., профессор**
Сарапина О.А.	**д.э.н., профессор**
Сарибекова Д.Г.	**д.т.н., профессор**
Сарибекова Ю.Г.	**д.т.н., профессор**
Семенченко Ф.Г.	**д.полит.н., профессор**
Сошко А.И.	**д.т.н., профессор**
Сусоров В.Д.	**д.и.н., профессор**
Тихосова А.А.	**д.т.н., профессор**
Тулученко Г.Я.	**д.т.н., профессор**
Фомишина В.Н.	**д.э.н., профессор**
Ходаков В.Е.	**д.т.н., профессор**
Хомченко А.Н.	**д.ф.-м.н., профессор**
Чепелюк Е.В.	**д.т.н., профессор**
Чурсина Л.А.	**д.т.н., профессор**
Шарко М.В.	**д.э.н., профессор**

ISSN 2078-4481

Ministry of Education and Science of Ukraine
Kherson National Technical University

VISNYK

of Kherson National Technical University



Part 1

Recommended for publication by the Academic Council of Kherson National Technical University
(minutes No. 11 on 6th July, 2017)

The journal is included to the list of scientific specialized publications
(According to the Ministry of Education and Science of Ukraine Decree № 820 dated 11 July 2016)
the results of the these of Doctor and Candidate of Engineering Science can be published

The journal is included in the scientometric- bases, electronic libraries and repositories: scientometric RSCI (eLibrary),
Google Scholar, National Library of Ukraine (Vernadsky)

Kherson 2017

Editorial Board

Editor-in-Chief
Bardachov Yu.N.
Professor, Doctor of Engineering Science, Honored Worker
of Science and Technology of Ukraine, Rector of Kherson National Technical University

Deputies Editor-in-Chief
Rozov Yu.G.
Doctor of Engineering Science, Professor
Savina G.G.
Doctor of Economics , Professor

Executive Secretary
Korneva A.A.
Head of the Academic and Scientific Department

Members of Editorial Board

Baganov Ye.A.	PhD, Associate Professor
Buketov A.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Val'ko N.I.	Doctor of Engineering Science,Professor
Hnatushenko V.V.	Doctor of Engineering Science,Professor
Dimitrova V. Ya. (Bulgaria)	PhD, Associate Professor
Kovalenko N.A.	Doctor of Economics, Professor
Kogan A.G. (Belarus)	Doctor of Engineering Science,Professor
Kostogryz A.P.	Doctor of Engineering Science,Professor
Krichmar S.I.	Doctor of Chemistry, Professor
Kuz'mina T.O.	Doctor of Engineering Science,Professor
Lazurik V.T.	Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Lytvynenko V.I.	Doctor of Engineering Science,Professor
Melnyk I.V	Doctor of Engineering Science, Associate Professor
Mikolaychuk N.S.	Doctor of Economics, Professor
Mishchenko A.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Novikov A.A.	Doctor of Chemistry, Professor
Partirsky S. (Poland)	Doctor of Social Sciences, Professor
Povstyanoy M.V.	Doctor of Chemistry, Professor
Rudakova G.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Sarapina O.A.	Doctor of Economics, Professor
Saribekova D.G.	Doctor of Engineering Science, Professor
Saribekova Yu.G.	Doctor of Engineering Science, Professor
Semenchenko F.G.	Doctor of Political Science, Professor
Soshko A.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Susorov V.D.	Doctor of Historical Sciences, Professor
Tikhosova A.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Tuluchenko G.Ya.	Doctor of Engineering Science, Professor
Fomishina V.M.	Doctor of Economics, Professor
Khodakov V.Ye.	Doctor of Engineering Science, Professor
Khomchenko A.N.	Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Chepelyuk Ye.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Chursina L.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Sharko M.V.	Doctor of Economics

ЗМІСТ

ФУНДАМЕНТАЛЬНІ НАУКИ

Аршава О.О., Харченко А.П., Поклонський Є.В., Бабаєва О.В. Інваріантні міри системи рівнянь магнітної гідродинаміки..... 13
Бараненко В.О., Волчок Д.Л. Оцінка максимального значення стискаючої циліндричну оболонку сили в умовах трьох граничних станів і при завданні геометричних параметрів нечітко-випадкової і випадково-нечіткої природи 18
Блажевський С.Г. Моделювання процесу теплопровідності для двошарового симетричного простору із симетричною порожниною 26
Бразалук Ю.В., Шульга Р.О. Прямі методи дискретних особливостей 31
Вахненко В.О., Паркес Е.Дж. Простий полюс та полюс другого порядку у дискретному спектрі для оберненої задачі розсіяння 39
Войтик Т.Г., Полетаев Г.С., Яценко С.А. Споріднені типу Рімана-Гільберта-Привалова задачі з взаємно оберненими раціональними коефіцієнтами, що правильно факторизуються..... 43
Дубинко В.І., Мазманішвілі О.С., Лаптев Д.В. Рекурентні алгоритми розрахунку динаміки квантовомеханічних хвильових функцій в збуреному параболічному потенціалі 51
Коротка Л.І. Функціональна підсистема раціонального вибору архітектури нейронної мережі..... 55
Ленюк О.М., Нікітіна О.М., Шинкарик М.І. Моделювання динамічних процесів методом скінченного гібридного інтегрального перетворення типу Лежандра-Бесселя-Фур'є на сегменті 60
Миргород В.Ф., Гвоздева І.М. Чисельні розв'язки систем інтегральних рівнянь Вольтерри з сепарабельними ядрами 65
Мусій Р.С., Дрогомирецька Х.Т., Орищин О.Г. Термомеханічна поведінка електропровідного порожнистого циліндра за імпульсної електромагнітної дії за врахування процесу термопружного розсіювання енергії 70
Ніколаєнко Ю.І., Євдокимов Р.О., Моісеєнко С.В. Розв'язок задачі хронометрування в середньому випадкових блукань методом Монте-Карло..... 75
Першина Ю.І., Пасічник В.О. Чисельна реалізація методу виявлення точок розриву першого роду функції однієї змінної 80
Петрик М.Р., Михалик Д.М., Петрик О.Ю., Кордяк І.В. Ідентифікація коефіцієнтів консолідації процесу відтиску "тверде тіло - рідина" для консолідованих середовищ частинок мікропористої структури 85
Тимофієва Н.К. Властивість подібності в комбінаториці та комбінаторній оптимізації..... 90
Трохимчук П.П. Проблеми обчислення та основ математики..... 95
Усов А.В. Математичне моделювання лінійних неоднорідних систем методами сингулярних інтегральних рівнянь..... 100

ІНЖЕНЕРНІ НАУКИ

Андрейцев А.Ю., Крюков М.М., Фурман В.К., Смирнов І.В. Чисельно-аналітичний підхід до розв'язання задачі визначення температури плакованих частинок у плазмовому потоці 105
Бєлінський І.В., Лемешко В.А. Фізичне моделювання залежності динаміки гранітного стрижня від сили тертя 109
Варбанець Р.А., Івановський В.Г., Ериганов О.В., Александровська Н.І., Жолтіков Е.І., Губін В.С. Використання безградієнтної мінімізації Powell'64 в задачах моніторингу робочого процесу суднових дизелів 113
Вірченко С.Г., Шамбіна С.Л. Динамічне структурно-параметричне геометричне моделювання лонжерона крила літака 128
Воцелка С.О., Рожков С.О. Новий метод ідентифікації іригаційного каналу 132
Довбня А.М., Мазманішвілі О.С., Решетняк М.Г. Перетворення руху електронного пучка з осьового в радіальний в соленоїдальному полі вторинноемісійної магнетронної гармати 138
Дубровін В.І., Ікол С.О. Математична модель пересування автомобіля 143
Думанська В.В., Марченко В.С. Методика проведення досліджень по впливу тривалого навантаження на покриття з ФЕМ зі зміненою геометричною формою основи 151
Защепкіна Н.М., Наконечний О.А. Методи контролю якісних та кількісних показників зерна пшениці із застосуванням одно- та багатопроменевої спектрометрії 155
Кондратець В.О., Сербул О.М. Моделювання самоналагоджувальної системи автоматичного керування розрідженням пісків в приймальному пристрої завиткового живильника 162
Кравчук В.Т., Діктерук М.Г., Човнюк Ю.В. Аналіз коливань вібромашини з кусково-лінійною характеристикою пружної сили 170

Лисюк О.В. Вдосконалення системи управління теплового навантаження барабанного котла для спалювання горючих штучних газів 180
Мацуй А.М. Моделювання розрідженості пульпи у пісковому жолобі односпірального класифікатора при незмінній витраті води 186
Мачулянський О.В., Бабич Б.Б., Мачулянський В.О. Математичне моделювання багатофункціональних покриттів 192
Мірошенко Д.С. Алгоритми формування рекомендацій вибору успішних партнерських програм 197
Осадчий С.І., Лужков Д.М., Зубенко В.О. Шляхи оптимізації енергоспоживання холодильного устаткування з одним терморегулювальним вентилем 202
Ошаровська О.В., Патлаєнко М.О., Ошаровський І.В., Гурченко Н.П. Моделювання віконних функцій для обробки цифрових зображень високої чіткості 206
Сівак І.М., Кравчук В.Т., Діктерук М.Г., Човнюк Ю.В. Аналіз вимушених коливань та резонансів у вібраційних системах ущільнення ґрунтів і сумішей: одновимірна дискретно-континуальна модель за нелінійної відновлюваної сили 211
Соловей О.С., Бень А.П., Рожков С.О. Вибір закону регулювання в задачі позиціонування спеціалізованих вантажних морських суден 221
Сухомлин Р.О., Михальов О.І., Прядко Н.С., Тернова К.В. Дослідження можливості використання декомпозиції SSA для оцінювання гранулометричного складу матеріалу 228
Тимошевський Б.Г., Ткач М.Р., Шалапко Д.О. Основні положення математичної моделі додавання водню на лінії високого тиску паливної апаратури 233
Удовенко В.В., Стрельнікова О.О. Дослідження впливу закрилку Герні при обтіканні несучих профілів і порівняння результатів чисельного моделювання з експериментальними даними 238
Усенко В.Г., Погорілий Д.Ф., Усенко І.С. Структурна надійність трикільцевої мережі з різною надійністю елементів 243
Фонар Л.С. Моделювання динамічного коефіцієнта передачі цифрових фільтрів Чебишова 248
Човнюк Ю.В., Кравчук В.Т., Діктерук М.Г. Аналіз параметричних збуджень та резонансів за періодичним кусково-постійним законом в ударно-вібраційних системах ущільнення бетонних/будівельних сумішей 252

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

Аль-Амморі Алі, Аль-Амморі Х.А., Клочан А.Е., Верховецька І.М. Вибір оптимальної загрузки мікропроцесора в інформаційно-управляючих системах 258
Ахметшина Л.Г., Егоров А.О. Покращення слабкоконтрастних зображень на основі адаптивної нечіткої гіперболізації гістограм 263
Бабічев С.А., Лур'є І.А., Вороненко М.О. Оцінка ентропії Шеннона на основі методу стиснення Джеймса та Стейна у системах вейвлет-фільтрації складних даних 267
Баклан І.В. Математичні постановки кроків побудови лінгвістичної моделі 273
Баклан І.В., Морозова О.А., Недашківський Є.А. Порівняння лінгвістичних ланцюжків при прогнозуванні часових рядів 277
Вяткин С.І., Романюк А.Н., Романюк О.В., Войт Б.Л. Компоненти бази даних для візуальних систем 282
Гнатушенко В.В., Каштан В.Ю. Технологія геометричної та спектральної корекцій оптико-електронних космічних знімків 286
Гнатушенко Вікт.В., Дмитрієва І.С. Імовірнісний аналіз споживання енергії у бездротових сенсорних мережах 292
Грицик В.В., Дунас А.Я. Дослідження методів розпізнавання образів для систем комп'ютерного зору роботів майбутнього 297
Грицук І.В., Білоусова Т.П., Грицук Ю.В., Волков Ю.В. Особливості формування предметної області і інформаційної системи оцінювання параметрів технічного стану транспортного засобу в умовах експлуатації 302
Гучек П.Й. Інформаційна технологія обробки вимірювань і тестування роботи обладнання оптичної спектроскопії в режимі реального часу 307
Корчинський В.М., Свинаренко Д.М. Інформаційні ознаки багатоспектральних растрових зображень дистанційного зондування, інваріантні до геометричних перетворень та просторової розрізненості 312
Лебеденко Ю.О., Омельчук А.А., Сафьяник О.О. Інформаційно-вимірювальна підсистема багатоприводної каркасної установки з механізмами паралельної структури 317
Матвєєва Н.О., Лазоренко Ю.В. Оцінка працездатності нейронних мереж для визначення дефектів у композитних матеріалах 323

Поливода О.В., Поливода В.В., Литвинчук Д.Г. Математична модель оцінки вологості зерна у борошномельному виробництві із застосуванням нейронних мереж ……..……...…… 328
Приходько С.Б., Приходько Н.В., Макарова Л.М., Кудін О.О., Смикодуб Т.Г. Побудова нелінійних регресійних рівнянь на основі двомірних нормалізуючих перетворень ….……... 333
Свиридов В.І., Попов І.М. Дослідження підшипникових вузлів насосного обладнання та механізмів через вібраційні показники ……..……...……. 338
Соколова Н.О., Обиденний Є.О. Використання наявності тіні при розпізнаванні будівель на супутникових зображеннях високого розрізнення ……..……..…….. 345
Чаплінський Р.І. Перспективні методи та програмні механізми інтеграції новітніх методик досліджень в автоматизовані системи медичних установ ……..…….. 349
Шуть В.Н. Модель синхронизированной улично-дорожной сети …….……... 354

CONTENTS

FUNDAMENTAL SCIENCES

Arshava E.A., Kharchenko A.P., Poklonskiy E.V., Babaeva E.V. Invariant measures of the system of magnetic hydrodynamics equations..... 13
Baranenko V.A., Volchok D.L. Evaluation of maximum force which compress cylindrical shell with three boundary conditions and geometrical parameters of fuzzy-random and random-fuzzy nature 18
Blazhevski S.G. Modeling of the thermal conductivity process for a two-layer symmetric space with a symmetric cavity 26
Brazaluk IU.V., Shulha R.O. Direct discrete singularity methods 31
Vakhnenko V.O., Parkes E.J. A Single pole and the two-multiple poles in the discrete spectrum for inverse scattering problem 39
Voytik T.G., Poletaev G.S., Yatsenko S.A. Related of the type Riemann-Hilbert-Privalov problems with mutually inverse rational correctly factorable coefficients..... 43
Dubinko V.I. , Mazmanishvili A.S. , Laptev D.V. Recurrent algorithms for calculating the dynamics of quantum-mechanicals wave functions in the perturbed parabolic potential 51
Korotka L.I. Functional subsystem of rational choice architectures of the neural network 55
Lenyuk O.M., Nikitina O.M., Shynkaryk M.I. Modeling of dynamic processes by the method of finite hybrid integral transform of Legendre-Bessel-Fourier type on the segment 60
Mirgorod V.F., Gvozdeva I.M. Analytical solutions of systems of Volterra integral equations with separable kernels 65
Musiy R.S., Drohomyretska H.T. , Oryshchyn O.H. Thermomechanical behavior of electroconductive hollow cylinder under the impulse electromagnetic action considering thermoelastic energy dissipation 70
Nikolaenko Y.I., Yavdokimov R.O., Moiseenko S.V. Solution of the chronometrization problem in the middle of random walks by the Monte-Carlo method 75
Pershyna I.I., Pasichnik V.A. Numerical implementation of the method of identification of the points discontinuities of the first kind of one variable function 80
Petryk M., Mykhalyk D., Petryk O., Kordiak I. Consolidation coefficients identification of solid-liquid expression from consolidated medium of micro-porous particles 85
Timofeeva N.K. Property of similarity is in combinatoric and combinatorial optimization 90
Trokhimchuck P. P. Problems of calculation and foundation of mathematics 95
Usov A.V. Mathematical design of linear heterogeneous systems methods of singular integral equalizations 100

ENGINEERING SCIENCES

Andreytsev A.Yu., Kryukov N.N., Furman V.K., Smyrnov I.V. Numerically-analytical approach to ssolving problem of determination of the plated particle temperature in plasma jet 105
Belinskiy I.V., Lemeshko V.A. Physical modeling of the dependence of the dynamics of a granite rod on the frictional force 109
Varbanets R.A., Ivanovsky V.G., Eriganov A.V., Alexandrovskaya N.I., Zholtikov E.I., Gubin V.S. Application of non-gradient minimization Powell'64 in the tasks of the monitoring of the marine diesel engines 113
Virchenko S.G., Shambina S.L. Dynamic structural-parametric geometrical modeling of an airplane wing spar 128
Vocelka S.A., Rozhkov S.A New method of irrigation channel identification 132
Dovbnya A.N., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Transformation of the motion of an electron beam from an axial to a radial in the solenoid field of the secondary-emission magnetron gun 138
Dubrovin V.I., Ikol S.A. Mathematical model of car movement 143
Dumanska V.V., Marchenko V.S. The methodology of the studies on the influence of continuous load on the coatings from fep with the modified geometric shape of the base 151
Zashchepkina N.M., Nakonechnyj O.A. Methods of control of quality and quantitative indicators of grain wheat with application of one and multiple-spectrometry 155
Kondratets V.A. , Serbul A.N. Modeling of the self-adjusting system of automatic control of liquefaction of the sand in acceptable device of a spiral feeder 162
Kravchyuk V.T., Dikteryuk M.G., Chovnyuk Y.V. Vibromachine's oscillations analysis with the piecewise – linear characteristics of its elastic force 170
Lysiuk O.V. Improvement of the control system of thermal loading of a drum boiler for combustion of combustible artificial gases 180

Matsui A.N. Modeling of the liquefaction pulp in the sand fan of a single-spiral classifier with the unknown water expenditure 186
Machulianshyi A.V., B.B. Babych, V.A. Machulianshyi Mathematical modeling of the multifunction coatings 192
Mironenko D.S. Algorithms for formation recommendations of selecting successful partner programs 197
Osadchij S.I., Lushkov D.M., Zubenko V.A. Ways to optimize the energy consumption of refrigerating equipment with one thermoregulating ventyl 202
Osharovska O.V., Patlaenko M.O., Osharovskiyi I.V., Gurchenko N.P. Modeling window functions for processing digital high-definition images 206
Sivak I.N., Kravchyuk V.T., Dikteryuk M.G., Chovnyuk Y.V. Analysis of forced vibrations and resonances at vibration systems for sealing of soils and mixtures: one-dimensional discrete and continual model with nonlinear restoring force 211
Solovey O.S., Ben A.P., Rozhkov S.O. Selection of the control law in the positioning task of specialized sea freighters 221
Sukhomlin R.A., Mikhalev A.I., Pryadko N.S., Ternova E.V. Study of the use of SSA decomposition for the estimation of the particle size distribution of the material 228
Tymoshevskyy B.G., Tkach M.R., Shalapko D.O. Summary mathematical model of hydrogen addition to line high pressure fuel equipment 233
Udovenko V., Strelnikova E. Investigation of the influence of the Gurney flap on the flow of the main rotor and comparison of the results of numerical simulation with experimental data 238
Usenko V.G, Pogorily D.F., Usenko I.S. The structural reliability of the tricle network with different reliable elements 243
Fonar L.S. modeling of the dynamic transmission coefficient of digital Chebyshev filters 248
Chovnyuk Y.V., Kravchyuk V.T., Dikteryuk M.G. Analysis of parametrical disturbances and resonances during to periodic piecewise-constant law in vibroimpact systems for sealing of concrete/building mixtures 252

INFORMATION TECHNOLOGIES

Al-Ammouri Ali, Al-Ammory H.A., Klochan A.E., Verkhovetskaya I.N. Choosing the optimum loading of the microprocessor in information-control systems 258
Akhmetshina L.G., Yegorov A.A. The enhancement of low-contrast images based on adaptive fuzzy histogram hyperbolization 263
Babichev S.A., Lurie I.A., Voronenko M.A. James-Stein shrinkage estimator of Shannon entropy in wavelet-filtration systems of complex data 267
Baklan I.V. Mathematical statements of steps to construct a linguistic model 273
Baklan I.V., Morozova O.A., Nedashkoskyi Ye.A. Mathematical statements of steps to construct a linguistic model 277
Vyatkin S.I., Romanyuk A.N., Romanyuk O.V., Voit B.L. Database components for visual systems 282
Hnatushenko V.V., Kashtan V.J. Geometrical and spectral corrections technology of optical electronic space images 286
Hnatushenko Vikt.V., Dmytrieva I. Probabilistic analysis of energy consumption in wireless sensor networks 292
Hrytsyk V.V., Dunas A.Y. Research of pattern recognition methods for computer vision systems of robots of the future 297
Gritsuk I., Bilousova T., Gritsuk YU., Volkov Yu. Features of forming the subject area and the information system of evaluation of the specifications of the vehicle type specifications in the conditions of operation 302
Guchek P.I. Information technology of measurement processing and testing of the optical spectroscopy equipment in a real-time mode 307
Korchynskyi V.M., Svynarenko D.M. Information features of multispectral raster images of remote sensing invariant to geometrical transformations and the space resolution 312
Lebedenko Yu.O., Omelchuk A.A., Safyanik O.O. Information-measuring sub-system of multiple-driver frame installation with mechanisms of the parallel structure 317
Matveeva N.A., Lazorenko Y.V. The evaluation of neural networks operability for the defects recognition in composite materials 323
Polyvoda O.V., Polyvoda V.V., Lytvynchuk D.G. Mathematical model of evaluating the moisture of grain in flour-milling production with the application of neural networks 328
Prykhodko S.B., Prykhodko N.V., Makarova L.M., Kudin O.O., Smykodub T.G. Constructing non-linear regression equations on the basis of bivariate normalizing transformations 333

Sviridov V.I., Popov I.N. Study of bearings of pumping equipment and mechanisms through vibration indicators ……..……...……..……. 338
Sokolova N.O., Obydennyi I.O. Use of the shadow in the buildings recognition on high resolution satellite images ……..……..…….. 345
Chaplinskyi R.I. Promising methods and software mechanisms new methods integration research automated system in medical institutions ……..……..…….. 349
Shut V.N. The synchronized model of the road network ……..……... 354

ФУНДАМЕНТАЛЬНІ НАУКИ

УДК 519.9; 537.84

Е.А. АРШАВА, А.П. ХАРЧЕНКО, Е.В. ПОКЛОНСКИЙ, Е.В. БАБАЕВА
Харьковский национальный университет строительства и архитектуры

ИНВАРИАНТНЫЕ МЕРЫ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Доказана теорема о существовании инвариантных мер, порождаемых системой уравнений магнитной гидродинамики.

Ключевые слова: мера, инвариантность, сходимость, пространство, топология.

О.О. АРШАВА, А.П. ХАРЧЕНКО, Є.В. ПОКЛОНСЬКИЙ, О.В. БАБАЄВА
Харківський національний університет будівництва та архітектури

ІНВАРІАНТНІ МІРИ СИСТЕМИ РІВНЯНЬ МАГНІТНОЇ ГІДРОДИНАМІКИ

Доведено теорему про існування інваріантних мір, що породжуються системою рівнянь магнітної гідродинаміки.

Ключові слова: міра, інваріантність, збіжність, простір, топологія.

E.A. ARSHAVA, A.P. KHARCHENKO, E.V. POKLONSKIY, E.V. BABAEVA
Kharkiv National University of Construction and Architecture

INVARIANT MEASURES OF THE SYSTEM OF MAGNETIC HYDRODYNAMICS EQUATIONS

A theorem on the existence of invariant measures generated by the system of equations of magnetohydrodynamics is proved.

Keywords: measure, invariance, convergence, space, topology.

Постановка проблемы

1. Рассмотрим систему нелинейных уравнений магнитной гидродинамики (МГД)

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u}{\partial t}-\sum_{i=1}^{3}u_k\frac{\partial u}{\partial x_k}-\frac{\pi}{\rho}\sum_{i=1}^{3}H_k\frac{\partial H}{\partial x_k}-\nu\Delta u=\frac{1}{\rho}\operatorname{grad}\left(p+\frac{\pi H^2}{2}\right)+\overline{f},\\
&\operatorname{div}u=0,\\
&\operatorname{rot}E=-\pi\frac{\partial H}{\partial t},\\
&\operatorname{rot}H=\sigma\left(E+\pi[u,H]\right)+j,\\
&\operatorname{div}(\pi H)=0,
\end{aligned}\tag{1}$$

где $u(x,t)$ – скорость течения жидкости в точке $x=(x_1,x_2,x_3)$ в момент времени t; $H(x,t)$ и $E(x,t)$ – векторы магнитной и электрической напряженностей, $p(x,t)$ – давление; $\overline{f}(x,t)$ – внешние гидродинамические силы; $j(x,t)$ – заданные токи; π – магнитная проницаемость; σ – проводимость; ρ – плотность; ν – кинематическая вязкость жидкости.

Систему (1) будем рассматривать в области $G=G_1\cup G_2\cup G_3$, где G_1 и G_3 – ограниченные области, а $G_2=R^3\setminus(G_1\cup G_3)$, причем

$$H\big|_{|x|=\infty}=H_\infty,\quad E\big|_{|x|=\infty}=0,\tag{2}$$

где H_∞ – постоянный вектор. Кроме того, во всем объеме заданы начальные условия

$$u\big|_{t=0}=u_0(x),\quad H\big|_{t=0}=H_0(x).\tag{3}$$

Функции $\sigma(x)$ и $\pi(x)$ являются разрывными функциями в $G=G_1\cup G_2\cup G_3$:

$$\sigma(x)=\begin{cases}\sigma_1=const>0\ , & x\in G_1\\ 0 & , x\in G_2\\ \sigma_3(x) & , x\in G_3\end{cases}$$

$$\pi(x)=\begin{cases}\pi_1=const>0\ , & x\in G_1\\ \pi_2(x) & , x\in G_2\\ \pi_3(x) & , x\in G_3\end{cases}$$

$\sigma_1,\sigma_3\ge\sigma_0>0;\quad \pi(x)\ge\pi_0>0.$ В дальнейшем σ_k и π_k будем считать постоянными.

Вектор $j(x,t)$ зададим так

$$j(x,t)=\begin{cases}0 & ,x\in G_1\cup G_2\\ j(x,t) & ,x\in G_3.\end{cases}$$

Анализ последних исследований и публикаций

Ранее [1] было доказано существование статистических решений – мер Радона, аналогов мер Гиббса на пространстве обобщенных решений системы МГД. Детальное изложение этого вопроса приведено в [2].

Формулирование цели исследования

Целью настоящей работы является доказательство теоремы существования однородных статистических решений системы (1-3). Используется конструкция статистических решений Арсеньева А.А. [3,4].

Изложение основного материала исследования

2. Пусть $W_2^l(G)$ – гильбертово пространство вектор-функций, все компоненты которых квадратично интегрируемы в G и имеют квадратично интегрируемые обобщенные производные до порядка l; $\overset{\circ}{W}{}_2^l(G)$ – подпространство $W_2^l(G)$, являющееся замыканием в норме $W_2^l(G)$ множества бесконечно дифференцируемых финитных функций в G; $\overset{\circ}{J}_1(G)$ – подпространство $\overset{\circ}{W}{}_2^1(G)$, состоящее из соленоидальных функций.

Далее, пусть задана ограниченная область G с дважды непрерывно-дифференцируемой границей ∂G и разрывная функция

$$\pi(x)=\begin{cases}\pi_1(x)\ , x\in G\\ \pi_2(x)\ , x\in R^3\setminus G,\end{cases}$$

причем $\pi(x)\ge\pi_0>0;$ π_1 и π_2 непрерывно-дифференцируемые в G и $R^3\setminus G$ и, кроме того, $\pi_2(x)$ и $\dfrac{\partial\pi_2(x)}{\partial x_i}$ ограничены.

Определение 1 [7]. $K(R^3)$ есть пространство вектор-функций ψ, принадлежащих к $W_2^1(G)$ и $W_2^1(R^3\setminus G)$, которые удовлетворяют условиям

$$\operatorname{div}\pi_1\psi^{(1)}=0,\quad \operatorname{div}\pi_2\psi^{(2)}=0,\quad \operatorname{rot}\psi^{(2)}=0,$$

$$\psi_\tau^{(1)}\Big|_{\partial G}=\psi_\tau^{(2)}\Big|_{\partial G},\quad \pi_1\psi_n^{(1)}\Big|_{\partial G}=\pi_2\psi_n^{(2)}\Big|_{\partial G},$$

где $\psi^{(1)}$ и $\psi^{(2)}$ – значение вектора ψ в G и $R^3\setminus G$, а $\psi_n^{(1)}$ и $\psi_n^{(2)}$ – проекции $\psi^{(1)}$ и $\psi^{(2)}$ на направление нормали к ∂G, внешнее относительно G.

3. Пусть Ω – ограниченная область трехмерного эвклидова пространства R^3 и $K_0(\Omega)$ – множество двухкомпонентных функций

$$w(x)=\{u(x),H(x)\},$$

удовлетворяющих условию

$$\|w\|_{K_0}=\left(\int u^2(x)dx\right)^{1/2}+\left(\int\pi H^2(x)dx\right)^{1/2}+\sum_{k=1}^{3}\left(\int u_{x_k}^2(x)dx\right)^{1/2}+\left(\int\frac{1}{\sigma}\left(\operatorname{rot}H(x)\right)^2dx\right)^{1/2}<\infty.$$

Пусть D – множество двухкомпонентных функций $g(x)=\{\varphi(x),\psi(x)\}$, каждая из которых имеет компактный носитель и удовлетворяет условию

$$\|g\|_D=\left(\int\varphi^2(x)dx\right)^{1/2}+\left(\int\pi\psi^2(x)dx\right)^{1/2}+\sum_{k=1}^{3}\left(\int\varphi_{x_k}^2(x)dx\right)^{1/2}+\left(\int\frac{1}{\sigma}\left(\operatorname{rot}\psi(x)\right)^2dx\right)^{1/2}<\infty.$$

Определим двойственность $\langle K_0(\Omega), D\rangle$, положив

$$\langle w, g\rangle = \int \left(u(x)\varphi(x) + \pi H(x)\psi(x) + \frac{1}{\sigma}\operatorname{rot} H(x)\operatorname{rot}(\psi(x))\right) + \sum_{k=1}^{3}\int u_{x_k}(x)\varphi_{x_k}(x), \tag{4}$$

если $w(x) \in K_0(\Omega)$ и $\operatorname{supp} g(x) \subset \Omega$, и наделим пространство $K_0(\Omega)$ топологией $\sigma(K_0, D)$.

Пусть T – компактное подмножество R_+^1, $K_T(\Omega)$ – множество непрерывных функций $T \to K_0(\Omega)$. Будем рассматривать $K_T(\Omega)$ как топологическое векторное пространство [6], в котором база окрестностей нуля задается так

$$L_{\varepsilon,B} = \left\{ w(t); \sup_{t\in T}\sup_{1\le i\le n} \left|\langle w, g_i\rangle\right| < \varepsilon, g_i \in B \right\},$$

где B – конечное подмножество из D, $\operatorname{supp} g_i \subset \Omega$.

Рассмотрим последовательность областей Ω_m, $\Omega_{m+1} \supset \Omega_m$, $\bigcup_m \Omega_m = R^3$ и последовательность компактных множеств T_m, $T_{m+1} \supset T_m$, $\bigcup_m T_m = T_+^1$.

Обозначим K_0 проективный предел пространств $K_0(\Omega_m)$ и символом K_T проективный предел пространств $K_{T_m}(\Omega_m)$.

4. Определение 2. Вектор-функцию $\Psi = (\varphi, \psi)$ будем называть пробной, если компоненты имеют компактный носитель и удовлетворяют условиям

$$\varphi \in W_2^1(Q_1), \quad \psi \in W_2^1(Q_k), \quad Q_k = [0,\theta]\times G_k, \quad k = 1,2,3;$$
$$\left\|\varphi_{x_i}\right\|_{L_2}, \quad \left\|\psi_{x_i}\right\|_{L_2} \le M;$$
$$\varphi \in \overset{\circ}{J}_1(G_1), \quad \psi \in K(R^3).$$

Пусть

$$\Sigma(\Psi, w, \theta) \equiv \langle \Psi, w\rangle\big|_{t=\theta} - \langle \Psi, w\rangle\big|_{t=0} +$$
$$+ \int_0^\theta\int \left\{ -u\varphi_t - \left[u_k u - \frac{\pi}{\rho}(h_k h + h_{0k} h + h_k h_0)\right]\varphi_{x_k} - w - \nu u_{x_k} - f\varphi \right\} dxdt - \int u_0(x)\varphi(x,0)dx +$$
$$+ \int_0^\theta\int \left\{ -\pi h\psi_t + \frac{1}{\sigma}\operatorname{rot} h \operatorname{rot}\psi - \pi[u, h + h_0]\operatorname{rot}\psi - \frac{j_0}{\sigma}\operatorname{rot}\psi \right\} dxdt - \int \pi(H_0 + h_0)\psi(x,0)dx,$$

где $h_0 = H_\infty + \psi_0$, $h \in K(R^3)$, а ψ_0 удовлетворяет следующим условиям

$$\operatorname{rot}\psi_0 = 0, \quad \operatorname{div}\pi\psi_0 = 0$$
$$\left(\pi_1\psi_{0n}^{(1)} - \pi_2\psi_{0n}^{(2)}\right)_{\partial G_1} = (\pi_2 - \pi_1)H_{\infty n}\big|_{\partial G_1},$$
$$\left(\pi_3\psi_{0n}^{(3)} - \pi_2\psi_{0n}^{(2)}\right)_{\partial G_3} = (\pi_2 - \pi_3)H_{\infty n}\big|_{\partial G_3},$$
$$\psi_{0\tau}^{(1)}\big|_{\partial G_1} = \psi_{0\tau}^{(2)}\big|_{\partial G_1}, \quad \psi_{0\tau}^{(2)}\big|_{\partial G_1} = \psi_{0\tau}^{(3)}\big|_{\partial G_3},$$
$$\psi_0 \in L_2(R^3), \quad W_2^{(1)}(G_i), \quad i = 1,2,3.$$

Положим

$$\Xi(\Psi, w) = \left|\Sigma(\Psi, w, \theta)\right|^2 \Big/ \left(1 + \left|\Sigma(\Psi, w, \theta)\right|\right)^2. \tag{5}$$

Пусть μ_0 – вероятностная мера на K_0.

Определение 3. Вероятностную меру Радона на пространстве K_T назовем статистическим решением системы МГД с начальной мерой μ_0, если выполнены следующие условия:

1) Для любой непрерывной ограниченной на K_T функции $F(w)$ и любой функции $\Xi(\Psi, w)$ вида (5) справедливо равенство

$$\int F(w)\cdot\Xi(\Psi,w)d\mu=0.$$

2) Сужение меры μ на множество функционалов, зависящих от значения функции w в момент времени $t=0$, совпадает с мерой μ_0.

Пусть K_{K_T} – множество всех мер Радона на K_T; $K^s_{K_T}$ – множество всех статистических решений системы МГД с начальной мерой μ_0, которое удовлетворяет оценке

$$\begin{aligned}&\sup_{t\in T}X(w,\Omega)\le\left(X(w|_{t=0},\Omega)+\delta\right)\operatorname{mod}\mu,\\&\sup_{t\in T}\left(X^2(w,\Omega)+\Phi^2(w,\Omega)\right)\le\left(X^2(w|_{t=0},\Omega)+\Phi^2(w|_{t=0},\Omega)+\delta\right)\operatorname{mod}\mu,\end{aligned}\qquad(6)$$

для любого компонента $T\subset R^1_+$ и любой области $\Omega\subset R^3$, где

$$X^2(w,\Omega)=\rho\|u\|^2_{L_2}+\left\|\sqrt{\pi}H\right\|^2_{L_2},$$

$$\Phi^2(w,\Omega)=\rho u\sum_{k=1}^{3}\left\|u_{x_k}\right\|^2_{L_2}+\int\frac{1}{\sigma}(\operatorname{rot}H)^2dx;$$

$\overline{K}^s_{K_T}$ – замыкание множества $K^s_{K_T}$ в узкой топологии пространства $K^s_{K_T}$.

Теорема 1. $\overline{K}^s_{K_T}$ – выпуклое компактное в узкой топологии множество, удовлетворяющее условию Прохорова: для любого $\varepsilon>0$ существует такой зависящий от ε,δ,μ_0 компакт $K_\varepsilon\subset K_T$, что для всех $\mu\in\overline{K}^s_{K_T}$ выполнено условие $\mu(K_T\setminus K_\varepsilon)<\varepsilon$.

Доказательство. Поскольку μ_0 – мера Радона, то для заданного $\varepsilon>0$ существует такой компакт $\Gamma_\varepsilon\subset K_0$, что $\mu_0(K_0\setminus\Gamma_\varepsilon)<\varepsilon$.

Положим

$$C_1(\Omega,\Gamma_\varepsilon)=\sup_{w_0\in\Gamma_\varepsilon}X(w_0,\Omega)+\delta,$$

$$C_2(\Omega,\Gamma_\varepsilon)=\sup_{w_0\in\Gamma_\varepsilon}\left(X^2(w_0,\Omega)+\Phi^2(w_0,\Omega)\right)+\delta,$$

и обозначим через K_ε множество элементов $w\in K_T$, которые удовлетворяют условию

$$\begin{aligned}&\sup_{t\in T}X(w,\Omega)\le C_1(\Omega,\Gamma_\varepsilon),\\&\sup_{t\in T}\left(X^2(w,\Omega)+\Phi^2(w,\Omega)\right)\le C_2(\Omega,\Gamma_\varepsilon),\end{aligned}$$

и $\Sigma(\Psi,w,\theta)=0$ для всех пробных функций $\Psi,\quad\theta\in R^1_+$

Пусть $\mu\in K^s_{K_T}$. Тогда в силу оценок (6)

$$\mu(K_T\setminus K_\varepsilon)\le\mu\left(w:w|_{t=0}\in K_0\setminus\Gamma_\varepsilon\right)=\mu_0\left(K_0\setminus\Gamma_\varepsilon\right)<\varepsilon,$$

Откуда на основании предположения II [6, С.524] заключаем, что и для $\mu\in\overline{K}^s_{K_T}$, $\mu(K_T\setminus K_\varepsilon)<\varepsilon$. Для завершения доказательства достаточно принять во внимание теорему 2 [6, С.525].

Лемма 1. Множество $\overline{K}^s_{K_T}$ состоит из статистических решений системы (1-3) с начальной мерой μ_0.

Доказательство. Пусть $\{w_n\}\subset K_T$, $\Sigma_n=\Sigma(\Psi,w_n,\theta)$, $\Xi_n=|\Sigma_n|^2\big/\left(1+|\Sigma_n|\right)^2$, $\overline{\mu}=\overline{K}^s_{K_T}$, $\mu=K^s_{K_T}$. Легко видеть, что $\Sigma_n\to\Sigma$ равномерно на каждом компакте. Поэтому утверждение леммы следует из очевидного равенства

$$\begin{aligned}\int F(w)\cdot\Xi(\Psi,w)d\overline{\mu}=&\int F(w)\cdot\left[\Xi(\Psi,w)-\Xi_n(\Psi,w)\right]d\overline{\mu}+\\&+\int F(w)\cdot\left[\Xi_n(\Psi,w)-\Xi(\Psi,w)\right]d\mu+\end{aligned}$$

$$+\int F(w)\cdot\Xi_n(\Psi,w)d\overline{\mu}-\int F(w)\cdot\Xi_n(\Psi,w)d\mu.$$

после предельного перехода при $n\to\infty$ с использованием теоремы 1.

Очевидны следующие леммы.

Лемма 2. Отображение

$$w_h:\quad w(x,t)\to w(x-h,t),\quad h\in R^3$$

непрерывно на K_T.

Лемма 3. Отображение

$$\widetilde{w}_h:\quad \mu\to\widetilde{w}_h\mu,\quad \int F(w)d\widetilde{w}_h\mu=\int F(w_h w)d\mu$$

непрерывно на K_T в узкой топологии и переводит статистическое решение с начальной мерой μ_0 в статистическое решение с начальной мерой $\widetilde{w}_h\mu_0$.

Определение 4. Борелевскую меру μ на K_T называем однородной, если для всех $h\in R^3$ выполнено равенство

$$\widetilde{w}_h\mu=\mu.$$

Основной результат сформулирован в следующей теореме.

Теорема 2. Для любой однородной вероятностной борелевской меры μ_0 на K_0 существует однородное статистическое решение системы МГД.

Доказательство. Легко показать, что $\widetilde{w}_h$ переводит множество $\overline{K}^s_{K_T}$ в себя. Действительно, если $K^*\subset K_T$ множество удовлетворяет условию

$$\sup_{t\in T}X(w,\Omega)\le X(w|_{t=0},\Omega)+\delta,$$

$$\sup_{t\in T}\left(X^2(w,\Omega)+\Phi^2(w,\Omega)\right)\le X^2(w|_{t=0},\Omega)+\Phi^2(w|_{t=0},\Omega)+\delta$$

для всех $\Omega\subset R^3$, то $w_h w\in K^*$, если $w\in K^*$ и $w_h(K_T\setminus K^*)=K_T\setminus K^*$. Стало быть, в силу однородности меры μ_0

$$\mathrm{mes}_{\widetilde{w}_h\mu}(K_T\setminus K^*)=\mathrm{mes}_{\mu}\left(w_h(K_T\setminus K^*)\right)=0.$$

Теперь, принимая во внимание теорему 1 и лемму 3, на основании теоремы Маркова-Какутани и завершаем доказательство теоремы.

Выводы

Таким образом, доказана теорема о существовании инвариантных мер, порождаемых системой уравнений магнитной гидродинамики.

Список использованной литературы.

1. Харченко А.П. О мерах, порождаемых системой уравнений магнитной гидродинамики. / А.П. Харченко , Е.В. Поклонский // Сборник тезисов докладов международной конференции "Современные проблемы математики и ее приложения в естественных науках и информационных технологиях" Харьков, 2011. – С.251-252.
2. Харченко А.П. Описание множества статистических решений системы уравнений магнитной гидродинамики. / А.П. Харченко, Е.В. Поклонский, А.В. Немцева // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – Воронеж: Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова. – 2015. – Т.3, № 8-4 (9-14). – С.318-322.
3. Арсеньев А.А. Построение турбулентной меры для системы уравнений Навье-Стокса. / А.А. Арсеньев // ДАН СССР. – 1975.– Т. 225, № 1. – С. 18–20.
4. Арсеньев А.А. О статистических решениях нелинейного волнового уравнения. / А.А. Арсеньев – М.: Ин-т прикладной математики АН СССР, 1978. (Препринт №81).
5. Смолянов О.Г. Меры на топологических линейных пространствах. / О.Г. Смолянов, С.В. Фомин // УМН. – 1976. – Т. 31, Вып. 4. – С. 3-56.
6. Бурбаки Н. Интегрирование / Н. Бурбаки. – М:. Наука, 1977. – 600 с.
7. Ладыженская О.А. Решение некоторых нестационарных задач магнитной гидродинамики для вязкой несжимаемой жидкости. / О.А. Ладыженская, В.А. Солонников // Тр. Математического ин-та АН СССР. – 1960. – Т.59. – С.115-173.

УДК 539.9+510.22

В.О. БАРАНЕНКО, Д.Л. ВОЛЧОК
Придніпровська державна академія будівництва та архітектури

ОЦІНКА МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕННЯ СТИСКАЮЧОЇ ЦИЛІНДРИЧНУ ОБОЛОНКУ СИЛИ В УМОВАХ ТРЬОХ ГРАНИЧНИХ СТАНІВ І ПРИ ЗАВДАННІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ НЕЧІТКО-ВИПАДКОВОЇ І ВИПАДКОВО-НЕЧІТКОЇ ПРИРОДИ

В роботі представлені оцінки максимального значення осьової сили, діючої на циліндричну оболонку, в умовах трьох граничних станів (місцевої та загальної втрати стійкості і міцності) і при заданих геометричних параметрах невизначеної природи. Застосовується поняття випадково-нечітких і нечітко-випадкових величин. Задача зводиться до реалізації оптимізаційної моделі. Наводяться обчислювальні алгоритми і чисельні ілюстрації.

Ключові слова: оптимізація, оболонка, випадково-нечіткі і нечітко-випадкові величини

В.А. БАРАНЕНКО, Д.Л. ВОЛЧОК
Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры

ОЦЕНКА МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ СЖИМАЮЩЕЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКУ СИЛЫ В УСЛОВИЯХ ТРЕХ ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ И ПРИ ЗАДАНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НЕЧЕТКО-СЛУЧАЙНОЙ И СЛУЧАЙНО-НЕЧЕТКОЙ ПРИРОДЫ

В работе представлены оценки максимального значения осевой силы, действующей на цилиндрическую оболочку, в условиях трех предельных состояний (местной и общей потери устойчивости и прочности) и при заданных геометрических параметрах неопределенной природы. Применяется понятие случайно-нечетких и нечетко-случайных величин. Задача сводится к реализации оптимизационной модели. Приводятся вычислительные алгоритмы и численные иллюстрации.

Ключові слова: оптимизация, оболочка, случайно-нечеткие и нечетко-случайные величины

V.A. BARANENKO, D.L. VOLCHOK
Prydniprovs'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture

EVALUATION OF MAXIMUM FORCE WHICH COMPRESS CYLINDRICAL SHELL WITH THREE BOUNDARY CONDITIONS AND GEOMETRICAL PARAMETERS OF FUZZY-RANDOM AND RANDOM-FUZZY NATURE

This paper presents estimates of maximum axial force acting on the cylindrical shell. Conditions are limited with three states (local and general loss of stability and strength). Initial data are given with geometrical parameters of uncertain nature. Mathematical model applies the concept of random-fuzzy and fuzzy-random variables. The problem comes down to the implementation of the optimization model. We give numerical algorithms and numerical illustrations.

Keywords: optimization, shell, random-fuzzy and fuzzy-random variables

Постановка проблеми

Проектування нових технічних систем відноситься до одного з найбільш складних задач інженерної діяльності. Серед різних етапів процесу проектування окремо стоїть концептуальне проектування. На цьому етапі головною особливістю є необхідність прийняття рішень в умовах невизначеної, недостатньої або навпаки надлишкової інформації. Цим такі задачі відрізняються від "класичного" підходу, коли усі характеристики, які потрібні для проектування, задані точно. Крім того, кожний розробник прагне до того, щоб усі важливі характеристики системи, яка проектується, були б найкращими. Особливе місце в цій діяльності займає використання попереднього досвіду у вигляді статистичного матеріалу, отриманого при розгляді прототипів конструкції.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Більшість задач теорії оптимального проектування конструкцій розглядалось в рамках детермінованого підходу, тобто вважалось при цьому, що проектувальник має повну інформацію про навантаження, властивість матеріалу, із якого буде виготовлена конструкція, граничні умови тощо. Для розв'язання таких задач придатні методи варіаційного числення, методи оптимізації систем з розподіленими параметрами, методи лінійного та нелінійного програмування та інші. Принципово відмінними за постановками і методами дослідження є задачі проектування оптимальних конструкцій при неповній інформації [1].

Може бути така ситуація, коли статистична інформація щодо тої чи іншої характеристики носить неточний, нечіткий характер. Тому статистичні дані треба використовувати критично, як допоміжну інформацію при розв'язання задач, які виникають на різних етапах оптимального проектування. При формуванні таких задач треба враховувати невизначеність щодо вхідних даних, поведінки системи та інше.

Ці задачі потребують для свого розв'язання такого математичного апарату, який апріорі містив в собі можливість появи і врахування невизначеності.

Джерелом невизначеності може бути наявність, в оптимізаційних моделях проектування випадкових (random), нечітких (fuzzy) та неточних (rough) величин – значень вхідних (початкових) характеристик, а також і кінцевих значень – розв'язків задачі.

Випадкова величина [2] є однією із основних понять теорії ймовірностей. Невизначеність ситуації тут описується деякою мірою – ймовірністю із множини дійсних чисел [0,1]. Нечіткі величини [3] (числові та лінгвістичні) використовуються для опису ситуації, коли вхідні параметри не мають чітко визначених границь, тобто вже "розмиті". Прикладом може бути таке висловлювання "навантаження, що діє на конструкцію, має значення близьке до 50кН". Нечітка величина є одним із понять теорії нечітких множин. Будь-яка нечітка множина характеризується функцією належності, яку можна інтерпретувати як міру можливості (або необхідності, правдоподібності), що описується множиною дійсних чисел із інтервалу [0,1].

Уведення Л. Заде (1965) концепції нечітких множин дозволило сформулювати і розвити теорію можливостей [4]. Принцип теорії можливостей полягає в розгляді кількісного як граничний випадок якісного.

Визначення неточних величин базується на теорії неточних множин, яка уведена в роботі [5]. Апарат неточних величин є математичним засобом для роботи з невиразним (нечітким) описом об'єктів.

Крім таких невизначеностей, можуть бути їх комбінації – нечітко-випадкові, випадково-нечіткі, нечітко-нечіткі та інші, які уявляють собою математичний опис нечітко-стохастичних, стохастично-нечітких явищ[6–8].

Мета дослідження

В даній роботі на прикладі задачі визначення максимального значення сили, яка стискує циліндричну кругову ізотропну оболонку, в умовах трьох граничних станів (місцева та загальна стійкість, міцність) і вхідних даних (радіусу) випадково-нечіткої та нечітко-випадкової природи. В роботах [9–11] один із авторів використовував методи невизначеної оптимізації до задач оптимального проектування конструкцій. Підходи, що наведені тут, відносяться до методів сучасного напряму математики, який з'явився наприкінці 20 сторіччя – "м'які обчислення" (soft computing), керуючим принципом якого є "терпимість" (tolerance) до неточностей, невизначеностей [12].

Викладення основного матеріалу дослідження

1. Об'єкт та постановка задачі оптимізації

Розглядається задача пошуку максимальної величини осьової сили $F^{\max}$, яка стискує циліндричну кругову ізотропну оболонку в умовах чітко заданих вихідних даних і фізичних обмежень міцності оболонки на стиснення силою F_R і стійкості, які являють собою наближені вирази критичних зусиль [13] при шарнірному обпиранні оболонки в припущені достатньої зсувної жорсткості в трансверсальній площині і площині оболонки F_{KP}^{M}, а також наближені вирази критичного зусилля для шарнірно обпертого стержня з кільцевим поперечним перерізом F_{KP}^{C} і міцності оболонки на стиснення F_R, тобто

$$g_1(x) = F^{\max} - F_{KP}^{M} \le 0;\ g_2(x) = F^{\max} - F_{KP}^{C} \le 0;\ g_3(x) = F^{\max} - F_R \le 0. \qquad (1)$$

В співвідношеннях (1) уведено такі позначення:

$$F_{KP}^{M} = Dh^2;\ F_{KP}^{C} = Bh\ R^3;\ F_R = ChR;\ B = \pi^3 E / L^2;\ C = 2\pi\sigma_T;\ D = 2\pi E / \sqrt{3(1-\nu^2)},$$

де L – довжина твірної циліндра; E,ν – відповідно модуль Юнга і Пуассона; σ_T – величина границі текучості матеріалу оболонки.

Сформулюємо таку детерміновану задачу оптимізації: при заданих значеннях характеристик h,R,L,σ_0,E,ν і умов збереження стійкості та міцності (1) знайти максимальне значення стискуючої сили $F^{\max}$. В термінах уведених вище означень запишемо задачу оптимізації як

$$F^{\max} = \arg\left\{ \max_{F^- \le F \le F^+} F \;\middle|\; g_i(L,E,\nu,\sigma_T,R,h) \ge F^{\max}; i = 1,2,3 \right\}. \qquad (2)$$

Перше обмеження $(i=1)$ в співвідношенні (2) визначає можливість місцевої втрати стійкості оболонки, друге обмеження $(i=2)$ лімітує значення параметрів h і R з урахуванням можливості загальної втрати стійкості, третє обмеження $(i=3)$ в (2) установлює значення h і R з урахуванням можливості руйнування оболонки при стисненні її силою $F^{\max}$.

2. Алгоритми реалізації оптимізаційної детермінованої задачі

2.1. Алгоритм розв'язання задачі (2)

Нижче за роботою [11] наведено дії алгоритму метода Монте-Карло:

1. Задати область пошуку змінної $F \in \left[F^{-}; F^{+} \right]; v = -\infty;\ i = 1;$
2. Випадковим чином згенерувати детерміновані значення F в області пошуку $F = F^{-} + (F^{+} - F^{-}) \cdot \zeta; \zeta - random; \zeta \in [0,1]$;
3. Обчислити вирази: $g_j; j = 1,2,3$ обмежень в (2).
4. **If** $(g_1 \le 0 \wedge g_2 \le 0 \wedge g_3 \le 0) \wedge (F > v)$ **then** $v = F$.
5. $i = i + 1$.
6. **If** $i \le N$ повторити дії алгоритму з етапу 2, інакше – закінчити процес пошуку.

Величина v і буде шуканим значенням оцінки стискаючої сили. Чим більше величина N, тим точніше буде результат.

2.2. Задача (2) з нечітким описом параметра

Нехай в задачі (2) деякі параметри є невизначеними. Без порушення загальності підходу припустимо, що цим параметром є величина радіусу R. Нехай величина цього радіусу буде нечіткою з заданою функцією належності $\mu(x)$. Наведемо алгоритм обчислення дефаззіфікованого значення $F^{\max}_{fuzzy-\det}$ нечіткої сили.

Нехай значення R є нечіткою величиною з трикутним видом функції належності

$$\mu(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{m-a}, x \in [a,b] \\ \dfrac{b-x}{b-m}, x \in [m,b] \\ 0,\ \forall x \notin [a,b]. \end{cases} \qquad (3)$$

Величини a, b є границями множини деякої множини A_α для α–рівня. У випадку $\alpha = 0$ $A_0(a,m,b); a = a_0; b = b_0$. Величина m є модальним значення R, для якого $\mu(m) = 1$. За теорією нечітких множин, скориставшись поняттям α–рівнів, запишемо $\alpha_i = i\Delta\alpha; i = 1,2,...,M; M\Delta\alpha = 1;\ \Delta\alpha = 1/M$, де M – число дискретів величини μ. Побудуємо множини $A_\alpha(a_\alpha, m, b_\alpha)$ для $\alpha \in [0,1]$. Для α–рівня із рівняння $\mu(x) = \alpha$ випливає: $a_\alpha = m\alpha + a(1-\alpha);\ \ b_\alpha = m\alpha + b(1-\alpha)$. За теоремою о декомпозиції з теорії нечітких множин [14], яка стверджує, що будь-яка нечітка множина A може бути представлена у вигляді суми чітких множин, які генеруються α–рівнями, маємо $A = \cup \alpha A_\alpha;\ \ \alpha \in (0,1]$, або в розвиненому виді:

$$A = \sum_{i=1}^{M-1} \left(\frac{\mu_i}{A_{i\Delta\alpha}} + \frac{\mu_{2M-i}}{A_{(2M-i)\Delta\alpha}} \right) + \frac{1}{A_{M\Delta\alpha}}.$$

Якщо нечітка множина A, що визначена на множині дійсних чисел $A \subseteq \mathbf{R}$, і функція належності якої є $\mu_A(x) : \mathbf{R}\ [0,1]$ задовольняє умовам: 1) нормальності; 2) опуклості; 3) напівнеперервності зверху, тобто $\overline{\lim}_{x \to x_0} \mu(x) \le \mu(x_0)$, то вона називається нечітким числом. Дефаззифікація нечіткого числа A здійснюється на основі методу центра [14]:

$$A_{defuzzy} = \sum_{i=1}^{n} w_i\, A_{i\Delta\alpha}, \qquad (4)$$

де вагові коефіцієнти w_i обчислюються за формулами:

$$w_i = \frac{\mu_i}{\sum_{j=1}^{2M-1} \eta_j}; \mu_i = \mu_{2M-i};\ i = 1,2,...,M\ ;\ \eta_i = \mu_{i\Delta\alpha};\ \text{для}\quad i = 1,2,...,M\ ;\ \eta_i = \mu_{(2M-i)_{\Delta\alpha}}\ \text{для}\ i = 2M-1.$$

В роботі також використовувався підхід, описаний в роботі [15]:

$$w_i = w_i(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_m); m = 2M - 1, \qquad (5)$$

де $w_1 = \frac{1}{2}(\beta_1 + A_0 - B_0)$, для $i = 1$; $w_i = \frac{1}{2}(C_0 - D_0 + Q_0 - S_0)$, для $2 \le i \le m-1$; $w_m = \frac{1}{2}(A_0 - P_0 + \beta_m)$,

де $\beta_i = \mu_i$; $A_0 = \max\limits_{1 \le j \le m} \beta_j$; $B_0 = \max\limits_{1 < j \le m} \beta_j$; $C_0 = \max\limits_{1 \le j \le i} \beta_j$; $D_0 = \max\limits_{1 \le j < i} \beta_j$; $S_0 = \max\limits_{1 < j \le m} \beta_j$; $Q_0 = \max\limits_{i \le j \le m} \beta_j$;

$P_0 = \max\limits_{i \le j < m} \beta_j$; $M -$ кількість $\beta -$ рівнів ; $0 \le \beta_j \le 1$; $1 \le j \le M$.

2.3. Визначення нечітко-випадкової та випадково-нечіткої величини

Означення 1.

Нечітко-випадковою називають випадкову величину $\xi_{fuzzy-rand}$, яка приймає окремі можливі нечіткі значення $\tilde{F}_i$, з певними ймовірностями $p_i \, (i = 1,2,...,M)$ [8, 15]. Відповідність між можливими нечіткими значеннями $\tilde{F}_i$ та заданими ймовірностями їх появи в експерименті (випробуванні) задається законом розподілу дискретної випадкової величини у вигляді таблиці $\xi_{fuzzy-rand} = \left\{ \tilde{F}_i \middle| p_i \right\}$; $i = 1,2,...,M$. При цьому сума ймовірностей подій – появи в одному випробуванні тільки одного можливого значення дорівнює 1, тобто $\sum\limits_{i=1}^{M} p_i = 1$. Нечітка величина $\tilde{F}_i$ описується як нечітка нормалізована множина $\sum\limits_{i=1}^{N} \frac{\mu_i}{F_i}$; $\mu_i \in [0,1]$ з відомою дискретною опуклою функцією належності [14].

Означення 2.

Випадково-нечіткою називають нечітку величину $\xi_{rand-fuzzy}$, що приймає з відомою можливістю μ_i ($\mu_i \in [0,1]$) випадкові значення F_{ij} ; $i = 1,2,...,N$; $j = 1,2,...,M$ з відомим законом розподілу ймовірностей p_{ij} , тобто [8, 15]:

$$\xi_{rand-fuzzy} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mu_i}{F_i}; \ \mu_i \in [0,1] \ , \tag{6}$$

де $F_i = \left\{ F_{ij} \middle| p_{ij} \right\}$; $i = 1,2,...,N$; $j = 1,2,...,M -$ випадкові величини. В виразі (6) позначення $\sum$ є знак об'єднання елементів множини. Величини F_{ij} і p_{ij} задаються.

2.4. Алгоритм отримання детермінованих значень величин $\xi_{fuzzy-rand}$ і $\xi_{rand-fuzzy}$

2.4.1. Задача $\xi_{fuzzy-rand} \to \xi^{\det}_{fuzzy-rand}$

При необхідності отримати детерміновані очікувані значення вказаних вище величин необхідно виконати наступні дії:

1. Виконати дефаззіфікацію заданих нечітких величин $\tilde{F}_i$ $i = 1,2,...,N$, а саме

$$\left(F^{\det}_{def} \right)_i = \sum_{j=1}^{M} w_{ij} F_{ij} \to \tilde{F}_i, \ \text{де } \tilde{F}_i = \sum_{j=1}^{M} \frac{\mu_{ij}}{F_{ij}}; \ w_i = w_i(\mu_{i1}, \mu_{i2}, ..., \mu_{iM},) \ ; \ i = 1,2,...,N \ ;$$

N, M – відповідно кількість інтервалів і градацій в визначені нечіткого числа.

2. Сформувати випадкову величину $\left(\xi_{rand} \right)_i = \left\{ S_i \middle| p_i \right\}$; $i = 1,2,...,N$, де $S_i = \tilde{F}_i$.
3. Виконати дерандомізацію величини $\left(\xi_{rand} \right)_i$, тобто обчислити математичне сподівання $\left(\xi^{\det}_{fuzzy-rand} \right) = \sum\limits_{i=1}^{N} p_i S_i$.

Ця величина і є шуканим очікуваним значенням нечітко-випадкової величини $\xi_{fuzzy-rand}$

2.4.2. Задача $\xi_{rand-fuzzy} \to \xi^{\det}_{rand-fuzzy}$

Для розв'язання цієї задачі необхідно:

1. Виконати операцію дерандомізації випадкової величини, тобто $F_i = \sum_{j=1}^{M} p_{ij} F_{ij};\ \ i = 1,2,...,N.$
2. Сформувати нечітку величину $G_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mu_i}{F_i}$.
3. Виконати операцію дефаззіфікації нечіткої величини G, в результаті чого отримати шукане детерміноване значення випадково-нечіткої величини $F^{\det}_{rand-fuzzy} = \xi^{\det}_{rand-fuzzy}$.

3. Чисельна ілюстрація

Ілюстрація уведення до розгляду невизначених величин виду $fuzzy - rand$ і $rand - fuzzy$ в оптимізаційну задачу (2) було здійснено на ряді числових експериментів.

В якості незмінних початкових даних в розв'язанні задачі взято рівними:

$$L = 100см\ ,\ E = 816ГПа\ ,\ \sigma = 1620МПа\ ,\ \ v = 0.3\ ,\ h^{\det} = 0.1см\ .$$

3.1. Використання $fuzzy - rand$ величин.

Нехай задані нечіткі значення радіусів і відповідні значення ймовірностей задані табл. 1.

Таблиця 1

Початкові дані

i	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{R}_i$ (см)	10	9	8	7	11	12	12.5
p_i	0,5	0,1	0,1	0,05	0,1	0,1	0,05

Для перелічених нечітких радіусів, використовуючи поняття α –рівнів, обчислимо за алгоритмом нечіткі величини $F^{\max}_{fuzzy}$. Дефаззіфіковані значення цієї сили наведені в табл. 2.

Таблиця 2

i	1	2	3	4	5	6	7
$F_i^{\max}$ (кН)	1019,75	918	816,25	714,48	1121,6	1223,4	1274,3

З них сформуємо випадкову величину

$$F_{rand-fuzzy} = \left\{ \frac{1019.8}{0.5} \middle| \frac{918}{0.1} \middle| \frac{816}{0.1} \middle| \frac{714.5}{0.05} \middle| \frac{1121}{0.1} \middle| \frac{1223.4}{0.1} \middle| \frac{1274}{0.05} \right\}.$$

Виконуючі далі операцію дерандомізації з урахуванням даних табл. 1 і 2, отримаємо завершальний результат $F^{\det}_{fuzzy-rand} = \sum_{i=1}^{7} p_i F_i = 1017.2kH$. Для виконаних 6 експериментів в табл. 4 наведено вирішальні результаті $F^{\det}_{fuzzy-rand}$ при нечітко-випадкових даних, які наведені в тій же таблиці.

В прикладі для отримання $F^{\det}_{fuzzy-rand}$ використано дефаззіфіковане значення сили $F^{\max}_{fuzzy}$. Для ілюстрації покажемо отримання числа 1019.8. Нехай $\tilde{R} = \tilde{10}(9.5,10,10.5)$, а функція належності нечіткої величини $\tilde{R}$ описується трикутним законом (3). Тут $a = 9.5;\ m = 10;\ b = 10.5;\ \Delta = 0.5см$ – розкид нечіткої величини; $a = m - \Delta;\ b = m + \Delta.$ З цього визначення шляхом розв'язання рівняння $\mu(x) = \alpha$ отримуються границі множин $Q_i(\alpha)$, $Q_i(a_L(\alpha), b_R(\alpha))$; $i = 1,2,..,N$, де $a_L(\alpha) = \alpha m + (1-\alpha)a$; $b_R(\alpha) = \alpha m + (1-\alpha)b$. Нехай $N = 10$, тоді $\Delta\alpha = 0.1$.

Таблиця 2

$Q_i(a_L(\alpha), b_R(\alpha))$

α	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$a_L(\alpha)$	9.5	9.55	9.6	9.65	9.7	9.75	9.8	9.85	9.9	9.95	10
$b_R(\alpha)$	10.5	10.45	10.4	10.35	10.3	10.25	10.2	10.15	10.1	10.05	10

Застосування процедури обчислення песимістичних F^{pes} та оптимістичних F^{optim} значень сили F в кожному рівні α за алгоритмом, який наведено в п.3.1, дає табл. 4 фаззіфікованих значень цієї сили.

Таблиця 3

Множина нечітких значень сили F

α	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
F_L^{pes}	870.4	884.8	899.2	913.8	928.3	942.9	957.7	972.7	987.8	1002,7	1017,8
F_R^{optim}	1175,4	1159,3	1143,2	1127,1	1113	1095	1079,6	1064,1	1048,6	1023,2	1017,8

За формулами (5) маємо: $w_i = 0.05$ для i=1,2,…,10; i=12,13,…, 21 ; $w_{11} = 0.1$.

Якщо підставити отримані значення $w_i, F_i^{pes}, F_i^{optim}$ в формулу (6), то будемо мати $F_{fuzzy}^{\max} = 1019.8$ кН.

Таблиця 4

Вихідні дані для шести числових експериментів

Експ-т	i	4	3	2	1	5	6	7	$F_{fuzzy-rand}^{\det}$
1	$\tilde{R}_i$	7	8	9	10	11	12	12,5	1017,2
	p_i	0,05	0,1	0,1	0,5	0,1	0,1	0,05	
2	$\tilde{R}_i$	7	8,5	9	10	12	13	13,8	1063,6
	p_i	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	
3	$\tilde{R}_i$	7	8	9	10	10,5	11	12,5	1058,5
	p_i	0,02	0,03	0,05	0,2	0,4	0,2	0,3	
4	$\tilde{R}_i$	8	9	9,8	10	10,5	11	12	1028,9
	p_i	0,05	0,05	0,3	0,2	0,3	0,05	0,05	
5	$\tilde{R}_i$	8	8,5	9	10	10,5	11,5	12	843,6
	p_i	0,1	0,3	0,2	0,3	0,05	0,04	0,01	
6	$\tilde{R}_i$	8	8,5	9	10	10,5	10,8	11,2	787,9
	p_i	0,05	0,15	0,3	0,15	0,2	0,15	0,05	

Примітка. При детермінованих даних сила $F^{\max} = 1018$ кН.

3.2 Використання *rand – fuzzy* величин

Початкові данні $\tilde{R}$ і p_i для 5 експериментів і результати розв'язання оптимізаційної задачі у випадку завдання нечітко-випадкової величини – радіусу оболонки надано в таблиці 5.

Таблиця 5

Початкові дані і результати розв'язання оптимізаційної задачі при нечітко-випадковому завданні радіусу оболонки

Експ-т	i	1	2	3	4	5	6	7	$F^{\det}_{fuzzy-rand}$
1	$\tilde{R}_i$	8,8	9,2	9,8	10	10,5	10,8	11,2	1044
	p_i	0,01	0,01	0,02	0,92	0,02	0,01	0,01	
	$F(R)$	895,73	936,45	997,52	1017,88	1068,77	1093	1140	
2	$\tilde{R}_i$	7	8	9	10	11	12	13	1145
	p_i	0,05	0,05	0,02	0,4	0,2	0,1	0,1	
	$F(R)$	712,51	814,3	916,1	1017,88	1119,7	1221,5	1323,,2	
3	$\tilde{R}_i$	7	8	9	10	11	12	13	948,2
	p_i	0,05	0,05	0,2	0,5	0,1	0,05	0,05	
	$F(R)$	712,8	814,3	916,1	1017,88	1119,7	1221,5	1323,2	
4	$\tilde{R}_i$	8,8	9,2	9,8	10	10,5	10,8	11,2	1011
	p_i	0,02	0,03	0,3	0,3	0,27	0,02	0,01	
	$F(R)$	896	936,5	997,5	1018	1069	1093	1140	
5	$\tilde{R}_i$	8,8	9,2	9,8	10	10,5	10,8	11,2	1000
	p_i	0,05	0,2	0,4	0,2	0,05	0,05	0,05	
	$F(R)$	896	936,5	997,5	1018	1069	1093	1140	

Сформуємо із $F_i = F^{\det}_{fuzzy-rand}$, i=1,2,3,4,5 (табл. 5), нечітку величину F:

$$F_{fuzzy} = \frac{0.6}{1044} + \frac{0.8}{1141} + \frac{1}{948} + \frac{0.4}{1011} + \frac{0.2}{1000},$$

де μ={0.6, 0.8, 1, 0.4, 0.2} задано заздалегідь як початкова умова завдання нечітко-випадкових величин. У відповідності до формул (6-7) маємо:

$$w_1 = 0.2;\ \ w_2 = 0.26667;\ \ w_3 = 0.33333;\ \ w_4 = 0.13333;\ w_5 = 0.06333.$$

Нарешті нечітко-випадкова величина буде $F^{\det}_{rand-fuzzy} = \sum_{i=1}^{5} w_i F_i = 1027 кН$. Ця величина на 1% більша розв'язку при детермінованих даних.

Висновки

1. На прикладі задачі про знаходження максимальної величини стискаючої сили, діючої на ідеальну циліндричну оболонку, яка знаходиться в умовах трьох граничних станів і невизначеній інформації про параметри конструкції, показано можливості синтезу теорії нечітких множин і теорії ймовірності.
2. Запропоновані обчислювальні підходи реалізації оптимізаційної задачі в умовах завдання різнорідної: випадково-нечіткої і нечітко-випадкової інформації про радіус оболонки.
3. Виконано ряд чисельних експериментів, результати яких показують, що збільшення "акценту" невизначеності в задаванні радіусу (в більшу сторону від детермінованого) веде до збільшення величини стискаючої сили і навпаки (в меншу сторону) веде до зменшення величини сили.
4. Включення безпосередньо невизначеності в апарат дослідження представляє собою нову область математики, що розвивається. Це дозволяє:
   - проаналізувати вплив неповноти інформації на шукані параметри проекту, оцінити отриманий розв'язок;
   - провести аналіз чутливості проекту до зміни характеру невизначеності.

Список використаної літератури

1. Баничук Н.В. Введение в оптимизацию конструкций / Н.В. Баничук. – М.: Наука, 1986. – 302 с.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложение. В 2-х томах / В. Феллер. – М.: Мир,1984. – Т. 1. – 528 с; Т. 2. – 738 с.
3. Кофман А. Введение в теорию нечётких множеств / А. Кофман. – М.: Радио и связь, 1992. – 432 с.
4. Дюбуа Д. Теория возможностей. Приложение к представлению знаний в информатике: Пер. с фр. / Д. Дюбуа, А. Прад. – М.: Радил и связь, 1990. – 288 с.
5. Pawlak Z. Rough sets / Z. Pawlak // International Journal of Information and Computer Science. – 1982. – Vol. 11. – №5. – P. 341-356.
6. Lui B. Random fuzzy variables random fuzzy programming / B. Lui // Technical report, Tsingua University, 2000.
7. Lui B. Random fuzzy dependent – chance programming and its hybrid intelligent algorithm / B. Lui // Information Science. – 2002. – Vol. 141. – № 3-4. – P. 259-271.
8. Lui B. Fuzzy random chance constrained programming / B. Lui// IEEE, Transactions on Fuzzy Systems. – 2001. – Vol. 9. – №5. – P. 713-720.
9. Baranenko V. Probability approach to the structural optimization problem and dynamic programming / V. Baranenko // Proc. of the Second World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (May 23-30 1997, Zakopane, Poland). – 1997. – Vol. 1 IPPT PAN. – P. 27-29.
10. Baranenko V. Optimal design truss in conditions of fuzzy load by expected value models and dynamic programming / V. Baranenko // Theoretical Foundation of Civil Engineering. Polish-Ukrainian-Lithuanian transaction. – Warsaw, 2006. – Vol. 14. – P. 495-498.
11. Бараненко В.О. Пошук максимального значення навантаження кругової циліндричної стиснутої оболонки в умовах стійкості та міцності при стохастичних даних / В.О. Бараненко, Д.Л. Волчок // Опір матеріалів та теорія споруд. – 2015. – Вип.96. – С. 88-99.
12. Zadeh L.A. Some reflections of soft computing, granular computing and their roles in the conception design and utilization/intelligent system / L.A. Zadeh // Soft computing. – 1998. – Vol. 2. – P. 23-25.
13. Тетерс Г.А. Оптимизация оболочек из слоистых материалов / Г.А. Тетерс, Р.Б. Рикардс, В.Л. Нарусберг. – Рига: Зинанте, 1978. – 240 с.
14. Rutkowska D. Sieci neuronowe, algorytmy genetuczne i systemy rozmyte / D. Rutkowska, M. Pilinski, L. Rutkowski. – Warsaw–Logz: PWN, 1999. – 452 p.
15. Lui B. Uncertain Programming / B. Lui. – New-York: Wiley, 1999. – 201 p.

УДК 517.944

С.Г. БЛАЖЕВСЬКИЙ
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ДВОШАРОВОГО СИМЕТРИЧНОГО ПРОСТОРУ ІЗ СИМЕТРИЧНОЮ ПОРОЖНИНОЮ

Методом інтегрального перетворення Вебера отримано інтегральне зображення точного аналітичного розв'язку нестаціонарної задачі теплопровідності у двошаровому симетричному просторі із симетричною порожниною. Проведено аналіз найбільш вживаних на практиці випадків для двошарового осесиметричного тіла з циліндричною порожниною.

Ключові слова: інтегральне перетворення, рівняння теплопровідності, крайова задача.

С.Г. БЛАЖЕВСКИЙ
Черновицкий национальный университет имени Юрия Федьковича

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ ДВУХСЛОЙНОГО СИММЕТРИЧНОГО ПРОСТРАНСТВА С СИММЕТРИЧНОЙ ПОЛОСТЬЮ

Методом интегрального преобразования Вебера получено интегральное представление точного аналитического решения нестационарной задачи теплопроводности в двухслойном симметричном пространстве с симметричной полостью. Проведен анализ наиболее часто употребляемых на практике случаев для двухслойного тела с цилиндрической полостью.

Ключевые слова: интегральное преобразование, уравнение теплопроводности, краевая задача.

S.G. BLAZHEVSKIY
Yuriy Fed'kovych Chernivtsi National University

MODELING OF THE THERMAL CONDUCTIVITY PROCESS FOR A TWO-LAYER SYMMETRIC SPACE WITH A SYMMETRIC CAVITY

Integral representation of the exact analytical solution of the non-stationary heat conduction problem in a two-layer symmetric space with a symmetric cavity is obtained by the method of Weber integral transform. The analysis of the most used cases in practice for a two-layer axisymmetric body with a cylindrical cavity has been carried out.

Keywords: the integral transform, heat equation, the boundary value problem.

Постановка проблеми

Процеси дифузії, які постійно відбуваються в навколишньому середовищі, привертали до себе увагу протягом усієї історії розвитку суспільства. Але серйозні дослідження почалися з найпростішої моделі дифузійного процесу – диференціального рівняння дифузії (теплопровідності) параболічного типу [1]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial u^2}{\partial r^2} = f(t, r)$$

з відповідними початковими та крайовими умовами. Потреби практики призводили до різного узагальнення даного рівняння. Слід відмітити появу в другій половині XX-го століття «Узагальненої термомеханіки», породженої гіперболічним рівнянням теплопровідності [2]. Розроблялися різні аналітичні, числові та аналітично-числові методи знаходження розв'язку.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

На особливу увагу заслуговує розроблений в другій половині XX-го століття метод кусково-сталих фізико-технічних характеристик для вивчення технічного стану композитних матеріалів. Це привело навіть у випадку жорсткості на межі області до диференціального рівняння з сингулярними коефіцієнтами типу дельта-функції та її похідних [3]. Інтегральне зображення точного аналітичного розв'язку задачі в цьому випадку одержати неможливо. Цих труднощів можна уникнути, якщо для побудови розв'язку використовувати метод інтегральних перетворень типу Фур'є, Бесселя, Вебера.

Мета дослідження

Дана робота присвячена моделюванню процесу теплопровідності для двошарового симетричного простору з симетричною порожниною.

Викладення основного матеріалу дослідження

Задача про структуру нестаціонарного температурного поля в двошаровому симетричному просторі із симетричною порожниною радіуса R_0 математично приводить до побудови обмеженого в області

$$D_1 = \{(t,r) : t \in (0,\infty),\ r \in I_1 = (R_0, R_1) \cup (R_1, \infty); R_0 > 0\}$$

розв'язку сепаратної системи *B*-параболічних рівнянь теплопровідності [4]

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} - a_j^2 B_{\alpha_j}[T_j] = a_j^2 f_j(t,r), r \in (R_{j-1}, R_j), \quad j = \overline{1,2} \tag{1}$$

за початковими умовами

$$T_j(t,r)\,|_{t=0} = g_j(r), \quad r \in (R_{j-1}, R_j); R_0 > 0, R_2 = \infty, j = \overline{1,2}, \tag{2}$$

крайовими умовами

$$(\alpha_{11}^0 \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{11}^0) T_1(t,r)\,|_{r=R_0} = g_0(t), \quad \frac{\partial T_2}{\partial r}\,|_{r=\infty} = 0, \tag{3}$$

та умовами неідеального контакту

$$\begin{cases} [(b_1 \frac{\partial}{\partial r} + 1) T_1 - T_2(t,r)]\,|_{r=R_1} = 0, \\ (\lambda_1^* \frac{\partial T_1(t,r)}{\partial r} - \lambda_2^* \frac{\partial T_2(t,r)}{\partial r})\,|_{r=R_1} = 0, \end{cases} \tag{4}$$

тут B_α – диференціальний оператор: $B_\alpha[\ldots] = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2\alpha+1}{2}\frac{d}{dr}$.

Розв'язок задачі (1) – (4) побудуємо методом гібридного інтегрального перетворення типу Вебера на полярній осі $r \ge R_0 > 0$ з однією точкою спряження [5].

Пряме інтегральне перетворення Вебера для двошарового порожнистого простору зобразимо у вигляді матриці-рядка

$$H_{(\alpha)}[\ldots] = \left[\int_{R_0}^{R_1} \ldots V_{(\alpha),1}(r,\lambda) \sigma_1 r^{2\alpha_1+1} dr \int_{R_1}^{\infty} \ldots V_{(\alpha),2}(r,\lambda) \sigma_2 r^{2\alpha_2+1} dr \right], \tag{5}$$

$V_{(\alpha),j}$ – компоненти спектральної функції, σ_j – компоненти вагової функції.

Запишемо систему (1) та початкові умови (2) в матричній формі:

$$\begin{bmatrix} (\frac{\partial}{\partial t} - a_1^2) T_1 \\ (\frac{\partial}{\partial t} - a_2^2) T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1^2 f_1(t,r) \\ a_2^2 f_2(t,r) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} T_1(t,r) \\ T_2(t,r) \end{bmatrix}\Big|_{t=0} = \begin{bmatrix} g_1(r) \\ g_2(r) \end{bmatrix}, \tag{6}$$

Застосуємо операторну матрицю-рядок (5) до задачі (6) за правилом множення матриць. Одержуємо задачу Коші

$$\frac{d\widetilde{T}}{dt} + \lambda^2 \widetilde{T} = \widetilde{F}(t,\lambda); \widetilde{T}(t,\lambda)\,|_{t=0} = \widetilde{g}(\lambda). \tag{7}$$

У рівностях (7) прийняті позначення:

$$\widetilde{T}(t,\lambda) = \sum_{j=1}^{2} \int_{R_{j-1}}^{R_j} T_j(t,r) V_{(\alpha);j}(r,\lambda) \sigma_j r^{2\alpha_j+1} dr;$$

$$\widetilde{F}(t,\lambda) = \sum_{j=1}^{2} \int_{R_{j-1}}^{R_j} a_j^2 f_j(t,r) V_{(\alpha);j}(r,\lambda) \sigma_j r^{2\alpha_j+1} dr - \sigma_1 R_0^{2\alpha_1+1} \alpha_1^2 (\alpha_{11}^0)^{-1} V_{(\alpha);1}(R_0,\lambda) g_0(t),$$

$$\widetilde{g}(\lambda) = \sum_{j=1}^{2} \int_{R_{j-1}}^{R_j} g_j(r) V_{(\alpha);j}(r,\lambda) \sigma_j r^{2\alpha_j+1} dr, \quad R_2 = \infty.$$

Безпосередньо перевіряється, що розв'язком задачі Коші (7) є функція

$$\widetilde{T}(t,\lambda) = e^{-\lambda^2 t} \widetilde{g}(\lambda) + \int_0^t e^{-\lambda^2 (t-\tau)} \widetilde{F}(\tau,\lambda) d\tau =$$

$$= e^{-\lambda^2 t}\widetilde{g}(\lambda) + \int_0^t e^{-\lambda^2(t-\tau)}\Big(\sum_{j=1}^{2} a_j^2 \int_{R_{j-1}}^{R_j} f_j(\tau,r)V_{(\alpha);j}(\rho,\lambda)\sigma_j\rho^{2\alpha_j+1}d\rho\Big)d\tau -$$

$$- \sigma_1 R_0^{2\alpha_1+1}(\alpha_{11}^0)^{-1}a_1^2 V_{(\alpha);1}(R_0,\lambda)\int_0^t e^{-\lambda_2^2(t-\tau)}g_0(\tau)d\tau. \quad (8)$$

Визначимо функції впливу

$$H_{(\alpha);jk}(t,r,\rho) = \int_0^\infty e^{-\lambda^2 t}V_{(\alpha);j}(r,\lambda)V_{(\alpha);k}(\rho,\lambda)\Omega_{(\alpha);n}(\lambda)d\lambda,\ j,k=\overline{1,2}, \quad (9)$$

і функції Гріна

$$W_{(\alpha);1j}(t,r) = -\frac{\sigma_1 a_1^2}{\alpha_{11}^0}R_0^{2\alpha_1+1}\int_0^\infty e^{-\lambda^2 t}V_{(\alpha);1}(R_0,\lambda)V_{(\alpha);j}(r,\lambda)\Omega_{(\alpha);n}(\lambda)d\lambda. \quad (10)$$

Застосуємо до матриці-елементу $[\widetilde{T}(t,\lambda)]$, де функція $\widetilde{T}(t,\lambda)$ визначена формулою (7), за правилом множення матриць операторну матрицю-стовпець

$$H_{(\alpha)}^{-1}[\ldots] = \begin{bmatrix} \int_{0_0}^{\infty} \ldots V_{(\alpha),1}(r,\lambda)\Omega_{(\alpha),1}(\lambda)d\lambda \\ \int_{0_0}^{\infty} \ldots V_{(\alpha),2}(r,\lambda)\Omega_{(\alpha),2}(\lambda)d\lambda \end{bmatrix}. \quad (11)$$

У результаті елементарних перетворень отримуємо розв'язок задачі (1) – (4):

$$T_j(t,r) = \int_0^t W_{(\alpha);1j}(t-\tau,r)g_0(\tau)d\tau + \sum_{k=1}^{2}\int_{R_{k-1}}^{R_k} \square_{(\alpha);jk}(t,r,\rho)g_k(\rho)\sigma_k\rho^{2\alpha_k+1}d\rho +$$

$$+ \sum_{k=1}^{2}\int_0^t\int_{R_{k-1}}^{R_k} \mathrm{H}_{(\alpha);jk}(t-\tau,r,\rho)a_k^2 f_k(\tau,\rho)\sigma_k\rho^{2\alpha_k+1}d\rho d\tau \equiv \sum_{m=1}^{3}T_{jm}(t,r),\ j=\overline{1,2}. \quad (12)$$

Оскільки

$$V_{(\alpha);1}(R_0,\lambda) = \frac{2}{\pi}\frac{\alpha_{11}^0 a_1^{2\alpha_1}}{\lambda^{2\alpha_1}R_0^{2\alpha_1+1}}\Delta_{(\alpha)}^{(n)}(\lambda),$$

то функції Гріна

$$W_{(\alpha);1j}(t,r) = -\frac{2}{\pi}\sigma_1 a_1^{2\alpha_1+2}\int_0^\infty e^{-\lambda^2 t}\Delta_{(\alpha)}^{(n)}(\lambda)\lambda^{-2\alpha_1}V_{(\alpha);j}(r,\lambda)\Omega_{(\alpha);n}(\lambda)d\lambda. \quad (13)$$

Із формул (9) та (13) ми можемо записати безпосередньо вирази функції Гріна й функцій впливу як для випадку задання на поверхні порожнини крайової умови 1-го роду, так і 2-го чи 3-го роду.

Проаналізуємо розв'язок (12) для випадку $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$ (двошаровий простір, який володіє осьовою симетрією з циліндричною порожниною). У цьому випадку маємо

$$V_1(r,\lambda) = \frac{2\lambda_2^*}{\pi R_1}[u_{11}^{02}(\frac{\lambda}{a_1}R_0)J_0(\frac{\lambda}{a_1}r) - u_{11}^{01}(\frac{\lambda}{a_1}R_0)N_0(\frac{\lambda}{a_1}r)] \equiv$$

$$\equiv \frac{2\lambda_2^*}{\pi R_1}[(\beta_{11}^0 N_0(\frac{\lambda}{a_1}R_0) - \alpha_{11}^0 N_1(\frac{\lambda}{a_1}R_0))J_0(\frac{\lambda}{a_1}r) - (\beta_{11}^0 J_0(\frac{\lambda}{a_1}R_0) - \alpha_{11}^0 J_1(\frac{\lambda}{a_1}R_0))N_0(\frac{\lambda}{a_1}r)];$$

$$V_2(r,\lambda) = \lambda[w_2(\lambda)J_0(\frac{\lambda}{a_2}r) - w_1(\lambda)N_0(\frac{\lambda}{a_2}r)];$$

$$w_1(\lambda) = u_{11}^{02}(\frac{\lambda}{a_1}R_0)[\frac{\lambda_1^*}{a_1}J_0(\frac{\lambda}{a_2}R_1)J_1(\frac{\lambda}{a_1}R_1) - \frac{\lambda_2^*}{a_2}J_1(\frac{\lambda}{a_2}R_1)(J_0(\frac{\lambda}{a_1}R_1) - b_1\frac{\lambda}{a_1}J_1(\frac{\lambda}{a_1}R_1))] -$$

$$-u_{11}^{01}(\frac{\lambda}{a_1}R_0)[\frac{\lambda_1^*}{a_1}J_0(\frac{\lambda}{a_2}R_1)N_1(\frac{\lambda}{a_1}R_1)-\frac{\lambda_2^*}{a_2}J_1(\frac{\lambda}{a_2}R_1)(N_0(\frac{\lambda}{a_1}R_1)-b_1\frac{\lambda}{a_1}N_1(\frac{\lambda}{a_1}R_1))]\equiv$$

$$\equiv u_{11}^{02}\Psi_{11}^1-u_{11}^{01}\Psi_{12}^1;$$

$$w_2(\lambda)=u_{11}^{02}(\frac{\lambda}{a_1}R_0)[\frac{\lambda_1^*}{a_1}N_0(\frac{\lambda}{a_2}R_1)J_1(\frac{\lambda}{a_1}R_1)-\frac{\lambda_2^*}{a_2}N_1(\frac{\lambda}{a_2}R_1)(J_0(\frac{\lambda}{a_1}R_1)-b_1\frac{\lambda}{a_1}J_1(\frac{\lambda}{a_1}R_1))]-$$

$$-u_{11}^{01}(\frac{\lambda}{a_1}R_0)[\frac{\lambda_1^*}{a_1}N_0(\frac{\lambda}{a_2}R_1)N_1(\frac{\lambda}{a_1}R_1)-\frac{\lambda_2^*}{a_2}N_1(\frac{\lambda}{a_2}R_1)(N_0(\frac{\lambda}{a_1}R_1)-b_1\frac{\lambda}{a_1}N_1(\frac{\lambda}{a_1}R_1))]\equiv$$

$$\equiv u_{11}^{02}\Psi_{21}^1-u_{11}^{01}\Psi_{22}^1;$$

$$\sigma_1=\frac{\lambda_1^*}{\lambda_2^*}\frac{1}{a_1^2},\quad \sigma_2=\frac{1}{a_2^2},\quad \Omega_1(\lambda)=\frac{1}{\lambda[\omega_1^2(\lambda)+\omega_2^2(\lambda)]};\quad V_1(R_0,\lambda)=\frac{4}{\pi^2}\frac{\lambda_2^*\alpha_{11}^0}{R_0R_1};$$

$$W_{11}(t,r)=\frac{8\lambda_1^*\lambda_2^*}{\pi^3R_1^2}\int_0^\infty e^{-\lambda^2t}[u_{11}^{01}(\frac{\lambda}{a_1}R_0)N_0(\frac{\lambda}{a_1}r)-u_{11}^{02}(\frac{\lambda}{a_1}R_0)J_0(\frac{\lambda}{a_1}r)]\frac{d\lambda}{\lambda[\omega_1^2(\lambda)+\omega_2^2(\lambda)]};$$

$$W_{12}(t,r)=\frac{4\lambda_1}{\pi^2R_1}\int_0^\infty e^{-\lambda^2t}\frac{w_1(\lambda)N_0(\frac{\lambda}{a_2}r)-w_2(\lambda)J_0(\frac{\lambda}{a_2}r)}{\omega_1^2(\lambda)+\omega_2^2(\lambda)}d\lambda; \tag{14}$$

$$\square_{jk}(t,r,\rho)=\int_0^\infty e^{-\lambda^2t}\frac{V_j(t,\lambda)V_k(\rho,\lambda)}{\lambda[\omega_1^2(\lambda)+\omega_2^2(\lambda)]}d\lambda;\ j,k=1,2. \tag{15}$$

Згідно формул (12) при $j=1,2$ одержуємо функції

$$T_j(t,r)=\int_0^t W_{1j}(t-\tau,r)g_0(\tau)d\tau+\int_{R_0}^{R_1}\mathrm{H}_{j1}(t,r,\rho)g_1(\rho)\sigma_1\rho d\rho+$$

$$+\int_{R_1}^\infty \mathrm{H}_{j2}(t,r,\rho)g_2(\rho)\sigma_2\rho d\rho+\int_0^t\int_{R_0}^{R_1}a_1^2\mathrm{H}_{j1}(t-\tau,r,\rho)f_1(\tau,\rho)\sigma_1\rho d\rho d\tau+$$

$$+\int_0^t\int_{R_1}^\infty a_2^2\mathrm{H}_{j2}(t-\tau,r,\rho)f_2(\tau,\rho)\sigma_2\rho d\rho d\tau,\ j=1,2. \tag{16}$$

Якщо теплові джерела відсутні ($f_1=f_2=0$), в початковий момент часу двошаровий простір знаходився при нульовій температурі ($g_1=g_2=0$), а на поверхні порожнини здійснюється тепловий удар із скінченною швидкістю поширення температури ($\alpha_{11}^0=0$, $\beta_{11}^0=1$), то згідно формул (16) нестаціонарне температурне поле опишуть функції

$$T_1(t,r)=\int_0^t W_{11}^I(t-\tau,r)g_0(\tau)d\tau=\frac{T_0}{t_0}\int_0^t W_{11}^I(t-\tau,r)[(I-B_\tau^{\tau 0})(\tau S_+(\tau))]d\tau=$$

$$=\frac{T_0}{t_0}(I-B_t^{t0})[\int_0^t W_{11}^I(\tau,r)(t-\tau)d\tau S_+(t)]=$$

$$=\frac{8\lambda_1^*\lambda_2^*T_0}{t_0\pi^3R_1^2}(I-B_t^{t0})[\int_0^\infty\frac{\lambda^2t-1+e^{-\lambda^2t}}{\lambda^5w_{1I}(\lambda)}(J_0(\frac{\lambda}{a_1}R_0)N_0(\frac{\lambda}{a_1}r)-J_0(\frac{\lambda}{a_1}r)N_0(\frac{\lambda}{a_1}R_0))d\lambda S_+(t)]; \tag{17}$$

$$T_2(t,r)=\frac{4\lambda_1^*T_0}{\pi^2R_1t_0}(I-B_t^{t0})[\int_0^\infty\frac{\lambda^2t-1+e^{-\lambda^2t}}{\lambda^4w_{1I}(\lambda)}(w_{11}(\lambda)N_0(\frac{\lambda}{a_2}r)-w_{21}(\lambda)J_0(\frac{\lambda}{a_2}r))d\lambda S_+(t)];$$

$$w_{1I}(\lambda) = w_{11}^2(\lambda) + w_{21}^2(\lambda) \equiv [N_0(\frac{\lambda}{a_1}R_0)\Psi_{11}^1(\lambda) - J_0(\frac{\lambda}{a_1}R_0)\Psi_{12}^1(\lambda)]^2 +$$

$$+ [N_0(\frac{\lambda}{a_1}R_0)\Psi_{21}^1(\lambda) - J_0(\frac{\lambda}{a_1}R_0)\Psi_{22}^1(\lambda)]^2. \quad (18)$$

Якщо ж на поверхні циліндричної порожнини відбувається миттєвий тепловий удар ($t_0 \to 0$), то нестаціонарне температурне поле має структуру:

$$T_{11}(t,r) = T_0 \frac{8\lambda_1^*\lambda_2^* T_0}{\pi^3 R_1^2} \int_0^\infty \frac{1-e^{-\lambda^2 t}}{\lambda^3} [J_0(\frac{\lambda}{a_1}R_0)N_0(\frac{\lambda}{a_1}r) - J_0(\frac{\lambda}{a_1}r)N_0(\frac{\lambda}{a_1}R_0)][w_{11}^2(\lambda) + w_{21}^2(\lambda)]^{-1} d\lambda; \quad (19)$$

$$T_{21}(t,r) = T_0 \frac{4\lambda_1^*}{\pi^2 R_1} \int_0^\infty \frac{1-e^{-\lambda^2 t}}{\lambda^2} \frac{w_{11}(\lambda)N_0(\frac{\lambda}{a_2}r) - J_0(\frac{\lambda}{a_2}r)w_{21}(\lambda)}{w_{11}^2(\lambda) + w_{21}^2(\lambda)} d\lambda. \quad (20)$$

З плином часу ($t \to \infty$) нестаціонарне температурне поле, яке описується функціями (17) – (20), набуває стаціонарного стану T_0 ($T_1 = T_2 \equiv T_0 = const$).

Список використаної літератури

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 735 с.
2. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Обобщенная термомеханика. – К.: Наук. думка, 1976. – 310 с.
3. Коляно Ю.М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. – К.: Наук. думка, 1992. – 280 с.
4. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Физматгиз, 1956. – 468 с.
5. Блажевський С.Г., Ленюк М.П. Термопружний стан багатошарових симетричних тіл. – Київ: Ін-т математики НАН України, 2000. – 130 с.

УДК 519.6

Ю.В. БРАЗАЛУК, Р.А. ШУЛЬГА
Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

ПРЯМЫЕ МЕТОДЫ ДИСКРЕТНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ

В работе последовательно излагаются алгоритмы метода дискретных особенностей, основанные на прямых формулировках, приведен анализ их достоинств и недостатков, схем регуляризации и точности удовлетворения граничных условий. Дана оценка точности интегрирования. Проведено позиционирование методов дискретных особенностей и дан краткий перечень задач, для решения которых целесообразно применять рассматриваемые методы.

Ключевые слова: метод дискретных особенностей, метод дискретных вихрей, прямая формулировка, потенциальное течение идеальной несжимаемой жидкости, вихревое течение, потенциальное течение сжимаемой жидкости.

Ю.В. БРАЗАЛУК, Р.О. ШУЛЬГА
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

ПРЯМІ МЕТОДИ ДИСКРЕТНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ

У роботі послідовно викладаються алгоритми методу дискретних особливостей, що ґрунтуються на прямих формулюваннях, надано аналіз їх переваг та недоліків, схем регуляризації та точності задовольняння крайових умов. Дано оцінку точності інтегрування. Проведено позиціювання методів дискретних особливостей та надано короткий перелік задач, для розв'язку яких доцільно застосовувати розглянуті методи.

Ключові слова: метод дискретних особливостей, метод дискретних вихорів, пряме формулювання, потенційна течія ідеальної нестисливої рідини, вихорова течія, потенційна течія стисливої рідини

IU.V. BRAZALUK, R.O. SHULHA
Oles Honchar Dnipro National University

DIRECT DISCRETE SINGULARITY METHODS

Algorithms of discrete singularity method, which are based on direct formulations, are described in details in the article. An analysis of their advantages and disadvantages, regularization schemes and accuracy of boundary condition satisfaction is presented. An estimation of integration accuracy is given. Positioning of discrete singularity method is made. And a short list of problems, for solutions of which the considered methods are desirable, is presented.

Key words: discrete singularity method, discrete vortex method, direct formulation, potential flow of ideal incompressible fluid, vortical flow, potential flow of compressible fluid

Введение

В настоящее время, несмотря не впечатляющий рост инсталлированной базы вычислительной техники и не менее стремительный рост производительности отдельных вычислительных систем, все еще существует спрос на численные методы, предназначенные для грубого, оценочного расчета. В современной вычислительной гидродинамике к таким методам традиционно относят методы дискретных особенностей, в первую очередь, метод дискретных вихрей. Не останавливаясь подробно ни на основных этапах развития данного направления, ни на эволюции идей, положенных в его основу (что отчасти будет сделано ниже), отметим только, что исторически сложилась традиция формулировать алгоритмы метода дискретных особенностей на основе граничных интегральных уравнений в непрямой постановке. Следует признать, что определенная свобода выбора интегральных представлений решения краевой задачи и возможность выбора формы дискретной особенности, свойственные непрямым формулировкам, в свое время позволили разработчикам создать весьма широкий спектр мощных вычислительных алгоритмов, относящихся к рассматриваемому подходу. Особенно это относится к методу дискретных вихрей – наиболее успешной реализации метода дискретных особенностей в непрямых формулировках. Однако все та же свобода выбора, порождающая разнообразие расчетных алгоритмов, вынуждала проводить специальный анализ используемых расчетных схем, а это делалось не всегда, особенно в рамках метода дискретных вихрей, что нередко приводило к обоснованной критике данного подхода в среде специалистов в области вычислительной гидродинамики. К сожалению, несмотря на многолетнюю историю, до настоящего времени не выработан единый канон алгоритмической реализации традиционных методов дискретных особенностей,

и не развита методика тестирования соответствующего программного обеспечения, как это сделано для многих других численных методов.

Нередко негативные оценки методов дискретных особенностей и, в первую очередь, метода дискретных вихрей, являются результатом безуспешных попыток использовать указанные методы вне рамок их естественного предназначения, например, для расчета диффузионных процессов в потоке или конвективно-диффузионного переноса некоей третьей субстанции. Такие негативные оценки никоим образом нельзя считать справедливыми, поскольку они проистекают из непонимания природы и предназначения методов дискретных особенностей. Дабы избежать подобных недоразумений, следует провести позиционирование рассматриваемых методов в современной вычислительной математике.

Среди разнообразных алгоритмов метода дискретных особенностей своей историей, аргументацией и структурой выделяется метод дискретных вихрей. Основная идея этого метода вполне вписывается в общую идеологию методов дискретных особенностей и заключается в аппроксимации поля завихренности системой дискретных вихрей, которые с математической точки зрения представляют собой дискретные особенности. Однако в методе дискретных вихрей последние принято разделять на присоединенные (неподвижные) и свободные (подвижные). Для определения движения свободных вихрей рассматриваемый метод предполагает использование лагранжевой расчетной схемы. Таким образом, метод дискретных вихрей является уникальной комбинацией эйлеровых и лагранжевых подходов в вычислительной гидромеханике. Следует отметить, что метод дискретных вихрей возник как результат гидродинамических исследований, а не явился результатом работ по численным методам решения граничных интегральных уравнений, что и породило определенные проблемы с его обоснованием.

Недавно предложенный прямой метод дискретных особенностей в регулярной постановке оказался результатом исследований в областях граничных элементов и может быть истолкован как частный случай последних. Данный подход все еще находится в состоянии алгоритмической проработки. Не обладая разнообразием вариаций, свойственных классическому методу дискретных особенностей, прямой метод обоснован намного лучше классического (прежде всего, это относится к регулярному варианту метода).

Исходя из вышеизложенного, актуальность настоящего исследования определяется не только необходимостью повысить эффективность основанных на методе дискретных особенностей алгоритмов быстрого оценочного расчета, используемых в многочисленных прикладных исследованиях, но и нуждами внутреннего обоснования вычислительной теории потенциала.

Постановка проблемы

Неизбежной частью любого численного решения краевых задач, рассматриваемых в современной вычислительной математике, является аппроксимация искомого решения и, возможно, области решения, а также других функциональных параметров, которые могут входить в задачу. При этом, чем проще аппроксимация (аппроксимирующие функции и конструкции), тем легче с ними работать, но простая аппроксимация хуже отражает структуру искомого решения задачи. Различные численные подходы предлагают весьма разнообразные точки зрения на пути разрешения этой проблемы, во многом определяющей эффективность численного алгоритма. Рассматриваемый здесь метод дискретных особенностей предполагает аппроксимацию искомого решения при помощи полей дискретных сингулярностей или точечных источников – локальных объектов, размерами которых можно пренебречь по сравнению с расстояниями между ними. К счастью, для линейных задач влияние точечного источника на поле решения описывается фундаментальным решением соответствующей краевой задачи или функцией Грина той же задачи, что позволяет использовать в этом случае математический аппарат теории потенциала – хорошо известного и глубоко проработанного раздела математической физики. Таким образом, рассматриваемый подход предполагает аппроксимацию искомого решения при помощи относительно простых вычислительных примитивов, а, в силу данного выше определения, число таковых будет небольшое, поскольку они должны быть удалены друг от друга на значительное расстояние. Указанные обстоятельства обеспечивают вычислительную эффективность методов дискретных особенностей. Однако не следует ожидать, что при использовании относительно небольшого числа простейших аппроксимирующих объектов удается обеспечить высокую точность численного решения. Более того, для точек, лежащих в непосредственной близости от дискретных сингулярностей, не приходится говорить не только о точности численного решения, но даже об адекватности такового. То есть, точность метода дискретных особенностей можно понимать только в некотором интегральном смысле. При таких существенных проблемах с точностью остается только удивляться популярности метода дискретных особенностей, но, на самом деле, популярность приобрел, прежде всего, метод дискретных вихрей применяемый для течений несжимаемой жидкости при больших числах Рейнольдса, а именно для такого класса внешних течений вихревые структуры, образующиеся в потоке, близки к дискретным вихрям или допускают эффективную аппроксимацию при помощи последних.

Поскольку многочисленные попытки усовершенствовать методы дискретных особенностей, в конечном итоге, не принесли желаемого результата, представляется целесообразным попытаться изменить алгоритмическую структуру этих методов, в частности, перейти от непрямых формулировок к прямым,

благодаря чему улучшить обоснованность расчетной схемы и установить более четкую связь с исходной разрешаемой краевой задачей.

Анализ последних исследований и публикаций

История методов дискретных особенностей столь длительна и многопланова, что заслуживает отдельного и весьма обширного исследования, и, конечно, не может быть изложена сколько-нибудь полно в ограниченных рамках настоящей работы. К счастью, наличие глубоких и содержательных монографий по данному вопросу [1-6] избавляет от необходимости исторического анализа классического метода дискретных особенностей. Ограничимся здесь только указанием на связь метода дискретных вихрей с проблемой движения точечных вихрей, впервые сформулированной в пионерской работе Г. Гельмгольца [7] и затем развитой большой группой выдающихся математиков, что подробно описано в монографии [8], в той же монографии, а также в обширном обзоре, содержащемся в работе [9], можно найти подробную информацию о современном состоянии вопроса. Что же касается других алгоритмов метода дискретных особенностей, то уместно вспомнить метод источников, предложенный в работе [10], который впоследствии развился в один из вариантов панельного метода.

Терминология «прямые» и «непрямые» методы является стандартной для метода граничных элементов и подробно рассматривается в соответствующих монографиях [11, 12]. Регулярные граничные интегральные уравнения теории потенциала, иногда также называемые функциональными уравнениями В.Д. Купрадзе, были предложены в монографии В.Д. Купрадзе [13] и получили некоторое распространение в методах граничных элементов, но не в методах дискретных особенностей. В работе [14] были предложены регулярные алгоритмы вычислительной теории потенциала с точкой коллокации внутри области решения, показаны преимущества этих алгоритмов по сравнению с традиционными сингулярными. В той же работе указана возможность построения регулярного прямого метода дискретных особенностей, но, поскольку основная тематика работы была связана с методом граничных элементов, идея прямого метода дискретных особенностей была изложена там конспективно и надлежащего развития не получила. Таким образом, настоящая работа представляется первой публикацией, в которой систематически излагаются вопросы, связанные с прямым методом дискретных особенностей, в первую очередь, в регулярной формулировке. Следует отметить, что попытки использовать регулярную формулировку для непрямых методов ранее уже предпринимались, смотри, например, работу [15].

Отметим, что еще одним притягательным моментом метода дискретных особенностей является его возможная связь с определенными асимптотическими моделями многофазных течений, впервые описанная в монографии [3]. Это обстоятельство побуждает рассмотрение намного более широкого спектра дискретных сингулярностей, чем предполагается традиционными алгоритмами.

Цель работы

Целью настоящей работы является систематическое изучение теоретических вопросов, связанных с регулярными и сингулярными прямыми методами дискретных особенностей, а также анализ преимуществ и недостатков этих методов.

Прямые методы дискретных особенностей

По давно установившейся традиции методов дискретных особенностей рассмотрим прямые алгоритмы на примере плоской задачи о течении идеальной жидкости – как известно [16], такое течение может быть описано либо в терминах функции тока, либо в терминах потенциала скоростей (использование комплексных потенциалов здесь рассматриваться не будет в силу специфики тематики данной работы). В терминах функции тока

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega, \tag{1}$$

где ψ – функция тока, ω – завихренность, x, y – декартовы ортогональные координаты. В терминах потенциала скоростей

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = q, \tag{2}$$

где φ – потенциал скоростей, q – некоторый источниковый член, который может иметь различную физическую природу, например, являться следствием сжимаемости жидкости. Уравнения (1) или (2) полностью описывают поставленную задачу только для случая потенциального ($\omega = 0$) и несжимаемого ($q = 0$) течения, когда краевые задачи для этих двух уравнений эквивалентны с физической точки зрения. В противном случае уравнение (1) или (2) нуждаются в дополнительных соотношениях, например, уравнение (1) должно быть дополнено уравнением переноса завихренности

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} = 0, \tag{3}$$

где u, v – компоненты вектора скорости. Для уравнения (2) дополнительные соотношения связанные с физической природой величины q, например, если q порождено сжимаемой жидкостью, то в стационарном случае уравнение (2) должно быть дополнено соответствующим интегралом Бернулли [16]. Кроме того, рассматриваемые уравнения для полноты постановки соответствующих краевых задач, нуждаются в граничных, а для нестационарного случая и в начальных условиях, которые подробно обсуждаются в книге [16].

Классическая теория потенциала [11, 12] ставит в соответствие уравнению Пуассона, а именно к этому классу относятся уравнения (1) и (2), следующие интегральные соотношения:

$$\chi(x_0, y_0)\, u(x_0, y_0) = \int_\Gamma g(x, x_0, y, y_0) \frac{\partial u}{\partial n}(x, y) dS(x, y) - \int_\Gamma u(x, y) \frac{\partial g(x, x_0, y, y_0)}{\partial n(x, y)} dS(x, y) + \\ + \iint_D g(x, x_0, y, y_0) f(x, y) dx dy, \tag{4}$$

где u – искомые функции, совпадающие в данном случае либо с ψ, либо с φ, f – правая часть уравнения Пуассона, совпадающая в данном случае либо с ω, либо с q, D – область решения, Γ – ее граница; χ определяется как

$$\chi(x_0, y_0) = \begin{cases} 1, & (x_0, y_0) \in D; \\ 1/2, & (x_0, y_0) \in \Gamma; \\ 0, & (x_0, y_0) \notin D; (x_0, y_0) \notin \Gamma, \end{cases} \tag{5}$$

g – фундаментальное решение уравнения Лапласа в плоском случае

$$g(x, x_0, y, y_0) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}}. \tag{6}$$

Не составляет особого труда показать, что, если исходная задача имеет единственное решение, и граничные интегральные уравнения (4) также имеют единственное решение, то эти решения совпадают.

Следуя стандартной процедуре методов вычислительной теории потенциала, разобьем границу области решения Γ некоторым образом на достаточно малые части (обычно такие малые части называют граничными элементами, но здесь этот термин использоваться не будет, дабы избежать терминологической путаницы), а саму область течения D – на достаточно малые части D_j (которые удобно назвать конечными элементами, но и этот термин использовать не будем в силу аналогичных соображений). Интегралы по соответствующим многообразиям в (4) очевидно можно представить в виде сумм по их составным частям. Полагая, что точка коллокации (x_0, y_0) лежит вне $i-$го участка интегрирования, разложим в ряд Тейлора ядра потенциалов простого и двойного слоя в окрестности точки (x_i, y_i), в качестве которой выберем середину участка интегрирования и которую в дальнейшем будем называть точкой наблюдения, тогда в локальной системе координат ξ, отсчитываемой от точки (x_i, y_i) получим

$$\int_{\Gamma_i} g(x, x_0, y, y_0) \frac{\partial u}{\partial n}(x, y) dS(x, y) = \int_{\Gamma_i} \left(g(x_i, x_0, y_i, y_0) + \xi \frac{\partial g}{\partial \xi}(x_i, x_0, y_i, y_0) + \right. \\ \left. + \frac{\xi^2}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial \xi^2}(x_i, x_0, y_i, y_0) + \dots \right) \frac{\partial u}{\partial n}(\xi) h_i(\xi) d\xi = \\ = g(x_i, x_0, y_i, y_0) \int_{\Gamma_i} \frac{\partial u}{\partial n}(\xi) h_i(\xi) d\xi + \frac{\partial g}{\partial \xi}(x_i, x_0, y_i, y_0) \int_{\Gamma_i} \xi \frac{\partial u}{\partial n}(\xi) h_i(\xi) d\xi + \\ + \frac{\partial^2 g}{\partial \xi^2}(x_i, x_0, y_i, y_0) \int_{\Gamma_i} \frac{\xi^2}{2} \frac{\partial u}{\partial n}(\xi) h_i(\xi) d\xi + \dots \quad , \tag{7}$$

$$\int_{\Gamma_i} u(x,y)\frac{\partial g(x,x_0,y,y_0)}{\partial n(x,y)}dS(x,y) = \int_{\Gamma_i}\left(\frac{\partial g}{\partial n}(x_i,x_0,y_i,y_0) + \xi\frac{\partial^2 g}{\partial\xi\partial n}(x_i,x_0,y_i,y_0) + \right.$$
$$\left. + \frac{\xi^2}{2}\frac{\partial^3 g}{\partial\xi^2\partial n}(x_i,x_0,y_i,y_0) + \ldots\right) u(\xi)h_i(\xi)d\xi =$$
$$= \frac{\partial g}{\partial n}(x_i,x_0,y_i,y_0)\int_{\Gamma_i} u(\xi)h_i(\xi)d\xi + \frac{\partial^2 g}{\partial\xi\partial n}(x_i,x_0,y_i,y_0)\int_{\Gamma_i}\xi\, u(\xi)h_i(\xi)d\xi + \quad (8)$$
$$+ \frac{\partial^3 g}{\partial\xi^2\partial n}(x_i,x_0,y_i,y_0)\int_{\Gamma_i}\frac{\xi^2}{2}u(\xi)h_i(\xi)d\xi,$$

где $h_i(\xi)$ – функция формы кривой $h_i(\xi) = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial\xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial\xi}\right)^2}\Bigg|_{\Gamma_i}$. Первые слагаемые в правых частях (7) и (8) представляют собой дискретные особенности, следующие – особенности высших порядков сингулярности, которые быстро затухают при удалении точки (x_0, y_0) от точки (x_i, y_i). Кроме того, следует учесть, что порядки интегралов при высших сингулярностях соответственно $(\Delta S_i)^2, (\Delta S_i)^3$ и так далее, соответственно, где ΔS_i – длина $i-$го участка.

Замечание. Если в ряд разложить не одно ядро, а всю подынтегральную функцию в правой части (7) или (8), то аналоги формул (7) и (8) будут иметь вид

$$\int_{\Gamma_i} g(x,x_0,y,y_0)\frac{\partial u}{\partial n}(x,y)dS(x,y) = g(x_i,x_0,y_i,y_0)\frac{\partial u}{\partial n}(x_i,y_i)h_i(x_i,y_i)\Delta S_i +$$
$$+\left(\frac{\partial g}{\partial\xi}(x_i,x_0,y_i,y_0)\frac{\partial u}{\partial n}(x_i,y_i)h_i(x_i,y_i) + g(x_i,x_0,y_i,y_0)\frac{\partial^2 u}{\partial n\partial\xi}(x_i,y_i)h_i(x_i,y_i) + \right. \quad (9)$$
$$\left. + g(x_i,x_0,y_i,y_0)\frac{\partial u}{\partial n}(x_i,y_i)\frac{\partial h_i}{\partial\xi}(x_i,y_i)\right)\int_{\Gamma_i}\xi\, d\xi + \ldots,$$

$$\int_{\Gamma_i} u(x,y)\frac{\partial g(x,x_0,y,y_0)}{\partial n(x,y)}dS(x,y) = \frac{\partial g}{\partial n}(x_i,x_0,y_i,y_0)u(x_i,y_i)h_i(x_i,y_i)\Delta S_i +$$
$$+\left(\frac{\partial^2 g}{\partial n\partial\xi}(x_i,x_0,y_i,y_0)u(x_i,y_i)h_i(x_i,y_i) + \frac{\partial g}{\partial n}(x_i,x_0,y_i,y_0)\frac{\partial u}{\partial\xi}(x_i,y_i)h_i(x_i,y_i) + \right. \quad (10)$$
$$\left. + \frac{\partial g}{\partial n}(x_i,x_0,y_i,y_0)u(x_i,y_i)\frac{\partial h_i}{\partial\xi}(x_i,y_i)\right)\int_{\Gamma_i}\xi\, d\xi + \ldots \quad ,$$

и так далее. При этом очевидно, что если (x_i, y_i) середина $i-$го участка, то $\int_{\Gamma_i}\xi\, d\xi = 0$, то есть, представления (9), (10) при учете только первой особенности в правой части оказывается точнее, чем (7), (8). Однако с физической точки зрения представления (7), (8) являются более корректными, поскольку нет никакой гарантии, что

$$u(x_i,y_i)h_i(x_i,y_i)\Delta S_i = \int_{\Gamma_i} u(\xi)h_i(\xi)d\xi, \quad (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x_i,y_i)h_i(x_i,y_i)\Delta S_i = \int_{\Gamma_i}\frac{\partial u}{\partial n}(\xi)h_i(\xi)d\xi, \quad (12)$$

то есть, что среднее значение функций $u, \frac{\partial u}{\partial n}, h_i$ достигается в точке (x_i, y_i). В противном же случае аппроксимации (9), (10) могут не сохранять некоторые интегральные характеристики исходной задачи,

например, для дискретных вихрей не обеспечивать сохранение циркуляции. Однако это противоречие, скорее, кажущееся. Действительно, если плотность потенциала неизвестна, то коэффициент при дискретной сингулярности подлежит определенно из решения задачи, то есть, процедура решения не меняется, а вопрос о том, как трактовать полученное значение имеет, в основном, терминологический смысл. Если плотность потенциала известна, то речь идет о криволинейном интеграле от известных функций по известной кривой, которой, вообще говоря, в аппроксимациях (7) - (10) не передается, а может быть вычислен при помощи известных приемов численного определения интегралов с любой практически необходимой точностью. Поэтому теоретическая оценка точности аппроксимации в данном случае существенной роли не играет.

Аналогичным образом рассмотрим и последний интеграл в (4) в плоской системе координат (ξ,η)

$$\iint\limits_{D_i} g(x_i,x_0,y_i,y_0)f(x,y)dxdy = g(x_i,x_0,y_i,y_0)\iint\limits_{D_i} f(x,y)dxdy + \\ + \left(\frac{\partial g}{\partial \xi}(x_i,x_0,y_i,y_0)\iint\limits_{D_i} \xi\, f(\xi,\eta)d\xi d\eta + \frac{\partial g}{\partial \eta}(x_i,x_0,y_i,y_0)\iint\limits_{D_i} \eta\, f(\xi,\eta)d\xi d\eta \right) + \ldots \quad . \tag{13}$$

Вместо соотношения (13) могут быть использованы формулы, полученные разложением в ряд всего подинтегрального выражения. При этом в первом случае точку (x_i,y_i) следует выбирать так, чтобы

$$\iint\limits_{D_i} \xi\, f(\xi,\eta)d\xi d\eta = 0, \quad \iint\limits_{D_i} \eta\, f(\xi,\eta)d\xi d\eta = 0 \quad , \tag{14}$$

а во втором

$$\iint\limits_{D_i} \xi\, d\xi d\eta = 0, \quad \iint\limits_{D_i} \eta\, d\xi d\eta = 0 \quad , \tag{15}$$

то есть, печь идет о своеобразном «центре масс». К сожалению, такой выбор точки (x_i,y_i) не всегда возможно осуществить, но он обеспечивает четвертый порядок точности предложенных аппроксимаций.

В целом, следует отметить высокий порядок аппроксимаций, не свойственный, например, методам конечных разностей или конечных элементов. Это обстоятельство является прямым следствием интегральной природы методов вычислительной теории потенциала.

Рассмотрим теперь проблему расчетов вблизи сингулярностей, получившихся при отбрасывании в правых частях соотношений (7) - (10), (13) всех членов, кроме первых. Именно такая практика свойственна, прежде всего, для метода дискретных вихрей. Однако отметим, что в методе дискретных вихрей поле распределенной в потоке завихренности изначально в силу физических соображений, представляется в виде подобной системы дискретных особенностей, а система присоединенных вихрей в методе дискретных вихрей в силу несколько иных, но тоже физических соображений моделируется первыми слагаемым в правых частях (7) или (9). Это еще раз показывает, что дискретные вихри не являются самостоятельной физической, и соответственно, математической моделью, а должны рассматриваться как частный случай аппроксимации граничных интегральных представлений теории потенциала, полученных для задач движения идеальной несжимаемой жидкости. Нефизично большие скорости жидкости, рассчитываемые вблизи дискретных сингулярностей, традиционно считаются одним из наиболее существенных недостатков этих методов. Однако, если речь идет о дискретных вихрях в идеальной несжимаемой жидкости, которые «вморожены» в жидкие частицы, то в этом случае нет механизма сближения дискретных вихрей, то есть, подобные сближения просто не представляют собой угрозы, если они не заложены изначально. В общем случае теория метода дискретных вихрей предлагает использование регуляризации, то есть, замену сингулярности поля скоростей в окрестностях дискретных вихрей на некоторое регулярное распределение скорости. К сожалению, в подавляющем большинстве алгоритмов регуляризации не удалось оценить дополнительную погрешность, например, специфические изменения схемной вязкости, присущей этим алгоритмам. Хотя возможно, что регуляризация и «улучшит» расчетную схему в некотором смысле, без специальных исследований рассчитывать на это не приходится. Поясним эту мысль: в методах дискретных особенностей искомые гладкие, и как правило, ограниченные поля аппроксимируются сингулярностями, неограниченным и на конечном множестве точек, понятно, что здесь о традиционной локальной аппроксимации далее говорить не приходится. Аппроксимацию в методе дискретных особенностей следует понимать в некотором интегральном или статистическом смысле. Очевидно также, что возможно указать смысл, в котором понимается аппроксимация, таким образом, что при регуляризации аппроксимация улучшается, но насколько известно авторам, подобные исследования не проводились. С другой стороны, выше было показано, что полученная при аппроксимации дискретными особенностями формулировка является следствием исходных дифференциальных уравнений, а регуляризованная формулировка таким следствием не является, то есть, нарушаются законы сохранения, изначально заложенные в математическую модель последующего процесса. В тоже время, жидкая частица, оказавшаяся в непосредственной близости

от дискретного вихря, под влиянием последнего совершает вокруг него круговое движение и, если под действием других вихрей она и изменяет радиус окружности, по которой движется, то незначительно, в результате, за конечный промежуток времени движение выглядит так, как будто жидкая частица совершает случайные блуждания около положения дискретного вихря. На другие дискретные сингулярности, а именно дискретные источники и стоки, дискретные диполи и так далее, аналогичные соображения распространяются с известными оговорками.

Что касается присоединенных вихрей, то вышеизложенные соображения относятся к ним точно в такой же степени. Одной из наибольших проблем метода дискретных особенностей в традиционной трактовке является невыполнение граничных условий на участке границы между точкой коллокации и дискретной особенностью, которое тем сильнее проявляется, чем ближе к последней. Однако в случае дискретных вихрей, если приписывать жидкой частице, находящейся в непосредственной близости от вихря, не линейную, а окружную скорость, то есть в силу вышесказанного, приписывать ей случайные блуждания около вихря, то проблема невыполнения граничных условий, хотя и не будет разрешена полностью, но во многом утратит свою остроту. Аналогичное рассуждение можно развить и для метода поверхностных источников. Рассмотрим теперь вопрос об оптимальном выборе положений точек коллокации, то есть, вопрос о предпочтении регулярного или сингулярного алгоритма дискретных особенностей. Следует отметить, что метод дискретных вихрей в традиционной формулировке, предложенной С.М. Белоцерковским, уже является регуляризованным из физических соображений, однако, соотношения (4) позволяют строить и сингулярные варианты этого метода. Однако, по мнению авторов настоящей работы, регулярные алгоритмы предпочтительнее. Действительно, введем в точке наблюдения (x_i, y_i) ось η, перпендикулярную оси ξ, то есть, коллинеарную нормали $\vec{n}$, и сместим точку коллокации (x_0, y_0) внутрь области решения вдоль оси η на расстояние η_0 от точки (x_i, y_i). Из разложения искомой функции u по координате η в ряд Тейлора (сохранив первые два члена ряда) получим

$$u(x_0, y_0) = u(x_i, y_i) \pm h_0 \frac{\partial u}{\partial n}(Y_i, y_i), \tag{16}$$

где знак $\pm$ использован, поскольку изначально о направлении нормали ничего не было сказано. Подставив (16) в левую часть соотношения (4) при $\chi = 1$, получим приближенное регулярное граничное интегральное уравнение второго рода. Применение к полученному интегральному уравнению метода дискретных особенностей совершенно очевидно и никаких сложностей не представляет.

Отметим, что в точке коллокации (x_0, y_0), расположенной внутри области решения, то есть, при $\chi = 1$, соотношение (4) можно почленно дифференцировать сколь угодно большое число раз по x_0 или y_0 как по параметрам:

$$\frac{\partial^{k+m} u}{\partial x_0^k \partial y_0^m} = \int_\Gamma \frac{\partial^{k+m} g}{\partial x_0^k \partial g_0^m}(x, x_0, y, y_0) \frac{\partial u}{\partial n}(x, y) dS(x, y) - \int_\Gamma u(x, y) \frac{\partial^{k+m+1} u(x, x_0, y, y_0)}{\partial n(x, y) \partial x_0^k \partial y_0^m} dS(x, y) + \\ + \iint_D \frac{\partial^{k+m} g}{\partial x_0^k \partial y_0^m}(x, x_0, y, y_0) f(x, y) dx dy, \tag{17}$$

при этом соотношения (17) будут справедливы, пока последний интеграл в правой части будет сходящимся в некотором смысле (правда, уже существуют преобразования, позволяющие решить проблему сходимости этого интеграла), а при $f = 0$, правая часть (17) будет сходится всегда. Обозначив правую часть (4) через Φ, а через η' направление, противоположное η, заменим значения граничных функций $u(x_i, y_i)$ и $\frac{\partial u}{dn}(x_i, y_i)$ при помощи разложения в ряд Тейлора в окрестности точки коллокации (x_0, y_0):

$$u(x_i, y_i) = u(x_0, y_0) + \eta_0 \frac{\partial \Phi}{\partial \eta'}(x_0, y_0) + \frac{\eta_0}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta'^2}(x_0, y_0) + \ldots, \tag{18}$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x_i, y_i) = \frac{\partial u}{\partial n}(x_0, y_0) + \eta_0 \frac{\partial}{\partial \eta'}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right)(x_0, y_0) + \frac{\eta_0^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \eta'^2}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right)(x_0, y_0) + \ldots, \tag{19}$$

где $\frac{\partial u}{\partial n}(x_0, y_0)$ может быть получено дифференцированием соотношения (4) по η или по η' в зависимости от направления нормали n. При помощи соотношений (18), (19) постановка задачи может быть уточнена, однако это предполагает весьма громоздкую процедуру, что противоречит общей идеологии метода дискретных особенностей.

Анализ полученных результатов

Ограниченные рамки настоящей работы не позволяют привести результаты численного расчета тестовой задачи в числовом или графическом представлении, поэтому довольствуемся здесь количественным анализом этих результатов. При тестировании использовалась методика тестирования и тестовые задачи из работы [17]. Сравнение численных решений тестовых задач с их же аналитическим решениями в квадратурах дали следующие результаты: переход от непрямой к прямой формулировке уменьшает погрешность численного решения на 12-18% в зависимости от конкретной задачи и формы области решения. Более точное определение граничных интегралов, содержащих известные функции, улучшает точность еще на 5-9%. При этом время счета возрастает на 18-25%.

Выводы

На основании вышеизложенного можно заключить, что применение прямых формулировок в методе дискретных особенностей вполне допустимо и имеет преимущества с точки зрения точности численного решения. При этом регулярная формулировка с точками коллокации внутри области решения представляется более перспективной. Тем не менее, эти усовершенствования не устраняют известные недостатки методов дискретных особенностей – сингулярного аппроксимирующего поля и, как следствие, нефизично больших скоростей вблизи сингулярностей, а также невыполнение граничных условий вблизи присоединенных особенностей, хотя и в этом направлении в настоящей статье достигнут определенный прогресс. Несмотря на улучшение точности численного решения, предложенные алгоритмы все еще существенно уступают по точности методу граничных элементов, но проще и быстрее его.

Очевидным продолжением настоящей работы является широкое тестирование предложенных алгоритмов и их использование в прикладных расчетах. К сожалению, нелокальный характер аппроксимаций в методах дискретных особенностей не позволяет применять их совместно с методами локальной аппроксимации, например, методами конечных элементов и конечных разностей. Остается только сожалеть по поводу многочисленных подобных попыток и удивляться сообщению об их успехах.

Список использованной литературы

1. Белоцерковский С.М. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью / С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ // – М.: Наука, 1978. –352 с.

2. Белоцерковский С. М. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел / С. М. Белоцерковский, В. Н. Котовский, М. И. Ништ, П. М. Федоров // – М.: Наука, 1988. – 309 с.

3. Белоцерковский С. М. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей / С.М. Белоцерковский, А.С. Гиневский // – М.: Издательская фирма «Физико-математическая литература», 1995. – 368 с.

4. Белоцерковский С. М. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях / С. М. Белоцерковский, И. К. Лифанов // – М.: Наука, 1985. – 256 с..

5. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент / И.К. Лифанов // – М.: ТОО «Янус», 1995. – 520 с.

6. Гандель Ю.В. Введение в методы вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов / Ю.В. Гандель // – Харьков: ХНУ им. В.Н. Каразина, 2000. – 90 с.

7. Helmholtz H. Uber Integrale hydroddynamischen Glelchungen welche den Wirbelbewegungen entsprechen // J. Reine. angew. Math. – 1858. 55. – S. 25-55.

8. Мелешко В.В. Динамика вихревых структур / В.В. Мелешко, М.Ю. Константинов // – К.: Наукова думка, 1993. – 269 с.

9. Борисов А. В. Математические методы динамики вихревых структур / А. В. Борисов, И. С. Мамаев // В кн.: Фундаментальные и прикладные проблемы теории вихрей / Под ред. А.В.Борисова, И.С.Мамаева, М. А. Соколовского. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – с. 2 - 201.

10. Hess J.L. Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies / Hess J.L., Smith A.M.O. // Progress in Aeronautical Sciences, Vol.8, Pergamon Press, London, 1967. – p. 1-131.

11. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел // – М.: Мир, 1987. – 524 с.

12. Бенерджи П. Метод граничных элементов в прикладных науках / П. Бенерджи, Р. Баттерфилд // – М.: Мир, 1984. – 494 с.

13. Купрадзе В.Д. Методы потенциала в теории упругости / В.Д. Купрадзе // – М.: Физматгиз, 1963. – 525 с.

14. Евдокимов, Д.В. Разработка прямых регулярных алгоритмов вычислительной теории потенциала с точками коллокации внутри области решения / Д.В. Евдокимов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий, 2015, №2/7 (74). – С. 16-25.

15. Гуржий А.А. Адаптация метода дискретных особенностей к задачам переноса поверхностных загрязнений морскими течениями / А.А. Гуржий, Д.И Черний, В.В. Процан // Труды XVIII международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» / – Харьков, 2017. – с. 82 - 85.

16. Кочин, Н.Е. Теоретическая гидромеханика. / Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе // – М.: Физматгиз, 1965. – Т. 1. – 758 с., Т. 2. – 772 с.

17. Евдокимов Д. В. Особенности применения комбинированного метода граничных элементов и дискретных вихрей для решения плоских внешних задач гидродинамики / Д. В. Евдокимов, Э. К. Бевза // Труды X Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» - Херсон, 2001 – с. 51-55.

УДК 539.3

В.О. ВАХНЕНКО
Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, Київ, Україна
Е.Дж. ПАРКЕС
Департамент математики та статистики, Страсклайдський університет, Глазго, Великобританія

ПРОСТИЙ ПОЛЮС ТА ПОЛЮС ДРУГОГО ПОРЯДКУ У ДИСКРЕТНОМУ СПЕКТРІ ДЛЯ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ РОЗСІЯННЯ

Для дискретної частини спектральних даних у методі оберненої задачі розсіяння враховані двократні полюси та простий полюс. Обсяг застосування запропонованих спектральних даних демонструється через аналіз рівняння Вахненка-Паркеса, що дозволило отримати нові розв'язки. Цей підхід може бути використаний для інших інтегрованих нелінійних рівнянь.

Ключові слова: Обернена задача розсіяння, спектральні дані, двократні полюси.

В.А. ВАХНЕНКО
Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, Киев, Украина
Е.Дж. ПАРКЕС
Департамент математики и статистики, Страсклайдский университет, Глазго, Великобритания

ПРОСТОЙ ПОЛЮС И ПОЛЮС ВТОРОГО ПОРЯДКА В ДИСКРЕТНОМ СПЕКТРЕ ДЛЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ

Для дискретной части спектральных данных в методе обратной задачи рассеяния учтены двукратные полюса и простой полюс. Область применения предложенных спектральных данных демонстрируется посредством анализа уравнения Вахненко-Паркеса, что позволило получить новые решения. Этот подход может быть применен к другим интегрируемым нелинейным уравнениям.

Ключевые слова: Обратная задача рассеяния, спектральные данные, двукратные полюса.

V.O. VAKHNENKO
Subbotin Institute of Geophysics, Kyïv , Ukraine
E.J. PARKES
Department of Mathematics and Statistics, University of Strathclyde, Glasgow, UK

A SINGLE POLE AND THE TWO-MULTIPLE POLES IN THE DISCRETE SPECTRUM FOR INVERSE SCATTERING PROBLEM

For the discrete part of the spectral data in the inverse scattering transform method, the two-multiple poles with a single pole are taken into account. The scope for the suggested spectral data is demonstrated through the analysis of the Vakhnenko-Parkes equation that allows new solutions to be obtained. This approach can be applied to other integrable nonlinear equations.

Keywords: Inverse problem, spectral data, two-multiple poles.

Постановка проблеми

Низка задач, що досліджуються в різноманітних галузях фізики: оптиці, гідродинаміці, фізиці плазми [1–4], приводить до рівняння Вахненка-Паркеса (the Vakhnenko-Parkes equation (*VPE*)) [5–7]:

$$W_{XXT} + (1 + W_T)W_X = 0. \tag{1}$$

Якщо рівняння *VPE* (1) спочатку викликáло інтерес з точки зору математичної фізики як одне з рівнянь, що інтегруються, то зараз воно використовується також для опису фізичних явищ, зокрема, гранично коротких електромагнітних імпульсів [2], високочастотних збурень у релаксивному середовищі [3, 4], магнітних солітонів [4].

Рівняння (1) пов'язане взаємнооберненим перетворенням з рівнянням Вахненка (the Vakhnenko equation (*VE*)) [8]:

$$(u_t + uu_x)_x + u = 0. \tag{2}$$

Детальний опис властивостей рівняння *VPE* (1) можна знайти в огляді [7]. Подальший розвиток у вивченні рівняння *VPE* пов'язаний із дослідженням двократних полюсів у методі оберненої задачі розсіяння (ОЗР) [10]. Запропонований нами підхід [10] суттєво розширює стандартну процедуру ОЗР, в якій розглянуті тільки прості полюси. Такий підхід може бути з успіхом використаний і для інших інтегрованих рівнянь.

Мета роботи полягає у вивченні взаємодії солітона зі збуреннями, що відповідають полюсам другого порядку в спектрі для ОЗР.

Викладення основного матеріалу дослідження

Ми виходимо з того, що для рівняння (1) відома пара Лакса:

$$\psi_{XXX} + W_X\psi_X - \lambda\psi = 0\,, \quad 3\psi_{XT} + (1+W_T)\psi + \mu\psi_X = 0\,. \tag{3}$$

Тут $W = 6(\ln f)_X$, $\psi = f'/f$. Сумісність рівнянь у парі Лакса з необхідністю породжує початкове нелінійне рівняння. Перше рівняння з пари Лакса (3) визначає спектральні дані при заданих початкових умовах. За еволюцію спектральних даних відповідає друге рівняння (3), а така функціональна залежність виявляється досить простою. Часто вважається, що коли пара Лакса отримана, тобто доведена інтегрованість, то рівняння може бути розв'язане методом оберненої задачі розсіяння.

Ключовий момент у методі оберненої задачі розсіяння полягає в дослідженні спектрального рівняння (3), оскільки спектр (величина λ), як відомо з [5], зберігається. Розв'язок спектрального лінійного рівняння (3) знайшов Каудрей [11] у вигляді функцій Йоста $\phi_j(X,\zeta)$ через $\Phi_j(X,\zeta) = \exp\{-\lambda_j(\zeta)X\}\,\phi_j(X,\zeta)$, $\lambda_j(\zeta) = \omega_j\zeta$, $\lambda_j^3(\zeta) = \lambda$, $\omega_j = e^{2\pi i(j-1)/3}$. Комплексна площина ζ розбивається на декілька областей таких, всередині яких знак числа $\mathrm{Re}(\lambda_j(\zeta))$ сталий (див. рис. 1 у [10]). Функція Йоста $\phi_j(X,\zeta)$ регулярна на площині ζ, за виключенням полюсів і меж між виділеними областями (рис. 1 у [10]). Всередині окремої області розв'язок спектрального рівняння (3) підпорядковується співвідношенню (2.12) з [11]. Це – пряма спектральна задача.

Ми будемо вважати, що спектральні дані відомі та зосередимося на реконструкції розв'язку W нелінійного рівняння, тобто ми розглядаємо тільки обернену спектральну задачу. Інформація про сингулярність функцій Йоста $\boldsymbol{\varphi}_j(X,\zeta)$ утримується в спектральних даних.

Прості полюси. Розпочинаючи з простих полюсів, ми використаємо добре відомі співвідношення з [11] для того, щоб порівняти з новими результатами для кратних полюсів, зокрема, для двократних полюсів. Як доведено в [11] лишок простого полюса може бути вирахуваний так:

$$\mathrm{Res}\ \boldsymbol{\varphi}_i(X,\zeta_i^{(k)}) = \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} \gamma_{ij}^{(k)}\ \boldsymbol{\varphi}_j(X,\zeta_i^{(k)}). \tag{4}$$

Величини $\zeta_i^{(k)}$ і $\gamma_{ij}^{(k)}$ визначають дискретну частину спектральних даних у випадку простих полюсів.

Заключним кроком у методі ОЗР є реконструкція розв'язку $W(X,T)$ зі спектральних даних. Каудрей довів, що для простих полюсів спектральні дані визначають $\Phi_1(X,\zeta)$ однозначно у вигляді (див. співвідношення (6.20) у [11]):

$$\Phi_1(X,T;\zeta) = 1 - \sum_{j=2}^{3} \gamma_{1j}^{(k)}(T)\frac{\exp\{[\lambda_j(\zeta_1^{(k)}) - \lambda_1(\zeta_1^{(k)})]X\}}{\lambda_1(\zeta_1^{(k)}) - \lambda_1(\zeta)}, \tag{5}$$

Рівняння (5) утримує спектральні дані, а саме, K простих полюсів з величинами $\gamma_{1j}^{(k)}$ для спектра зв'язаних станів.

З придатним вибором величини ζ ліва сторона в (5) може бути $\Phi_1(X,T;\omega_j\zeta_1^{(k)})$, що веде до системи лінійних рівнянь для невідомих $\Phi_1(X,T;\omega_j\zeta_1^{(k)})$ [10]. Розв'язок системи цих рівнянь дає можливість визначити $\Phi_1(X,T;\zeta)$ з (5). Знаючи $\Phi_1(X,T;\zeta)$ та враховуючи екстра інформацію, а саме, вид розвинутої функції $\Phi_1(X,T;\zeta)$ в асимптотичний ряд за $\lambda_1^{-1}(\zeta)$, знаходимо зв'язок з розв'язком $W(X,T)$ [7]

$$\Phi_1(X,T;\zeta) = 1 - \frac{1}{3\lambda_1(\zeta)}\big[W(X,T) - W(-\infty)\big] + O(\lambda_1^{-2}(\zeta)). \tag{6}$$

Отже, розв'язок $W(X,T)$ вдається реконструювати зі спектральних даних.

Двократні полюси. Для простих полюсів справедлива формула (5). Зараз знімаємо обмеження щодо простих полюсів та врахуємо двічі вироджені полюси для дискретної частини спектральних даних [10]. Для цього розглянемо додаткове рівняння до спектрального рівняння (3):

$$\chi_{XXX} + W_{\zeta X}\psi_X + W_X\chi_X - \zeta^3\chi - 3\zeta^2\psi = 0. \tag{7}$$

Для $\chi = \psi_\zeta$ рівняння (7) випливає з (3) після диференціювання його за ζ. Зручно спектральний параметр λ подати як: $\lambda = \zeta^3$.

Детальний аналіз системи рівнянь (3), (7), який викладено в [10], приводить до розв'язку через функції Йоста:

$$\begin{aligned}\Phi_1(X;\zeta) \quad &= 1 - \sum_{k=1}^{2}\sum_{j=2}^{3}\left\{\gamma_{1j}^{(k)}\frac{\exp\{[\lambda_j(\zeta_1^{(k)}) - \lambda_1(\zeta_1^{(k)})]X\}}{\lambda_1(\zeta_1^{(k)}) - \lambda_1(\zeta)}.\Phi_1(X;\omega_j\zeta_1^{(k)})\right. \\ &\left. + \frac{\partial}{\partial\zeta_1^{(k)}}\left[\gamma_{1j+3}^{(k)}\frac{\exp\{[\lambda_j(\zeta_1^{(k)}) - \lambda_1(\zeta_1^{(k)})]X\}}{\lambda_1(\zeta_1^{(k)}) - \lambda_1(\zeta)}...\Phi_1(X;\omega_j\zeta_1^{(k)})\right]\right\},\end{aligned} \tag{8}$$

де полюси $\zeta_1^{(k)}$ ($k = 1,2$) – двократно вироджені. Крім того, у співвідношенні (8) утримуються спектральні дані $\gamma_{1j}^{(k)}$ з $j = 1\ldots6$. Зручно позначити величини h_k через співвідношення $\gamma_{1j+3}^{(k)} = \frac{1}{2}h_k\gamma_{1j}^{(k)}$, щоб узгодити (8) зі співвідношеннями (3.14), (5.1) з [11].

Як було доведено в [5, 12] полюси з'являються парами:

$$\zeta_1^{(1)} = \mathrm{i}\omega_2\xi_1, \quad \zeta_1^{(2)} = -\mathrm{i}\omega_3\xi_1, \tag{9}$$

де ξ_1 – дійсна стала. Більш того, $\omega_2\gamma_{12}^{(1)} = \gamma_{13}^{(2)}$. Обмежимося однією парою двократних полюсів. З (9) ясно, що $h_1 = \mathrm{i}\omega_2 h$, $h_2 = -\mathrm{i}\omega_3 h$, де h – дійсна стала.

Тут необхідно відмітити, що часова еволюція спектральних даних для двократних полюсів більш складна, ніж для простих полюсів і з'являється у вигляді [10]:

$$\xi_1 = \text{const}, \quad h = \text{const}, \quad \gamma_{1j}^{(k)}(T) = \gamma_{1j}^{(k)}(0)\exp\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{T}{\xi_1}\right). \tag{10}$$

Співвідношення (8) спільно з (6) дають

$$W(X,T) - W(-\infty) = 3\frac{\partial}{\partial X}\ln(\det\mathbf{M}(X,T)), \tag{11}$$

де $\det\mathbf{M}(X,T)$ – детермінант деякої матриці $\mathbf{M}(X,T)$, явний вид якої можна знайти в [10]. Метод підрахунку детермінанта викладено в [10]. Ми наводимо його значення через допоміжну функцію $F_{2p}(X,T) = \sqrt{\det\mathbf{M}(X,T)}$. Індекс $2p$ відносить функцію до двократного полюса:

$$F_{2p}(X,T) = 1 + \left[s_2 + r_2\left(X + \frac{T}{3\xi_1^2}\right)\right]\exp(\theta_2) + p_2\exp(2\theta_2), \tag{12}$$

$$s_2 = c_2\left(1 + \frac{h}{2\xi_1}\right), \quad r_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}hc_2, \quad p_2 = -\frac{h^2c_2^2}{3\cdot2^4\xi_1^2}, \quad c_2 = \frac{\beta_1}{2\sqrt{3}\xi_1}, \quad \theta_2 = \sqrt{3}\xi_1 X - \frac{T}{\sqrt{3}\xi_1}.$$

Сталі ξ_1, h – дійсні. Існує одна довільна стала β_1. Вона повинна бути дійсна для дійсних розв'язків.

Оскільки $p_2 < 0$ для довільної дійсної β_1, тому маємо $\lim\limits_{X\to-\infty} F = 1$, а також $\lim\limits_{X\to+\infty} F = -\infty$, значить існує X_r таке, що $F(X_r) = 0$. Отже, дійсний розв'язок (11) з (12) є сингулярним. Якщо визначити величину β_1 як уявну, то розв'язки будуть гладкі, але комплексні. Вибір дійсних розв'язків з комплексних є відкритою задачею.

Двократний та простий полюси. Зараз розглянемо взаємодію солітона з хвилею, що асоціюється з двократним полюсом. Вважаємо, що солітону відповідає простий полюс з ξ_3. Солітон характеризується тоді величинами $c_3 = \frac{\beta_3}{2\sqrt{3}\xi_3}$, $\theta_3 = \sqrt{3}\xi_3 X - \frac{T}{\sqrt{3}\xi_3}$.

Для зручності перепишемо (12) у вигляді:

$$F_{2p}(X,T) = 1 + c_2(1+gh)\exp(\theta_2) + p_2\exp(2\theta_2), \quad g = \frac{1}{2\xi_1} - \frac{\sqrt{3}}{2}\left(X + \frac{T}{3\xi_1^2}\right). \tag{13}$$

Доповнюючи це збурення (13) солітоном, можна отримати розв'язок:

$$W(X,T) - W(-\infty) = 6\frac{\partial}{\partial X}\ln(F_{2ps}(X,T)) \tag{14}$$

через допоміжну функцію:

$$\begin{aligned} F_{2ps}(X,T) = \; & 1 + c_2(1+gh)\exp(\theta_2) + c_3\exp(\theta_3) + p_2\exp(2\theta_2) \\ & + b_{13}[1+(g+g_3)h]c_2c_3\exp(\theta_2)\exp(\theta_3) + p_2b_{13}^2c_3\exp(2\theta_2)\exp(\theta_3), \end{aligned} \tag{15}$$

де

$$g_3 = -\frac{1}{2\xi_3}\frac{b_{13p}}{b_{13}}, \quad b_{13} = \frac{(y-1)^3}{(y+1)^3}\frac{y^3+1}{y^3-1}, \quad y = \frac{\xi_1}{\xi_3}, \quad b_{13p} = \frac{db_{13}}{dy}.$$

Таким чином, ми отримали розв'язок, що асоціюється з простим полюсом (солітон) та двократним полюсом у дискретному спектрі для оберненої задачі розсіяння.

Висновки

Для дискретної частини спектральних даних у методі оберненої задачі розсіяння враховані двократні полюси та простий полюс. Цей підхід може бути використаний для інших інтегрованих нелінійних рівнянь.

Список використаної літератури

1. Kraenkel, R.A. An integrable evolution equation for surface waves in deep water / R.A. Kraenkel, H. Leblond, M.A. Manna // J. Phys. A: Math. Theor. – 2014. – V. 47, № 2. – 025208 (17pp).
2. Сазонов, С.В. Нелинейное распространение векторных предельно коротких импульсов в среде симметричных и несимметричных молекул / С.В. Сазонов, Н.В. Устинов // ЖЭТФ. – 2017. – Т. 151, Вып. 2. – С. 249–269.
3. Vakhnenko, V.O. High frequency soliton-like waves in a relaxing medium / V.O. Vakhnenko // J. Math. Phys. – 1999. – V.40, N 3. – PP. 2011 – 2020.
4. Kuetche, V.K. Inhomogeneous exchange within ferrites: Magnetic solitons and their interactions / V.K. Kuetche // J. Magnetism Magnetic Materials. – 2016. – V.398. – PP. 70–81.
5. Vakhnenko, V.O. The calculation of multisoliton solutions of the Vakhnenko equation by the inverse scattering method / V.O. Vakhnenko, E.J. Parkes // Chaos, Solitons & Fractals. – 2002. – V.13, № 9. – PP. 1819 – 1826.
6. Ye, Y. New coherent structures of the Vakhnenko-Parkes equation / Y. Ye, J. Song, S. Shen, Y. Di // Results in Physics. – 2012. – V.2. – PP. 170–174.
7. Vakhnenko, V.O. Approach in theory of nonlinear evolution equations: the Vakhnenko-Parkes equation / V.O. Vakhnenko, E.J. Parkes // Advances in Mathematical Physics. – 2016. – V. 2016. – Article ID 2916582. – 39 p.
8. Vakhnenko, V.A. Solitons in a nonlinear model medium / V.A. Vakhnenko // J. Phys.A: Math.Gen. – 1992. – V.25. – PP. 4181–4187.
9. Roshid, H. Investigation of solitary wave solutions for Vakhnenko-Parkes equation via exp-function and -expansion method / H. Roshid, M. R. Kabir, R. C. Bhowmik, B. K. Datta // SpringerPlus – 2014. – V. 3. – 692 (10pp).
10. Vakhnenko, V.O. Inverse problem for some special spectral data / V.O. Vakhnenko, E.J. Parkes // Chaos, Solitons & Fractals. – 2016. – V. 82. – PP. 116–124.
11. Caudrey, P. J. The inverse problem for a general *N*x*N* spectral equation / P.J. Caudrey // Physica D. – 1982. – V. 6. – PP. 51 – 66.
12. Vakhnenko, V.O. The singular solutions of a nonlinear evolution equation taking continuous part of the spectral data into account in inverse scattering method / V.O. Vakhnenko, E.J. Parkes // Chaos, Solitons & Fractals. – 2012. – V. 45, № 6. – PP. 846–852.

513.88:517.44: 539.3

Т.Г. ВОЙТИК
Одесский национальный морской университет
Г.С. ПОЛЕТАЕВ
Одесская государственная академия строительства и архитектуры
С.А. ЯЦЕНКО
Национальный университет "Одесская морская академия"

РОДСТВЕННЫЕ ТИПА РИМАНА-ГИЛЬБЕРТА-ПРИВАЛОВА ЗАДАЧИ СО ВЗАИМНО ОБРАТНЫМИ РАЦИОНАЛЬНЫМИ ПРАВИЛЬНО ФАКТОРИЗУЕМЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Изучаются родственные задачам типа Римана-Гильберта-Привалова из теории аналитических функций задачи со взаимно обратными рациональными правильно факторизуемыми коэффициентами. Краевые условия задаются на сомкнутой вещественной оси. Доказана, непосредственно, теорема о разрешимости. Метод основан на результатах, установленных вторым автором для абстрактных уравнений в кольце со специальной факторизационной парой. Процедура свободна от теории интегралов типа Коши и Фурье, требования гёльдеровости функций, индекса.

Ключевые слова: задача Римана, уравнение, факторизация, кольцо, проектор, факторизационная пара.

Т.Г. ВОЙТІК
Одеський національний морський університет
Г.С. ПОЛЄТАЄВ
Одеська державна академія будівництва та архітектури
С.А. ЯЦЕНКО
Національний університет "Одеська морська академія"

СПОРІДНЕНІ ТИПУ РІМАНА-ГІЛЬБЕРТА-ПРИВАЛОВА ЗАДАЧІ З ВЗАЄМНО ОБЕРНЕНИМИ РАЦІОНАЛЬНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ, ЩО ПРАВИЛЬНО ФАКТОРИЗУЮТЬСЯ

Вивчаються споріднені до задач Рімана-Гільберта-Привалова із теорії аналітичних функцій задачі, що мають взаємно обернені раціональні коефіцієнти, що правильно факторизуються. Крайові умови задаються на зімкнутій дійсній осі. Доведена, безпосередньо, теорема про можливість розв'язання. Метод заснований на результатах другого автора для абстрактних рівнянь в кільці з спеціальною факторизаційною парою. Процедура вільна від теорії інтегралів типу Коші та Фур'є, вимог виконання умов гьольдеровості функції, індексу.

Ключові слова: задача Рімана, рівняння, факторизація, кільце, проектор, факторизаційна пара.

T.G. VOYTIK
Odessa National Maritime University
G.S. POLETAEV
Odessa State Academy of Buildings and Architecture
S.A. YATSENKO
National University "Odessa Maritime Academy"

RELATED OF THE TYPE RIEMANN - HILBERT - PRIVALOV PROBLEMS WITH MUTUALLY INVERSE RATIONAL CORRECTLY FACTORABLE COEFFICIENTS

We study related problems of the Riemann-Hilbert-Privalov type from the theory of analytic functions of the problems with mutually inverse rational correctly factorable coefficients. The boundary conditions are given on a closed real axis. The theorem on solvability is proved directly. The method is based on the theory, which is derived from the second author's result for corresponding of abstract equations in ring with special factorization pair of subrings. Procedure is free from the theory of Cauchy integral and Fourier integrals, Holder requirements and index.

Keywords: the Riemann problem, equation, factorization, ring, projection, factorization pair.

Постановка проблемы

Напоминая требуемые положения [1], отметим важность теории уравнений, в частности, из задачи Римана (Римана-Гильберта, Римана-Гильберта-Привалова) для аналитических функций. Эта задача возникает или используется в теоретических и прикладных разделах математики,

механики, в их приложениях. В том числе, в теории упругости, задачах о кручении. Она также возникает в теории некоторых видов дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений, интегральных уравнений типа свёртки, при изучении соответствующих дифференциальных уравнений математической физики [1–15]. Из указанных обстоятельств вытекает актуальность поиска общих упрощающих методов исследования родственных уравнений и задач, установления условий их разрешимости, представления решений в замкнутой форме, при их существовании. В том числе, актуальность исследований задач нахождения рациональных функций с полюсами из разных полуплоскостей по линейным уравнениям с рациональными взаимно обратными правильно факторизуемыми коэффициентами.

Анализ исследований и публикаций

Работа продолжает [1] и другие публикации. Существующие, точные методы исследования задачи Римана – Гильберта восходят, в частности, к работам И.И. Привалова, Ф.Д. Гахова, Ю.И. Черского, М.Г. Крейна и иным. На связь теории интегральных уравнений на полупрямой с ядром, зависящим от разности аргументов, и этой задачей, впервые, обратил внимание И.М. Рапопорт (1948). В силу отмеченного в [3] (С. 114), со ссылкой на книгу Н.И. Мусхелишвили (1945), можно заключить, что, обычно, эту задачу решали в предположении выполнения для соответствующих функций дополнительного условия Гёльдера на контуре. Использовался аппарат теории интеграла типа Коши, понятие индекса. В целом, основанные на применении теории функций комплексной переменной, аппарата теории интеграла типа Коши, подходы приводят к необходимости преодоления значительных аналитических трудностей. Не всегда оправданных. Среди работ, связанных с теорией задачи Римана-Гильберта, но посвящённых абстрактным уравнениям в ассоциативных кольцах со специальной парой подколец, а также реализациям их в конкретных кольцах, укажем [1, 9–16]. Плодотворные идеи и результаты других возможных подходов к исследованию, в новых предположениях и без требования гёльдеровости функций, заложены в [3]. Публикации, в том числе [7], подтверждают сохранение интереса к использованию задачи Римана. Наряду с другими, важен случай, когда в такого типа задаче Римана-Гильберта-Привалова коэффициенты являются рациональными функциями [2–4, 17]. Такой случай возникает, например, в связи с исследованием дифференциальных уравнений с кусочно-постоянными коэффициентами на оси редукцией. В подобной ситуации, от задачи Римана-Гильберта-Привалова можно перейти к родственной задаче, поставленной далее в п. **4**. При этом, считая искомые, принадлежащими соответствующим подмножествам рациональных функций. Однако, свободных от использования аппарата интегралов типа Коши, достаточно простых и исчерпывающих, строго изложенных методов исследования такого типа задач не известно. Поэтому, актуально соответствующее исследование, в частности, таких родственных задач с взаимно обратными рациональными правильно факторизуемыми коэффициентами.

Цель исследования

Целью работы является доказательство теоремы о разрешимости сразу двух рассматриваемых уравнений (1), (2) и соответствующих им, поставленных ниже, двух взаимосвязанных задач. Именно, задач о нахождения двух рациональных функций с полюсами из разных полуплоскостей по линейным уравнениям, на сомкнутой вещественной оси, с правильно факторизуемыми взаимно обратными рациональными коэффициентами вида:

$$A(x)X^{+}(x)+Y_{-}(x)=B(x);x\in\{-\infty;\infty\}, \tag{1}$$

$$A^{-1}(x)X_{1}^{+}(x)+Y_{1-}(x)=B(x);x\in\{-\infty;\infty\}. \tag{2}$$

Здесь и далее, $A^{-1}(x):=[A(x)]^{-1},x\in\{-\infty;\infty\}$, $A^{-1}(z):=[A(z)]^{-1},z\in C$.

В качестве контура здесь выступает сомкнутая вещественная ось [3].

Изложение основного материала исследования

1. Ниже будем использовать основные положения, обозначения и определения из [1, 12–16]. К изучению рассматриваемых ниже задач применяется решение нелинейной задачи факторизации по подкольцам. Используя [9–11, 14, 18, 19], приведём следующее.

1.1. ***Определение***. Всякое кольцо R с единицей e, рассматриваемое вместе с его фиксированной факторизационной парой подколец (R^{+},R^{-}) $[\equiv(R^{-},R^{+})]$, т.е. подколец,

обладающих определёнными, аксиоматически заданными свойствами, будем называть "«кольцом с факторизационной парой".

1.2. Будем говорить, что элемент $a \in R$ допускает в коммутативном кольце R факторизацию по факторизационной паре (R^+, R^-) (– по ***ФП*** (R^+, R^-)), если существуют элементы $r^+ \in R^+$, $s^0 \in R^0$, $t^- \in R^-$ такие, что: $a = r^+ s^0 t^-$. Эта факторизация называется: правильной факторизацией **(*п.ф.*),** если $r^+ \in R^+$, $s^0 \in R^0$, $t^- \in R^-$ – обратимы в своих подкольцах; – нормированной факторизацией **(*н.ф.*)**, если $t^0 = r^0 = e$; – нормированной правильной факторизацией **(*н.п.ф.*)**, если она является **(*п.ф.*)** и $t^0 = r^0 = e$. Известно, что правильную факторизацию элемента из R по ***ФП*** (R^+, R^-) можно нормировать. Нормированная правильная факторизация единственна.

1.3. Обозначим через $\Re_r$ совокупность всех рациональных функций, вообще, комплексного переменного $z \in C$, все полюсы которых, при существовании, конечны и невещественны. Пределы функций из $\Re_r$ на бесконечности существуют и конечны.

Пусть $\Re_r^+ (\Re^-)$ – совокупности функций из $\Re_r$, все полюсы которых, при существовании, расположены внутри нижней (верхней) полуплоскости $\Pi_- (\Pi_+)$, соответственно ([3]; С. 13–14). Проверяется, что $\Re_r$ – кольцо с мультипликативной единицей $e = f(z) \coloneqq 1, z \in C$ относительно обычных операций сложения и умножения функций, а $\Re_r^+, \Re_r^-$ – его подкольца с единицей.

Проекторы на подкольца: $\Re_r \to \Re_r^{\mp}$ обозначим $P^{\mp}$, соответственно. Эти проекторы коммутирующие. Проектор P^+ (проектор P^-) каждой функции из $\Re_r$ ставит в соответствие часть её, оставшуюся после удаления из разложения этой функции, в сумму константы и простейших дробей первого и второго типов всех слагаемых с полюсами из Π_+ (из Π_-), соответственно.

Полагаем: $P^0 = P^+ P^-, P_+ = P^+ - P^0, P_- = P^- - P^0, \Re_r^{\mp,0} = P^{\mp,0}(\Re_r)$, где $\Re_r^0 = \Re_r^+ \cap \Re_r^-$. Можно показать, что $\Re_r$ является кольцом с ***ФП*** **(**$\Re_r^+, \Re_r^-$).

2. Рассматриваются следующие задачи.

Задача 1. *Для заданных рациональных функций – коэффициентов* $A(x), B(x), -\infty < x < \infty$ *найти пару рациональных функций* $X^+(z) \in \Re_r^+, Y_-(z) \in \Re_-$, *все полюсы первой из которых, при существовании, расположены в нижней, а второй – в верхней полуплоскостях, соответственно, и удовлетворяющих на сомкнутой вещественной оси линейному уравнению* (1).

Задача 2. *Для заданных рациональных функций–коэффициентов* $A(x), B(x), -\infty < x < \infty$, *найти пару рациональных функций* $X_1^+(z) \in \Re_r^+, Y_{1-}(z) \in \Re_-$, *все полюсы первой из которых, при существовании, расположены в нижней, а второй – в верхней полуплоскостях, соответственно, и удовлетворяющих на сомкнутой вещественной оси линейному уравнению* (2)**.**

3. ***Главный результат.*** Исходим из возможности продолжения (1), (2) на всю комплексную плоскость, не выходя из требуемых подклассов рациональных функций. Тогда:

$$A(z) X^+(z) + Y_-(z) = B(z), \; z \in C; \tag{3}$$

$$A^{-1}(z) X_1^+(z) + Y_{1-}(z) = B(z), z \in C, \tag{4}$$

где $A(z), B(z) \in \Re_r, \; z \in C$ – известные функции;

$X^+(z), X_1^+(z) \in \Re_r^+; Y_-(z), Y_{1-}(z) \in (\Re_r)_-, z \in C$ – искомые функции; C – расширенная комплексная плоскость. Непосредственно, или с помощью результатов из [9], или [10, 14], устанавливается следующее.

3.1. ***Теорема.*** Пусть функция $A(z) \in \Re_r$ не имеет вещественных нулей и

$$\lim_{z\to\infty} A(z) = const \neq 0. \tag{5}$$

Если, при этом, $A^{-1}(z)$ допускает нормированную правильную факторизацию по факторизационной паре ($\Re_r^+, \Re_r^-$):

$$A^{-1}(z) = \Gamma^+(z) S^0(z) T^-(z);\ z \in C\ , \tag{6}$$

тогда уравнения (3), (4) и ***Задачи 1.***, ***2.,*** относительно $X^-(z), X_1^-(z) \in \Re$; $Y(z), Y_1(z) \in \Re_-$, соответственно, при любых правых частях $B(z), B_1(z) \in \Re_r$ однозначно в $\Re_r$ разрешимы. Их решения можно найти по формулам, соответственно:

$$\begin{aligned} X^+(z) &= \Gamma^+(z) S^0 P^+[T^-(z) B^+(z)]\ , \\ Y_-(z) &= B_-(z) + (T^-(z))^{-1} \cdot P_-[T^-(z) B^+(z)]; \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} X_1^+(z) &= (\Gamma^+(z) S^0)^{-1} P^+[(T^-(z))^{-1} B_1^+(z)], \\ Y_{1-}(z) &= B_{1-}(z) + T^-(z) \cdot P_-[(T^-(z))^{-1} B_1^+(z)]. \end{aligned} \tag{8}$$

Доказательство. При условиях теоремы, соответствующие заданным $B(z), B_1(z) \in \Re_r$ правые части формул (7), (8) определяют некоторые функции $X^+(z), X_1^+(z) \in \Re_r^+; Y_-(z), Y_{1-}(z) \in \Re_-$. Подстановкой, убеждаемся, что эти функции удовлетворяют уравнениям (3), (4) при $B(z), B_1(z) \in \Re_r$, соответственно. В самом деле,

$$A(z)X^+(z) + Y_-(z) = [T^-(z)]^{-1} \cdot [S^0(z)]^{-1} \cdot [\Gamma^+(z)]^{-1} \{\ \Gamma^+(z) S^0(z)\ p^+[T^-(z) B^+(z)]\ \} +$$

$$+ B_-(z) + [T^-(z)]^{-1}\, p_-[T^-(z) B^+(z)] = [T^-(z)]^{-1} \cdot \{\, p^+[T^-(z) B^+(z)] + p_-[T^-(z) B^+(z)]\,\} + B_-(z) =$$

$$= [T^-(z)]^{-1} \cdot [T^-(z) B^+(z)] + B_-(z) = [T^-(z)]^{-1} \cdot T^-(z) B^+(z) + B_-(z) = B^+(z) + B_-(z) = B(z).$$

$$A^{-1}(z) X_1^+(z) + Y_{1-}(z) = T^-(z) S^0(z) \Gamma^+(z) \{\ (\Gamma^+(z) S^0(z))^{-1}\ p^+[(T^-(z))^{-1} B_1^+(z)]\ \} +$$

$$+ B_{1-}(z) + T^-(z)\, p_-[(T^-(z))^{-1} B_1^+(z)] = T^-(z) \cdot \{\, p^+[(T^-(z))^{-1} B_1^+(z)] + p_-[(T^-(z))^{-1} B_1^+(z)]\,\} +$$

$$+ B_{1-}(z) = T^-(z) \cdot [(T^-(z))^{-1} B_1^+(z)] + B_-(z) =$$

$$= T^-(z) \cdot (T^-(z))^{-1} B_1^+(z) + B_{1-}(z) = B_1^+(z) + B_{1-}(z) = B_1(z).$$

Таким образом, при сделанных предположениях, и любых правых частях $B(z), B_1(z) \in \Re_r$ уравнения (3), (4) в $\Re_r$ разрешимы. Их решения в $\Re_r$ действительно, можно определить по формулам (7), (8), соответственно.

Установим ***единственность*** решения в $\Re_r$ для каждого из уравнений (3), (4). Пусть, при условиях теоремы, кроме решений $X^+(z), X_1^+(z) \in \Re_r^+; Y_-(z), Y_{1-}(z) \in \Re_{r-}$ уравнений (3), (4) с фиксированными правыми частями, определяемых формулами (7), (8), соответственно, существуют ещё, какие-нибудь решения. Например, ${}^1X^+(z) \in \Re_r^+$, ${}^1Y_-(z) \in \Re_-$ – для уравнения (3); ${}^1X_1^+(z) \in \Re_r^+$, ${}^1Y_{1-}(z) \in \Re_{r-}$ – для уравнения (4). Тогда, очевидно, функции $X_o^+(z) := (X^+(z) - {}^1X^+(z)) \in \Re_r^+$; $Y_{o-}(z) := (Y_-(z) - {}^1Y_-(z)) \in \Re_-$ – образуют решение в $\Re_r$ соответствующего (3) уравнения с правой частью, тождественно равной нулю, а функции $X_{1o}^+(z) := (X_1^+(z) - {}^1X_1^+(z)) \in \Re_r^+$; $Y_{1o-}(z) := (Y_{1-}(z) - {}^1Y_{1-}(z)) \in \Re_{r-}$ – образуют решение в $\Re_r$ соответствующего (4) уравнения с правой частью, тождественно равной нулю. Следовательно,

$$[T^-(z)]^{-1} \cdot [S^0(z)]^{-1} \cdot [\Gamma^+(z)]^{-1}\ [X^+(z) - {}^1X^+(z)] + [Y_-(z) - {}^1Y_-(z)] = 0,$$

$$T^-(z) S^0(z) \Gamma^+(z)\ [X_1^+(z) - {}^1X_1^+(z)] + [Y_{1-}(z) - {}^1Y_{1-}(z)] = 0.$$

Отсюда

$$(\Re_r^+ \supset)[S^0(z)\Gamma^+(z)]^{-1}[X^+(z) - {}^1X^+(z)] = T^-(z)[{}^1Y_-(z) - Y_-(z)](\subset \Re_{r-}), \quad (9)$$

$$(\Re_r^+ \supset)S^0(z)\Gamma^+(z)[X_1^+(z) - {}^1X_1^+(z)] = (T^-(z))^{-1}[{}^1Y_{1-}(z) - Y_{1-}(z)](\subset \Re_{r-}) \ . \quad (10)$$

Применяя к уравнениям из (9), (10) последовательно проекторы P^+, P_-, получим равенства:

$$[S^0(z)\Gamma^+(z)]^{-1}[X^+(z) - X_1^+(z)] = 0, T^-(z)[Y_{1-}(z) - Y_-(z)] = 0,$$

$$S^0(z)\Gamma^+(z)[X_1^+(z) - {}^1X_1^+(z)] = 0, (T^-(z))^{-1}[{}^1Y_{1-}(z) - Y_{1-}(z)] = 0.$$

Учитывая свойства, *н.п.ф.* и очевидные преобразования, отсюда заключаем, что ${}^1X^+(z) = X^+(z); {}^1Y_-(z) = Y_-(z)$; ${}^1X_1^+(z) = X_1^+(z); {}^1Y_{1-}(z) = Y_{1-}(z)$.

Единственность, а с нею и однозначная разрешимость уравнений (3), (4) при любой правой части рассматриваемого класса функций, доказана.

Заметим, что всякая, являющаяся решением уравнения (3), пара рациональных функций $X^+(z) \in \Re_r^+; Y_-(z) \in \Re_{r-}$**,** сужением на сомкнутую вещественную ось, порождает решение уравнения (1):

$$X^+(x) = X^+(z)\downarrow_{z=x}; Y_-(x) = Y_-(z)\downarrow_{z=x}; x \in \{-\infty; \infty\}. \quad (11)$$

А, стало быть, порождает и решение соответствующей ***Задачи 1.*** Аналогично, всякая, являющаяся решением уравнения (4), пара рациональных функций $X_1^+(z) \in \Re_r^+; Y_{1-}(z) \in \Re_{r-}$, сужением на сомкнутую вещественную ось, порождает решение уравнения (2), а, стало быть, порождает и решение соответствующей ему ***Задачи 2.*** Следовательно, в рассматриваемой ситуации ***Задачи 1.,2. ,*** также однозначно разрешимы в $\Re_r$. Теорема полностью доказана.

3.2. ***Следствие 1.*** При условиях теоремы, единственные решения в $\Re_r$ уравнений (3), (4) и ***Задач 1.***, ***2.,*** с конкретными правыми частями ($\Re_r^- \supset$) $B(z) = B^-(z), B_1(z) = B_1^-(z); z \in C$, в силу (7), (8), можно найти в виде:

$$X^+(z) = \Gamma^+(z)S^0B^0, Y_-(z) = B_-(z) + (T^-(z))^{-1}T_-(z)B^0(z). \quad (12)$$

$$X_1^+(z) = (\Gamma^+(z)S^0)^{-1}B_1^0, Y_{1-}(z) = B_{1-}(z) + (T^-(z)\cdot P_-[(T^-(z))^{-1}])B_1^0, \quad (13)$$

где $B^0 = B^0(z), B_1^0 = B_1^0(z)$ – постоянные, равные соответствующим предельным значениям на бесконечности. В частности,

а) при $B(z) = B_-(z), B_1(z) = B_{1-}(z)(= P_-(B_1(z))); z \in C$ будет:

$$X^+(z) = 0, Y_-(z) = B_-(z); X_1^+(z) = 0, Y_{1-}(z) = B_{1-}(z); \quad (14)$$

б) соответствующие правой части $B(z) = B^0 \in C, B_1(z) = B_1^0 \in C; z \in C$ единственные решениия в $\Re_r$ уравнений (3), (4) и *Задач 1.,2.* обозначаем и получаем из (7), (8) или из (12), (13), соответственно, в виде:

$$X^+(z) := X_{B^0}^+(z) = \Gamma^+S^0B^0, Y_-(z) := Y_{B^0-}(z) = (T^-(z))^{-1}T_-(z)B^0 \ , \quad (15)$$

$$X_1^+(z) := X_{1B^0}^+(z) = (\Gamma^+S^0)^{-1}B_1^0, Y_-(z) := Y_{1B_1^0-}(z) = (T^-(z)P_-[(T^-(z))^{-1}])B_1^0 \ . \quad (16)$$

Решения, соответствующие отличной от нуля константе в правой части рассматриваемого вида уравнений и ***Задач***, играют в их теории особо важную роль.

Очевидно, что при условиях теоремы и ($\Re_r^+ \supset$) $B(z) = B^+(z), B_1(z) = B_1^+(z); z \in C$, в формулах (7), (8) решений следует положить: $B_-(z) = 0, B_{1-}(z) = 0; z \in C$, соответственно.

Имеет место такое свойство решений уравнений (3), (4), а, стало быть, и аналогичное свойство уравнений (1), (2) и ***Задач 1., 2.,*** соответствующих правой части $B(z) = B^-(z), B_1(z) = B_1^-(z); z \in C$.

3.3. ***Общее свойство.*** *При условиях* ***Теоремы,*** *произведения: 1) – составляющих* $X_{B^-}^+(z), X_{1B_1^-}^+(z) \in \Re_r^+$ *и 2) – их проекций* $X_{B^-}^0(z), X_{1B_1^-}^0(z) \in \Re_r^0$, *а также 3) – разности между* $B^-(z)$ *и* составляющей $Y_{B^--}(z)$ *на разность между* $B_1^-(z)$ *и* составляющей $Y_{B_1^--}(z)$ *– решений уравнений* (3), (4) *и*

Задач 1., 2. *при правых частях* $B(z)=B^{-}(z),B_1(z)=B_1^{-}(z);z\in C$ *равны произведению* $B^0(z)B_1^0(z)=B^0B_1^0;z\in C$.

Формульным выражением свойства являются следующие соотношения:

$$\begin{aligned}&X_{B^-}^{+}(z)X_{1B_1^-}^{+}(z)=B^0B_1^0;X_{B^-}^{0}(z)X_{1B_1^-}^{0}(z)=B^0B_1^0,\\&[B^-(z)-Y_{B^-_-}(z)]\cdot[B_1^-(z)-Y_{B_1^-_-}(z)]=B^0B_1^0;z\in C.\end{aligned}\tag{17}$$

Если, при этом, $B^0(z)B_1^0(z)=B^0B_1^0=1;z\in C$, тогда:

$$\begin{aligned}&X_{B^-}^{+}(z)X_{1B_1^-}^{+}(z)=1;X_{B^-}^{0}(z)X_{1B_1^-}^{0}(z)=1,\\&[B^-(z)-Y_{B^-_-}(z)]\cdot[B_1^-(z)-Y_{B_1^-_-}(z)]=1;z\in C.\end{aligned}\tag{18}$$

Действительно. Перемножая преобразованные уравнения (3), (4), при условиях теоремы, очевидным образом, устанавливаем, что:

$$X_{B^-}^{+}(z)X_{1B_1^-}^{+}(z)=[B^-(z)-Y_{B^-_-}(z)]\cdot[B_1^-(z)-Y_{B_1^-_-}(z)]\tag{19}$$

В силу кольцевых свойств подколец ***ФП*** ($\Re_r^{+},\Re_r^{-}$) ясно, что левая часть последнего равенства принадлежит $\Re_r^{+}$, а правая принадлежит $\Re_r^{-}$. Следовательно, обе они равны одной и той же функции из $\Re_r^0$, имеющей постоянное значение при любом значении аргумента. Применяя к обеим частям соотношения (19), последовательно, проекторы P^{+},P^0,P^{-}, устанавливаем равенства (17). Из (17), при $B^0(z)B_1^0(z)=B^0B_1^0=1;z\in C$, следует (18). Свойство доказано.

Изложенный результат, существенно, обобщает приведенный автором [16].

3.3. ***Следствие 2.*** При условиях теоремы, зная решение уравнения (3) (***Задачи 1.)*** с правой частью $(\Re_r^{-}\supset)B(z)=B^{-}(z),B^0=B^0(z)\neq 0;z\in C$, можно найти решение уравнения (4) и, стало быть,

Задачи 2. с правой частью $(\Re_r^{-}\supset)B_1(z)=B_1^{-}(z),B_1^0=B_1^0(z)\neq 0;z\in C$ по формулам:

$$\begin{aligned}&X_{1B_1^-}^{+}(z)=(X_{B^-}^{+}(z))^{-1}B^0B_1^0,\\&Y_{B_1^-_-}(z)=[B^-(z)-Y_{B^-_-}(z)]^{-1}[B^-(z)B_1^-(z)-B^0B_1^0-Y_{B^-_-}(z)B_1^-(z)].\end{aligned}\tag{20}$$

3.4. Иллюстративные примеры

1. Решим ***Задачи 1.***, ***2.,*** поставленные по краевым условиям на сомкнутой вещественной оси, заданными уравнениями (1), (2) при:

$$A(x)=\frac{x^2+25}{x^2+9};A^{-1}(x)=\frac{x^2+9}{x^2+25};\ B(x)=B_1(x)=\frac{x^2+1}{(x^2+4)(x+5i)}.$$

Тогда, $A^{-1}(z)=\frac{z+3i}{z+5i}\cdot 1\cdot\frac{z-3i}{z-5i}$. Отсюда,

$S^0=1,\quad \Gamma^{+}(z)=\frac{z+3i}{z+5i},\quad T^{-}(z)=\frac{z-3i}{z-5i};\ (S^0)^{-1}=1,\ (\Gamma^{+}(z))^{-1}=\frac{z+5i}{z+3i},\ (T^{-}(z))^{-1}=\frac{z-3i}{z-5i}.$

Разложение для $B(z)=B_1(z)$ устанавливаем в виде:

$$\frac{z^2+1}{(z^2+4)(z+5i)}=-\frac{1}{4(z+2i)}+\frac{3}{28(z-2i)}+\frac{8}{7(z+5i)}.$$

Поэтому:

$$B^{+}(z)=\frac{1}{28}\cdot\frac{25z+29i}{(z+2i)(z+5i)};\ B_{-}(z)=\frac{3}{28(z-2i)}.$$

По формулам (7), находим решение уравнения (3), ***Задачи 1***:

$$X^{+}(z)=\frac{z+3i}{140(z+5i)}[\frac{128}{z+5i}-\frac{25}{z+2i}];\ Y_{-}(z)=\frac{1}{140}\cdot[\frac{15}{z-2i}+\frac{22}{z-3i}].$$

По формулам (8), находим решение уравнения (4) и, стало быть, ***Задачи 2***:

$$X_{1}^{+}(z)=\frac{z+5i}{140(z+3i)}[\frac{200}{z+5i}-\frac{49}{z+2i}];\ Y_{1-}(z)=\frac{1}{140}\cdot[\frac{15}{z-2i}-\frac{26}{z-5i}].$$

Подстановкой, соответственно, в (3), (4) проверяется, что это действительно решения.

2. Решим ***Задачи 1.***, ***2.,*** поставленные по краевым условиям на сомкнутой вещественной оси, заданными уравнениями (1), (2) при:

$$A(x)=\frac{5x^{2}+45}{2x^{2}+2};\quad A^{-1}(x)=\frac{2x^{2}+2}{5x^{2}+45};\quad B(x)=50, B_{1}(x)=\frac{1}{50}.$$

Тогда, $A^{-1}(z)=\frac{z+i}{z+3i}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{z-i}{z-3i}$.

Отсюда,

$$S^{0}=\frac{2}{5};\ \Gamma^{+}(z)=\frac{z+i}{z+3i};\ T^{-}(z)=\frac{z-i}{z-3i};\ (S^{0})^{-1}=\frac{5}{2},\ (\Gamma^{+}(z))^{-1}=\frac{z+3i}{z+i},\ [T^{-}(z)]^{-1}=\frac{z-3i}{z-i}.$$

По формулам (7) или (15), находим решение уравнения (3), ***Задачи 1.***:

$$X^{+}(z)=\frac{20z+20i}{z+3i};\ Y_{-}(z)=\frac{100i}{z-i}\ .$$

Теперь, с помощью (20), вычисляем решение уравнения (4), а, стало быть, и ***Задачи 2.***:

$$X_{1}^{+}(z)=\frac{z+3i}{20z+20i};$$

$$Y_{1-}(z)=-\frac{100i}{z-i}\cdot\frac{1}{50}[50-\frac{100i}{z-i}]^{-1}=-\frac{2i}{50z-150i}=-\frac{i}{25z-75i}.$$

Такой же результат для решения ***Задачи 2.*** можно получить, используя (8) или (16), непосредственно. Подстановкой, соответственно, в (3), (4) проверяется, что это действительно решения.

Выводы

Для рассмотренных двух задач, родственных задаче типа Римана-Гильберта-Привалова, с правильно факторизуемыми рациональными взаимно обратными коэффициентами, установлена теорема существования, ряд формул решений, следствия, общее свойство решений. Приведены примеры. Общее свойство характеризует связь между решениями рассматриваемых двух задач. Его использование в изученной ситуации, позволяет при правых частях из $\mathfrak{R}_{r}^{-}$, уравнений и ***Задач***, исчерпать вопрос нахождения решения уравнения (4) и ***Задачи 2.*** с взаимно обратными коэффициентами по известному решению уравнения (3) и, стало быть, ***Задачи 1.*** Исчерпать в явном виде формулами (20), минуя процедуру факторизации. Решения, соответствующие отличным от нуля постоянным в правых частях рассмотренных уравнений и задач играют в их теории важную роль.

Элементы статьи: "Постановка проблемы, анализ исследований и публикаций, цель исследования, изложение основного материала исследования (п.п. 1-3.3), выводы", подготовлены вторым, а остальные, - при участии всех соавторов.

Список использованной литературы

1. Войтик Т.Г. Метод нахождения рациональных функций с полюсами из разных полуплоскостей по уравнению с правильно факторизуемым коэффициентом / Т.Г. Войтик, Г.С. Полетаев, С.А. Яценко // НАУКОВІ НОТАТКИ. – Луцьк, 2016. – Вип. 54. – С. 65-70.
2. Гахов Ф.Д. Краевые задачи / Ф.Д. Гахов. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. – 640 с.
3. Крейн М.Г. Интегральные уравнения на полупрямой с ядрами, зависящими от разности аргументов / М.Г. Крейн // Успехи мат. наук. – 1958. – Т. 13. – Вып. 5(83). – С. 3-120.
4. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения / Н.И. Мусхелишвили. – М.: Наука, 1968. – 512 с.
5. Гахов Ф.Д. Уравнения типа свертки / Ф.Д. Гахов, Ю.И. Черский. – М.: Наука, 1978. – 296 с.
6. Мхитарян С.М. О некоторых плоских контактных задачах теории упругости с учётом сил сцепления и связанных с ними интегральных и дифференциальных уравнениях / С.М. Мхитарян // Изв. АН Армянской ССР. Серия: Механика. – 1968. – Т. XXI. – №5–6. – С. 3-20.
7. Акопян В.Н. Замкнутые решения некоторых смешанных задач для ортотропной плоскости с разрезом / В.Н. Акопян, Л.Л. Даштоян // Современные проблемы механики деформируемого твердого тела, дифференциальных и интегральных уравнений: Тезисы докладов международной научной конференции (Одесса, 23-26 августа 2013 г.). – Одесса: ОНУ, 2013. — С. 12.
8. Черский Ю.И. Керекеша Д.П. Метод сопряжения аналитических функций с приложениями / Ю.И. Черский, П.В. Керекеша, Д.П. Керекеша. – Одесса: Астропринт, 2010. – 552 с.
9. Полетаев Г.С. Об уравнениях и системах одного типа в кольцах с факторизационными парами / Г.С. Полетаев. – Киев, 1988. – 20 с. – (Препринт / АН УССР. Институт математики: 88.31).
10. Полетаев Г.С. Об однопроекторн. II порядка уравн. с правильно факторизуемыми коэфф. в кольце с факторизационной парой / Г.С. Полетаев // Вестик ХГТУ. – 2000. – № 2 (8). – С. 191-195.
11. McNabb A. Factorization of Operators I: Algebraic Theory and Examples / A. McNabb, A. Schumitzky // J. Functional Analysis. – 1972. – Vol. 9. – № 3. – P. 262-295.
12. Полетаев Г.С. Нахождение двух рациональных функций с полюсами из полуплоскостей по линейному уравнению с правильно факторизуемым коэффициентом / Г.С. Полетаев, Т.Г. Войтик, С.А. Яценко // Глушковські читання: Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції (Київ,10-13 вересня 2013 р.). – К.: НТУУ "КПІ", 2013. – С. 74-77.
13. Полетаев Г.С. Подвид двупроекторных первого порядка уравнений с правильно факторизуемым коєффициентом в кольце с факторизационной парой // XVII International Conference "Dynamical System Modelling and Stability Investigation": Abstracts of conference reports (Kiev, Ukraine. May 27-29, 2015). — К.: НТУУ "КПІ", 2015. — С. 46.
14. Полетаев Г.С. Метод решения абстрактных уравнений с двумя неизвестными из подколец факторизационной пары / Г.С. Полетаев // Математика в сучасному технічному університеті: Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції (Київ, 24-25 грудня 2015 р.). – К.: НТУУ "КПІ", 2015. – С. 85-88.
15. Войтик Т.Г. Проекторный поход к нахождению двух рациональных линейно связанных на оси функций с полюсами из разных полуплоскостей / Т.Г. Войтик, Г.С. Полетаев, С.А. Яценко // Необратимые процессы в природе и технике: Труды 8-ой Всероссийской конференции. Часть II. (Москва, 27-29 января 2015 г.). – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. – С. 125-129.
16. Полетаев Г.С. Общее свойство решений родственных Римана-Гильберта-Привалова задач с взаимно обратными рациональными коэффициентами / Г.С. Полетаев // НАУКОВІ НОТАТКИ.– Луцьк, 2016. – Вип. 56. – С. 187-192.
17. Попов Г.Я. Метод факторизации и его численная реализация / Г.Я. Попов, П.В. Керекеша, В.Е. Круглов; под ред. проф. Г.Я. Попов. – Одесса: Одесский гос. университет, 1976. – 82 с.
18. Полетаев Г.С. Абстрактный аналог парного уравнения типа свертки в кольце с факторизационной парой / Г.С. Полетаев // Укр. матем. журнал. – 1991. – Т. 43. – № 9. – С. 120-1213.
19. Полетаев Г.С. Некоторые результаты о парных уравнениях в кольцах с факторизационными парами / Г.С. Полетаев //Вісник Харківського національного ун-ту. Серія: Математика, прикладна математика і механіка. –2002. – Вип.52. – № 582.– С. 143-149.

УДК 621.384.6

В.И. ДУБИНКО, А.С. МАЗМАНИШВИЛИ
Национальный Научный Центр "ХФТИ" НАНУ, 61108, Харьков, Украина
Д.В. ЛАПТЕВ
Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАНУ, 61103, Харьков, Украина

РЕКУРРЕНТНЫЕ АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА ДИНАМИКИ КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ В ВОЗМУЩЕННОМ ПАРАБОЛИЧЕСКОМ ПОТЕНЦИАЛЕ

Рассмотрено движение волновой функции частицы в параболическом потенциале, который подвержен квадрупольному воздействию, периодически меняющемуся с течением времени. На основе нестационарного уравнения Шредингера построены рекуррентные алгоритмы расчета динамики волновой функции. Приведены асимптотические уравнения движения и их решения, на основе которых получены основные характеристики волнового пакета. Для выбранных видов возмущения потенциала приведены примеры эволюции волновой функции.

Ключевые слова: уравнение Шредингера, параболический потенциал, квадрупольное воздействие, эволюция волновой функции.

В.І. ДУБИНКО, О.С. МАЗМАНІШВІЛІ
Національний Науковий Центр "ХФТІ" НАНУ, 61108, Харків, Україна
Д.В. ЛАПТЕВ
Фізико-технічний інститут низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАНУ, 61103, Харків, Україна

РЕКУРЕНТНІ АЛГОРИТМИ РОЗРАХУНКУ ДИНАМІКИ КВАНТОВОМЕХАНІЧНИХ ХВИЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ В ЗБУРЕНОМУ ПАРАБОЛІЧНОМУ ПОТЕНЦІАЛІ

Розглянуто рух хвильової функції частинки в параболічному потенціалі, який збурюється квадрупольним впливом, що періодично змінюється за часом. На основі нестаціонарного рівняння Шредінгера побудовані рекурентні алгоритми розрахунку динаміки хвильової функції частинки. Наведено асимптотичні рівняння руху та їх розв'язання, на основі яких отримані основні характеристики хвильового пакета. Для обраних видів збурення потенціалу наведені приклади еволюції хвильової функції.

Ключові слова: рівняння Шредінгера, параболічний потенціал, квадрупольними вплив, еволюція хвильової функції.

V.I. DUBINKO, A.S. MAZMANISHVILI
National Science Center "Kharkov Institute of Physics & Technology" NASU, 61108, Kharkov, Ukraine
D.V. LAPTEV
B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering NASU, 61103, Kharkov, Ukraine

RECURRENT ALGORITHMS FOR CALCULATING THE DYNAMICS OF QUANTUM-MECHANICALS WAVE FUNCTIONS IN THE PERTURBED PARABOLIC POTENTIAL

The motion of the wave function of a particle in the parabolic potential that is subject to quadrupole action and periodically varying time is considered. On the basis of the nonstationary Schrödinger equation, recurrent algorithms for calculating the dynamics of the wave function are constructed. The asymptotic equations of motion are derived on the basis of which the main characteristics of the wave packet are obtained. Examples of the evolution of the wave function are given for the selected perturbation potentials.

Keywords: Schrödinger equation, parabolic potential, quadrupole action, evolution of the wave function.

Изложение основного материала

1. Постановка задачи. Рассматривается квантово-механическая задача о движении частицы в квадратичном потенциале, который подвержен квадрупольному воздействию, периодически меняющемуся с течением времени. Подобная постановка возникает в задачах, когда возмущение представляет собой траекторию одномерного или двумерного процесса, моделирующего изменения потенциала при движении частицы. Такая же ситуация реализуется, в частности, при движении электрона вдоль кристаллической оси [1, 2]. В этом случае роль времени t в задаче играет глубина проникновения частицы, а функция возмущения, описывает вынужденные колебания кристаллической решетки. Другой важный пример связан с вычислением скорости химической реакции вблизи локализованных ангармонических вибраций атомов, вызванных термическими флуктуациями или внешним воздействием [3, 4]. В этом случае, вследствие большой амплитуды локализованных ангармонических вибраций, положение потенциальной ямы, в которой находится частица, уже не может считаться неподвижным, что требует пересмотра задачи о вычислении волновой функции с учетом динамики центра потенциальной ямы.

Задача о динамике волновой функции в параболическом потенциале, подверженном периодическим возмущениям, была рассмотрена в [5]. Настоящая работа посвящена более детальному изучению динамики волнового пакета. На основе нестационарного уравнения Шредингера построены рекуррентные алгоритмы расчета динамики волновой функции. Построена функции Грина эволюционного уравнения Шредингера в аналитическом виде. Приведены асимптотические уравнения движения и их решения, на основе которых получены основные характеристики волнового пакета.

Квадратичный потенциал в квантовой теории имеет важное значение в качестве примера, допускающего точные и пригодные для анализа решения соответствующего уравнения Шредингера. Явные решения в квадратичном потенциале и его обобщениях позволяют проанализировать динамику волновых функций и квантово-механических средних. В настоящей работе будет рассмотрена временная эволюция частицы с исходной волновой функцией

$$\psi(x_0,0)=\left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4}\exp\left(-\frac{m\Omega(0)}{2\hbar}x_0^2\right) \tag{1}$$

в потенциале $V(x_t,t)=m\Omega^2(t)x_t^2/2$, где $\Omega(t)$ – некоторая заданная функция. Такого вида потенциал является обобщением параболического потенциала с $V(x,t)=m\omega^2x^2/2$ с постоянной частотой ω. В этом случае для функции Грина $G=G(x_t,t;x_0,t_0)$ уравнение Шредингера имеет вид

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}G=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x_t^2}G+\frac{1}{2}m\Omega^2(t)x_t^2G. \tag{2}$$

Содержание функции Грина G в том, что она описывает амплитуду перехода из состояния в момент t_k, характеризуемого координатой x_k, в состояние в момент t_{k+1}, характеризуемого координатой x_{k+1}.

В работе будет рассмотрен случай параметрического резонанса, когда

$$\Omega^2(t)=\omega_0^2\left(1+g\sin(2\omega_0t)\right), \tag{3}$$

где ω_0 – собственная частота, g – индекс модуляции, достаточно малый по сравнению с 1.

2. Волновая функция. В том случае, когда частота постоянна, $\Omega(t)=const$, для уравнения (2) удается построить аналитические выражение в квадратурах. В общем случае зависящей от текущего времени частоты $\Omega(t)$ для расчета динамики квантово-механических волновых функций в возмущенном потенциале возможно построить рекуррентный алгоритм. Это основано на том, что для любого t волновая функция $\psi(x_t,t;x_0,t_0)$ имеет нормальный вид относительно x_t и x_0. Поэтому является достаточным построить алгоритм для вычисления первых двух её моментов. Используем явный вид решения уравнения Шредингера с постоянной частотой ω

$$G(x_t,t;x_0,t_0)=\left(\frac{me^{i\omega t}}{\pi\hbar(e^{2i\omega t}-1)}\right)^{1/2}\exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}(x_t^2-x_0^2)-\frac{m\omega}{\hbar(e^{2i\omega t}-1)}\left(x_t-e^{i\omega t}x_0\right)^2\right) \tag{4}$$

и перепишем его для двух моментов времени t_{k-1} и t_k, разделенных достаточно малым промежутком τ:

$$G(x_k,t_k;x_{k-1},t_{k-1})=\left(\frac{mq_k}{\pi\hbar(q_l^2-1)}\right)^{1/2}\exp\left(-\frac{m\Omega_k}{2\hbar}(x_k^2-x_{k-1}^2)-\frac{m\Omega_k}{\hbar(q_k^2-1)}\left(x_k-q_kx_{k-1}\right)^2\right), \tag{5}$$

где $q_k=\exp\left(i\Omega_k\tau\right)$, $\Omega_k=\Omega(t_k)$ – значения частоты на каждом из временных интервалов.

Значение волновой функции $\psi(x_k,t_k)$ в момент $t_k>t_0$ может быть определено по заданному в момент t_{k-1} её значению $\psi(x_{k-1},t_{k-1})$ в соответствии с соотношением

$$\psi(x_k,t_k)=\int_{-\infty}^{\infty}\psi(x_{k-1},t_{k-1})\,G(x_k,t_k;x_{k-1},t_{k-1})\,dx_{k-1}. \tag{6}$$

Откуда видно, что можно использовать свойство нормальности и ограничиться первыми двумя моментами. Поскольку $<x_k>_\psi=0$ для всех k, то

$$\psi(x_k,t_k)=N\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{1}{2s_{k-1}^2}x_{k-1}^2-\frac{m\Omega_k}{2\hbar}(x_k^2-x_{k-1}^2)-\frac{m\Omega_k}{\hbar(q_k^2-1)}\left(x_k-q_kx_{k-1}\right)^2\right)dx_{k-1}, \tag{7}$$

где N – нормировка, s_{k-1}^2 – дисперсия волновой функции в момент t_{k-1}.

Нашей целью является построение рекуррентного соотношения, связывающего дисперсии волновой функции s_{k-1}^2 и s_k^2 для последующих моментов времени. Учитывая, что $<x_{k-1}>_\psi=0$ и $<x_k>_\psi=0$, получаем $s_{k-1}^2=<x_{k-1}^2>_\psi$ и $s_k^2=<x_k^2>_\psi$. В результате интегрирования получаем следующее основное рекуррентное выражение, связывающее текущую дисперсию s_k^2 с предыдущей дисперсией s_{k-1}^2:

$$s_k^2 = \frac{1}{\eta_k}\frac{\sin(\Omega_k\tau) + i\eta_k s_{k-1}^2\cos(\Omega_k\tau)}{i\cos(\Omega_k\tau) + \eta_k s_{k-1}^2\sin(\Omega_k\tau)}, \quad \eta_k = \frac{m}{\hbar}\Omega_k \equiv \frac{m}{\hbar}\Omega(t_k). \tag{8}$$

Далее будем применять правило модуляции частоты $\Omega(t)$ в потенциале с течением времени t согласно соотношению (3). Обозначая $\xi_k = \eta_{k+1}s_k^2$, построим на основе (8) разностное выражение

$$\xi_k - \xi_{k-1} = \frac{\Omega_k\tau\left(1-\xi_{k-1}^2\right)}{i} + \frac{\Omega_{k+1}-\Omega_k}{\Omega_k}\xi_{k-1} + O(\tau). \tag{9}$$

Поскольку при малых g имеем $\left(\Omega_{k+1}-\Omega_k\right)\Omega_{k+1}^{-1} = g\omega_0\tau\cos\left(2\omega_0 t_k\right) + O(g^2)$, то, переходя к пределу $\tau \to 0$, получаем

$$\frac{d\xi}{dt} = -i\Omega(t)\left(1-\xi^2\right) + g\omega_0\xi\cos\left(2\omega_0 t\right), \qquad \xi(0) = \xi_0. \tag{10}$$

Для решения уравнения (10) воспользуемся подстановкой $\xi = -i\,\mathrm{tg}(\mu)$. Это дает

$$-i\frac{d\mu}{dt} = -i\Omega(t) - i\frac{1}{2}g\omega_0\cos\left(2\omega_0 t\right)\sin(2\mu). \qquad \mu(0) = \mu_0. \tag{11}$$

Обозначим фазовый интеграл $\Phi(t) = \int_0^t \Omega(\tau)d\tau$, тогда можно записать

$$2\frac{d}{dt}\left(\mu - \Phi(t)\right) = g\omega_0\cos\left(2\omega_0 t\right)\sin(2\mu). \tag{12}$$

В этом уравнении выделим справа резонансный член, при этом нерезонансное слагаемое отбросим. После прямого интегрирования найдем первый интеграл с учетом того, что $\Phi(0) = 0$,

$$\mu(t) = -\Phi(t) + \omega_0 t + \mathrm{arctg}\left[\exp\left(\frac{1}{2}g\omega_0 t\right)\mathrm{tg}\left(\mu_0\right)\right]. \tag{13}$$

Поскольку $\Phi(t) - \omega_0 t = \frac{g}{8}\sin^2(\omega_0 t) + O(g)$, то искомая зависимость размера волнового пакета от текущего времени имеет вид

$$s^2(t) = \frac{1}{\eta(t)}\frac{\eta(0)s^2(0)\exp\left(\frac{1}{2}g\omega_0 t\right) + i\,\mathrm{tg}\left[\frac{g}{8}\sin^2(\omega_0 t)\right]}{1 + i\eta(0)s^2(0)\exp\left(\frac{1}{2}g\omega_0 t\right)\mathrm{tg}\left[\frac{g}{8}\sin^2(\omega_0 t)\right]}. \tag{14}$$

3. Характеристики волновой функции. Примем, что в начальный момент частица находится в основном состоянии с $s^2(0) = 1$. На основе выражения (14) для дисперсии $s^2(t)$ волнового пакета и свойства нормальности можно найти необходимые характеристики волновой функции.

Размер волнового пакета по координате:

$$< \hat{x}_t^2 >_\psi = \frac{1}{2\eta_t}\exp\left(-\frac{1}{2}g\omega_0 t\right)\left(\cos^2\left[\frac{g}{8}\sin^2(\omega_0 t)\right]\exp\left(g\omega_0 t\right) + \sin^2\left[\frac{g}{8}\sin^2(\omega_0 t)\right]\right). \tag{15}$$

Размер волнового пакета по импульсу:

$$< \hat{p}_t^2 >_\psi = \frac{\hbar^2\eta_t}{2}\exp\left(-\frac{1}{2}g\omega_0 t\right)\left(\cos^2\left[\frac{g}{8}\sin^2(\omega_0 t)\right] + \sin^2\left[\frac{g}{8}\sin^2(\omega_0 t)\right]\exp\left(g\omega_0 t\right)\right). \tag{16}$$

Средняя энергия:

$$W_t = \frac{1}{2m} < \hat{p}_t^2 >_\psi + \frac{m}{2}\Omega_t^2 < \hat{x}_t^2 >_\psi = \frac{\hbar\Omega(t)}{2}\cosh\left(\frac{g\omega_0 t}{2}\right). \tag{17}$$

Коэффициент увеличения средней энергии частицы с течением времени составляет

$$r_t = \frac{W_t}{W_0} = \sqrt{1 + g\sin(2\omega_0 t)}\cosh\left(\frac{1}{2}g\omega_0 t\right). \tag{18}$$

Найденные выражения позволяют для известной функции частоты $\Omega(t)$ и заданном размере (дисперсии) s_0^2 исходной волновой функции $\psi(x_0, 0)$ определять последовательность размеров s_t^2 волновых функции $\psi(x_t, t)$ для произвольного количества периодов вынуждающих колебаний. Внутри каждого из их периодов размер волновой функции по координате испытывает колебания согласно (15), определяемые собственной частотой ω_0 и индексом модуляции g. Поскольку волновая функция $\psi(x_t, t)$ имеет нормальный вид с нулевым средним и дисперсией $s^2(t)$, то тем самым полностью определяется

состояние частицы. Средняя энергия частицы испытывает рост по закону гиперболического косинуса, который в отличие от [5] еще испытывает модуляцию с частотой ω_0.

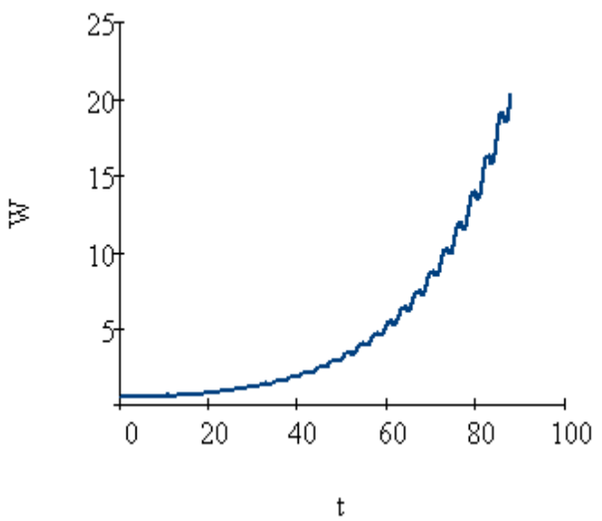


Рис. 1. Зависимость средней энергии W от текущего времени t, $\omega_0 = 1$, $g = 0{,}1$

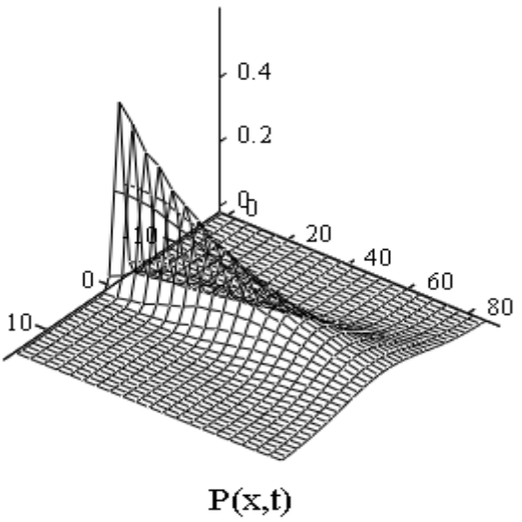


Рис. 2. Плотность распределения вероятностей $P(x,t) = |\psi(x,t)|^2$, $\omega_0 = 1$, $g = 0{,}1$

На рис. 1 приведена зависимость средней энергии W_t от текущего времени t при значениях параметров $\omega_0 = 1$ и $g = 0{,}1$. Видно, что средняя энергия возрастает, испытывая при этом модуляцию с частотой ω_0. Амплитуда этой модуляции, в свою очередь, определяется значением индекса g.

Временная эволюция плотности распределения вероятностей $P(x,t) = |\psi(x,t)|^2$ на интервале $0 \le t \le 90$ при тех же значениях параметров ω_0 и g показана на рис. 2.

Выводы

В работе рассмотрен параболический потенциал, который как целое подвержен квадрупольному воздействию (параметрическому резонансу), периодически меняющемуся с течением времени, и динамика волновой функции частицы в нем. На основе нестационарного уравнения Шредингера построены рекуррентные алгоритмы расчета динамики волновой функции. Проанализирована эволюция волновой функции частицы. Приведены асимптотические уравнения движения, с помощью которых получены основные характеристики волнового пакета. Для выбранных видов возмущения потенциала приведены примеры эволюции волновой функции.

Список использованной литературы

1. Соколов А.А. Квантовая механика / А.А. Соколов, Ю.Т. Лоскутов, И.М. Тернов. – М.: Наука, 1962. – 581 с.
2. Ахиезер А.И. Электродинамика высоких энергий в веществе / А.И. Ахиезер, Н.Ф. Шульга. – М.: Наука, 1993. – 344 с.
3. Dubinko V.I., Selyshchev P.A., Archilla J.F.R. Reaction-rate theory with account of the crystal anharmonicity, Phys. Rev. E83 (4), 2011. – 041124-13.
4. Барышевский В.Г. Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях / В.Г. Барышевский. – Минск: Изд-во БГУ, 1982. – 256 с.
5. Гольдман И.И. Сборник задач по квантовой механике / И.И. Гольдман, В.Д. Кривченков. – М.: Госиздат технико-теоретической литературы, 1957. – 275 с.

УДК 004.42:004.032.26

Л.І. КОРОТКА
Державний вищий навчальний заклад "Український державний хіміко-технологічний університет"

ФУНКЦІОНАЛЬНА ПІДСИСТЕМА РАЦІОНАЛЬНОГО ВИБОРУ АРХІТЕКТУРИ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ

У роботі розроблена інформаційна підсистема, яка дозволяє обрати архітектуру слоїстої нейронної мережі та визначитися з її параметрами: кількістю шарів, функцією активації, кількістю епох, похибкою мережі, кроком навчання. Функції інформаційної системи дозволяють отримувати навчальну вибірку для нелінійних систем, вводити за необхідності нестандартну функцію активації та виконувати її чисельне диференціювання для подальшого використання у алгоритмі зворотного поширення помилки. Передбачена можливість динамічного додавання нейронів у шарі.

Ключові слова: штучна нейронна мережа, архітектура нейронної мережі, алгоритм зворотного розповсюдження помилки.

Л.И. КОРОТКАЯ
Государственное высшее учебное заведение "Украинский государственный химико-технологический университет"

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ПОДСИСТЕМА РАЦИОНАЛЬНОГО ВЫБОРА АРХИТЕКТУРЫ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

В работе разработана информационная подсистема, которая позволяет выбрать архитектуру слоистой нейронной сети и определиться с её параметрами: количеством слоёв, функцией активации, количеством эпох, ошибкой сети, шагом обучения. Функции информационной системы позволяют получать обучающую выборку для нелинейных систем, вводить при необходимости нестандартную функцию активации и выполнять её численное дифференцирование для дальнейшего использования в алгоритме обратного распространения ошибки. Предусмотрена возможность динамического добавления нейронов в слое.

Ключевые слова: искусственная нейронная сеть, архитектура нейронной сети, алгоритм обратного распространения ошибки.

L.I. KOROTKA
State Higher Educational Institution "Ukrainian State University of Chemical Technology"

FUNCTIONAL SUBSYSTEM OF RATIONAL CHOICE ARCHITECTURES OF THE NEURAL NETWORK

The information subsystem is developed in the work, which allows choosing the architecture of the layered neural network and determining its parameters: the number of layers, the activation function, the number of epochs, the network error, the learning step. The functions of the information system make it possible to obtain a learning sample for nonlinear systems, to introduce, if necessary, a nonstandard activation function and to perform its numerical differentiation for further use in the algorithm for back propagation of the error. It is possible to dynamically add neurons to the layer.

Keywords: artificial neural network, neural network architecture, back error propagation algorithm.

Постановка проблеми

Сучасний стан розвитку інформаційних систем (ІС) характеризується достатньо широким використанням Internet/Intranet-технологій у синтезі з елементами штучного інтелекту. Технології обчислювального інтелекту застосовуються у різних предметних областях, у тому числі штучні нейронні мережі (НМ), як елементи цієї технології. Використання НМ має достатні переваги, але пов’язане з деякими труднощами, наприклад, навчанням мереж та вибором їх параметрів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Автор не претендує на вичерпний аналіз існуючого програмного забезпечення, яке дозволяє проектувати, навчати та використовувати нейронні мережі для вирішення різних прикладних задач. Звернемо увагу тільки на те, що нейромережеві середовища, як правило, не працюють одночасно з декількома НМ та не використовують нестандартні функції активації.

Мета дослідження

Об'єктом дослідження є моделювання процесу навчання обчислювальних структур − штучних нейронних багатошарових мереж прямого розповсюдження при розв'язанні систем нелінійних рівнянь. Метою роботи є створення web-орієнтованої функціональної підсистеми визначення раціональної архітектури нейронних мереж для розв'язання прикладних задач. Постановка задачі: необхідно провести навчання декількох штучних нейронних мереж алгоритмом зворотного розповсюдження помилки (ЗРП) з неперервними функціями активації (ФА) з метою вибору однієї з НМ для подальшого використання.

Математична постановка: нехай задано навчальну множину $\{\tilde{x}_i, \tilde{y}_i\}, i = \overline{1,k}$. Тут $\tilde{x}_i \in R^n$ та $\tilde{y}_i \in R^l$ − тут відповідно вхідний вектор та вектор вказівок вчителя *i*-ого прикладу. Нейромережева модель задається функціоналом:

$$J(w) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{l}\left[y_{ij}(w) - \tilde{y}_{ij}\right]^2. \quad (1)$$

Для навчання нейронної мережі застосовується алгоритм зворотного поширення помилки, який для налаштування вагових коефіцієнтів використовує метод градієнтного спуску:

$$w^* = -\eta \cdot \frac{\partial J}{\partial w}. \quad (2)$$

У процесі навчання необхідно визначити вектор ваг w^* такий, щоб функціонал (1) приймав мінімальне значення:

$$w^* = \arg\min_{w \in R^{\varepsilon}} J(w), \quad (3)$$

де $y_{ij}(w)$ − зразок, який виданий мережею; w − матриця синаптичних ваг; η − коефіцієнт швидкості навчання НМ, значення якого береться з інтервалу $0 < \eta < 1$; $\tilde{y}_{ij}$ − еталонне значення.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для досягнення поставленої мети та виходячи з постановки задачі, функції системи, які вона повинна виконувати, можна сформулювати наступним чином:

1. Отримати з файлу навчальну вибірку $\{\tilde{x}_i, \tilde{y}_i\}$, $i = \overline{1,k}$ та зарезервувати третину тестових зразків для нелінійної системи рівнянь.
2. Задати для подальшого визначення раціональної архітектури нейронної мережі для кожної з них параметри навчання, а саме: вид функції активації, кількість шарів, похибку мережі, коефіцієнт навчання, кількість вхідних та вихідних елементів. Зауважимо, що система одночасно працює з чотирма нейронними мережами.
3. Провести одночасне навчання НМ алгоритмом зворотного розповсюдження помилки.
4. Протестувати навчені нейронні мережі.
5. Задати (за необхідності) нестандартні ФА та виконати їх чисельне диференціювання для подальшого використання у алгоритмі ЗРП.
6. Додавати у процесі навчання нейрони у прихованому шарі НМ.
7. Отримати за необхідності навчальну вибірку для нелінійної системи рівнянь, причому передбачається можливість завдання системи безпосереднім введенням рівнянь з клавіатури.

Як відомо з теорії нейронних мереж, вибір топології мережі визначається розв'язуваною задачею. Для апроксимації функцій багатьох змінних достатньо добре зарекомендували себе слоїсті нейронні мережі [1]. Підкреслимо, щодо топології розглянутих у роботі штучних нейронних мереж, то було проведено процес навчання для слоїстих НМ. У якості алгоритму навчання використано алгоритм зворотного поширення помилки.

Для досягнення поставленої мети необхідно звернути увагу на деякі проблемні аспекти, з якими стикається кожний проектувальник нейронної мережі. Розглянемо їх детальніше. Від якості навчальної вибірки залежить якість навчання нейронної мережі. Дуже суттєвим є об'єм вибірки та її зразки, які повинні якомога краще описувати середовище. Тому у роботі відслідковуються ситуації достатньої або недостатньої кількості навчальних зразків [2–3]. Як відомо при малому об'ємі вибірки нейронна мережа, як правило, буде недостатньо навчена, а при дуже великій кількості навчальних зразків може відбутися так зване "перенавчання", тому доцільно робити перевірку об'єму вибірки, наприклад, за формулою:

$$N \geq \frac{m_0 \cdot m_1}{\varepsilon_{нс}}, \quad (4)$$

де m_0, m_1 – відповідно розміри вхідного та вихідного шарів; $\varepsilon_{нс}$ – похибка мережі; N – об'єм навчальної вибірки.

Для попередження ситуацій перенавчання нейронної мережі у роботі використано механізм контрольної крос-перевірки [3, 5].

Оцінювання кількості нейронів L_w у прихованих шарах однорідних нейронних мереж визначається за формулою [4]:

$$\frac{m \cdot N}{1+\log_2 N} \le L_w \le m\left(\frac{N}{m}+1\right)\cdot(n+m+1)+m,$$

де n – розмірність вхідного сигналу; m– розмірність вихідного сигналу.

Зауважимо, що згідно теореми про повноту [4], у роботі розглядаються тільки одно- та двошарові нейронні мережі. Що стосується таких параметрів навчання, як коефіцієнт навчання та похибка нейронної мережі, то вони визначаються проектувальником нейронної мережі. Значення коефіцієнта можна варіювати у відомому діапазоні. Очевидно, що невелике його значення сповільнює процес навчання, але й велике значення може призвести до того, що можливій локальний мінімум буде пропущено. Похибка нейронної мережі безпосередньо залежить від об'єму вибірки згідно формули (3). Достатньо детально евристичні моменти навчання нейронної мережі алгоритмом зворотного поширення помилки описані в [5].

Останнім аспектом, який буде розглянуто і який представляється автору важливим при роботі з нейронними мережами, є вибір ФА. Очевидно, що можна вибирати як стандартні функції, такі як логістичні (сигмоїд або гіперболічний тангенс), так і нестандартні (наприклад, у роботі використовується експонента та частина "хвилі" синусоїди). Крім того передбачено введення з консолі користувачем нестандартної ФА, але слід зауважити, що згідно теореми про повноту, функція активації повинна бути диференційованою. У роботі використовується чисельне диференціювання таких ФА для подальшого використання у алгоритмі ЗРП.

Після описаних аспектів, з якими обов'язково стикаються проектувальники НМ та необхідного математичного апарату, перейдемо до опису створюваної ІС.

Для функціональної підсистеми було використано наступне програмне забезпечення:

- скриптова мова програмування для написання web-сторінок – JavaScript;
- бібліотека JavaScript з відкритим сирцевим кодом – jQuery;
- скриптова мова програмування для генерації HTML-сторінок – php;
- відкритий web -сервер Інтернет – Apache HTTP-сервер;
- мова для структурування та подання вмісту − HTML;
- спеціальна мова відображення web-сторінок, написаних мовами розмітки даних − CSS3;
- вільний набір інструментів для створення сайтів та web-додатків − Twitter Bootstrap.

Перед безпосереднім використанням НМ необхідно навчити мережу узагальнювати отримані нею знання, але цей процес не є простим. Від проектувальника мережі, як зазначалося раніше, залежить багато факторів, у тому числі вибір архітектури НМ та її параметрів. Тому у роботі є можливість працювати з декількома нейронними мережами та обирати різні ФА (а саме чотири). Звісно, що є можливість варіювання параметрів навчання.

Для наочності процесу навчання НМ алгоритмом ЗРП будуються графіки значень похибки. Графіки дозволяють особі, яка приймає рішення, спостерігати процес навчання цих мереж. Саме графіки дають можливість бачити якість навчання мережі, у тому числі і її перетренування.

Результати чисельних експериментів. Як зазначалося раніше, у роботі використано чотири ФА: логістичний сигмоїд, гіперболічний тангенс, "хвилю" синусоїди на заданому інтервалі та експоненційну функцію. Було проведено навчання нейронних мереж, результати якого наведено у табл. 1. У роботах показано, що [1, 3] сигмоїдальні функції активації дають практично однакові результати, а якщо порівнювати їх ФА *s*-подібного типу, то і результати будуть відрізнятися. Слід зазначити, що вибір тієї чи іншої мережі залишається за особою, яка приймає рішення.

Таблиця 1

Результати навчання нейронних мереж алгоритмом ЗРП

Архітектура НМ	Функція активації	Кількість епох	Похибка НМ
4-4-3	Логістичний сигмоїд	534	0,00043
4-6-3	Частина «хвилі» синуосоїди на заданому інтервалі	176	0,00005
4-4-4-3	Гіперболічний тангенс	341	0,00046

За результатами дослідження чисельних експериментів навчання нейронних мереж можна стверджувати, що розроблена підсистема дозволяє:

- створювати вибірку для нейронних мереж будь-якої складності та об'єму;

– використовувати чисельне диференціювання неперервних функцій активації;

– створювати та налаштовувати штучні нейронні мережі різних архітектур, з різними параметрами навчання;

– здійснювати візуалізацію процесу навчання нейронних мереж за допомогою графіків змінення похибки навчання;

– додавати динамічно нейрони у приховані шари;

– визначати особі, яка приймає рішення, раціональну архітектуру НМ для розв'язання прикладних задач.

Слід зупинитись на головних етапах навчання нейронних мереж. В тому випадку коли задані всі параметри для навчання мережі, нормалізовано вхідні дані та задано похибку навчання, можна безпосередньо перейти до процесу навчання мережі. Реалізовані функції ІС дозволяють будувати чотири графіки, на яких відображається динамічний процес навчання НМ та змінення значень похибки мережі у ході її навчання (рис. 1).

Після етапу навчання можна переходити до тестування мережі. Цей етап дозволяє визначити наскільки НМ здатна до узагальнення. Функціональна підсистема дозволяє спостерігати цей етап, будувати графіки тестування НМ аналогічні, що представлені на рис. 1 та виводити додаткову інформацію.

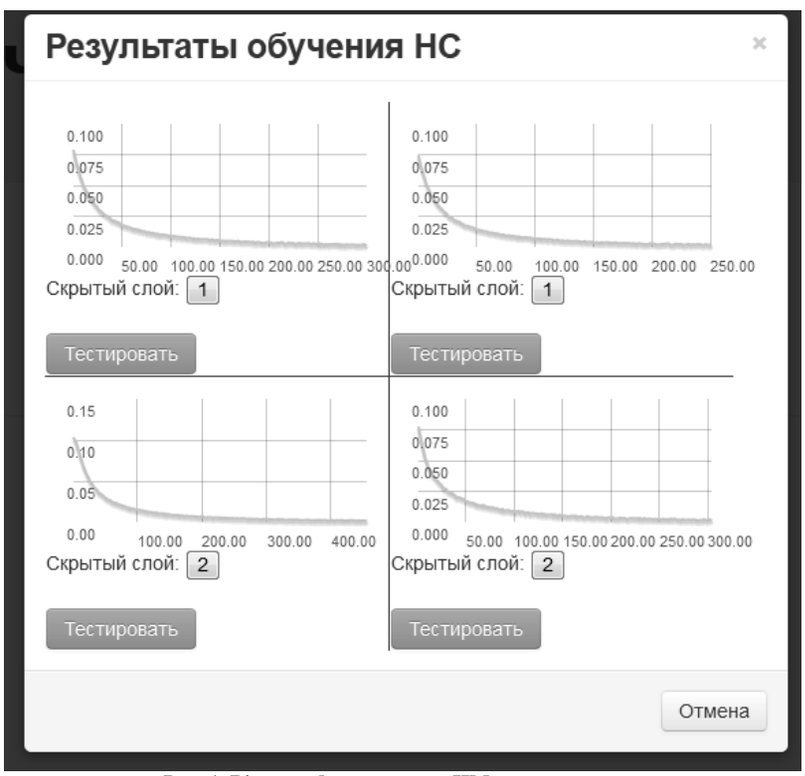


Рис. 1. Вікно вибору навченої НМ для тестування

Таким чином, головні етапи навчання нейронних мереж реалізовано у web-орієнтованій підсистемі. Функції системи дозволяють одночасно працювати з кількома нейронними мережами, але вибір та переваги щодо конкретної НМ залишається за спеціалістом у даній предметній області. Тільки він може визначити наскільки та чи інша мережа здатна до якісного узагальнення.

Як відомо, навчена нейронна мережа володіє пам'яттю, заради якої і потрібен такий довгий та не простий шлях навчання. У роботі передбачено збереження синаптичних вагових коефіцієнтів у окремий файл для подальшого використання.

Нейронні мережі, як елемент технології обчислювального інтелекту, мають свої переваги та недоліки, але вони дуже добре себе зарекомендували як універсальні апроксимуючі системи.

Висновки

Підсумовуючи вищевикладений матеріал можна відмітити, що розроблений нейроемулятор дозволяє: створювати, проектувати та налаштовувати штучні нейронні мережі різної архітектури; за необхідності отримувати вибірку для нейронних мереж будь-якої складності та розміру; використовувати чисельне диференціювання неперервних функцій активації; здійснювати візуалізацію процесу навчання та тестування нейронних мереж; визначатися особі, що приймає рішення, щодо раціональної архітектури мережі.

Список використаної літератури

1. Зеленцов Д.Г. Нейронные сети как средство модификации метода скользящего допуска / Д.Г. Зеленцов , Л.И. Короткая // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2011. – № 4/4 (52). – С. 21–24.
2. Каллан Р. Основные концепции нейронных сетей / Р. Каллан. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2001. – 288 с.
3. Короткая Л.И. Использование нейронных сетей при численном решении некоторых систем дифференциальных уравнений / Л.И. Короткая // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2011. – № 3/4 (51). – С. 24–27.
4. Круглов В.В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети / В.В. Круглов, М.И. Дли, Р.Ю. Голунов. – М.: Физматлит, 2001. – 221 с.
5. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2006. – 1104 с.

УДК 517.91:532.2

О.М. ЛЕНЮК
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
О.М. НІКІТІНА
Чернівецький факультет Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»
М.І. ШИНКАРИК
Тернопільський національний економічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ МЕТОДОМ СКІНЧЕННОГО ГІБРИДНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ ЛЕЖАНДРА-БЕССЕЛЯ-ФУР'Є НА СЕГМЕНТІ

Розв'язана задача динаміки на трискладовому сегменті $(0, R_3]$. *Розв'язок побудовано за допомогою скінченного гібридного інтегрального перетворення, породженого на даному сегменті з двома точками спряження гібридним диференціальним оператором Лежандра-Бесселя-Фур'є.*

Ключові слова: гібридний диференціальний оператор, задача динаміки, гібридне інтегральне перетворення.

О.М. ЛЕНЮК
Черновицкий национальный университет имени Юрия Федьковича
О.М. НИКИТИНА
Черновицкий факультет Национального технического университета «Харьковский Политехнический Институт»
Н.И. ШИНКАРИК
Тернопольский национальный экономический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ КОНЕЧНОГО ГИБРИДНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ТИПА ЛЕЖАНДРА-БЕССЕЛЯ-ФУРЬЕ НА СЕГМЕНТЕ

Решена задача динамики на трехсоставном сегменте $(0, R_3]$. *Решение построено при помощи конечного гибридного интегрального преобразования, порожденного на данном сегменте с двумя точками сопряжения гибридным дифференциальным оператором Лежандра-Бесселя-Фурье.*

Ключевые слова: гибридный дифференциальный оператор, задача динамики, гибридное интегральное преобразование.

O.M. LENYUK
Chernivtsi National University by Yuriy Fed'kovych
O.M. NIKITINA
Chernivtsi department of National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"
M.I. SHYNKARYK
Ternopil National Economic University

MODELING OF DYNAMIC PROCESSES BY THE METHOD OF FINITE HYBRID INTEGRAL TRANSFORM OF LEGENDRE-BESSEL-FOURIER TYPE ON THE SEGMENT

The problem of dynamic on three-part segment $(0, R_3]$ *is solved. The solution is conctructed by finite hybrid integral transform generated on the given segment with two points of conjugation by hybrid differential Legendre-Bessel-Fourier operator.*

Key words: hybrid differential operator, problem of dynamic, hybrid integral transform.

Постановка проблеми

На сучасному етапі науково-технічного прогресу, особливо у зв'язку із широким застосуванням композитних матеріалів, виникає гостра потреба у вивченні фізико-технічних характеристик даних матеріалів, які знаходяться в різних умовах експлуатації, що математично приводить до задач інтегрування сепаратної системи диференціальних рівнянь другого порядку на кусково-однорідному інтервалі з відповідними початковими та крайовими умовами [1 – 3], зокрема задача динаміки математично приводить до побудови розв'язку системи рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Одним із ефективних методів побудови інтегральних зображень аналітичних розв'язків алгоритмічного характеру задач математичної фізики є метод гібридних інтегральних перетворень [1 – 4].

В [4] побудовано скінченне гібридне інтегральне перетворення (СГІП), породжене на сегменті $(0,R_3]$ з двома точками спряження гібридним диференціальним оператором (ГДО) Лежандра-Бесселя-Фур'є.

Мета дослідження

Побудувати розв'язок задачі динаміки на трискладовому сегменті $(0,R_3]$ з двома точками спряження за допомогою скінченного гібридного інтегрального перетворення типу Лежандра-Бесселя-Фур'є.

Викладення основного матеріалу дослідження

Задача динаміки на трискладовому сегменті математично приводить до побудови в області

$$D_2=\{(t,r):t>0, r\in I_2\},\ I_2=\{r: r\in(0,R_1)\cup(R_1,R_2)\cup(R_2,R_3); R_3<\infty\}$$

обмеженого розв'язку системи рівнянь гіперболічного типу

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}+\gamma_1^2 u_1-a_1^2\Lambda_{(\mu)}[u_1]=f_1(t,r),\ r\in(0,R_1),\\
&\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}+\gamma_2^2 u_2-a_2^2 B_{\nu,\alpha}[u_2]=f_2(t,r),\ r\in(R_1,R_2),\\
&\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}+\gamma_3^2 u_3-a_3^2\frac{\partial^2}{\partial r^2}[u_3]=f_3(t,r),\ r\in(R_2,R_3),
\end{aligned} \tag{1}$$

за початковими умовами

$$u_j(t,r)\big|_{t=0}=g_j(r),\quad \frac{\partial u_j}{\partial t}\big|_{t=0}=\varphi_j(r),\quad r\in(R_{j-1},R_j),\quad j=\overline{1,3},\quad R_0=0, \tag{2}$$

умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^k\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{j1}^k\right)u_k-\left(\alpha_{j2}^k\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{j2}^k\right)u_{k+1}\right]\Big|_{r=R_k}=0,\ j,k=1,2, \tag{3}$$

та крайовими умовами

$$\lim_{r\to 0}[r^\gamma u_1]=0,\quad \left(\alpha_{22}^3\frac{\partial}{\partial r}+\beta_{22}^3\right)u_3\,|_{r=R_3}=0. \tag{4}$$

Тут беруть участь узагальнений диференціальний оператор Лежандра $\Lambda_{(\mu)}$, диференціальний оператор Бесселя $B_{\nu,\alpha}$, диференціальний оператор Фур'є другого порядку (одновимірний диференціальний оператор Лапласа) d^2/dr^2.

Вважаємо, що виконані умови на коефіцієнти: $2\alpha+1>0$, $\nu\ge\alpha$; $(\mu)=(\mu_1,\mu_2)$, $\mu_1\ge\mu_2\ge 0$; $\alpha_{22}^3\ge 0$, $\beta_{22}^3\ge 0$, $\alpha_{22}^3+\beta_{22}^3\ne 0$; $\alpha_{jm}^k\ge 0$, $\beta_{jm}^k\ge 0$, $c_{jk}=\alpha_{2j}^k\beta_{1j}^k-\alpha_{1j}^k\beta_{2j}^k$, $c_{1k}\cdot c_{2k}>0$; $j,m,k=1,2$.

В [4] побудовано пряме $H_{\nu,\alpha}^{(\mu)}$ й обернене $H_{\nu,\alpha}^{-(\mu)}$ СГІП, породжене на множині I_2 ГДО $M_{\nu,\alpha}^{(\mu)}=\theta(r)\theta(R_1-r)a_1^2\Lambda_{(\mu)}+\theta(r-R_1)\theta(R_2-r)a_2^2B_{\nu,\alpha}+\theta(r-R_2)\theta(R_3-r)a_3^2\,d^2/dr^2$:

$$H_{\nu,\alpha}^{(\mu)}[g(r)]=\int_0^{R_3}g(r)v_{\nu,\alpha}^{(\mu)}(r,\beta_n)\sigma(r)dr\equiv\widetilde{g}_n, \tag{5}$$

$$H_{\nu,\alpha}^{-(\mu)}[\widetilde{g}_n]=\sum_{n=1}^{\infty}\widetilde{g}_n v_{\nu,\alpha}^{(\mu)}(r,\beta_n)\equiv g(r) \tag{6}$$

та виведена основна тотожність СГІП ГДО $M_{\nu,\alpha}^{(\mu)}$:

$$\begin{aligned}
H_{\nu,\alpha}^{(\mu)}[M_{\nu,\alpha}^{(\mu)}[g(r)]]=&-\beta_n^2\widetilde{g}_n-\sum_{i=1}^{3}k_i^2\widetilde{g}_{in}+(\alpha_{22}^3)^{-1}v_{\nu,\alpha;3}^{(\mu)}(R_3,\beta_n)g_R+\\
&+\sum_{k=1}^{2}d_k[Z_{\nu,\alpha;12}^{(\mu);k}(\beta_n)\omega_{2k}-Z_{\nu,\alpha;22}^{(\mu);k}(\beta_n)\omega_{1k}].
\end{aligned} \tag{7}$$

Тут $\theta(x)$ – одинична функція Гевісайда [4], $\{v_{\nu,\alpha}^{(\mu)}(r,\beta_n)\}_{n=1}^{\infty} = \{V_{\nu,\alpha}^{(\mu)}(r,\beta_n) : \| V_{\nu,\alpha}^{(\mu)}(r,\beta_n) \|\}_{n=1}^{\infty}$ – ортонормована система власних функцій відповідної задачі Штурма-Ліувілля [4],

$$V_{\nu,\alpha}^{(\mu)}(r,\beta) = \sum_{k=1}^{3} \theta(r-R_{k-1})\theta(R_k - r) V_{\nu,\alpha;k}^{(\mu)}(r,\beta), \quad R_0 = 0,$$

$$V_{\nu,\alpha;1}^{(\mu)}(r,\beta_n) = q_\alpha(\beta_n) c_{22} b_{3n}, \; q_\alpha(\beta_n) = \frac{2}{\pi} \frac{c_{21}}{b_{2n}^{2\alpha} R_1^{2\alpha+1}},$$

$$V_{\nu,\alpha;2}^{(\mu)}(r,\beta_n) = c_{22} b_{3n} [Z_{\nu_{1n}^*;21}^{(\mu);11}(chR_1)\psi_{\nu,\alpha;12}^{1}(b_{2n}R_1, b_{2n}r) - Z_{\nu_{1n}^*;11}^{(\mu);11}(chR_1)\psi_{\nu,\alpha;22}^{1}(b_{2n}R_1, b_{2n}r)],$$

$$V_{\nu,\alpha;3}^{(\mu)}(r,\beta_n) = \omega_{\nu,\alpha;2}^{(\mu)}(\beta_n)\cos(b_{3n}r) - \omega_{\nu,\alpha;1}^{(\mu)}(\beta_n)\sin(b_{3n}r),$$

$$\psi_{\nu,\alpha;j2}^{1}(b_{2n}R_1, b_{2n}r) = u_{\nu,\alpha;j2}^{11}(b_{2n}R_1) N_{\nu,\alpha}(b_{1n}r) - u_{\nu,\alpha;j2}^{12}(b_{2n}R_1) J_{\nu,\alpha}(b_{1n}r),$$

$$\delta_{\nu,\alpha;jk}(b_2R_1, b_2R_2) = u_{\nu,\alpha;j2}^{11}(b_2R_1) u_{\nu,\alpha;k1}^{22}(b_2R_2) - u_{\nu,\alpha;j2}^{12}(b_2R_1) u_{\nu,\alpha;k1}^{21}(b_2R_2), \; j,k = 1,2,$$

$$\delta_{j2}(b_3R_2, b_3R_3) = v_{j2}^{21}(b_3R_2) v_{22}^{32}(b_3R_3) - v_{j2}^{22}(b_3R_2) v_{22}^{31}(b_3R_3), \; j = 1,2,$$

$$a_{\nu,\alpha;j}^{(\mu)}(\beta) = Z_{\nu_1^*;11}^{(\mu);11}(chR_1)\delta_{\nu,\alpha;2j}(b_2R_1, b_2R_2) - Z_{\nu_1^*;21}^{(\mu);11}(chR_1)\delta_{\nu,\alpha;1j}(b_2R_1, b_2R_2),$$

$$b_{\nu,\alpha;j}(\beta) = \delta_{22}(b_3R_2, b_3R_3)\delta_{\nu,\alpha;j1}(b_2R_1, b_2R_2) - \delta_{12}(b_3R_2, b_3R_3)\delta_{\nu,\alpha;j2}(b_2R_1, b_2R_2);$$

$$\omega_{\nu,\alpha;j}^{(\mu)}(\beta_n) = a_{\nu,\alpha;2}^{(\mu)}(\beta_n) v_{12}^{2j}(b_{3n}R_2) - a_{\nu,\alpha;1}^{(\mu)}(\beta_n) v_{22}^{2j}(b_{3n}R_2), j = 1,2,$$

$$Z_{\nu,\alpha;m2}^{(\mu);k}(\beta_n) = (\alpha_{m2}^{k} \frac{d}{dr} + \beta_{m2}^{k}) v_{\nu,\alpha;k+1}^{(\mu)}(r,\beta_n)|_{r=R_k}, m,k = 1,2,$$

$$d_1 = a_1^2\sigma_1 shR_1 : c_{11}, d_2 = a_2^2\sigma_2 R_2^{2\alpha+1} : c_{12}, \; b_j = a_j^{-1}(\beta^2 + k_j^2)^{1/2}, \; k_j^2 \geq 0, \; j = \overline{1,3},$$

$$a_1^2\sigma_1 = \frac{c_{11}c_{12}}{c_{21}c_{22}} \frac{R_1^{2\alpha+1}}{R_2^{2\alpha+1}} \frac{1}{shR_1}, \quad a_2^2\sigma_2 = \frac{c_{12}}{c_{22}} \frac{1}{R_1^{2\alpha+1}}, \quad a_3^2\sigma_3 = 1,$$

$P_{\nu_1^*}^{(\mu)}(chr)$ та $L_{\nu_1^*}^{(\mu)}(chr)$ – узагальнені приєднані функції Лежандра, які утворюють фундаментальну систему розв'язків для диференціального рівняння Лежандра, $\nu_1^* = -1/2 + ib_1$, $J_{\nu,\alpha}(b_2r)$ та $N_{\nu,\alpha}(b_2r)$ – дійсні функції Бесселя першого роду та другого роду відповідно, які утворюють фундаментальну систему розв'язків для диференціального рівняння Бесселя [4].

Знайдемо інтегральне зображення аналітичного розв'язку задачі (1) – (4) методом СГІП типу Лежандра-Бесселя-Фур'є на трискладовому сегменті $(0, R_3]$ з двома точками спряження, запровадженого правилами (5) – (7).

Запишемо систему (1) та початкові умови (2) у матричній формі:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma_1^2 - a_1^2 \Lambda_{(\mu)}\right) u_1(t,r) \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma_2^2 - a_2^2 B_{\nu,\alpha}\right) u_2(t,r) \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma_3^2 - a_3^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2}\right) u_3(t,r) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(t,r) \\ f_2(t,r) \\ f_3(t,r) \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} u_1(t,r) \\ u_2(t,r) \\ u_3(t,r) \end{pmatrix}\Bigg|_{t=0} = \begin{pmatrix} g_1(r) \\ g_2(r) \\ g_3(r) \end{pmatrix}, \quad \frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} u_1(t,r) \\ u_2(t,r) \\ u_3(t,r) \end{pmatrix}\Bigg|_{t=0} = \begin{pmatrix} \varphi_1(r) \\ \varphi_2(r) \\ \varphi_3(r) \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Інтегральний оператор $H_{\nu,\alpha}^{(\mu)}$ згідно правила (5) зобразимо у вигляді операторної матриці-рядка:

$$H_{\nu,\alpha}^{(\mu)}[...]=\left[\int_0^{R_1}...v_{\nu,\alpha;1}^{(\mu)}(r,\beta_n)\sigma_1 sh\, r dr \quad \int_{R_1}^{R_2}...v_{\nu,\alpha;2}^{(\mu)}(r,\beta_n)\sigma_2 r^{2\alpha+1}dr \quad \int_{R_2}^{R_3}...v_{\nu,\alpha;3}^{(\mu)}(r,\beta_n)\sigma_3 dr\right]. \quad (9)$$

Застосуємо операторну матрицю-рядок (9) за правилом множення матриць до задачі (8). Внаслідок основної тотожності (7) отримуємо задачу Коші:

$$\left(\frac{d^2}{dt^2}+\beta_n^2\right)\widetilde{u}_n(t,\beta_n)+\left(k_1^2+\gamma_1^2\right)\int_0^{R_1}u_1(t,r)v_{\nu,\alpha;1}^{(\mu)}(r,\beta_n)\sigma_1 sh\, r dr+\left(k_2^2+\gamma_2^2\right)\int_{R_1}^{R_2}u_2(t,r)v_{\nu,\alpha;2}^{(\mu)}(r,\beta_n)\sigma_2 r^{2\alpha+1}dr+$$

$$+\left(k_3^2+\gamma_3^2\right)\int_{R_2}^{R_3}u_3(t,r)v_{\nu,\alpha;3}^{(\mu)}(r,\beta_n)\sigma_3 dr=\widetilde{f}_n(t),$$

$$\widetilde{u}_n\big|_{t=0}=\widetilde{g}_n(\beta_n)., \quad \frac{d\widetilde{u}_n}{dt}\Big|_{t=0}=\widetilde{\varphi}_n(\beta_n).$$

Припустимо, що $\max\left\{\gamma_1^2;\gamma_2^2;\gamma_3^2\right\}=\gamma_1^2$. Покладемо всюди $k_1^2=0$, $k_2^2=\gamma_1^2-\gamma_2^2\geq 0$, $k_3^2=\gamma_1^2-\gamma_3^2\geq 0$. Одержуємо задачу Коші:

$$\left(\frac{d}{dt}+\beta_n^2+\gamma_1^2\right)\widetilde{u}_n(t)=\widetilde{f}_n(t), \quad (10)$$

$$\widetilde{u}_n\big|_{t=0}=\widetilde{g}_n(\beta_n)., \quad \frac{d\widetilde{u}_n}{dt}\Big|_{t=0}=\widetilde{\varphi}_n(\beta_n).$$

$$\widetilde{g}_n\equiv\int_0^{R_1}g_1(r)v_{\nu,\alpha;1}^{(\mu)}(r,\beta_n)\sigma_1 sh\, r dr+\int_{R_1}^{R_2}g_2(r)v_{\nu,\alpha;2}^{(\mu)}(r,\beta_n)\sigma_2 r^{2\alpha+1}dr+\int_{R_2}^{R_3}g_3(r)v_{\nu,\alpha;3}^{(\mu)}(r,\beta_n)\sigma_3 dr.$$

Безпосередньо перевіряється, що розв'язком задачі Коші (10) є функція

$$\widetilde{u}_n(t)=\frac{\sin\sqrt{\beta_n^2+\gamma_1^2}t}{\sqrt{\beta_n^2+\gamma_1^2}}\widetilde{\varphi}_n+\frac{d}{dt}\frac{\sin\sqrt{\beta_n^2+\gamma_1^2}t}{\sqrt{\beta_n^2+\gamma_1^2}}\widetilde{g}_n+\int_0^t\frac{\sin\sqrt{\beta_n^2+\gamma_1^2}t}{\sqrt{\beta_n^2+\gamma_1^2}}\widetilde{f}_n(\tau)d\tau. \quad (11)$$

Інтегральний оператор $H_{\nu,\alpha}^{-(\mu)}$ згідно правила (6), як обернений до (9), зобразимо у вигляді операторної матриці-стовпця:

$$H_{\nu,\alpha}^{-(\mu)}[...]=\begin{bmatrix}\sum_{n=1}^{\infty}[...]v_{\nu,\alpha;1}^{(\mu)}(r,\beta_n)\\ \sum_{n=1}^{\infty}[...]v_{\nu,\alpha;2}^{(\mu)}(r,\beta_n)\\ \sum_{n=1}^{\infty}[...]v_{\nu,\alpha;3}^{(\mu)}(r,\beta_n)\end{bmatrix}. \quad (12)$$

Застосувавши операторну матрицю-стовпець (12) за правилом множення матриць до матриці-елемента $\left[\widetilde{u}_n(t)\right]$, де функція $\widetilde{u}_n(t)$ визначена формулою (11), одержуємо єдиний розв'язок гіперболічної задачі (1) – (4):

$$u_j(t,r)=\int_0^t\int_0^{R_1}\mathrm{H}^{(\mu)}_{\nu,\alpha;j1}(t-\tau,r,\rho)\big[f_1(\tau,\rho)+\varphi_1(\rho)\delta_+(\tau)\big]\sigma_1 sh\rho\,d\rho\,d\tau+\int_0^t\int_{R_1}^{R_2}\mathrm{H}^{(\mu)}_{\nu,\alpha;j2}(t-\tau,r,\rho)[f_2(\tau,\rho)+$$

$$+\varphi_2(\rho)\delta_+(\tau)]\sigma_2 r^{2\alpha+1}d\rho\,d\tau+\int_0^t\int_{R_2}^{R_3}\mathrm{H}^{(\mu)}_{\nu,\alpha;j3}(t-\tau,r,\rho)[f_3(\tau,\rho)+\varphi_3(\rho)\delta_+(\tau)]\sigma_3 d\rho\,d\tau+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{R_1}\mathrm{H}^{(\mu)}_{\nu,\alpha;j1}(t,r,\rho)g_1(\rho)\sigma_1 sh\rho\,d\rho+\frac{\partial}{\partial t}\int_{R_1}^{R_2}\mathrm{H}^{(\mu)}_{\nu,\alpha;j2}(t,r,\rho)g_2(\rho)\sigma_2\rho^{2\alpha+1}d\rho+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\int_{R_2}^{R_3}\mathrm{H}^{(\mu)}_{\nu,\alpha;j3}(t,r,\rho)g_3(\rho)d\rho\ . \qquad (13)$$

У рівностях (13) беруть участь породжені неоднорідністю системи функції впливу:

$$\mathrm{H}^{(\mu)}_{\nu,\alpha;jk}(t,r,\rho)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\sqrt{\beta_n^2+\gamma_1^2}\,t}{\sqrt{\beta_n^2+\gamma_1^2}}\ v^{(\mu)}_{\nu,\alpha;j}(r,\beta_n)v^{(\mu)}_{\nu,\alpha;k}(r,\beta_n),\ \ j,k=1,2,3. \qquad (14)$$

При цьому $\delta_+(t)$ – дельта-функція Дірака, зосереджена в точці $t=0+$.

Зауваження. При $\max\{\gamma_1^2;\gamma_2^2;\gamma_3^2\}=\gamma_m^2$, $k_j^2=\gamma_m^2-\gamma_j^2\ge 0$, $j=1,2,3$, $m=2,3$, й у формулі (14) вираз $(\beta_n^2+\gamma_1^2)$ міняється на вираз $(\beta_n^2+\gamma_m^2)$.

Висновок

Побудований розв'язок (13) гіперболічної задачі (1) – (4) має алгоритмічний характер, що дозволяє використовувати його як в теоретичних дослідженнях, так і в числових розрахунках.

Список використаної літератури

1. Коляно Ю.М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела / Ю. М. Коляно. К.: Наук. думка, 1992. – 280 с.
2. Ленюк М.П. Температурні поля в плоских кусково-однорідних ортотропних областях / М.П. Ленюк. – К.: Ін-т математики НАН України, 1997. – 188 с.
3. Конет І.М. Температурні поля в кусково-однорідних циліндричних областях / І.М. Конет, М.П. Ленюк. – Чернівці: Прут, 2004. – 276 с.
4. Нікітіна О.М., Шинкарик М.І. Скінченне гібридне інтегральне перетворення типу Лежандра-Бесселя-Фур'є на сегменті з двома точками спряження / О.М. Нікітіна, М.І. Шинкарик // Вестник Херсонского национального технического университета. Вып. 3 (54). – Херсон: ХНТУ, 2015. – С. 47 – 51.
5. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1972. – 735 с.
6. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений / В.В. Степанов. – М.: Физматгиз, 1959. – 468 с.

УДК 004.942

В.Ф. МИРГОРОД
Військова академія (м. Одеса)
І.М. ГВОЗДЕВА
Національний університет "Одеська морська академія"

ЧИСЕЛЬНІ РОЗВ'ЯЗКИ СИСТЕМ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ВОЛЬТЕРРИ З СЕПАРАБЕЛЬНЫМИ ЯДРАМИ

Пропонується і обгрунтовується підхід до дослідження властивостей аналітичних і обчислювальних рішень систем інтегральних рівнянь Вольтерри II -го роду. Підхід заснований на знаходженні резольвентных рішень систем інтегральних рівнянь з сепарабельными ядрами і їх дискретних аналогів. Розглянуто перетворення системи інтегральних рівнянь до системи еквівалентних диференціальних або різницевих рівнянь. Встановлений взаємозв'язок резольвентных рішень інтегральних рівнянь і фундаментальних рішень еквівалентних диференціальних і різницевих рівнянь. Запропонована модифікація операційного методу рішень дискретних аналогів систем інтегральних рівнянь Вольтерри II -го роду.

Ключові слова: математична модель, система інтегральних рівнянь, еквівалентне перетворення, резольвента.

В.Ф. МИРГОРОД
Военная академия (г. Одесса)
И.М. ГВОЗДЕВА
Национальный университет "Одесская морская академия"

ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРЫ С СЕПАРАБЕЛЬНИМИ ЯДРАМИ

Предлагается и обосновывается подход к исследованию свойств аналитических и численных решений систем интегральных уравнений Вольтерры II-го рода. Подход основан на нахождении резольвентных решений систем интегральных уравнений с сепарабельными ядрами и их дискретных аналогов. Рассмотрено преобразование системы интегральных уравнений к системе эквивалентных дифференциальных либо разностных уравнений. Установлена взаимосвязь резольвентных решений интегральных уравнений и фундаментальных решений эквивалентных дифференциальных и разностных уравнений. Предложена модификация операционного метода решений дискретных аналогов систем интегральных уравнений Вольтерры II-го рода.

Ключевые слова: математическая модель, система интегральных уравнений, эквивалентное преобразование, резольвента.

V.F.MIRGOROD
Military Academy (Odessa city)
I.M.GVOZDEVA
National University "Odessa Maritime Academy"

ANALYTICAL SOLUTIONS OF SYSTEMS OF VOLTERRA INTEGRAL EQUATIONS WITH SEPARABLE KERNELS

The approach to investigation of properties of analytical and numerical solutions of Volterra integral equations of the second kind is offered and grounded. The approach is based on finding the resolvent solutions of systems of integral equations with separable kernels and their discrete analogous. The transformation of integral equations systems to the systems of equivalent differential or difference equations is considered. The connection of resolvent solutions of the integral equations and fundamental solutions of equivalence differential and difference equations is obtained. The modification of operating method of solutions of discrete analogous of Volterra integral equations of the second kind systems is proposed.

Keywords: mathematical model, the system of integral equations, equivalent transformation, resolvent.

Вступ

Ефективним засобом вирішення проблеми дослідження керованої зміни стану складних динамічних систем є побудова їх адекватних математичних моделей (ММ). Такі моделі створюються, як правило, у вигляді диференціальних рівнянь простору стану, що відповідають найбільшою мірою вживаним методам і засобам сучасної теорії управління. Проте далеко не усі процеси в реальних динамічних системах можуть

бути описані вказаними математичними моделями простору стану (ММПС), а обчислювальна реалізація таких ММ вимагає значних обчислювальних ресурсів, що перешкоджає їх застосуванню в системах управління реального часу. Тому є актуальною проблема відшукування нових форм математичного опису процесів керованої зміни стану складних динамічних систем.

Важливе науково-прикладне завдання полягає у відшукуванні таких форм цього опису, для яких, за умови збереження високої міри адекватності реальним процесам, могла бути здійснена обчислювальна реалізація ММ в реальному часі.

Відомі переваги моделей у вигляді інтегральних операторів, інтегральних і интегро-диференціальних рівнянь, зокрема, стосовно динамічних систем, інтегральних рівнянь Вольтерри II -го роду, визначають необхідність і практичну значущість розгляду методів відшукування їх аналітичних рішень на основі рішення відповідних рівнянь, що зв'язують ядро і резольвенту.

Постановка проблеми і мета дослідження

Теорія інтегральних рівнянь Вольтерри II-го роду розглянута у ряді фундаментальних робіт [1–5,7]. Довідкова література [7,8] присвячена методам і алгоритмам їх обчислювального рішення. Рішення інтегро-диференціальних рівнянь і програмні засоби їх комп'ютерної реалізації викладені в [9,11]. Для окремих випадків інтегральних рівнянь Вольтерри II-го роду в [5,7] пропонуються деякі аналітичні рішення, в [11,12] запропоновані такі рішення для ряду важливих прикладних завдань.

Проте необхідність обчислювальної реалізації ММ безпосередньо у складі систем управління в реальному масштабі часу вимагає систематичного розгляду питань відшукування рішень інтегральних рівнянь і їх дискретних аналогів, вживаних в якості математичних моделей процесів в досліджуваних об'єктах. В першу чергу це стосується інтегральних рівнянь Вольтерри II-го роду, що мають широку сферу застосування в прикладних задачах і для яких розроблені ефективні методи обчислювального рішення [7].

Метою роботи є розробка методів аналітичного і обчислювального рішення ряду класів дискретних аналогів систем інтегральних рівнянь Вольтерры II-го роду на основі відшукування рішень відповідних рівнянь, що зв'язують ядро і резольвенту

Основні результати

У [13] розглянута система інтегральних рівнянь (ІР) Вольтерры II-го роду з сепарабельним ядром

$$\vec{y}(x)=\vec{f}(x)+\int_a^x K(x,s)\,\vec{y}(s)\,ds=\vec{f}(x)+C(x)\int_a^x B(s)\,\vec{y}(s)\,ds, \tag{1}$$

де $dim\left(\vec{y}(x)\right)=dim\left(\vec{f}(x)\right)=n,$ рядки матриці $C(x)$ і стовпці матриці $B(x)$ є системами лінійно незалежних функцій [1,3].

Як це показано авторами, еквівалентна (1) система диференціальних рівнянь встановлюється введенням вектор-функції

$$\vec{\omega}(x)=\int_a^x B(s)\,\vec{y}(s)\,ds, \tag{2}$$

і відповідного лінійного диференціального рівняння

$$\frac{d\vec{\omega}(x)}{dx}=B(x)\,\vec{y}(x), \tag{3}$$

з нульовими початковими умовами.

З (1) слідує

$$\vec{y}(x)=\vec{f}(x)+C(x)\,\vec{\omega}(x).$$

Згідно (3) отримано рівняння

$$\frac{d\vec{\omega}(x)}{dx}=B(x)\left[C(x)\,\vec{\omega}(x)+\vec{f}(x)\right]=B(x)C(x)\,\vec{\omega}(x)+B(x)\,\vec{f}(x).$$

З приведених в [9] виразів витікає, що система ІР (1) за умови (2) еквівалентно матричному диференціальному рівнянню у вигляді математичної моделі простору стану (ММПС)

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\vec{\omega}(x)}{dx}&=A(x)\,\vec{\omega}(x)+B(x)\vec{f}(x)\\ \vec{y}(x)&=C(x)\vec{\omega}(x)+D(x)\vec{f}(x),\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

де $A(x)=B(x)C(x)$, і $D(x)=E.$

З (1) і (4) витікає, що для забезпечення існування і єдності рішення (4) матриці $C(x)$ і $B(x)$ мають бути квадратними за додаткової умови, що рядки матриці $C(x)$ і стовпці матриці $B(x)$ є системами лінійно незалежних функцій. Проведені перетворення дають основу сформулювати наступне твердження.

Згідно [9], якщо в системі інтегральних рівнянь Вольтерри ІІ-го роду (1) матричне ядро є сепарабельним виду

$$K(x,s)=C(x)B(s),$$

і, крім того, рядки матриці $C(x)$ і стовпці матриці $B(x)$ є системами лінійно незалежних функцій, то рішенням рівняння для резольвенти

$$R(x,s)=K(x,s)+\int_s^x K(x,\lambda)R(\lambda,s)ds, \tag{5}$$

є функція

$$R(x,s)=C(x)F(x,s)B(s),$$

де $F(x,s)$ є фундаментальною матрицею – рішенням наступного диференціального рівняння

$$\frac{dF'(s,x)}{dx}=-B(x)C(x)F(s,x)=-A(x)F(s,x) \tag{6}$$

з початковою умовою, рівною одиничній матриці.

Таким чином, еквівалентною формою системи інтегральних рівнянь Вольтерри ІІ-го роду (1) з сепарабельними ядрами є диференціальні рівняння динамічної системи з векторним входом і векторним виходом (MIMO) в просторі стану (4), рішення яких, і, отже, рішення системи (1) має вигляд

$$\vec{y}(x)=\vec{f}(x)+\int_a^x R(x,s)\vec{f}(s)ds=\vec{f}(x)+C(x)\int_a^x F(x,s)B(s)\vec{y}(s)ds,$$

де матриця $F(x,s)$ визначається рішенням (6).

Розглянемо дискретний аналог рівняння Вольтерри ІІ-го роду

$$\vec{y}(x_n)=\vec{f}(x_n)+\sum_{s_j=x_1}^{x_n} K(x_n,s_j)\vec{y}(s_j), \tag{7}$$

де $n, j\in N,\ j\le n.$

Слідуючи [14,15], рівняння (7) може розглядатися, з одного боку, як наближена квадратурна реалізація рівняння (1). З іншого боку, (7) може використовуватися як математична модель процесів в системах з дискретними станами, наприклад, в цифрових системах управління, при моделюванні потоків відмов, і інших. У першому випадку знаходження аналітичного рішення (4) дозволяє уникнути відомих проблем обчислювального рішення рівнянь зі змінною верхньою межею інтегрування. У другому випадку знаходження рішень рівнянь виду (7) має важливе самостійне значення, оскільки дає можливість побудувати алгоритми, що відповідають вимогам реального часу.

Надалі змінні-аргументи опускаються і використовуються наступні позначення

$$K(x_n,s_j)=K_{nj},$$

$$\vec{y}(x_n)=\vec{y}_n,\quad \vec{f}(x_n)=\vec{f}_n.$$

Рішення рівняння (7) відшукуватимемо, по аналогії з рішенням рівняння (1), у формі

$$\vec{y}_n=\vec{f}_n+\sum_{j=1}^{n} R_{nj}\vec{f}_j. \tag{8}$$

З (4) і (8) слідує рівняння для резольвенти

$$R_{nj}=K_{nj}+\sum_{i=j-1}^{n} K_{ni}\cdot R_{ij}. \tag{9}$$

Далі вважатимемо, що справедливо наступна умова

$$\left|\sum_{x_i=x_1}^{x_n} f(x_i)\right|\le C_2,\ C_2=const, \tag{10}$$

Розглянемо дискретний аналог рівняння (1) з ядром, що розділяється

$$\vec{y}_n=\vec{f}_n+C_n\sum_{j=1}^{n} B_j\vec{y}_j. \tag{11}$$

Позначимо

$$\vec{v}_n = \sum_{j=1}^{n} B_j \vec{y}_j, \tag{12}$$

звідси слідує еквівалентна (11) дискретна математична модель простору стану у виді

$$\begin{cases} \vec{v}_n = \left(E - B_n C_n\right)^{-1} \vec{v}_{n-1} + \left(E - B_n C_n\right)^{-1} B_n \vec{f}_n, \\ \vec{y}_n = C_n \vec{v}_n + \vec{f}_n, \end{cases} \tag{13}$$

фундаментальна матриця якої має вигляд

$$\Phi_{nj} = \left(E - B_n C_n\right)^{-1}, \quad F_{nj} = \prod_{i=j}^{n} \Phi_{ii}.$$

Рішення системи (13) визначається співвідношенням

$$\vec{y}_n = \vec{f}_n + C_n \sum_{j=1}^{n} F_{nj} B_j \vec{f}_j.$$

Через еквівалентність (11) і (13) це рішення одночасно є рішенням дискретного аналога рівняння Вольтерри II-го роду з ядром, що розділяється.

Якщо $K_{nj} = K_{n-j}$ – різницеве ядро, то через лінійність дискретного аналога інтегрального рівняння $R_{nj} = R_{n-j}$ резольвента також є різницевою. Звідси рівняння для резольвенти має вигляд

$$R_{n-j} = K_{n-j} + \sum_{i=j-1}^{n} K_{n-i} R_{i-j}. \tag{14}$$

Вважаючи, що R_s і K_s задовольняють умовам існування їх Z-перетворень, де $s = n - j$, з (14) слідує операторне рівняння

$$R\left(z\right) = K\left(z\right) + K\left(z\right) R\left(z\right), \tag{15}$$

де $R\left(z\right), K\left(z\right)$ – Z-зображення ядра і резольвенти відповідно. Звідси слідує аналітичне рішення рівняння для резольвенти у виді

$$R_s = Z^{-1}\left\{R\left(z\right)\right\}, \tag{16}$$

де

$$R\left(z\right) = \left(1 - K\left(z\right)\right)^{-1} K\left(z\right). \tag{17}$$

Рішення (16) і (17) узагальнюють операційний метод рішення інтегрального рівняння Вольтерри II-го роду з різницевим ядром на відповідні дискретні аналоги.

Висновок

Пропонований підхід до встановлення рішень деяких типів систем інтегральних рівнянь Вольтерри II-го роду на основі відшукування рішень відповідних рівнянь, що зв'язують ядро і резольвенту, дає можливість досліджувати нові класи рішень таких рівнянь з різною правою частиною і спростити алгоритми обчислювальної реалізації при таблично заданих вихідних даних, що визначає істотні переваги пропонованих моделей при рішенні прикладних завдань.

Висновки і перспективи подальших досліджень

Перспективи подальших досліджень пов'язані з розширенням класу можливих типів систем інтегральних рівнянь Вольтерри II-го роду, і їх дискретних аналогів, для яких можуть бути отримані аналітичні рішення рівнянь, що зв'язують ядро і резольвенту.

Список використаної літератури

1. Whittaker, E. T. and Watson, G. N., A Course of Modern Analysis, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1996. – 616 p.
2. Gorenflo, R. and Vessella, S., Abel Integral Equations: Analysis and Applications, SpringerVerlag, Berlin–New York, 1991. – 215 p.
3. Samko, S. G., Kilbas, A. A., and Marichev, O. I., Fractional Integrals and Derivatives. Theory and Applications, Gordon & Breach Sci. Publ., New York, 1993. – 1006 p.
4. Polyanin, A. D. and Manzhirov, A. V. Handbook of Integral Equations, Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2008. – 1108 p.
5. Смирнов В.И. Курс высшей математики / В.И. Смирнов. – М.: Наука, 1974. – Т.4. – Ч.1. – 336 с.

6. Забрейко П.П. Интегральные уравнения / П.П. Забрейко, А.И. Кошелев, М.А. Красносельский. – М.: Наука, 1968. – 448 с.
7. Верлань А.Ф. Справочник по интегральным уравнениям / А.Ф. Верлань, В.С. Сизиков. – К.: Техника, 1986. –700 с.
8. Методы вычислений на ЭВМ / В.В. Иванов. – К.: Наук. Мысль, 1986. – 584 с.
9. Верлань А.Ф. Моделирование систем автоматического управления с реальными обратными связями на основе интегро-дифференциальных уравнений Вольтера / А.Ф. Верлань, В.Ф. Миргород, Д.Э. Контрерас // Тр. Одесск. Гос. Политехн. Ин-та. – 2000, – Вып. 3(12). – С. 120–123.
10. Миргород В.Ф. Квадратурно-разностные алгоритмы моделирования нелинейных динамических объектов / В.Ф. Миргород, Д.Э. Контрерас, А.Б. Волощенко // Моделирование и информационные технологии. – К. – 2000. – Вып. 6. – С. 152–156.
11. Миргород В.Ф. Обобщение методов аналитического решения некоторых типов интегральных уравнений Вольтерра второго рода / В.Ф. Миргород // Искусственный интеллект. – 2009. – №3. – С. 68–80.
12. Миргород В.Ф. Эквивалентные преобразования интегральных и дифференциальных математических моделей / В.Ф. Миргород, И.М. Гвоздева // Материалы международной научной конференции “Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта” (18-22 мая 2009 г.). – Евпатория. – 2009. – Т. 1. – С. 88–91.
13. Миргород В.Ф. Аналитическое решение систем интегральных уравнений Вольтерры с сепарабельным ядром / В.Ф. Миргород, И.М. Гвоздева, Е.В. Деренг // Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон. – 2016.– Вип. 3(58).– С. 380–383.
14. Миргород В.Ф. Методы решения дискретных аналогов интегральных уравнений Вольтерры II рода / В.Ф. Миргород, И.М. Гвоздева // Вестник Херсонского национального технического университета – 2(45). – 2012. – С. 232–238
15. Myrhorod, V. On One Solution of Volterra Integral Equations of Second Kind / V. Myrhorod, I. Hvozdeva, // 8th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences - AMiTaNS’16, AIP Conference Proceedings; 2016, Vol. 1773, Issue 1, pp. 1–8.

УДК 539.3

Р.С. МУСІЙ, Х.Т. ДРОГОМИРЕЦЬКА, О.Г. ОРИЩИН
Національний університет "Львівська політехніка"

ТЕРМОМЕХАНІЧНА ПОВЕДІНКА ЕЛЕКТРОПРОВІДНОГО ПОРОЖНИСТОГО ЦИЛІНДРА ЗА ІМПУЛЬСНОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ДІЇ ЗА ВРАХУВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕРМОПРУЖНОГО РОЗСІЮВАННЯ ЕНЕРГІЇ

На основі сформульованої зв'язаної динамічної задачі термомеханіки для довгого порожнистого електропровідного циліндра за однорідної нестаціонарної електромагнітної дії досліджено його термомеханічну поведінку за дії електромагнітного імпульсу за врахування процесу термопружного розсіювання енергії і без такого врахування.

Ключові слова: електропровідний порожнистий циліндр, однорідна нестаціонарна електромагнітна дія, електромагнітний імпульс, термомеханічна поведінка, термопружне розсіювання енергії.

R.S. MUSIY, H.T. DROHOMYRETSKA, O.H. ORYSHCHYN
Lviv Polytechnic National University

THERMOMECHANICAL BEHAVIOUR OF ELECTROCONDUCTIVE HOLLOW CYLINDER UNDER THE IMPULSE ELECTROMAGNETIC ACTION CONSIDERING THERMOELASTIC ENERGY DISSIPATION

The dynamic problem of thermomechanics for long hollow electroconductive cylinder under the homogeneous non-stationary electromagnetic action was considered. Based on this, thermomechanical behaviour of the cylinder under the action of electromagnetic impulse accounting the process of thermoelastic energy dissipation or without such consideration was numerically investigated.

Keywords: hollow electroconductive cylinder, homogeneous nonstationary electromagnetic action, electromagnetic impulse, thermomechanic behaviour, thermoelastic energy dissipation.

Постановка задачі. Аналіз сучасних досліджень і публікацій

В процесі роботи та експлуатації багатьох приладів і пристроїв, конструктивним елементом яких є порожнистий електропровідний циліндр, такий циліндр зазнає впливу нестаціонарних електромагнітних полів (ЕМП), зокрема імпульсного характеру дії [1]. Імпульсне ЕМП створює в циліндрі об'ємні нестаціонарні джерела джоулевого тепла Q і пондеромоторні сили $\vec{F}$ [2]. Ці два фізичні чинники зумовлюють виникнення нестаціонарних температурного поля T і поля механічних переміщень $\vec{U}$. Вказані поля в загальному випадку є взаємопов'язані.

В літературі [3-5] наведено дослідження термонапруженого стану (ТНС) шару з плоско-паралельними межами за дії теплового удару, за індукційного нагріву усталеним ЕМП та за дії імпульсного ЕМП за врахування процесу термопружного розсіювання енергії. Проте вплив імпульсних ЕМП на термомеханічну поведінку порожнистого циліндра за врахування процесу термопружного розсіювання енергії вивчений недостатньо.

Мета дослідження

Основною метою даної роботи є дослідження термомеханічної поведінки електропровідного порожнистого циліндра за дії електромагнітного імпульсу (ЕМІ) за врахування процесу термопружного розсіювання енергії і без такого врахування.

Опис основних матеріалів дослідження

Розглянемо довгий порожнистий електропровідний циліндр, віднесений до циліндричної системи координат (r, φ, z), вісь Oz якої співпадає з віссю симетрії циліндра. Матеріал циліндра однорідний, ізотропний і неферомагнітний, а його фізико-механічні характеристики є сталими.

Циліндр знаходиться за дії нестаціонарного ЕМП, яке задається значеннями осьової компоненти H_z вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}(r,t)$ на внутрішній $r = r_0$ і зовнішній $r = r_1$ поверхнях циліндра

$$H_z(r_0, t) = H_z^-(t), \qquad H_z(r_1, t) = H_z^+(t). \tag{1}$$

Тут $H_z^{\pm}(t)$ - задані функції часу t. Поверхні циліндра $r = r_0$ і $r = r_1$ теплоізольовані і вільні від силового навантаження.

За таких умов розрахункова модель визначення термонапруженого стану циліндра складається з двох етапів [4–5]: на першому етапі з рівнянь електродинаміки визначається вектор напруженості магнітного поля $\vec{H}$ в циліндрі та зумовлені ним джоулеві тепловиділення Q і пондеромоторні сили $\vec{F}$; на другому - з рівнянь зв'язаної динамічної задачі термопружності визначаються температурне поле T і радіальна компонента $U_r\ (r,t)$ вектора переміщень $\vec{U} = \{U_r\ (r,t); 0; 0\}$ та відповідні компоненти $\sigma_{jj}\ (j = r,\varphi,z)$ тензора напружень σ .

Відмінну від нуля осьову компоненту $H_z(r,t)$ вектора напруженості магнітного поля $\vec{H} = \{0;0;H_z(r,t)\}$ на основі співвідношень Максвелла визначаємо з рівняння

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial r} - \sigma\ \mu\frac{\partial H_z}{\partial t} = 0 \tag{2}$$

за граничної умови (1) та нульової початкової умови

$$H_z(r,0) = 0\,. \tag{3}$$

Тут σ - коефіцієнт електропровідності, μ - магнітна проникливість матеріалу циліндра.

За знайденою функцією $H_z(r,t)$ питомі густини джоулевих тепловиділень $Q\ (r,t)$ та пондеромоторної сили $\vec{F} = \{F_r\ (r,t);0;0\}$ подаються співвідношеннями:

$$Q = \frac{1}{\sigma}\left(\frac{\partial H_z}{\partial r}\right)^2, \qquad F_r = -\mu H_z\frac{\partial H_z}{\partial r}\,. \tag{4}$$

Температуру $T\ (r,t)$ і радіальну компоненту $U_r\ (r,t)$ вектора переміщень знаходимо зі системи рівнянь зв'язаної динамічної задачі термомеханіки для циліндра

$$\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial \mathrm{r}^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1+\varepsilon_*}{\kappa}\frac{\partial T}{\partial t} - \varepsilon_*\frac{1+2\nu}{\kappa\alpha E}\cdot\frac{\partial^2 U_r}{\partial t\,\partial r} = -\frac{1}{\lambda}Q\,,$$

$$\frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{U_r}{r^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2} = \alpha\frac{1+\nu}{1-\nu}\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)}F_r\ . \tag{5}$$

Тут κ, λ, ν, α - коефіцієнти температуро- і теплопровідності, Пуассона, лінійного теплового розширення, E - модуль Юнга, ρ - густина матеріалу циліндра; $c = \sqrt{E(1-\nu)/(\rho(1+\nu)(1-2\nu))}$ - швидкість пружної хвилі розширення;. ε_* - параметр, що характеризує зв'язаність полів деформації та температури.

Систему (5) розв'язуємо за граничних умов:

$$\frac{\partial T(r_0,t)}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T(r_1,t)}{\partial r} = 0\,, \tag{6}$$

теплоізоляції поверхонь $r = r_0$ і $r = r_1$ та умов

$$\frac{\partial U_r(r_0,t)}{\partial r} + \frac{\nu}{1-\nu}\frac{U_r(r_0,t)}{r_0} = \alpha\frac{1+\nu}{1-\nu}T(r_0,t),$$

$$\frac{\partial U_r(r_1,t)}{\partial r} + \frac{\nu}{1-\nu}\frac{U_r(r_1,t)}{r_1} = \alpha\frac{1+\nu}{1-\nu}T(r_1,t) \tag{7}$$

відсутності силового навантаження на цих поверхнях, а також нульових початкових умов

$$T\ (r,0) = 0\,, \qquad U_r\ (r,0) = 0\,, \qquad \frac{\partial U_r\ (r,0)}{\partial r} = 0\,. \tag{8}$$

За знайденими функціями $T(r,t)$, $U_r\ (r,t)$ радіальну σ_{rr}, колову $\sigma_{\varphi\varphi}$ та осьову σ_{zz} компоненти тензора напружень визначаємо за формулами:

$$\sigma_{rr} = \frac{2\mathrm{E}}{1-2\nu}\left[(1-\nu)\frac{\partial U_r}{\partial r} + \nu\frac{U_r}{r} - \alpha(1+\nu)T\right],$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{2E_n}{1-2\nu}\left[(1-\nu)\frac{U_r}{r} + \nu\frac{\partial U_r}{\partial r} - \alpha(1+\nu)T\right],$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}) - \alpha E(1+\nu)T\ . \qquad (9)$$

Для побудови розв'язків сформульованих вище початково-крайових задач електродинаміки (1) - (3) та зв'язаної термопружності (5)-(8) використовуємо апроксимацію ключових функцій $\Phi(r,t) = \{H_z(r,t), T(r,t), U_r(r,t)\}$ за радіальною змінною кубічними поліномами [6]:

$$\Phi\ (r,t) = \sum_{i=0}^{3} a_i\ (t) r^i\ . \qquad (10)$$

Коефіцієнти $a_i\ (t)$ апроксимаційних поліномів (10) подаємо у вигляді лінійної комбінації

$$a_i\ (t) = a_{i1}\Phi_1(t) + a_{i2}\Phi_2(t) + a_{i3}\Phi^+(t) + a_{i4}\Phi^-(t) + a_{i5}\Phi_0(t) \qquad (11)$$

граничних значень $\Phi^{\pm}(t)$ шуканих функцій на поверхнях $r = r_0$ і $r = r_1$ та інтегральних характеристик

$$\Phi_s(t) = \int_{r_0}^{r_1} \Phi(r,t)\, r^s dr\ ,\quad s = 2,3 \qquad (12)$$

ключових функцій $\Phi(r,t)$.

Рівняння на інтегральні характеристики $\Phi_s(t)$ отримуємо інтегруванням вихідних рівнянь (2) , (5) згідно формули (12) та використовуючи вирази (10), (11) при аналітичних перетвореннях.

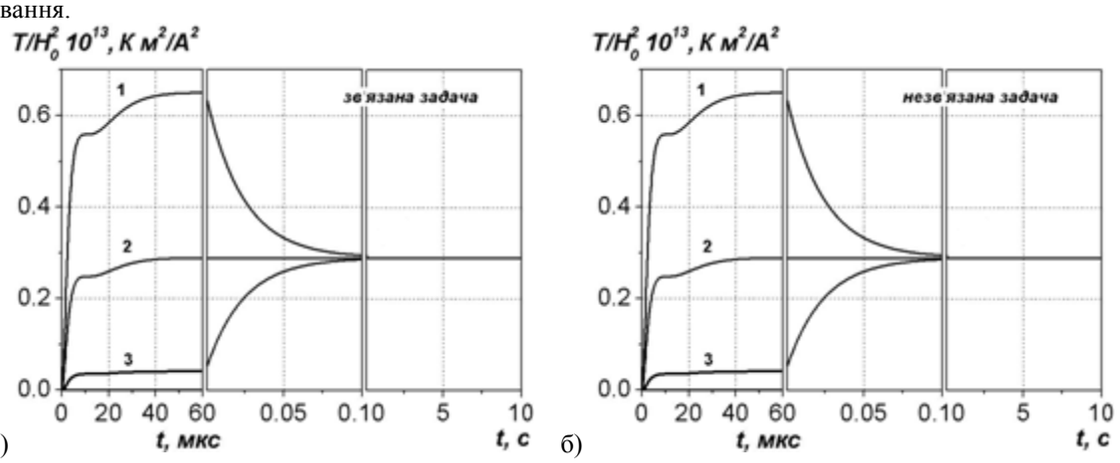
Для побудови розв'язку розглянутої вище задачі термомеханіки за дії електромагнітного імпульсу цю дію математично описуємо функцією [2;6]

$$H_z^{\pm}(t) = kH_0\left(e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t}\right)\ . \qquad (13)$$

Тут k - нормувальний коефіцієнт, H_0 - максимальне значення напруженості магнітного поля на поверхнях $r = r_0$ і $r = r_1$, β_1 і β_2 - параметри, що відповідають часам фронтів наростання t_{iner} і спадання t_{decr} ЕМІ. Підставляючи вираз (13) в отримані згідно запропонованої методики вирази інтегральних характеристик ключових функцій, записуємо розв'язок задачі термомеханіки для даного циліндра за дії ЕМІ.

Числовий аналіз отриманого розв'язку виконано для довгого електропровідного порожнистого циліндра, виготовленого з нержавіючої сталі Х18Н9Т, з радіусами поверхонь $r_0 = 8\cdot10^{-3}$ м, $r_1 = 1\cdot10^{-2}$ м. Тривалість t_i ЕМІ приймалась рівною $t_i = 10^{-4}c$. Параметри β_1 і β_2 вибирались таким чином, що $t_{iner}/t_i \approx 0.1$.

Результати проведеного числового дослідження термомеханічної поведінки даного циліндра подано на рис. 1.–4. Рис. 1. а– 4.а відповідають зміні в часі досліджуваних величин $T, \sigma^F_{rr}, \sigma^F_{\varphi\varphi}, \sigma^Q_{rr}, \sigma^Q_{\varphi\varphi}$ за врахування процесу термопружного розсіювання енергії, а рис. 1 б – 4.б – зміні цих величин без такого врахування.



а) б)

Рис. 1. Зміна в часі температури T на різних поверхнях циліндра

Лінії 1–3 на рис. 1. а– 1.б відповідають поверхням $r = r_0; (r_1 - r_0)/4; (r_1 - r_0)/2$ циліндра. Максимальне значення температура досягає на внутрішній поверхні циліндра, а мінімальне – на його серединній поверхні. Максимальні значення температури на розглядуваних поверхнях циліндра (лінії 1–3) за врахування процесу термопружного розсіювання енергії приблизно на 1-3% більші за такі ж значення температури без врахування цього процесу.

Значення температури на всіх розглядуваних поверхнях циліндра за час $t \geq 0{,}5t_i$ стають максимальними, а за час $t \geq 1000t_i$ виходять на постійне значення, величина якого відповідає кількості джоулевого тепла, створеного в циліндрі дією ЕМІ розглядуваної тривалості t_i .

Радіальні напруження σ_{rr}^F (рис. 2), зумовлені пондеромоторною силою та колові напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ (рис.4) внаслідок дії джоулевого тепла, є найбільшими за величиною. Відповідно напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ приблизно в 3 рази більші за напруження σ_{rr}^F.

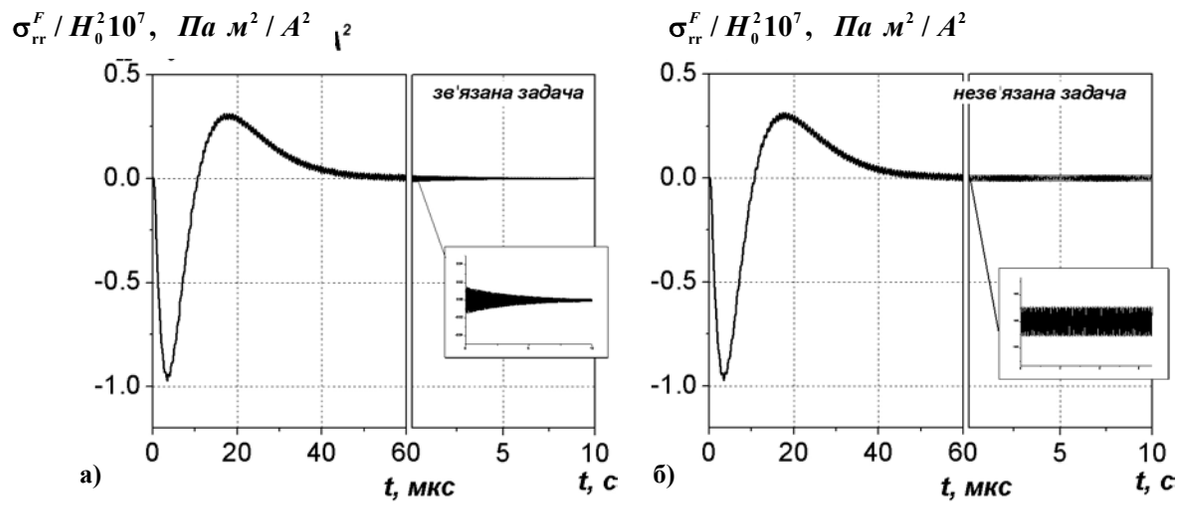


Рис. 2. Зміна в часі напружень σ_{rr}^F на серединній поверхні $r = (r_1 - r_0)/2$

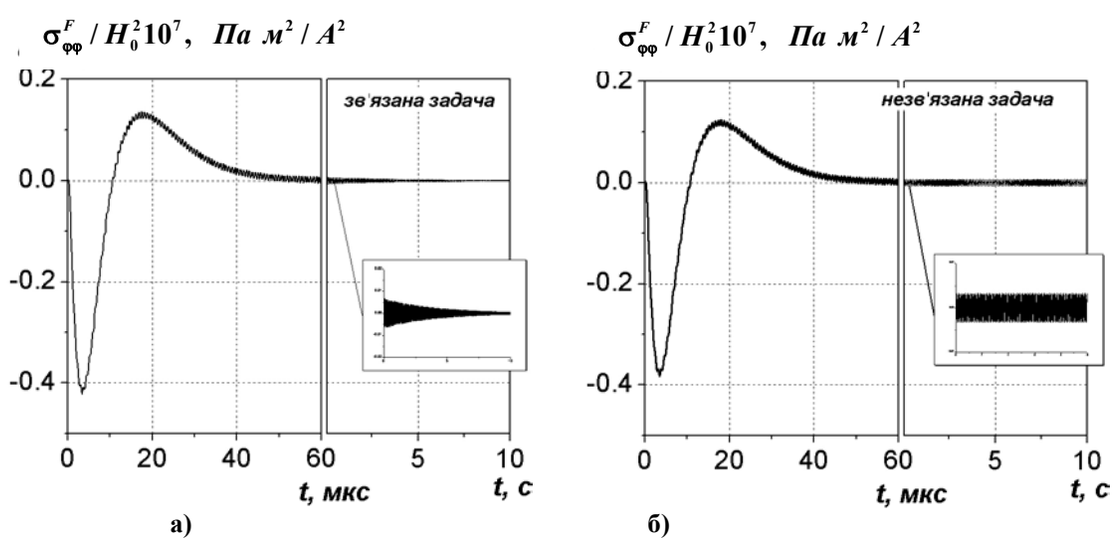
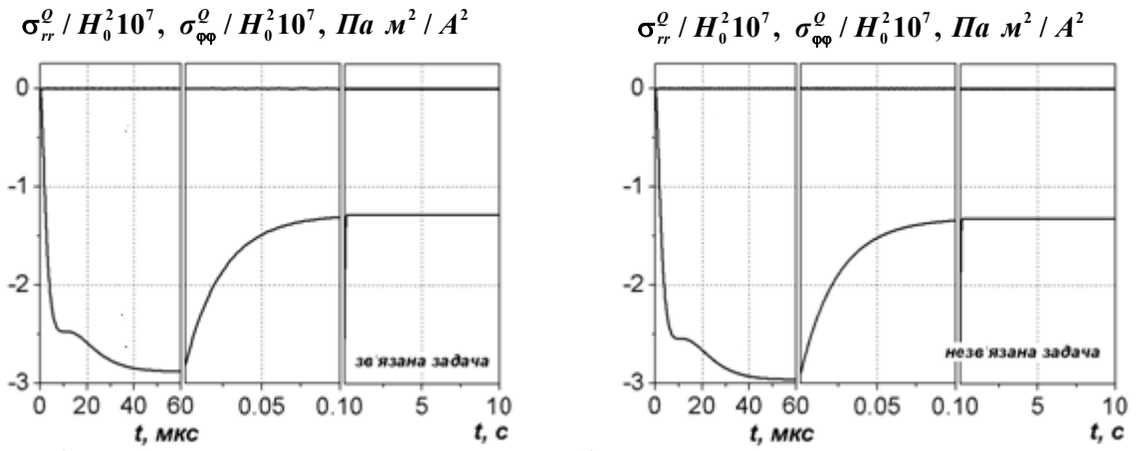


Рис. 3. Зміна в часі напружень $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ на серединній поверхні $r = (r_1 - r_0)/2$



а) б)

Рис. 4. Зміна в часі напружень σ_{rr}^{Q} на серединній поверхні $r = (r_1 - r_0)/2$ та напружень $\sigma_{\varphi\varphi}^{Q}$ на внутрішній поверхні $r = r_0$

Значення всіх компонент тензора напружень як за врахування процесу термопружного розсіювання енергії, так і без врахування цього процесу, практично співпадають, а напруження $\sigma_{rr}^{F}, \sigma_{\varphi\varphi}^{F}, \sigma_{rr}^{Q}$ досягають максимуму на серединній поверхні циліндра і напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^{Q}$ – на його внутрішній поверхні.

За врахування процесу термопружного розсіювання енергії осциляції всіх розглядуваних компонент тензора напружень за тривалості ЕМІ рівної $t_i = 10^{-4} c$ згасають до нуля за час, що не перевищує $5c$. Без врахування цього процесу напруження виходять на режим власних механічних коливань за час $t \geq 0{,}5t_i$.

Висновки

Проведені дослідження термомеханічної поведінки електропровідного порожнистого циліндра за дії ЕМІ показали, що максимальні значення температури і складників всіх компонент тензора динамічних напружень, зумовлених джоулевим теплом і пондеромоторною силою, як за врахування процесу термопружного розсіювання енергії, так і без врахування цього процесу, практично співпадають. Це дозволяє визначати термонапружений стан розглядуваного циліндра в постановці незв'язаної задачі термомеханіки.

Список використаної літератури

1. Батыгин Ю.В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. / Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, Л.Т. Хименко. – Харьков: МОСТ – Торнадо, 2003. – 288 с.
2. Мусій Р.С. Термопружний стан електропровідного циліндра під дією поверхневих електромагнітних імпульсів / Р.С.Мусій // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2004. – № 2. – С. 45-52.
3. Грибанов В.Ф. Связанные и динамические задачи термоупругости / В.Ф. Грибанов, Н.Г.Паничкин. - М.: Машиностроение, 1984. - 184 с.
4. Подстригач Я.С. Термоупругость электропроводных тел / Я.С. Подстригач, Я.И. Бурак, А.Р. Гачкевич, Л.В. Чернявская. – К.: Наукова думка, 1977. – 247 с.
5. Гачкевич О.Р. Зв'язана задача термомеханіки для електропровідного шару за однорідної імпульсної електромагнітної дії / О.Р.Гачкевич, Р.С.Мусій, Г.Б.Стасюк. // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2009. – №4. – С.60-66.
6. Мусій Р. С. Динамічні задачі термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми. – Львів.: РАСТР-7, 2010. – 211с.

УДК 515.2:517.2

Ю.І. НІКОЛАЄНКО
Херсонський фізико-технічний ліцей при ХНТУ і ДНУ
Р.О. ЄВДОКИМОВ
Херсонський фізико-технічний ліцей при ХНТУ і ДНУ
С.В. МОІСЕЄНКО
Херсонський національний технічний університет

РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ ХРОНОМЕТРУВАННЯ В СЕРЕДНЬОМУ ВИПАДКОВИХ БЛУКАНЬ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

В роботі запропоновано ефективний метод розв'язання задачі хронометрування в середньому випадкових блукань – знаходження середньої кількості кроків (середнього часу) блукаючої частинки до поглинання у вузлі-пастці для сіткової області з довільним розташуванням вузлів-пасток методом Монте-Карло. При розв'язанні задачі використовується ітераційна процедура обчислення апріорних перехідних ймовірностей із звичайних вузлів області у вузли-пастки. Показано, що абсолютна похибка результату вище зазначеним методом при збільшені числа ітерацій зменшується за експоненціальним законом..

Ключові слова: задача хронометрування, метод Монте-Карло, випадкові блукання, вузли-пастки, ітераційна процедура.

Ю.И. НИКОЛАЕНКО
Херсонский физико-технический лицей при ХНТУ и ДНУ
Р.О. ЕВДОКИМОВ
Херсонский физико-технический лицей при ХНТУ и ДНУ
С.В. МОИСЕЕНКО
Херсонский национальный технический университет

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ХРОНОМЕТРИРОВАНИЯ В СРЕДНЕМ СЛУЧАЙНЫХ БЛУЖДАНИЙ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

В работе предложен эффективный метод решения задачи хронометрирования в среднем случайных блужданий – нахождение среднего количества шагов (среднее время) блуждающей частички до попадания в узел-ловушку для сеточной области с произвольным расположением узлов-ловушек методом Монте-Карло. При решении задачи используется итерационная процедура вычисления априорных переходных вероятностей из обычных узлов области в узлы-ловушки. Показано, что абсолютная погрешность результата полученного выше указанным методом при увеличении числа итераций уменьшается по экспоненциальному закону.

Ключевые слова: задача хронометрирования, метод Монте-Карло, случайные блуждания, узлы-ловушки, итерационная процедура.

Y.I. NIKOLAENKO
Kherson physico-technical liceum at KNTU and DNU
R.O. YAVDOKIMOV
Kherson physico-technical liceum at KNTU and DNU
S.V. MOISEENKO
Kherson National Technical University

SOLUTION OF THE CHRONOMETRIZATION PROBLEM IN THE MIDDLE OF RANDOM WALKS BY THE MONTE-CARLO METHOD

An effective method for solving the problem of timekeeping in the mean of random walks is to find the average number of steps (average time) of a wandering particle before it enters the trap node for a grid region with an arbitrary arrangement of trap nodes by the Monte Carlo method. When solving the problem, an iterative procedure is used to calculate the a priori transition probabilities from ordinary nodes in the region to trap nodes. It is shown that the absolute error of the result in calculating the above by the indicated method decreases exponentially with an increase in the number of iterations.

Key words: timekeeping problem, Monte Carlo method, random walks, trap nodes, iterative procedure.

Постановка проблеми

Моделі випадкових блукань при наявності пасток відіграють важливу роль у фізиці конденсованого стану [1]. Наприклад, за допомогою моделі випадкових блукань розглядається переміщення екситонів (електронних збуджень молекул) у кристалі напівпровідника або діелектрика, або переміщення вакансій у

кристалі. Екситони закінчують блукання тоді, коли вони попадають в молекули домішок, в яких при цьому відбувається певний фізичний процес, наприклад, хімічна реакція. Вакансії закінчують блукання при потраплянні на поверхню кристалу. Таким чином для екситонів пастками є молекули домішок, а для вакансій – всі молекули поверхні кристалу.

Однією з важливих задач є задача хронометрування в середньому випадкових блукань [2], т.б. визначення середньої кількості кроків, які зробить частинка до потрапляння у вузол-пастку. Цю задачу було запропоновано розв'язати у посібнику [1] для одновимірного кристалу методом статистичних випробувань. Замість методу статистичних випробувань в [4-6] застосовувалася ітераційна процедура для розрахунку апріорних перехідних ймовірностей в схемах випадкових блукань, а також при розв'язанні задач відновлення функції.

Мета статті

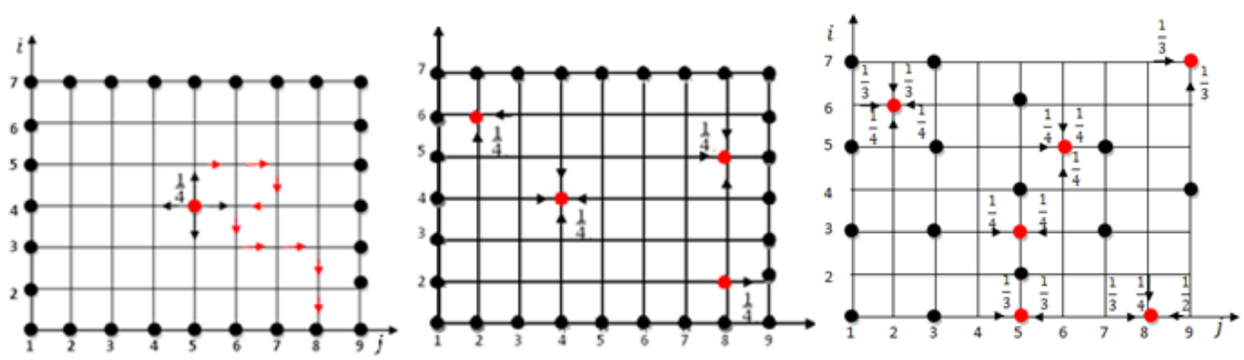
В даній роботі ставиться задача, використовуючи модель випадкових блукань частинки при наявності пасток, визначити середню кількість кроків (середній час), які зробить блукаюча частинка у двовимірній сітковій області до потрапляння у вузол-пастку, за допомогою ітераційної процедури обчислення апріорних перехідних ймовірностей з звичайних вузлів області у вузли-пастки.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для подальшого аналізу результатів проведемо розрахунок середньої кількості кроків частинки до поглинання на межі області методом статистичних випробувань.

Вкриємо область сіткою розміром m x n з квадратними комірками розміром h x h, у якій усі вузли на межі є вузлами-пастками (рис. 1а). Розглянемо рівномірні випадкові блукання частинки на цій сітці.

Нехай, частинка починає свої блукання з вузла (i, j). Тоді з ймовірністю ¼ вона на першому кроці переходить у один з сусідніх вузлів. Цей процес повторюється до тих пір, доки частинка не поглинається у вузлу-пастці.



а) **б)** **в)**

Рис. 1. Схеми випадкових блукань з пастками: а) на межі області методом статистичних випробувань; б) на межі області для ітераційної процедури; в) довільно розподіленими по всій решітці для ітераційної процедури

Розрахуємо методом статистичних випробувань середнє число кроків, які виконає частинка до поглинання у вузлу-пастці. Для цього перед кожним кроком генеруємо випадкове число r , яке визначає напрям руху на кожному кроці. При цьому кількість кроків до поглинання для k-ого експерименту при старті частинки з вузла з координатами (i, j) позначаємо $S^k(i, j)$. Процедуру повторюємо при старті з того ж самого вузла N раз. Тоді середню кількість кроків розраховуємо за формулою:

$$\overline{S}(i,j) = \frac{s^1(i,j) + s^2(i,j) + \ldots + s^N(i,j)}{N} \qquad (1)$$

Для прикладу розглядалась решітка розміром 7x9 (рис. 1а). Окремі результати іспитів представлені в табл. 1.

Результати експериментів для 10^3, 10^5 і 10^7 іспитів показують, що після 10^7 іспитів точність розрахунків підвищилась не більше, ніж до трьох точних значущих цифр.

Результати розрахунків добре узгоджуються з відомим теоретичним результатом: середньоквадратична похибка в N незалежних іспитах в $\sqrt{N}$ менше середньоквадратичної похибки окремого іспиту [3]:

$$\sigma_N = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}. \qquad (2)$$

Таблиця 1

Середня кількість кроків частинки до поглинання у вузлу-пастці при старті з вузла (i, j) при 10^7 іспитах

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	4,0814492	6,2476202	7,3158928	7,6326642	7,315579	6,246976	4,0870995	0
3	0	6,0954417	9,5884243	11,3821969	11,9162237	11,36907	9,588222	6,0971504	0
4	0	6,7060029	10,6375534	12,6690428	13,29752	12,66581	10,6395	6,7054932	0
5	0	6,1004948	9,5893314	11,3726463	11,9219602	11,37143	9,589563	6,0972213	0
6	0	4,0833972	6,2476296	7,309481	7,6321031	7,308473	6,24703	4,0895883	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Машинний час (с)						113,213			

Це означає, що для збільшення точності результату на одну точну значущу цифру методом статистичних випробувань треба збільшити кількість іспитів у 100 разів.

При використанні ітераційної процедури розраховується ймовірність $P_{k,l}^{m}(i, j)$ знаходження частинки у вузлу (k,l) сіткової області на кожному кроці *m*, якщо вона почала блукання з вузла з номером (i, j).

Якщо блукання частинки починається з вузла (i, j), ймовірність перебування частинки у вузлу (i, j) до початку блукань буде $P_{i,j}^{0}(i, j) = 1$. Тоді на *m*-му кроці ймовірність перебування частинки у вузлу (k,l), який не належить межі, можна розрахувати за формулою повної ймовірності :

$$P_{k,l}^{m}(i, j) = \frac{1}{4} \sum_{(s,t)} P_{s,t}^{m-1}(i, j), \tag{3}$$

де (s,t) – сусідні вузли для вузла (k,l), які не належать межі.

Це проілюстровано на рис.1б. Якщо вузол (i, j) не має сусідів-пасток, то в цей вузол частинка може потрапити по чотирьом маршрутам. Якщо вузол (i, j) знаходиться біля межі, то частинка може в нього потрапити по трьом або двом маршрутам. Потрапляння у вузол на межі області може відбуватися тільки по одному маршруту.

Якщо вузол (k,l) – це вузол-пастка, то ймовірність перебування у вузлі-пастці на *m*-му кроці треба розраховувати за формулою:

$$P_{k,l}^{m}(i, j) = P_{k,l}^{m-1}(i, j) + \frac{1}{4} \sum_{(s,t)} P_{s,t}^{m-1}(i, j), \tag{4}$$

де (s,t) – сусідні вузли для вузла (k,l), який не належить межі.

В формулі (4) враховано те, що у вузол-пастку частинка може потрапити тільки з одного сусіднього вузла, і ймовірність перебування частинки у вузлу-пастці на кожному кроці накопичується.

Доки ймовірність знаходження частинки у вузлах-пастках дорівнює нулю, частинка з ймовірністю 1 може зробити наступний крок. Але в подальшому сумарна ймовірність перебування частинки в звичайних вузлах стає менше 1 і перед кроком *m* буде дорівнювати

$$P_m(i, j) = 1 - \sum_{(k,l)} P_{k,l}^{m-1}(i, j), \tag{5}$$

де (k,l) – вузли-пастки. Саме з ймовірністю $P_m(i, j)$ частинка робить наступний крок.

Введемо випадкову величину $S_m(i, j)$, яка показує скільки кроків частинка зробить на *m*-му кроці. Ця величина приймає значення 0 або 1. Частинка робить крок з ймовірністю $P_m(i, j)$, і не робить крок з ймовірністю $1 - P_m(i, j)$. Математичне сподівання цієї випадкової величини розраховується за формулою:

$$M\left[S_m(i,j)\right] = 1 \cdot P_m(i,j) + 0 \cdot (1 - P_m(i,j)) = P_m(i,j). \quad (6)$$

Повна кількість кроків $S(i,j)$ – теж випадкова величина, і ця величина дорівнює сумі випадкових величин $S_m(i,j)$:

$$S(i,j) = \sum_m S_m(i,j). \quad (7)$$

Середня кількість кроків $\overline{S}(i,j)$, які робить частинка до потрапляння у пастку, дорівнює математичному сподіванню від повної кількості кроків $S(i,j)$, і за властивостю математичного сподівання дорівнює сумі математичних сподівань для кожного кроку :

$$\overline{S}(i,j) = M\left[S(i,j)\right] = \sum M\left[S(i,j)\right] = P_1(i,j) + P_2(i,j) + ... \quad (8)$$

Процес розрахунків за формулою (8) завершуємо тоді, коли при заданій точності обчислення на кроці $m=N$ значеннями $P_{N+1}(i,j)$, $P_{N+2}(i,j)$, ... можна знехтувати. Окремі результати експериментів представлені в табл. 2.

Таблиця 2

Середня кількість кроків частинки до поглинання у вузлу-пастці при старті з вузла (i, j) за 75 ітерацій

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	4,085566	6,247007	7,314153	7,636859	7,314153	6,247007	4,085566	0
3	0	6,095273	9,588339	11,37278	11,91917	11,37278	9,588339	6,095273	0
4	0	6,707214	10,63834	12,66954	13,29433	12,66954	10,63834	6,707214	0
5	0	6,095273	9,588339	11,37278	11,91917	11,37278	9,588339	6,095273	0
6	0	4,085566	6,247007	7,314153	7,636859	7,314153	6,247007	4,085566	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Машинний час (с)						0,006			

Порівнюючи отримані результати з результатами статистичних випробувань робимо висновок, що для отримання результату з трьома точними значущими цифрами методом статистичних випробувань необхідно 10^7 іспитів та машинний час 113,213 секунд. Натомість за допомогою ітераційної процедури необхідно 75 ітерацій та машинний час 0,006 секунд при розрахунку на тому ж самому комп'ютері.

Порівнюючи результати при застосуванні ітераційної процедури для 25, 50, 75 і 225 ітерацій, встановлено, що після 25-ти ітерацій значення середньої кількості кроків отримані тільки з однією точною значущою цифрою. Після 50-ти ітерацій точними є вже дві значущі цифри, а після 75-ти ітерацій точними стали вже три значущі цифри. І далі ми спостерігаємо, що через кожні 25 ітерацій кількість вірних значущих цифр збільшується на одиницю. Після 225-ти ітерацій точних значущих цифр стає вже 10.

Для отримання того ж самого результату за допомогою методу статистичних випробувань необхідно було би виконати 10^{21} іспитів та витратити 10^{16} секунд машинного часу, або $317317 \cdot 10^6$ років.

Виконаємо оцінку абсолютної похибки для $\overline{S}(i,j)$. З формули (8) бачимо, що

$$\Delta\overline{S}(i,j) = P_{N+1}(i,j) + P_{N+2}(i,j) + ... \quad (9)$$

Ймовірність $P_N(i,j)$ досить швидко зменшується при збільшенні N. Якщо в розрахунках ми встановили, що за N_0 кроків ймовірність перебування частинки в звичайних вузлах зменшилася в 10 разів, то слід чекати, що за наступні N_0 кроків вона зменшиться теж в 10 разів. Тому $P_N(i,j) \approx 10^{-\lambda N}$, де $\lambda = \frac{1}{N_0}$.

Тоді за формулою (7) отримаємо:

$$\Delta\overline{S}(i,j) \approx 10^{-\lambda(N+1)} + 10^{-\lambda(N+2)} + ... = 10^{-\lambda(N+1)}\left(1 + 10^{-\lambda} + 10^{-2\lambda} + ...\right) = 10^{-\lambda(N+1)}\frac{1}{1-10^{-\lambda}}.$$

Звідси маємо:

$$\Delta\overline{S}(i,j) \approx A \cdot 10^{-\lambda N}, \tag{10}$$

де $A = \frac{1}{10^{\lambda} - 1}$.

Ми отримали, що абсолютна похибка $\Delta\overline{S}(i,j)$ при збільшенні числа ітерацій зменьшується за експоненціальним законом.

У випадку, коли вузли-пастки розподілені по всій решітці, а не тільки на межі, алгоритм розв'язку майже не змінюється, за винятком значень перехідних ймовірностей із звичайних вузлів на межі області і граничних вузлів (рис. 1в). Така ситуація характерна у випадку досліджень випадкових блукань екситону у двовимірному кристалі.

До цих пір визначалась середня кількість кроків до поглинання частинок у вузлах-пастках. Для обчислення середнього часу блукання це число треба помножити на час одного кроку. В книзі [7] показано, що час одного кроку в двовимірному випадку обчислюється за формулою

$$\tau = \frac{h^2}{4d},$$

де h – крок сітки, d – коефіцієнт дифузії.

Висновки

Отже, за допомогою методу, заснованого на ітерційній процедурі, вдалося розрахувати середню кількість кроків частинки до поглинання у вузлі-пастці на порядки швидше, ніж за допомогою методу статистичних випробувань. В перспективі планується знаходження інших ефективних методів розв'язання розглянутої задачі.

Список використаної літератури

1. Гулд Х. Компьютерное моделирование в физике: часть 2 / Х. Гулд, Я. Тобочник – М.: Мир, 1990. – 399 с.
2. Хомченко А. Н. Явление "сверхсходимости" в задачах Прандтля для уравнение Пуассона / А.Н. Хомченко, Н.В. Колесникова // ААЭКС. – 2008. – №2. – С.15-18.
3. Сквайрс Дж. Практическая Физика / Дж. Сквайрс. – М.: Мир, 1971. – 246 с.
4. Когут І.М Розрахунок апріорних ймовірностей в схемах випадкових блукань / І.М. Когут, Ю.І. Ніколаєнко // Пошук молодих. Випуск 6. Збірник матеріалів Всеукраїнської студентської науково-практичної конференції "Проектування навчального середовища як методична проблема" / Укладач: В.Д. Шарко. – Херсон: Видавництво ХДУ. – 2007. – С. 208-211.
5. Николаенко Ю. И. Итерационная процедура вычисления переходных вероятностей случайных блужданий и её альтернативы / Ю.И. Николаенко, С.В. Моисеенко // Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон: ХНТУ. – Вып. 2 (35). – 2009. – С. 323-327.
6. Николаенко Ю.И. Расчет априорных вероятностей для решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона методом Монте-Карло / Ю.И. Николаенко, С.В. Моисеенко, П.М. Зуб // Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон: ХНТУ. – 2010. – Вып. 3 (39). – С. 345-349.
7. Зельдович Я.Б. Элементы математической физики / Я.Б. Зельдович, А.Д. Мышкис. – М.: Наука, ГРФМЛ, 1973. – 352 с.

УДК 519.6

Ю.І. ПЕРШИНА
Українська інженерно-педагогічна академія
В.О. ПАСІЧНИК
Харківська державна академія дизайну і мистецтв

ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ ВИЯВЛЕННЯ ТОЧОК РОЗРИВУ ПЕРШОГО РОДУ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

Розроблено алгоритм відновлення лінійної розривної функції однієї змінної та алгоритм знаходження точок ε-розриву першого роду лінійної функції однієї змінної за допомогою розривних інтерполяційних або апроксимаційних лінійних сплайнів. Введено поняття ε-неперервності функції однієї змінної. На його основі розроблено модифікований алгоритм виявлення розривів першого роду нелінійної функції однієї змінної, використовуючи розривний апроксимаційний лінійний сплайн. Описані чисельні експерименти, які підтверджують ефективність запропонованих алгоритмів.

Ключові слова: розривна лінійна інтерполяція, розривна лінійна апроксимація, ε-розрив.

Ю.И. ПЕРШИНА
Украинская инженерно-педагогическая академия
В.А. ПАСЕЧНИК
Харьковская государственная академия дизайна и искусств

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ВЫЯВЛЕНИЯ ТОЧЕК РАЗРЫВА ПЕРВОГО РОДА ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Разработан алгоритм восстановления линейной разрывной функции одной переменной и алгоритм нахождения точек ε - разрыва первого рода линейной функции одной переменной с помощью разрывных интерполяционных или аппроксимационных сплайнов. Введено понятие ε-непрерывности функции одной переменной. На его основе разработан модифицированный алгоритм выявления разрывов первого рода нелинейной функции одной переменной, используя разрывный аппроксимационный линейный сплайн. Описаны численные эксперименты, которые подтверждают эффективность предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: разрывная линейная интерполяция, разрывная линейная аппроксимация, ε-разрыв.

I.I. PERSHYNA
Ukrainian Engineering and Pedagogical Academy
V.A. PASICHNIK
Kharkiv State Academy of Design and Arts

NUMERICAL IMPLEMENTATION OF THE METHOD OF IDENTIFICATION OF THE POINTS DISCONTINUITIES OF THE FIRST KIND OF ONE VARIABLE FUNCTION

An algorithm for reconstructing a linear discontinuous function of one variable and an algorithm for finding points ε-discontinuities of the first kind of a linear one variable function by means of discontinuous interpolation or approximation splines are developed. The notion of ε-continuity of one variable function is introduced. On its basis, a modified algorithm for detecting discontinuities of the first kind of a non-linear one variable function using a discontinuous approximate linear spline is developed. Numerical experiments are described that confirm the effectiveness of the proposed algorithms.

Keywords: discontinuous linear interpolation, discontinuous linear approximation, ε-discontinuity.

Постановка проблеми

Протягом багатьох століть розвитку людства історія відмічає нерівномірність як природних, так і соціальних явищ, які супроводжували цей розвиток (землетруси, війни, економічні кризи, засухи, повені, падіння метеоритів тощо належать до явищ, процесів, які описуються розривними функціями). Також існує багато практично важливих наукових та технічних галузей, в яких об'єкти дослідження математично описуються величинами, що зазнають розрив. Такі об'єкти часто виникають в задачах, які використовують дистанційні методи і, зокрема, в задачах томографії. В багатьох задачах геофізики встановлення місця розташування границь, що розділяють блоки з різними фізичними властивостями, є першим етапом в подальших дослідженнях, направлених на визначення фізичних величин, що характеризують внутрішню будову Землі. В комп'ютерній томографії при дослідженні внутрішньої структури тіла корисно враховувати

його неоднорідність, тобто різну щільність в різних частинах тіла (кістки, серце, шлунок тощо мають різну щільність, тобто щільність всього тіла є функцією з розривами першого роду на системі ліній чи поверхонь).

Для багатьох промислових підприємств наявність засобів неруйнівного контролю якості продукції на різних етапах її виробництва є актуальним завданням. Рентгенівські засоби неруйнівного контролю не мають альтернативи в тих випадках, де параметрами контролю якості виробів можуть бути внутрішні геометричні розміри складових частин виробів, просторове розташування внутрішніх деталей, структура матеріалів і наповнювачів, наявність домішок, раковин або тріщин. Необхідно відзначити, що при неруйнівному контролі великогабаритних виробів (з радіаційної товщиною > 1000 мм) не можуть бути застосовані традиційні методи плівкової рентгенографії через високу вартість витратних матеріалів і тривалого часу контролю. Найбільш перспективними, в даному випадку, є методи цифрової радіографії, особливо обчислювальна томографія. Обчислювальні томографічні системи неруйнівного контролю на сьогодні є єдиними технічними засобами, які дозволяють визначити місце розташування і геометричні розміри прихованих дефектів в контрольованому виробі, а також контроль виробу в реальному масштабі часу його технологічного виготовлення.

Той факт, що на сьогоднішній день не існує загальної теорії описів вказаних явищ та процесів, говорить про актуальність створення теорії наближення розривних функцій розривними конструкціями та розробки методів виявлення точок або ліній розриву функції, оскільки вказані явища відіграють величезну роль в житті людства. Тому кожний крок, направлений на створення теоретичного підґрунтя опису вказаних явищ та процесів без сумніву може значно змінити подальший розвиток людства і всієї планети в цілому.

Тобто актуальною є задача розробки та дослідження теорії наближення розривних функцій за допомогою розривних сплайнів та розробка методів виявлення точок або ліній розриву функції для більш точного уявлення про структуру досліджуваного об’єкта. Її чисельному розв’язанню присвячена дана стаття.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Задача наближення неперервних функцій неперервними сплайнами з достатньою повнотою описана в багатьох роботах, наприклад, [1]. Існують багато технічних задач, в яких наближуюча функція не обов’язково є гладкою, іноді допустима її розривність – лише б похибка наближення була достатньо мала. Наближення такого типу раніше детально не розглядалося, існують тільки підходи до розв’язання такого типу задач, які працюють для частинних випадків. В своїх роботах Петухов О.П. [2] досліджує наближення розривних функцій в метриці Хаусдорфа. Існують методи розв’язання крайових задач з розривними розв’язкми, в розвиток яких внесли значний вклад такі вчені, як Сергієнко І.В., Дейнека В.С., Скопецький В.В., Литвин О.М. та інші [3]. В роботі О.Л. Агеєва, Т.В. Антонової [4] запропонований метод визначення числа точок розриву та їх положення на основі використання явища Гіббса. Але для цього потрібна додаткова інформація: найменша та найбільша величини стрибків наближуючої функції. Крім того, припускається, що інтервали, в яких знаходяться явища Гіббса, не перетинаються, тобто неможливо відділити точки розриву, що знаходяться близько один від одного.

Якщо наближувати розривну функцію неперервними тригонометричними функціями, виникає явище Гіббса. Для боротьби із згаданим явищем були розроблені різні фільтри [5]. В останні кілька десятиліть були розроблені методи, які пом'якшують явище Гіббса в розкладанні Фур'є від розривних функцій. Але повного видалення явища Гібса ні фільтри, ні згадані методи не дають. В роботі [6] розроблені методи відновлення ліній розриву за допомогою вейвлетів. Ці методи відновлення використовують полігармонічні вейвлети, які мають нескінчений носій. Такого типу конструкції, в загалі кажучи, можуть привести до згладжування сигналу, який досліджується, і вимагати додаткового аналізу отриманих результатів.

В роботі [7] авторами запропонований, обґрунтований та досліджений метод відновлення розривної лінійної функції однієї змінної та алгоритм виявлення точок ε-розриву. В даній статті представляється чисельна реалізація запропонованого алгоритму, та наводиться модифікований алгоритм виявлення точок розриву нелінійної функції однієї змінної.

Мета дослідження

Постановка задачі. Нехай задана лінійна функція однієї змінної $f(x)$ на інтервалі [0;1] з можливими розривами першого роду в точках x_k, $k=\overline{1,n}$. Задані вузли розбивають інтервал [0;1] на $n-1$ частин. Треба побудувати та дослідити метод відновлення розривної функції $f(x)$ та виявити точки ε-розриву.

Викладення основного матеріалу дослідження

Метод виявлення точок ε-розриву.

Визначення 1. Будемо називати розривним інтерполяційним лінійним сплайном на відрізку $[x_k, x_{k+1}]$, $k=\overline{1,n-1}$ функцію $S(x)\in C^{-1}[a,b]$, яка визначається наступним чином:

$$S(x)=C_k^{+}\frac{x-x_{k+1}}{x_k-x_{k+1}}+C_{k+1}^{-}\frac{x-x_k}{x_{k+1}-x_k},\ k=\overline{1,n-1}, \tag{1}$$

де C_k^{+}, C_{k+1}^{-}, $k=\overline{1,n-1}$ – параметри сплайна $S(x)$, що визначаються у вигляді односторонніх границь

$C_k^+ = \lim\limits_{x \to x_k + 0} f(x), \quad C_{k+1}^- = \lim\limits_{x \to x_{k+1} - 0} f(x)$.

Теорема 2. Якщо $f(x) \in C^{-1}[a,b]$, яка є r раз диференційованою на кожному з інтервалів $[x_k, x_{k+1}]$, $k = \overline{1, n-1}$, $r = 1,2$, то залишок $Rf(x) = f(x) - S(x)$ наближення розривним інтерполяційним сплайном вигляду (1) на кожному інтервалі розбиття буде мати вигляд

$$R_k f(x) = \int\limits_{x_k}^{x_{k+1}} f^{(r)}(\xi) G(x,\xi) d\xi, \; x \in [x_k, x_{k+1}], \; G(x,\xi) = \begin{cases} \dfrac{x - x_{k+1}}{x_k - x_{k+1}} \dfrac{(x_k - \xi)^{r-1}}{(r-1)!}, & x_k \le \xi \le x \\ -\dfrac{x - x_k}{x_{k+1} - x_k} \dfrac{(x_{k+1} - \xi)^{r-1}}{(r-1)!}, & x \le \xi \le x_{k+1} \end{cases}, \; k = \overline{1, n-1}.$$

Далі пропонується алгоритм виявлення розривів функції однієї змінної та алгоритм оптимального визначення вузлів наближуючого сплайна, який сформулюємо по кроках.

Визначення 2 Розривним апроксимаційним лінійним сплайном на відрізку $[x_k, x_{k-1}]$, $k = \overline{1, n-1}$ будемо називати розривну функцію, визначену формулою (1), де коефіцієнти C_k^+, C_{k+1}^- сплайна знаходяться методом найменших квадратів в інтегральній формі:

$$\sum_{k=1}^{n-1} \int\limits_{x_k}^{x_{k+1}} (f(t) - S(t))^2 dt \to \min_C \tag{2}$$

Оптимальним набором вузлів будемо називати таку найменшу кількість вузлів, серед яких є точки ε-розриву функції, та таку, що розривний сплайн, побудований на їх основі, наближує функцію із заданою точністю.

Теорема 3. Якщо $f(x) \in C^{-1}[0;1]$ є кусково-лінійною функцією і має одну точку розриву першого роду $x^* = \dfrac{m}{2^k}$, $m, k \in N$, $m < 2^k$, тоді можна її виявити не більше, ніж за k ітерацій.

Теорема 4. Якщо $f(x) \in C^{-1}[0;1]$ – кусково-лінійна функція і має одну точку розриву першого роду x^*, то виявити її можна за $k = \lceil -\log_2 2\varepsilon \rceil$ ітерацій з похибкою ε.

Визначення 4. Базисним розривним лінійним сплайном на інтервалі $[0;1]$ будемо називати сплайн $B(x) = \begin{cases} h(x), & x \in [0;1], \\ 0, & x \notin [0;1] \end{cases}$, де $h(x)$ – лінійний неперервний поліном.

Теорема 5. Довільну розривну лінійну функцію $f(x)$ зі скінченною кількістю розривів першого роду можна представити у вигляді суми базисних розривних сплайнів.

Дійсно завжди, знайдуться такі $M \in N$ і параметри $C_k^{\pm}$, що лінійну розривну функцію можна записати у вигляді

$$f(x) = \sum_{k=1}^{M} B(Mx - k; C_k^{\pm}), \quad C_k^{\pm} = f\left(\frac{k}{M} \pm 0\right).$$

В роботі [7] був наведений алгоритм виявлення точок розриву для лінійної функції однієї змінної. Цей алгоритм можна модифікувати і для нелінійної функції. Наведемо спочатку приклад.

Приклад. Нехай в області $D = [0,1]$ задана функція (рис. 1):

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x \in (0, 0.4] \\ 2x^2, & x \in (0.4, 1] \end{cases}.$$

Тобто ця функція має один розрив першого роду в точці $x = 0.4$. Задамо $\varepsilon = 0.01$. Оскільки задана функція нелінійна, а наближувати будемо лінійними розривними сплайнами, то потрібно задавати точність наближення δ, наприклад $\delta = 0.01$. Адаптуємо алгоритм, наведений в роботі [7].

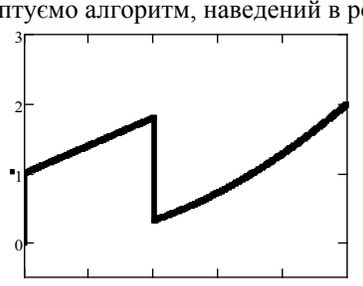


Рис. 1. Графік функції.

На першому кроці будуємо розривний апроксимаційний сплайн $S(x)$ з вузлами x_k, $k=\overline{1,n}$ за формулою (1) з невідомими коефіцієнтами C_k^+, C_{k+1}^-, $k=\overline{1,n-1}$. Знаходимо вектор C з умови (2).

Далі на другому кроці на кожному з інтервалів $[x_k, x_{k+1}]$, $k=\overline{1,n-1}$ обчислюємо значення $J_k^* = \max\limits_{x_k \le x \le x_{k+1}} J_k(x)$, $J_k(x) = \left|f(x) - Sp_k(x)\right|$. І крок 3 зводиться до перевірки умов: 1) $J_q < \delta$, $J_{q+1} < \delta$, де δ – задана точність наближення; 2) $S(x)$ є ε -неперервною в точці x_{q+1}. Якщо ці умови виконані, то вузол x_{q+1} видаляємо з розгляду. З усіх J_k^* обираємо максимальне значення $M = \max\limits_{1\le k\le n}(J_k^*)$ та ділимо інтервал, в якому це максимальне значення отримується, навпіл.

На новій множині вузлів знову будуємо апроксимаційний сплайн за формулою (1) та за формулою (2) знаходимо вектор коефіцієнтів C.

Перевіряємо виконання умови $\max\limits_{x\in[a,b]}\left|f(x) - S(x)\right| < \delta$, де δ – задана точність наближення. Якщо умова виконана, то отримали набір оптимальних вузлів наближуючого сплайна, серед яких знаходяться і розриви заданої функції. Якщо вказана умова не виконана, то повертаємося до кроку 3.

Застосуємо цей алгоритм до заданої функції. Оберемо вузли сплайна: $x_1 = 0$, $x_2 = 0.3$, $x_3 = 0.6$, $x_4 = 1$. Побудуємо розривний апроксимаційний лінійний сплайн у вигляді формули (1). Наведемо деякі проміжні результати наближення

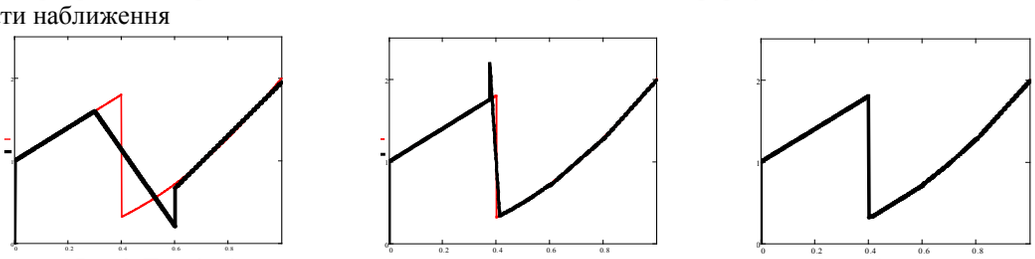


Рис. 2. Проміжні результати алгоритму виявлення точок розриву розривної функції шляхом наближення її розривним лінійним сплайном

При цьому оптимально обрали вузли сплайна, які дорівнюють

$$x_1 = 0,\ x_2 = 0.4,\ x_3 = 0.5065, x_4 = 0.6,\ x_5 = 0.7,\ x_6 = 0.8, x_7 = 0.9, x_8 = 1.$$

Наведемо модифікований алгоритм наближення розривної нелінійної функції .

Крок 1. Будуємо розривний апроксимаційний сплайн $S(x)$ на заданих вузлах x_k, $k=\overline{1,n}$ за формулою (1) з невідомими коефіцієнтами C_k^+, C_{k+1}^-, $k=\overline{1,n-1}$. Причому на першій ітерації вважаємо, що односторонні значення функції в заданих вузлах збігаються. Знаходимо вектор $C = (C_1^+, C_2^-, C_2^+, C_3^-, ..., C_{n-1}^+, C_n^-)$ з умови (2). Після підстановки знайдених коефіцієнтів у сплайн (1) отримаємо сплайн $S_k(x) = S_k(x, C^I)$, $x \in [x_k, x_{k+1}]$, $k=\overline{1,n-1}$.

Крок 2. На кожному з інтервалів $[x_k, x_{k+1}]$, $k=\overline{1,n-1}$ обчислюємо значення $J_k^* = \max\limits_{x_k \le x \le x_{k+1}} J_k(x)$, $J_k(x) = \left|f(x) - S_k(x)\right|$.

Крок 3. Якщо виконуються умови: 1) $J_q < \delta$, $J_{q+1} < \delta$, де δ – задана точність наближення; 2) $S(x)$ є ε-неперервною в точці x_{q+1}, то вузол x_{q+1}, то видаляємо з розгляду.

Крок 4. З усіх J_k^* обираємо максимальне значення $M = \max\limits_{1\le k\le n}(J_k^*)$ та ділимо інтервал, в якому це максимальне значення отримується, навпіл.

Крок 5. На новій множині вузлів знову будуємо апроксимаційний сплайн за формулою (1) та за формулою (2) знаходимо вектор коефіцієнтів C.

Перевіряємо виконання умови $\max\limits_{x\in[a,b]}\left|f(x) - Sp(x)\right| < \delta$, де δ – задана точність наближення. Якщо умова виконана, то ми отримали набір оптимальних вузлів наближуючого сплайна, серед яких знаходяться і розриви заданої функції. Якщо вказана умова не виконана, то повертаємося до кроку 3.

Висновки

В роботі пропонується алгоритм відновлення розривної лінійної функції однієї змінної за допомогою апроксимації розривним лінійним сплайном та модифікований алгоритм виявлення точок розриву першого роду у випадку, коли розривна функція не обов'язково є лінійною. Інформацією про функцію є її значення, які можна отримати на довільній скінченній множині точок з інтервалу $[0;1]$. Також в роботі запропонована чисельна реалізація модифікованого алгоритму. Наведений тестовий приклад.

Автори вважають перспективним розвиток теорії наближення розривних функцій багатьох змінних розривними сплайнами та побудову математичних моделей розривних процесів на основі розробленої теорії, оскільки, як вже було зазначено, задачі дослідження процесів, що мають розриви, виникають досить часто. Наступним кроком автори планують обґрунтувати метод відновлення розривних функцій двох змінних та метод виявлення ліній та точок ε-розриву, використовуючи розбиття області визначення функції двох змінних на прямокутні елементи, з метою оптимізації кількості обчислень.

Список використаної літератури

1. Корнейчук Н.П. Сплайны в теории приближения / Н.П. Корнейчук. – М.: Наука, 1984. – 352 с.
2. Петухов А.П. О приближении разрывных функций в метрике Хаусдорфа / А.П. Петухов // Математические заметки. – 1985. – Т. 32, № 1. – С. 25-40.
3. Дейнека В.С. Анализ многокомпонентных распределенных систем и оптимальное управление / В.С. Дейнека, И.В. Сергиенко. – К.: Наукова думка, 2007. – 703 с.
4. Агеев А.Л. Аппроксимация линий разрыва зашумленной функции двух переменных / А.Л. Агеев, Т.В. Антонова // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2012. – Т.15, № 1(49). – С. 3-13.
5. Gottlieb D. On the Gibbs phenomenon I: recovering exponential accuracy from the Fourier partial sum of a non-periodic analytic function / D. Gottlieb, C.W. Shu, A. Solomonoff, H. Vandeven // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 1992. – № 43. – P. 81-98.
6. Rossini M. Detecting discontinuities in two-dimensional signals sampled on a grid / M. Rossini // Journal of Numerical Analysis, Industrial and Apply Mathematics.– 2007. – Vol. 1, № 1. – P. 1-13.
7. Литвин О.М. Дослідження методу знаходження точок розриву першого роду функції однієї змінної / О.М. Литвин, Ю.І. Першина, В.О. Пасічник // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2015.– № 6(1115) – С.67-76.

UDC 519.6

M. PETRYK, D. MYKHALYK, O. PETRYK, I. KORDIAK
Ternopil National Ivan Pul'uj Technical University

CONSOLIDATION COEFFICIENTS IDENTIFICATION OF SOLID-LIQUID EXPRESSION FROM CONSOLIDATED MEDIUM OF MICRO-POROUS PARTICLES

The identification problems of the model kinetic parameters of solid-liquid expression from liquid containing plant materials of micro-porous particles using residual functional, taking into account the total liquid flow changes on the measurement surface is formulated is presented in one-dimensional formulation. Computational identification of consolidation coefficients in extraparticle and intraparticle space versus time for different layer sections has been conducted,.

Keywords: mathematical modeling, identefication, kinetic parameters, micro porous particles

М.Р. ПЕТРИК, Д.М. МИХАЛИК, О.Ю.ПЕТРИК, І.В. КОРДЯК
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ІДЕНТИФІКАЦІЯ КОЕФІЦІЄНТІВ КОНСОЛІДАЦІЇ ПРОЦЕСУ ВІДТИСКУ "ТВЕРДЕ ТІЛО - РІДИНА" ДЛЯ КОНСОЛІДОВАНИХ СЕРЕДОВИЩ ЧАСТИНОК МІКРОПОРИСТОЇ СТРУКТУРИ

Сформульовано задачі ідентифікації кінетичних параметрів процесу відтиску "тверде тіло – рідина" для рослинних матеріалів мікропористих частинок з використанням залишкового функціоналу з урахуванням загальної зміни потоку рідини на поверхню дослідження. Проведено комп'ютерне моделювання та ідентифікацію значень коефіцієнтів консолідації в міжчастинковому та внутрішньочастинковому просторах для різних моментів процесу відтиску та шарів середовища.

Ключові слова: математичне моделювання, ідентифікація, кінетичні параметри, мікропористі частинки

М.Р. ПЕТРИК, Д.М. МИХАЛИК, О.Ю. ПЕТРИК, І.В. КОРДЯК
Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя

ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ КОНСОЛИДАЦИИ ПРОЦЕССА ОТТИСКА "ТВЕРДОЕ ТЕЛО - ЖИДКОСТЬ" ДЛЯ КОНСОЛИДИРОВАННЫХ СРЕД ЧАСТИЦ МИКРОПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ

Сформулированы задачи идентификации кинетических параметров процесса оттиска "твердое тело - жидкость" для растительных материалов микропористых частиц с использованием остаточного функционала с учетом общего изменения потока жидкости на поверхность исследования. Проведено компьютерное моделирование и идентификация значений коэффициентов консолидации в межчастичном и внутричастичном пространствах для различных моментов процесса оттиска и слоев среды.

Ключевые слова: математическое моделирование, идентификация, кинетические параметры, микропористые частицы

Analysis of Recent Researches and Publications

Solid-liquid expression of biological materials is an important unit operation in the food, chemical,energy and related industries, which is used for the extraction of vegetable oils, dehydration of fibrous materials, dewatering of waste water sludge and so forth [1]. During expression, the porous layer formed by a whole grain or fragmentized material is subjected to compression in industrial presses . Such compression can be carried out under constant or variable parameters (pressure, deformation rate). Raw biological materials contain liquid filled cells, hydrated cell walls, micro-channels between cells and intercellular spaces containing air, i.e. are a porous media with different types of pores and channels [1, 2].

The kinetic mechanisms of solid-liquid expression from a celular materials and the cell breaking phenomena in a fresh tissue depend on many factors: the applied pressure, rate of deformation, the structural tissue characteristics (cell size and shape, thickness of the cell wall, osmotic pressure inside a cell, etc.). Liquid flow from the plant tissue depends on kinetics of cells destruction and can be very long [1,3].

However, when an external pressure is applied to micro porous particles layer, the latter consisting of a "soft" tissue, begin to shrink and a decrease in intraparticle space of channels and intraparticle spaces, affecting the layer permeability. In [4] to evaluate the consolidation and creep component layer model is proposed, based on the assumption that the intensity of the flow of particles in extraparticle space proportional to the difference of pressures: pressure inside particle averaged coordinate size and pressure from the outside of the particle, which is very approximate. A more realistic model has a solid and a liquid phase in bi-porous layer of microporous particles and transport channels, taking into account the effect of changes in the permeability of the particle layer on the overall permeability [5, 6].

Problem Statement

We consider the sliced cellular particles containing liquid as a porous layer subjected to unidimensional pressing [5, 6]. The liquid flows occurs inside the particles of intraparticle space, outside the particles of extraparticle space and between these two spaces. The sliced particles are rectangular parallelepipeds separated by the porous network. The layer of sliced particles is considered as a double-porosity medium. The extraparticles network forms the first porosity with low storage capacity and high hydraulic permeability. The sliced liquid containing particles form a second porosity with high storage capacity and low hydraulic permeability. Flow occurs separately through the two porosities and between them.

The Purpose of the Study

In this paper the direct and inverse identification problems of the consolodation confficients in intrapsrticles space and extraparticle space of solid-liquid expression from soft plant microporous particles materials using residual functional, taking into account the total liquid flow changes on the measurement surface is formulated. Efective methods of identification problems implementation based on the analytical solutions of the direct and conjugate problems is proposed. Explicit analytical expressions of residual functional gradients for the model parameters identification by Heaviside operational method, transformation integral and gradient methods are obtained. Computational identification of consolidation coefficients in extraparticle and intraparticle space versus time for different layer sections was done for real plant material with two different compressibility-permeability characteristics corresponding to different degrees of tissue destroying.

Description of Main Material of Research

Direct problem. In the domains $\Omega_T = (0,T)\times(0,h_m)$ and $\Omega_T \times (0,R_m)$ the distribution of pressures in the liquid phase $P_1(t,z_m)$ and $P_2(t,x_m,z_m)$ and thus satisfy the system of consolidation of partial differential equations [5]:

$$\frac{\partial P_1(t,z_m)}{\partial t} = b_1 \frac{\partial^2 P_1}{\partial {z_m}^2} - \beta \frac{\partial \bar{P}_2(t,z_m)}{\partial t},\ z_m \in (0,h_m), \tag{1}$$

$$\frac{\partial P_2(t,x_m,z_m)}{\partial t} = b_2 \frac{\partial^2 P_2}{\partial {x_m}^2},\ x_m \in (0,R_m)\ , z_m \in (0,h_m),\ t \in (0,T), \tag{2}$$

Initial conditions:

$$P_1(t,z_m)\big|_{t=0} = P_{1_0} \equiv P_e, \qquad P_2(t,z_m)\big|_{t=0} = P_{2_0} \equiv P_e \tag{3}$$

Boundary conditions:

$$P_1\left(t,z_m\right)\Big|_{z_m=0} = 0, \qquad \frac{\partial P_1}{\partial z}\Big|_{z_m=h_m} = 0; \qquad \frac{\partial P_2}{\partial x_m}\Big|_{x_m=0} = 0;\ P_2(t,x_m,z_m)\Big|_{x_m=R} = P_1(t,z_m) \tag{4}$$

where $\bar{P}_2$ is average liquid in intraparticle space, $b_1 = G_1 / \mu r_1$ is the consolidation coefficient of the extraparticles space, $b_2 = G_2 / \mu r_2$ is the consolidation of cellular particles, r_1 is the specific resistance of the extraparticles space based on the volume of LCP, and r_2 is the specific resistance of the intraparticle space (cellular particles) based on the volume of IS, β is the elasticity factor of the material, h_m is the thickness of IS layer, h_m , R_m is the thickness of the half of particle containing IS, R_m, $X = x_m / R_m$ and $Z = z_m / h_m$ are dimensionless geometrical coordinates.

$$\bar{P}_2 = \frac{1}{R_m}\int_0^{R_m} P_2(t,x_m,z_m)dx_m \tag{5}$$

In the equations (1) and (4) it is assumed that b_1, b_2 and β are the constants. Variables k_1, k_2 can markedly decrease during pressing and r_1, r_2 can markedly increase. But, if G_1 and G_2 also increase in similar fashion, b_1 and b_2 will remain constant.

It assume that the measurement surface $z_m = \gamma \equiv 0$, $\gamma \subset \Omega = [0,h_m]$, the liquid flow is known:

$$u(t,z_m)\Big|_{z_m=\gamma} \equiv -\left(\frac{1}{\mu r_1}\frac{\partial}{\partial z_m}P_1(t,z_m;b_1,b_2,\beta) + \frac{1}{\mu r_2}\frac{\partial}{\partial z_m}\bar{P}_2(t,z_m;b_1,b_2,\beta)\right)_{z_m=\gamma} = M_{\exp er}(t)\Big|_{z=\gamma} \tag{6}$$

Choosing the Residual Functional. We will write the residual functional that minimizes the deviation of the model solution from values of experimental trace, which is used for the implementation of procedures to identify the unknown consilidation coefficients in extraparticle space and intraparticle spaces and ellastichnogo factor) as [7]:

$$J(b_1,b_2,\beta)=\frac{1}{2}\int_0^T\left[E_{error}(b_1,b_2,\beta,t,\gamma)\right]^2 dt\,, \tag{7}$$

where $E_{error}(b_1,b_2,\beta,t,\gamma)$ – residual expression between the model and the experimental values of the unknown parameters:

$$E_{error}(b_1,b_2,\beta,t,\gamma)=\left[-\left(\frac{1}{\mu r_1}\frac{\partial}{\partial z_m}P_1(t,z_m;b_1,b_2,\beta)+\frac{1}{\mu r_2}\frac{\partial}{\partial z_m}\overline{P}_2(t,z_m;b_1,b_2,\beta)\right)-M_{\exp er}(t)\right]_{z_m=\gamma} \tag{8}$$

where $M_{\exp er}(t)$ – the vector of experimental data (values of liquid flow) on the measurement surface $\gamma\in\Omega$.

As a result, we get the identification problem (1)–(6): to find the unknown functions $b_1\in\Omega_T$, $b_2\in\Omega_T$, $\beta\in\Omega_T$, $\Omega_T=D_1$ $(b_1>0,b_2>0,\beta>0)$, were functions $P_1(t,z_m)+\overline{P}_2(t,z_m)$ satisfy the conditions (6) on the measurement surface $\gamma\subset\Omega$ in the domain Ω_T (Sergienko, Deineka 2005, Sergienko, Petryk et al. 2015).

Gradient method of solution. The solution of identification problem (1)-(4) reduces to the optimization of residual functional (7) by gradually improving the solution by means of a special regularization procedure with the of high-performance gradients methods. Following [7,8] and using the gradient method of error for the identification of consolidation coefficients in extraparticle space b_1 and intra particle space b_2 elasticity coefficient β, we obtain the regularization expressions for the $(n+1)$-th identification step:

$$b_1^{n+1}(t)=b_1^n(t)-\nabla J_{b_1}^n(t)\frac{E_{error}(b_1^n,b_2^n,\beta;t,\gamma)^2}{\left\|\nabla J_{b_1}^n(t)\right\|^2+\left\|\nabla J_{b_2}^n(t)\right\|^2+\left\|\nabla J_{\beta}^n(t)\right\|^2},\quad t\in(0,T),$$

$$b_2^{n+1}(t)=b_2^n(t)-\nabla J_{b_2}^n(t)\frac{E_{error}(b_1^n,b_2^n,\beta;t,\gamma)^2}{\left\|\nabla J_{b_1}^n(t)\right\|^2+\left\|\nabla J_{b_2}^n(t)\right\|^2+\left\|\nabla J_{\beta}^n(t)\right\|^2},\quad t\in(0,T), \tag{9}$$

$$\beta^{n+1}(t)=\beta^n(t)-\nabla J_{\beta}^n(t)\frac{E_{error}(b_1^n,b_2^n,\beta;t,\gamma)^2}{\left\|\nabla J_{b_1}^n(t)\right\|^2+\left\|\nabla J_{b_2}^n(t)\right\|^2+\left\|\nabla J_{\beta}^n(t)\right\|^2},\quad t\in(0,T),$$

where $J(b_1,b_2,\beta,\ldots)$ - the residual functional on the measurement surface $\gamma\in\Omega_T$;

$\nabla J_{b_1}^n(t)$, $\nabla J_{b_2}^n(t)$, $\nabla J_{\beta}^n(t)$ are gradient components of residual functional $J(b_1,b_2,\beta,\ldots)$ for unknown functions $b_1\in\Omega_T, b_2\in\Omega_T, \beta\in\Omega_T$;

$\left\|\nabla J_n^n(t)\right\|^2=\int_0^T\left[\nabla J_n^n(t)\right]^2 dt,\quad u\in\{b_1,b_2,,\beta,\ldots\}$ – is squared norm of gradient of the residual functional.

Conjugate problem. The calculation of increments ΔJ_s, ΔJ_{s_1}, ΔJ_{s_2} leads to solving the additional conjugate problem to determine the Lagrange factors ϕ, ψ of the functional (14):

$$\frac{\partial\varphi(t,z_m)}{\partial t}+b_1\frac{\partial^2\varphi}{\partial {z_m}^2}+\beta\frac{\partial\overline{\psi}(t,z_m)}{\partial t}=-\frac{1}{\mu r_1}\frac{\partial}{\partial z_m}E_{error}^n(t,\gamma)\delta(z_m-\gamma)\,, \tag{10}$$

$$\frac{\partial\psi(t,x_m,z_m)}{\partial t}+b_2\frac{\partial^2\psi}{\partial {x_m}^2}=-\frac{1}{\mu r_1}\frac{\partial}{\partial z_m}E_{error}^n(t,\gamma)\delta(z_m-\gamma)\,, \tag{11}$$

$$\varphi(t,z_m)\big|_{t=T}=0;\qquad \psi(t,x_m,z_m)\big|_{t=T}=0 \text{ (condition for } t=T\text{)}; \tag{12}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\varphi(t,z_m=h_m)=0,\ \varphi(t,z_m=0)\,, \tag{13}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\psi(t,x_m,z_m)\big|_{x_m=0}=0,\ \psi(t,x_m,z_m)\big|_{x_m=R}=\varphi(t,z_m)\,; \tag{14}$$

where $E^n_{error}(t)$ – n-th approximation of the residual (to be minimized at every step of regularization, $\overline{\psi}(t,z_m)=\frac{1}{R_m}\int_0^{R_m}\psi(t,x_m,z_m)dx_m$, $\delta(z)$ – function of Dirac.

Analytical solutions. The exact analytical solution of direct problem (1)-(5) (for modeling pressure distribution on the assumption that consolidation coefficients b_1, b_2 and elasticity factor are knows) is constructed with the use of the Fourier integral transformation and Heviside operation method [9] according [5, 6].

We have obtained solution ϕ, ψ of the conjugate problem (10) – (14) using Fourier integral transformation and Heaviside's operational method according [5, 9].

Numerical analysis. Results of numerical modeling and parameter identification are shown below. Figure 1 illustrates the process of convergence model curves dimensionless liquid flow distribution at the outlet of the compressed water-containing particulate layer on the measurement (observation) surface z = 0 to the observation (measurement) curve (number 8) for implementing stepwise procedure of identification consolidation coefficients in extraparticle and intraparticle spaces, and respectively. The values of the input parameters, the properties of the particles and the observation data taken from [5, 6], since this work is the development outlined in these results.

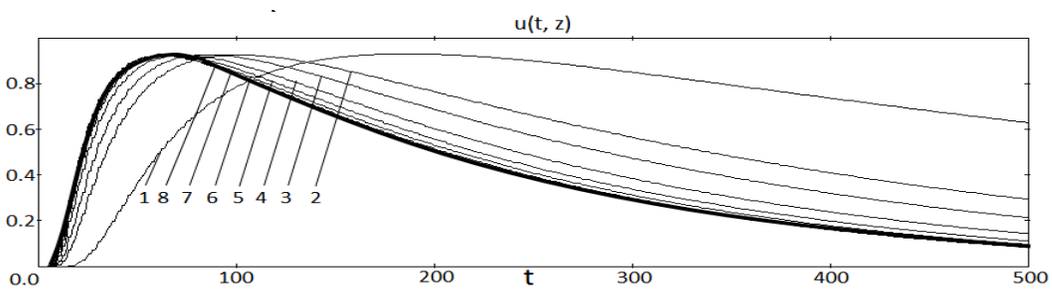
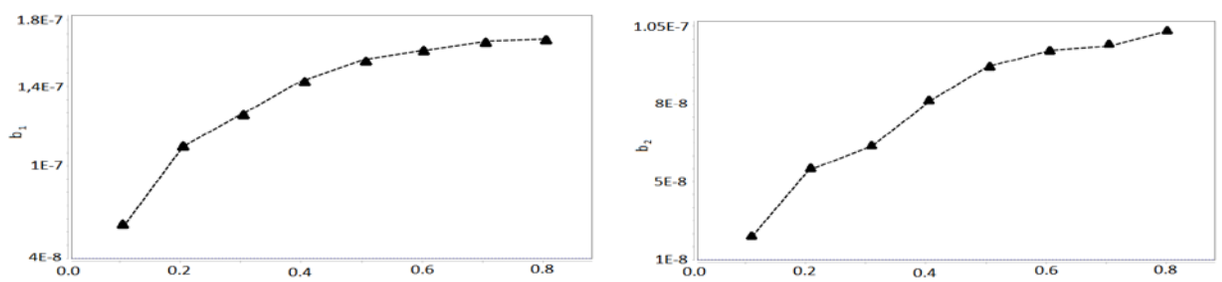


Fig. 1. Process of convergence model curves dimensionless liquid flow distribution at the outlet of the compressed water-containing particulate layer

The initial approches of consolidation coefficients in extraparticl space and intraparticle space are for better disrupted tissue: $b_1 = 6.0\cdot10^{-8}$ m^2 /s and $b_2 = 1.0\cdot10^{-8}$ m^2 /s respectively. The numbers 1–7 in curves of Fig.1 correspond to numbers of regularization block iterations for two parameters (b_1 and b_2). The total of iterations number for exterior cycle and interior cycle for each block are from 700 to 900 iterations.



a) **b)**

Fig. 2. Evolution of restored consolidation coefficients in extraparticle space and intra intraparticle space

Figure 2 (a, b) shows the corresponding evolution pictures of consolidation coefficients (averaged over the time interval of the consolidation process and displace moisture from the layer) in extraparticle space and intra intraparticle space, restored according regularization formulas (15) from the above to the total number of iterations performed. As can be seen for the last two blocks of iterations (the position 0.6 – 0.8) there is stabilization of the averaged profiles consolidation coefficients.

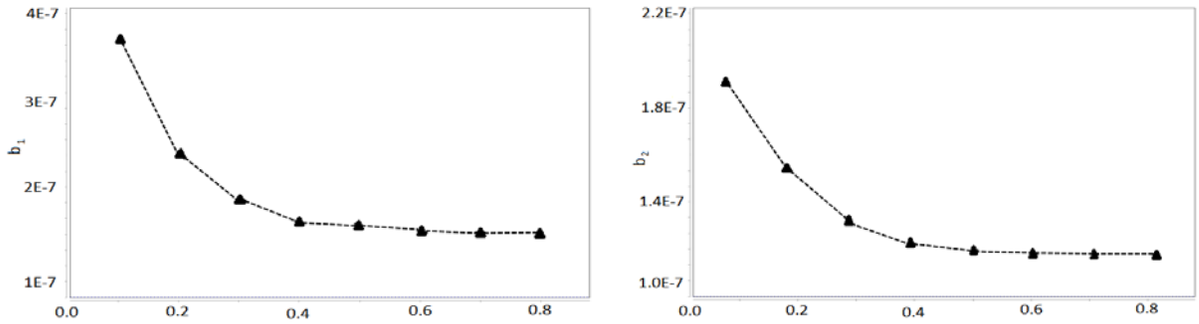


Fig. 3. Evolution of restored consolidation coefficients in extraparticle space and intra intraparticle space

Similar results were obtained in the choice of other initial approximations. In the above privacy, when setting the initial approximation are smaller values than these measurement data, we can observe a similar convergence process of model distributions of fluid flow to the measurement curve from opposite side (processes "from below"). This provided similar evolution picture of the consolidation coefficients in the macro- and micropores space, and, respectively, to the same values of $1.8 \cdot 10^{-7}$ m^2/c and $1.0 \cdot 10^{-7}$ m^2/c (Figure 3 a, b).

Conclusions

In this work the coefficients identification problems of solid-liquid expression from liquid containing plant materials of micro-porous particles using residual functional, taking into account the total liquid flow changes on the measurement surface is formulated. Highly productivity methods of identification problems implementation based on the analytical solutions of the direct and inverse problems is proposed. Numerical identification of consolidation coefficients in extraparticle and intraparticle space versus time for different layer sections was done for real plant material with two different compressibility-permeability characteristics corresponding to different degrees of tissue destroying.

Reference

1. Schwartzberg, H.G. Expression of fluid from biological solids. Separation and Purification Methods, 1997. – 26 (1), 1-213.
2. Zhuw H. X., Melrosez J. R. A mechanics model for the compression of plant and vegetative tissues. Journal of Theoretical Biology, 2003. – 221, 89-101.
3. Bazhal M.I., Lebovka N.I., Vorobiev E. Pulsed electric field treatment of apple tissue during compression for juice extraction. Journal of Food Engineering, 2001. – 50 (3), 129–139.
4. Lanoiselle J.-L., Vorobiev E., Bouvier J.-M., Piar G. Modelling of solid / liquid expression for cellular materials, AIChE Journal, 1996. – 42(7), 2057-2067.
5. Petryk M., Vorobiev E. Liquid Flowing from Porous particles During the Pressing of Biological Materials. Computer & Chem. Eng., 2007. – 31(10), 1336-1345.
6. Petryk M., Vorobiev E. Numerical and Analytical Modelling of Solid-Liquid Expression from Soft Plant Materials. AIChE J. Wiley USA., 2013. – 59(12), 4762-4771.
7. Sergienko I.V., Deineka V.S. Optimal Control of Distributed Systems with Conjugation Conditions. New York: Kluwer Academic Publishers, 2005. – 383p.
8. Sergienko I.V., Petryk M.R., Khimich O.M., Canet D., Mykhalyk D.M., Leclerc S. Fraissard J. The Mathematical Modelling of Mass-transfer in Media of Nano-porous Structure. Kyiv: National Academy of Sciences of Ukraine. Institute V.M. Gluschkov of Cybernetic, 2014 – 209p.
9. Lenyuk, M., Petryk, M. The methods of integral transformations of Fourier, Bessel with spectral parameter in problems of mathematical modeling of the mass exchange process in no regular medias. N. D., Kyiv. 2000. – 372p.
10. Heaviside O. Eelectromagnetic Theory. The Electrician. London, E.C. Vo1. 1–3, 1893. – 538p.
11. Sergienko I.V., Peryk M.R., Leclerc S., Fraissard J. 2015.High productivity methods of identification of competitive diffusion parameters in heterogeneous media of nanoporous particles. Cybernetics and Systems Analysis, 51(4), 529-546.

УДК 519.816

Н.К. ТИМОФІЄВА
Міжнародний науково-навчальний центр
інформаційних технологій та систем НАН та МОН України

ВЛАСТИВІСТЬ ПОДІБНОСТІ В КОМБІНАТОРИЦІ ТА КОМБІНАТОРНІЙ ОПТИМІЗАЦІЇ

Описано властивість подібності, яка характерна для генерування комбінаторних множин та задач комбінаторної оптимізації. Показано, що задачі подібні, якщо вони розв'язуються одним методом або модифікацією одного і того ж алгоритму. Ця властивість показана на прикладі статичних та динамічних задач комбінаторної оптимізації.

Ключові слова: комбінаторна оптимізація, комбінаторна конфігурація, комбінаторна множина, подібність задач комбінаторної оптимізації, цільова функція,

Н.К. ТИМОФЕЕВА
Международный научно-учебный центр
информационных технологий и систем НАН и МОН Украины

СВОЙСТВО ПОДОБИЯ В КОМБИНАТОРИКЕ И КОМБИНАТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Описано свойство подобия, которое характерно для генерирования комбинаторных множеств и задач комбинаторной оптимизации. Показано, что задачи подобны, если они решаются одним методом или модификацией одного и того же алгоритма. Это свойство показано на примере статических и динамических задач комбинаторной оптимизации.

Ключевые слова: комбинаторная оптимизация, комбинаторная конфигурация, комбинаторное множественное число, подобие задач комбинаторной оптимизации, целевая функция

.

N.K. TIMOFEEVA
International Scientific Training Cente
for Information Technologses and Systems

PROPERTY OF SIMILARITY IS IN COMBINATORIC AND COMBINATORIAL OPTIMIZATION

Property of similarity is described, what characteristic for the generation of combinatorial sets and problem of combinatorial optimization. It is shown that problem are similar, if they are solved by one method or modification of the same algorithm. This property is illustrated by the example of static and dynamic combinatorial optimization problems.

Keywords: combinatorial optimization, combinatorial configuration, combinatorial sets, similarity of problems of combinatorial optimization, objective function.

Постановка задачі

В літературі розглядають подібність різноманітних фізичних явищ, що є узагальненим поняттям геометричної подібності. В комбінаторній оптимізації також має місце подібність, яка пов'язана з тим, що для розв'язання задач різних класів використовують універсальні методи та алгоритми. Ця властивість відрізняється від геометричної та описаної в теорії подібності. Для встановлення подібності задач комбінаторної оптимізації необхідно провести їхній аналіз з метою виявлення ознак, за якими вони розв'язуються за однією і тією ж обчислювальною схемою.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

В комбінаториці та комбінаторній оптимізації можна навести багато прикладів, коли задачі з різних класів розв'язуються за однією і тією ж обчислювальною схемою, наприклад [1–4]. Ця властивість в літературі достатньою мірою не висвітлена, хоча існуючі універсальні методи орієнтовані на розв'язання різноманітних таких задач. В [5] наведено деякі ознаки, за якими можна встановлювати подібність задач як в комбінаториці, так і в комбінаторній оптимізації. За цими ознаками розробляються універсальні алгоритми як для розв'язання задач комбінаторної оптимізації, так і для генерування комбінаторних множин. Тому однією з проблем в теорії комбінаторної оптимізації є виявлення критеріїв подібності цих задач з метою узагальнення та використання для їхнього розв'язання універсальних підходів, які дають можливість знаходити глобальний або наближений до глобального результат.

Формулювання мети дослідження

Для розв'язання поставленої задачі необхідно виділити критерії подібності як задач з комбінаторики, так і задач комбінаторної оптимізації різних класів. З цією метою розроблено метод

моделювання прикладних задач в рамках теорії комбінаторної оптимізації, який показав, що однією з основних ознак подібності є тип аргументу цільової функції та вид задачі (статична або динамічна). Для генерування комбінаторних конфігурацій подібність визначається за способом їхнього утворення та впорядкування.

Викладення основного матеріалу дослідження

Загальна математична постановка задачі комбінаторної оптимізації. Наведемо загальну постановку задачі комбінаторної оптимізації. Задачі цього класу, як правило, задаються однією або кількома множинами, наприклад A та B, елементи яких мають будь-яку природу. Назвемо ці множини *базовими*. Наявні два типи задач. У *першому* типі кожну з цих множин подамо у вигляді графа, вершинами якого є її елементи, а кожному ребру поставлено у відповідність число $c_{lt} \in R$, яке називають вагою ребра (R – множина дійсних чисел), $l \in \{1,...,n\}$, $t \in \{1,...,\widetilde{n}\}$, n – кількість елементів множини A, $\widetilde{n}$ – кількість елементів множини B. Покладемо, що $n = \widetilde{n}$. Між елементами цих множин існують зв'язки, числові значення яких назвемо вагами. Величини c_{lt} назвемо *вхідними* даними та задамо їх матрицями, одна з яких комбінаторна. В *другому* типі задач між елементами заданої множини зв'язків не існує, а вагами є числа $v_j \in R$, $j \in \{1,...,n\}$, яким у відповідність поставлено деякі властивості цих елементів, числові значення яких задаються скінченними послідовностями, що також є вхідними даними. Ці величини визначають значення цільової функції.

Для обох типів задач із елементів однієї або кількох із заданих множин, наприклад $a_l \in A$, $l \in \{1,...,n\}$, утворюється комбінаторна множина W – сукупність комбінаторних конфігурацій певного типу (перестановки, вибірки різних типів, розбиття тощо). На елементах w комбінаторної множини W вводиться цільова функція $F(w)$. Необхідно знайти елемент множини W, для якого $F(w)$ набуває оптимального значення при виконанні заданих обмежень.

Подамо елементи h наддіагоналей симетричної комбінаторної матриці $Q(w^k)$ комбінаторною функцією $\beta(f(j), w^k)|_1^m = (\beta_1(f(1), w^k),...,\beta_m(f(m), w^k))$, а елементи h наддіагоналей симетричної матриці C – функцією натурального аргументу $\varphi(j)|_1^m = (\varphi(1),...,\varphi(m))$, де $m = \dfrac{n(n-1)}{2}$ – кількість елементів h наддіагоналей матриць C та $Q(w^k)$, $h = \overline{1, n-1}$. Якщо матриці $Q(w^k)$ та C – несиметричні, то $\beta(f(j), w^k)|_1^m$ та $\varphi(j)|_1^m$ містять усі їхні елементи, а $m=n^2$ (або $m = n\,\widetilde{n}$). Функцію цілі $F(w^k)$ запишемо як

$$F(w^k) = \sum_{j=1}^{m} \beta_j(f(j), w^k)\,\varphi(j). \qquad (1).$$

Для моделювання прикладних задач в рамках теорії комбінаторної оптимізації необхідно: а) за способом обчислення цільової функції визначити вид задачі (статична або динамічна); б) визначити базові множини, якими задається певна задача; в) за вхідними даними визначити її тип; г) визначити аргумент цільової функції (комбінаторну конфігурацію); д) змоделювати цільову функцію.

Властивість подібності, яка виникає при генеруванні комбінаторних множин. Під комбінаторною конфігурацією розуміємо будь-яку сукупність елементів, яка утворюється з усіх або з деяких елементів заданої базової множини $A = \{a_1,..., a_n\}$. Позначимо її упорядкованою множиною $w^k = (w_1^k,..., w_\eta^k)$, де $\eta \in \{1,...,n\}$ – кількість елементів у w^k, $W = \{w^k\}_1^q$ – множина комбінаторних конфігурацій. Верхній індекс k ($k \in \{1,...,q\}$) у w^k позначає порядковий номер w^k у W, q – кількість w^k у W.

Рекурентним комбінаторним оператором назвемо сукупність правил, за допомогою яких з елементів базової множини A утворюється комбінаторна конфігурація w^k. Різноманітні типи комбінаторних конфігурацій утворюються за допомогою трьох рекурентних комбінаторних операторів: вибирання, транспозиція, арифметичний.

Сполучення як з повтореннями так і без повторень утворюються єдиною операцією – вибиранням. Перестановки утворюються або транспозицією або вибиранням. Розбиття числа утворюються однією операцією – арифметичною. Розбиття n-елементної множини на підмножини утворюються двома рекурентними комбінаторними операторами: або арифметичним або транспозицією. Розміщення як з

повтореннями так і без повторення утворюються двома операціями: або вибиранням або транспозицією. Бінарні послідовності можуть утворюватися двома операціями: арифметичною або операцією вибирання. До того ж, кількість бінарних послідовностей у їхній множині дорівнює 2^n, а кількість сполучень без повторення – відповідно $2^n - 1$.

Таким чином, за способом утворення подібні такі комбінаторні конфігурації: бінарні послідовності та сполучення без повторення; розбиття n-елементної множини на підмножини та розбиття натурального числа і перестановки; розміщення без повторення (з повтореннями) і сполучення без повторень (з повтореннями) та перестановки. Ці множини подібні за способом генерування, оскільки вони упорядковуються або одним і тим же алгоритмом або його модифікацією (бінарні послідовності і сполучення без повторень генеруються модифікацією одного і того ж алгоритму, базова підмножина розбиття n-елементної множини на підмножини і розбиття натурального числа генеруються одним і тим же алгоритмом). Тобто, оговорені комбінаторні конфігурації подібні за способом їхнього утворення та впорядкування.

Подібність задач комбінаторної оптимізації, цільова функція в яких визначена на множині перестановок. До загальної математичної постановки задачі комбінаторної оптимізації, аргументом цільової функції в якій є перестановка, та які відносяться до статичних, зводяться задачі комівояжера, про призначення, розміщення одногабаритних об'єктів у фіксовані позиції та ін. Цільова функція для них моделюється однаковим виразом, за яким оцінюється результат. Завдяки цій властивості задачі комбінаторної оптимізації, аргументом цільової функції в яких є перестановка, на підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій (задача кластеризації) розв'язуються універсальними методами, зокрема, методом структурно-алфавітного пошуку, за однією і тією ж схемою [6].

Задача розміщення одногабаритних об'єктів. На поверхні з регулярною сіткою посадочних місць необхідно розмістити задану множину об'єктів, які мають між собою зв'язки, таким чином, щоб сумарна довжина зв'язків була б мінімальною. Значення цільової функції в ній зводиться до виразу (1), а її аргумент – перестановка.

Задача про призначення. Задано n посад і n претендентів на ці посади. Призначення претендента t на l-у посаду приводить до затрат c_{lt} , ($l,t = 1, 2, ..., n$). Необхідно розподілити претендентів по посадах так, щоб сумарні втрати були б мінімальними. Цільова функція в ній зводиться до виразу (1), а її аргумент – перестановка.

Задача комівояжера. Задано n міст, відстань між якими відома. Координати входу та виходу кожного міста збігаються. Необхідно знайти найкоротший шлях, який проходить через усі міста один раз і повертається в початковий пункт. Цільова функція в цій задачі задається виразом (1). Пошук оптимального розв'язку проводиться на множині перестановок.

Наведемо обчислювальну схему пошуку глобального мінімуму для задачі комівояжера, задачі про призначення та розміщення одногабаритних модулів. Глобальний максимум знаходиться аналогічно.

1. Завдання вхідної інформації.

1.1. Якщо необхідно розв'язати задачу комівояжера, то вхідні дані задаються симетричною матрицею $Q(w^k)$. Уведемо (0,1)-матрицю C. За описаними вище правилами утворюються скінченні послідовності (функції $\beta(f(j), w^k)|_1^m$ та $\varphi(j)|_1^m$). Перехід до п. 2. В іншому разі – перехід до п. 1.2.

1.2. Якщо необхідно розв'язати задачу розміщення одногабаритних об'єктів, вхідні дані задаються симетричною матрицею $Q(w^k)$ та симетричною матрицею C. За описаними вище правилами утворюються скінченні послідовності (функції $\beta(f(j), w^k)|_1^m$ та $\varphi(j)|_1^m$). Перехід до п. 2. В іншому разі – перехід до п. 1.3.

1.3. Якщо необхідно розв'язати задачу про призначення, вхідні дані задаються двома несиметричними матрицями $Q(w^k)$ та матрицею C. За описаними вище правилами утворюються скінченні послідовності (функції $\beta(f(j), w^k)|_1^m$ та $\varphi(j)|_1^m$). Перехід до п. 2. В іншому разі – вважаємо, що вхідні дані не задано, переходимо до п. 10.

2. Базову задачу комбінаторної оптимізації зведемо до упорядкованої, задавши в ній вхідні дані функціями $\vec{\beta}(f(j), w'^t)|_1^m$ та $\vec{\varphi}(j)|_1^m$, де $\vec{\beta}(f(j), w'^t) < \vec{\beta}(f(j+1), w'^t)$, $\vec{\varphi}(j) > \vec{\varphi}(j+1)$. Перейдемо до п. 3.

3. Уведемо множини F, J, P, де F – множина значень локальних мінімумів, P – множина побудованих перестановок, l-му елементу якої відповідає l-те значення локального мінімуму із F, J – множина номерів позицій значень комбінаторної функції, для яких знайдено локальний мінімум. Покладемо $k = 1$, $l = 1$. Величина k вказує на порядковий номер перестановки $w^k \in W$, що будується, а l –

порядковий номер перестановки у множині P (відповідно значення локального мінімуму у множині F та номера позицій значень комбінаторної функції у множині J). Перехід до п. 4.

4. За функцією $\vec{\beta}(f(j), w'^t)|_1^m$ за розробленими правилами будуємо перестановку $w^k \in W$. Якщо $w^k \in W$ не змінила порядок значень у $\vec{\beta}(f(j), w'^t)|_1^m$, у множину F заносимо знайдену за виразом (1) величину $F(w^k)$, а в P – відповідно $P_l = w^k$, переходимо до п. 6. В іншому разі покладаємо $F^* = F(w^k)$, $w^{k*} = w^k$. Перехід до п. 5.

5. Знайдемо поточний локальний мінімум. Покладаємо $j = 1$, $\tilde{j} = 1$, $s = 1$, $j_s = j$, $p = 0$. Величина j – номер позиції значення $\vec{\beta}(f(j), w'^t)$, з якої продовжується побудова перестановки, j_s – номер позиції значення комбінаторної функції, з якої починається будуватися чергова перестановка, $\tilde{j}$ – номер позиції значення комбінаторної функції, для якої знаходиться локальний мінімум, p – коефіцієнт, який визначає перехід до пошуку чергового локального мінімуму. Переходимо до п. 6.

6. Покладаємо $k = k + 1$. Побудова чергової перестановки проводиться за значеннями комбінаторної функції, починаючи з $\vec{\beta}(f(j_r), w'^t)$ за правилами, описаними нижче у п. п. 6.1–6.3. Якщо $l = 1$, то $j_r = j_s$, в іншому разі $j_r = J_r$, $J_r \in J$, $r = \overline{1, l-1}$.

6.1. Якщо розв'язується задача розміщення одногабаритних модулів, перехід до п. 6.2. Якщо розв'язується задача комівояжера – перехід до п. 6.3. Якщо розв'язується задача про призначення, перехід до п. 6.4.

6.2. Для задачі розміщення визначаємо адресу x, y матриці $Q(w^k)$, де знаходиться значення $\vec{\beta}(f(j), w'^t)$. Величини x, y – елементи перестановки $w^k \in W$. Номери позицій цих елементів у перестановці визначаються номерами стовпця та рядка, де знаходиться значення $\vec{\varphi}(j)$, на яке перемножується значення $\vec{\beta}(f(j), w'^t)$. Переходимо до п. 6.5.

6.3. Для задачі комівояжера номери рядка і стовпця матриці $Q(w^k)$, на перетині яких знаходиться $\vec{\beta}(f(j), w'^t)$, є елементами перестановки. Переходимо до п. 6.5.

6.4. У задачі про призначення транспозиція проводиться або рядків або стовпців, тому x вважаємо елементом перестановки, а y – номером позиції елемента перестановки. Переходимо до п. 6.5.

6.5. Покладаємо $j = j + 1$. Якщо $j > m$ або перестановка уже побудована, переходимо до п. 7. В іншому разі – до п. 6.6.

6.6. Якщо для значення $\vec{\beta}(f(j), w'^t)$ елементи перестановки w^k уже визначено, переходимо до п. 6.5, в іншому разі – до п. 6.1.

7. Для одержаної перестановки w^k знаходимо значення цільової функції $F(w^k)$. Якщо $F(w^k) \geq F^*$ і $k > n^2/2$, переходимо до п. 6. Якщо $F(w^k) \geq F^*$ і $k \leq n^2/2$, покладаємо $p = p + 1$. Якщо $p > \varpi$, переходимо до п. 8 (ϖ – коефіцієнт, що визначає глибину пошуку оптимального розв'язку). В іншому разі покладаємо $j_s = j_s + 1$, переходимо до п. 6. Якщо $F(w^k) < F^*$ і $k \leq n^2/2$, покладаємо $F^* = F(w^k)$, $w^{k*} = w^k$, $\tilde{j} = j_s$, $j_s = j_s + 1$, $j = j_s + 1$, $p = 0$, переходимо до п. 6.

8. Якщо досліджено околи знайдених локальних мінімумів, переходимо до п. 9. В іншому разі покладаємо $F_l = F*$, $P_l = w^{k*}$, $J_l = \tilde{j}$, $l = l + 1$, $j = j_s + 2$, $j_s = j_s - (p-1)$, $s = s + 1$, $p = 0$. Переходимо до п. 6.

9. За оптимальний розв'язок, який може збігатися з глобальним, приймаємо $w^k \in W$, для якої цільова функція із множини F набуває найменшого значення.

10. Кінець роботи алгоритму.

Подібність динамічних задач комбінаторної оптимізації. Основними ознаками подібності для динамічних задач є зміна результату розв'язання в часі та для його поточного відліку обчислення часткової цільової функції. Для розв'язання задач цього класу, як правило, використовують динамічне програмування.

До динамічних задач відносяться такі задачі: сегментація та розпізнавання мовленнєвих сигналів, задача Джонсона з теорії розкладів та ін. Визначимо для них аргумент цільової функції.

Найпростіша задача з теорії розкладів (задача Джонсона) формулюється так. Задано n деталей. Кожна з деталей повинна пройти послідовну обробітку на m машинах. Кожна машина також виконує одну операцію. Необхідно скласти такий розклад обробітку деталей, щоб затрачений на ці операції час був би мінімальний за умови, що він не перевищує заданої величини T. Аргументом цільової функції в ній є розміщення без повторень, яке утворюється шляхом знаходження сполучення із n елементів по d, для якого генеруються $d!$ перестановок, $d \in \{1,..., n\}$.

Задача сегментації мовленнєвих сигналів полягає у виділенні на заданому відрізку вхідного сигналу майже періодичних та неперіодичних ділянок, а в майже періодичних визначаються довжини поточного майже періоду. Розпізнавання мови – це процес автоматичної обробки мовленнєвого сигналу з метою визначення послідовності слів, яка передається цим сигналом. Вона полягає у знаходженні для вхідного сигналу найбільш правдоподібного еталону з усіх можливих еталонних сигналів.

Процес розв'язання усіх трьох задач описується орієнтованим ациклічним графом, а часткові значення цільової функції змінюються в часі та обчислюються за рекурентними правилами. Можна довести, що при знаходженні оптимального значення часткової цільової функції виконується принцип Беллмана. Моделювання динамічних задач з використанням теорії комбінаторної оптимізації показує, що аргументом цільової функції в них є вибірки різних типів: сполучення без повторень, розміщення як з повтореннями так і без повторень. Оскільки ці комбінаторні конфігурації утворюються послідовним вибиранням елементів з базової множини та формують кортежі або траєкторії, то процес розв'язання цих задач змінюється в часі. Завдяки цій властивості пошук оптимального розв'язку в оговорених задачах проводиться поетапно, а сам його процес описується орієнтованим ациклічним графом. З оговореного випливає, що вони подібні за аргументом цільової функції та розв'язуються одним і тим же методом – динамічним програмуванням.

Висновки

Задачі комбінаторної оптимізації різних класів, а також множини комбінаторних конфігурацій – подібні, якщо вони розв'язуються за однією і тією ж обчислювальною схемою або модифікацією одного і того ж алгоритму. Подібність задач комбінаторної оптимізації встановлюється за аргументом цільової функції та видом задачі (статична чи динамічна), а подібність комбінаторних множин – за способом їхнього утворення та впорядкування. Вивчення подібності задач комбінаторної оптимізації дозволяє розробляти ефективні універсальні підходи до їхнього розв'язання.

Список використаної літератури

1. Рейнгольд Э. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика / Пер. с англ. / Э. Рейнгольд, Ю. Нивергельт, Н. Део. – М.: Мир, 1980. – 476 с.
2. Липский В. Комбинаторика для программистов / Пер. с польск. / В. Липский – М.: Мир, 1988.– 213 с.
3. Пападимитриу Х. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность / Пер. с англ. / Х. Пападимитриу, К. Стайглиц. – М.: Мир, 1985.– 510 с.
4. Сергиенко И.В. Модели и методы решения на ЭВМ комбинаторных задач оптимизации / И.В. Сергиенко, М.Ф. Каспшицкая. – К.: Наук. думка, 1981.– 281 с.
5. Тимофієва Н.К. Про подібність задач комбінаторної оптимізації та універсальність алгоритмів / Н.К. Тимофієва // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2013. – № 4. – С. 27–37.
6. Тимофієва Н.К. Метод структурно-алфавітного пошуку та підкласи розв'язних задач із класу задачі комівояжера / Н.К. Тимофієва // УСиМ.– 2008. – № 4 – С. 20–36.

УДК 510.2+007

P. P. TROKHIMCHUCK
Lesya Ukrayinka East European National University

PROBLEMS OF CALCULATION AND FOUNDATION OF MATHEMATICS

Problems of calculation and foundation of mathematics are discussed. Historical analysis of these questions is represented. Three basic concepts of foundation of mathematics (intuitionistic, logical and formal) are observed. Its shown that these concepts can't be theories of foundation of mathematics. Knowledge and science are open systems; therefore theory of its optimal formalizations must be open. This theory must include calculation and measure. Polymetric analysis is represented as example of this theory.

Key words: calculation, foundation of mathematics, open systems, polymetric analysis, functional numbers, hybrid theory of systems.

П.П. ТРОХИМЧУК
Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки

ПРОБЛЕМИ ОБЧИСЛЕННЯ ТА ОСНОВ МАТЕМАТИКИ

Обговорюються проблеми обчислення та основ математики. Наведений історичний аналіз цих питань. Досліджено три основні концепції основ математики (інтуїціоністська, логічна та формальна). Показано, що ці концепції не можуть бути основами математики. Наука та знання є відкритими системами, тому теорія їх оптимальної формалізації має бути також відкритою. Ця теорія повинна включати обчислення та міру. Поліметричний аналіз наведено як приклад такої теорії.

Ключові слова: обчислення, основи математики, відкриті системи, поліметричний аналіз, функціональні числа, гібридна теорія систем.

П.П. ТРОХИМЧУК
Восточноевропейский национальный университет имени Леси Украинки

ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ И ОСНОВАНИЙ МАТЕМАТИКИ

Обсуждаются проблемы вычисления и оснований математики. Проведен исторический анализ этих вопросов. Исследованы три основные концепции оснований математики (интуиционистская, логическая и формальная). Показано, что эти концепции не могут быть основаниями математики. Наука и знание – открытые системы, поэтому теория их оптимальной формализации должна быть также открытой. Эта теория должна включать вычисления и меру. Полиметрический анализ приведен в качестве примера такой системы.

Ключевые слова: вычисления, основания математики, открытые системы, полиметрический анализ, функциональные числа, гибридная теория систем.

Introduction

The problems of calculation and foundation of mathematics have long history [1 – 3]. This problem is connected with problem simplicity-complexity, which is central problem for each science. Roughly speaking it is the problem of optimal formalization of knowledge. This problem is beginning from famous Archimedes phrase: "Give me fulcrum and I′ll reverse Universe" [1].

Therefore this problem is basic for the creation new science. It was used by Aristotle, Descartes, Newton and other researches [1]. But each science must be optimal system. This problem must be beginning from the Newtonian four rules of conclusions in the physics [1]:

Rule 1. Do not require natural reasons than those that are true and sufficient to explain the phenomena.

Rule 2. Therefore, as far as possible, the same reason we should attribute displays the same kind of nature.

Rule 3. Such properties of bodies which can not be either amplified or weaken and are all bodies over which you can do the test, must properties considered for all bodies in general case.

Rule 4. In experimental philosophy, propositions derived from phenomena through a common induction must be considered for accurate or approximately correct, despite the possibility of opposing their hypothesis until there are phenomena that are more accurate or are found to be invalid.

Determination of mathematics with numerical (measured) point of view was formulated by Ch. Volf [1]: "Mathematics is the science to measure everything that can be measured. Of course it is described as the science of numbers, the science of value, ie the things that can increase or decrease. Since all finite things can be measured in

all that they have a finite, that is what they are, then nothing is, what can not be applied math, and because you can not have any more precise knowledge than when the properties of things can be measured, the math leads us to the most perfect knowledge of all possible things in the world".

This same concept of measured value was formulated by "king" of mathematics of XVIII-th century, L.Eyler [1]: "First value called everything that can increase or decrease, or something that you can add anything or subtract anything which can be ... There are many different kinds of values that can not be account, and from them come the various branches of mathematics, each of which has to do with their native values. However, it is impossible to determine whether a measured value except as known to take as another value of the same type and specify the ratio in which it is to her."

In determining whether the measurement values of any kind so we come to that first established some known value of the same kind, called the measure or unit and depends solely on our choice. Then determined in what respect is the value corresponding to the extent that it is always expressed in numbers. Thus measurement is no more than an attitude, which is one size to another, taken as a unit. Mathematics in general case is nothing but the science of the quantities involved finding ways to measure past.

But in XX century the three concepts of foundation of mathematics were observed. Logical concept (B. Russel and A. N. Whitehead) is based on logical formalization of knowledge; formal concept is based on axiomatic aspects of formalization and third, intuitionist, is based on constructive (analytic) aspects of mathematics [1 – 3]. First two concepts are based on closed theories and third concept is based only in analysis and therefore it isn't optimal. One of founder of logic concept A. N. Whitehead refused from his concept and express an opinion about "organism" concept of mathematics [4].

The theory of foundation of mathematics must be based on its nature: analysis, synthesis and formalization of whatever chapter of knowledge. All three concept of foundation of mathematics aren't corresponded to its nature in toto.

Therefore we must again to address to Pythagor, Newton, Volf and Euler. This problem now is one of central in modern cybernetics and computer science.

But it connected with problem of complexity, which is one of central problem in modern mathematics and cybernetics [1, 5 – 7]. This problem is caused in synthetically sciences. Roughly speaking it has two aspects: system (problem of century in cybernetics according S. Beer[1, 4 – 6]) and computational (problem of computational complexity[1, 5 – 7]. Last problem is included in basic problems of modern mathematics (Smale problems) [1, 5 – 7].

As variant of resolution system aspect of problem complexity in cybernetics may be problem simplicity – complexity, which is included in Polymetric Analysis (PA) (universal system of analysis, synthesis and formalization of knowledge) as principle simplicity [1]. Basic elements of this theory – functional numbers is generalizing of quadratic forms.

Hybrid theory of systems (HTS) as element of PA is created on the basis principles (criteria) of reciprocity and simplicity [1, 5 – 7]. Only 10 minimal types of formalization system may be used. But number of real systems may be infinite. These systems are differed by step of its complexity. It is may be represented as answer on the one of basic question of modern theory of systems [1, 5 – 7] about possible number of systems and its classification with point of simplicity – complexity[1, 5 – 7].

Therefore HTS may be represented as variant of resolution the problem of century in cybernetics according S. Beer and may be used for the resolution problem of computational complexity (theory of informative calculations, TIC) [1, 5 – 7].

Theory of informative calculations may be represented as variant of resolution of computational complexity[1, 5 – 7].

Basic results and discussions

Modern science is the realization of the R. Bacon – Descartian concept "Science is so science, how many mathematics is in her" [1]. Development of modern science practically isn't possible without computers. Basic motto of modern computing scince according A. Ershov is formalization of Canadian philosopher phrase "Everything, which go from head, is reasonable" [1]. Therefore we must created theory, which is included these peculiarities of modern science. This theory must include calculations in more widely sense, including measure and transformations, procedures of measurements and estimation, structures of modern knowledge and science and perspectives of its development. It must be theory of open system.

Polymetric analysis (PA) was created as alternative optimal concept to logical, formal and constructive conceptions of modern mathematics and theory of information [1]. This concept is based on the idea of triple minimum: mathematical, methodological and concrete scientific (Fig.1) [1].

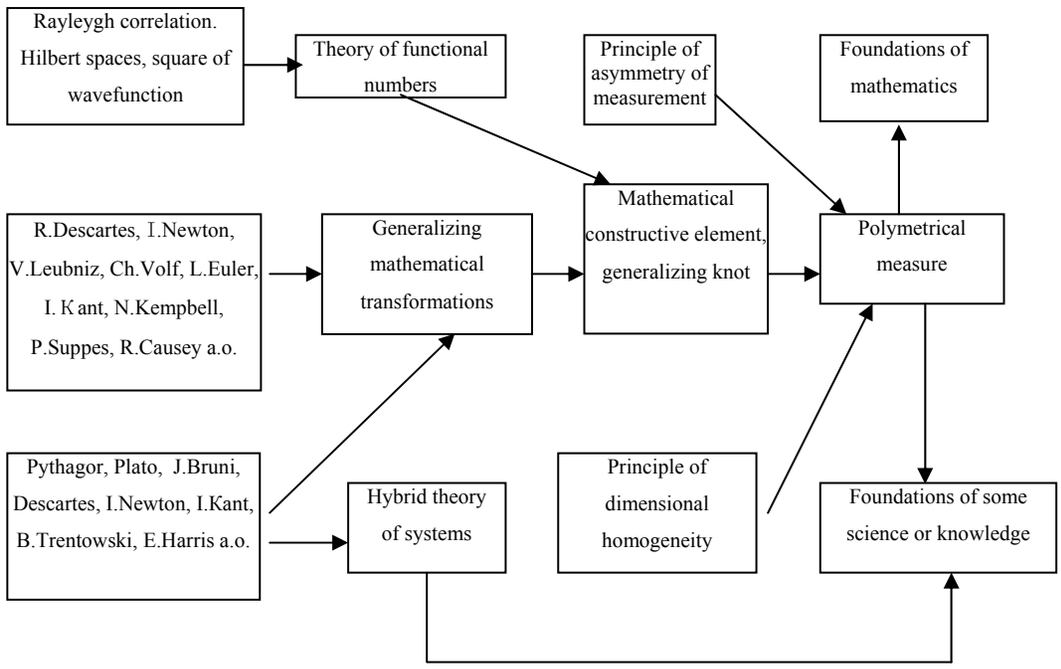


Fig. 1. Schema of polymetric method and its place in modern science [1].

The polymetric analysis may be represented as universal theory of synthesis in Descartian sense [1]. For resolution of this problem we must select basic notions and concepts, which are corresponded to PA. The universal simple value is unit symbol, but this symbol must be connected with calculation. Therefore it must be number. For the compositions of these symbols (numbers) in one system we must use system control and operations (mathematical operations or transformations). After this procedure we received the proper measure, which is corresponding system of knowledge and science.

Basic elements of PA were called the generalizing mathematical elements or its various presentations – informative knots [1, 5 – 7]. Generalizing mathematical element ${}^{stqo}_{nmab}M_{ijkp}$ is the composition of functional numbers (generalizing quadratic forms, including complex numbers and functions) and generalizing mathematical transformations, which are acted on these functional numbers in whole or its elements [1]. Roughly speaking these elements are elements of functional matrixes.

This element ${}^{stqo}_{nmab}M_{ijkp}$ may be represented in next form

$$ {}^{stqo}_{nmab}M_{ijkp} = A_i \overline{A}_j O_k \overline{O}_p A^r_s \overline{A}^r_t O^r_q \overline{O}^r_o A^l_n \overline{A}^l_m O^l_a \overline{O}^l_b N_{\phi_{ij}} . \quad (1)$$

Where $N_{\varphi_{ij}}$ – functional number; $O_k, O^r_q, O^l_a, \overline{O}_p, \overline{O}^r_o, \overline{O}^l_b$; $A_i, A^r_s, A^l_n, \overline{A}_j, \overline{A}^r_t, \overline{A}^l_m$ are quantitative and qualitative transformations, straight and inverse (with tilde), (r) – right and (l) – left..

We have only 15 minimal types of mathematical transformations, only six are mathematicval in classic sense.

Polyfunctional matrix, which is constructed on elements (1) is called informative lattice. For this case generalizing mathematical element was called knot of informative lattice[1, 5 – 7]. Informative lattice is basic set of theory of informative calculations. This theory was constructed analogously to the analytical mechanics [1]. This analogy is result of application de Broglie formula [8]

$$ \frac{S_e}{k_B} = \frac{S_a}{\hbar}, \quad (2)$$

which was obtained from the analysis of thermodynamics point [1], a measure of disordered physical information (number of photons) equally disorder structured information (where S_a – action; $\hbar$ – Planck constant, S_e – entropy, k_B – Boltzmann constant). Through (2) the ratio of the increase of entropy for nonequilibrium processes (open systems) can be expanded at the action, that is, in other words, the physics of open systems can be built and action functional .

Basic elements of this theory are [1, 5 – 7]:

1. Informative computability C is number of possible mathematical operations, which are required for the resolution of proper problem.

2. Technical informative computability $C_t = C\sum t_i$, where t_i – realization time of proper computation.

3. Generalizing technical informative computability $C_{t0} = k_{ac}C_t$, where k_{ac} – a coefficient of algorithmic complexity [1].

Basic principle of this theory is **the principle of optimal informative calculations**[1, 4 – 6]: any algebraic, including constructive, informative problem has optimal resolution for minimum informative computability *C,* technical informative computability C_t or generalizing technical informative computability C_{to}.

For classification the computations on informative lattices hybrid theory of systems was created [1]. This theory allow to analyze proper system with point of view of its complexity,

The basic principles of hybrid theory of systems are next: 1) **the criterion of reciprocity;** 2) **the criterion of simplicity**.

The criterion of reciprocity is the principle of the creation the corresponding mathematical constructive system (informative lattice). The criterion of simplicity is the principle the optimization of this creation.

The basic axiomatic of hybrid theory of systems is represented below.

The set of functional numbers and generalizing transformations together with principles reciprocity and simplicity (in more narrow sense the criterion of the reciprocity and principle of optimal informative calculations) may be represented with help **the hybrid theory of systems (HTS)**.

Criterion of the reciprocity for corresponding systems is signed the conservation in these systems the next categories:

1) the completeness;
2) the equilibrium;
3) the equality of the number epistemological equivalent known and unknown notions.

Criterion of the simplicity for corresponding systems is signed the conservation in these systems the next categories:

1) the completeness;
2) the equilibrium;
3) the principle of the optimal calculative transformations.

For more full formalization the all famous regions of knowledge and science the **parameter of connectedness** σ_t was introduced. This parameter is meant the number of different bounds the one element of mathematical construction with other elements of this construction. For example, in classic mathematics $\sigma_t = 1$, in linguistics and semiotics $\sigma_t > 1$. The parameter of connectedness is the basic element for synthesis in one system of formalization the all famous regions of knowledge and science.

Thus we can receive next 10 types of hybrid systems [1, 5 – 7]:

1. The system with conservation all positions the criteria of reciprocity and simplicity for all elements of mathematical construction ($N_{\varphi_{ij}}$ and transformations) is called the *simple system.*

2. The system with conservation the criterion of simplicity only for $N_{\varphi_{ij}}$ is called the *parametric simple system.*

Remark 1. Further in this classification reminder of criteria of reciprocity and simplicity is absented. It mean that these criteria for next types of hybrid systems are true.

3. The system with conservation the criterion of simplicity only for general mathematical transformations is called *functional simple system.*

4. The system with nonconservation the principle of optimal informative calculation and with $\sigma_t = 1$ is called the *semisimple system.*

5. The system with nonconservation the principle of optimal informative calculation only for $N_{\varphi_{ij}}$ and with $\sigma_t = 1$ is called the *parametric semisimple system.*

6. The system with nonconservation the principle of optimal informative calculation only for general mathematical transformations and with $\sigma_t = 1$ is called the *functional semisimple system.*

7. The system with nonconservation the principle of optimal informative calculation and with $\sigma_t \neq 1$ is called *complicated system.*

8. The system with nonconservation the principle of optimal informative calculation only for $N_{\varphi_{ij}}$ is called *parametric complicated system.*

9. The system with nonconservation the principle of optimal informative calculation only for general mathematical transformations and with $\sigma_t \neq 1$ is called *functional complicated system*.

10. The system with nonconservation the criteria of reciprocity and simplicity and with $\sigma_t \neq 1$ is called *absolute complicated system*.

With taking into account 15 basic types of generalized mathematical transformations we have 150 types of hybrid systems; practically 150 types of the formalization and modeling of knowledge and science [1].

Only first four types of hybrid systems may be considered as mathematical, last four types are not mathematically. Therefore HTS may be describing all possible system of knowledge. Problem of verbal and nonverbal systems of knowledge is controlled with help of types the mathematical transformations and parameter connectedness [1].

HTS allows classifying all possible knowledge by step simplicity – complexity. It may be used for the representation evolution of development of concrete science from complexity to simplicity.

Only first four types of hybrid systems may be considered as mathematical, last four types are not mathematically. Therefore HTS may be describing all possible system of knowledge. Problem of verbal and nonverbal systems of knowledge is controlled with help of types the mathematical transformations and parameter connectedness [1, 5 – 7].

HTS may be used for the classification and creation old and new chapters of all science, including computing science.

HTS may be used for the represented of evolution of systems in two directions: 1) from simple system to complex system (example, from classic to quantum mechanics) and 2) conversely, from complex system to simple system (example, from formal logic to mathematical logic) [1].

Hybrid theory of systems is open theory. Parameters of openness are number of generalizing mathematical transformations and parameter of connectedness. Thereby we have finite number of types of systems, but number of systems may be infinite. Hybrid theory of systems allows considering verbal and nonverbal knowledge with one point of view [[1, 5 – 7].

HTS may be represented as application PA (HTS) to the problem of calculation [1, 4 – 6]. This theory was used for the problem of matrix computation and problem of arrays sorting [1].

PA may be represented as natural concept of foundation of mathematics. It may be represented as formalization Pythagorean phrase “Numbers rules of the World”, Plato concept of three types of numbers: arithmetical (pure mathematics); sensitive (applied mathematics) and ideal (numerology), and variant resolution S. Beer problem of complexity in more widely sense [1].

Conclusions

1. We show, that problem of calculation is the central problem of mathematics and therefore must be represented as basis of foundation of mathematics.
2. Short analysis of three basic concepts of foundation of mathematics is represented.
3. Basic requirements to theories of foundation of mathematics and foundation of science are formulated.
4. Necessity transition to natural (“calculated”) concept of foundation of mathematics is shown.
5. The polymetric analysis is based on the functional expansion of number and calculations as elements of measure may be represented as universal system of analysis, synthesis and formalization of knowledge and as possible realization of natural concept of foundation of mathematics.
6. It may be interpreted as foundations of mathematics, theoretical foundation of computing science and foundation of all sciences and knowledge.

References

1. Trokhimchuck P. P. Mathematical foundations of knowledge. Polymetrical doctrine / P.P. Trokhimchuck. – Lutsk: Vezha-Print, 2014. – 624 p. (In Ukrainian)
2. Bogachevskiy Yu. Formalism and intuitionism in mathematics / Yu. Bogachevskiy // Transactions of Shevchenko Scientific Society. 1937. – Vol. 31. – P. 81 – 98 (In Ukrainian)
3. Ruzha I. Foundation of mathematics / I. Ruzha. – Kiev: Vyshcha shkola, 1981. – 352 p. (In Russian)
4. Whitehead A.N. Science and the modern World / A.N. Whitehead. – N.-Y.: Pelican Mentor Books,1948. – 224 p.
5. Trokhimchuck P.P. Problem of Simplicity-Complexity in Modern Science and Polymetrical Analysis / P.P. Trokhimchuck // International Journal of Engineering Research and Management. 2016. – Vol.3. – I. 7. – P. 86-95.
6. Trokhimchuck P.P. Theories of Open Systems: Realities and Perspectives / P.P. Trokhimchuck // International Journal of Innovative Science and Research Technology. – 2017. – Vol. 2. – I. 4. – P. 51-60.
7. Trokhimchuck P. P. Problem of complexity in modern cybernetics and computing science and ways of their resolution / P.P. Trokhimchuck // Bulletin of Kherson National Technical University. – 2016. – № 3(58). – P. 292–296.
8. L. de Broglie. Thermodynamics of isolated point (Hidden thermodynamics of particles). In: L. de Broglie.

УДК 519.711-519.6

А.В. УСОВ
Одесский национальный политехнический университет

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ СИСТЕМ МЕТОДАМИ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрены математические модели линейных неоднородных систем на базе сингулярных интегральных уравнений в зависимости от расположения неоднородностей. На основе сингулярных интегральных уравнений с некарлемановским сдвигом предложены динамические модели физических процессов, формирующихся в неоднородных средах.

Ключевые слова: математическая модель, линейные системы, сингулярные интегральные уравнения, некарлемановский сдвиг, импульсная характеристика, дефекты.

А.В. УСОВ
Одеський національний політехнічний університет

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ НЕОДНОРІДНИХ СИСТЕМ МЕТОДАМИ СИНГУЛЯРНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Розглянуті математичні моделі лінійних неоднородних систем на базі сингулярних інтегральних рівнянь в залежності від розташування неоднорідностей. На основі сингулярних інтегральних рівнянь з некарлемановським зсувом рекомендовані динамічні моделі фізичних явищ, що формуються у неоднорідних середовищах.

Ключові слова:математична модель, лінійні системи, сингулярні інтегральні рівняння, некарлеманівський зсув, імпульсна характеристика, дефекти.

A.V. USOV
Odessa National Politechnikal Universiti

MATHEMATICAL DESIGN of LINEAR HETEROGENEOUS SYSTEMS METHODS of SINGULAR INTEGRAL EQUALIZATIONS

The mathematical models of the linear heterogeneous systems are considered on the base of singular integral equalizations depending on the location of heterogeneous. On the basis of singular integral equalizations with a некарлемановским change the dynamic models of the physical processes formed in heterogeneousen vironmentsare offered.

Keywords: mathematical model, linear systems, singular integral equalizations, nekarleman change, impulsive description, defects.

Наиболее эффективными из общего арсенала методов исследования физических процессов, протекающих в средах неоднородной структуры и электромагнитных сигналов в средах с переменными характеристиками, а также формирования микротрещин в конструкционных материалах, имеющих различного рода неоднородности наследственного происхождения, к настоящему времени являются методы с применением интегралов Коши, краевых задач теории аналитических функций, а также метода сингулярных интегральных уравнений [1 - 3]

Постановка проблемы

Рассмотрим некоторые положения, необходимые для моделирования систем в неоднородном пространстве. Рассмотрим контур $L = L_1 \cup L_2 \cup L_3 \cup ... \cup L_n$, состоящий из конечного числа попарно непересекающихся гладких кривых в комплексной плоскости С. Допустим, что кривые, составляющие контур L, не содержат точек самопересечения и могут быть замкнутыми или разомкнутыми. Положительным направлением обхода по кривой $L_i \left(1 \le i \le n\right)$, , если она замкнутая, считаем то направление, которое оставляет внутреннюю область, ограниченную этой кривой, слева. В случае разомкнутого контура положительным принимаем то направление обхода, по которому возрастает длина дуги от принятого за начало ее конца. Хотя при этом теряют смысл понятия «внутренняя» и «внешняя» области, направление обхода разомкнутого контура $L_k \left(1 \le k \le n\right)$ S^-, должно быть таким, что после дополнения его некоторой кривой до замкнутого контура внутренняя часть получившейся области все время находится слева. Внутреннюю и внешнюю области, разделенные системой замкнутых контуров,

входящих в контур L, обозначим соответственно S^+ и S^-, при этом считаем, что внешняя область S^- содержит бесконечно удаленную точку комплексной плоскости С. Пусть функция $f(t) \in H^{\mu}(L)$, где $H^{\mu}(L)$ - множество непрерывных по Гельдеру на контуре функций, т. е. удовлетворяющих условию [5]

$$\left|f(t_2)-f(t_1)\right| \le A;\left|t_2-t_1\right|^{\mu};\ \ A>0;\ \ 0<\mu<1. \qquad (1)$$

Константа A здесь называется постоянной Гельдера, а $\mu-$показателем Гельдера. При этом , в точках $z \in L$ комплексной плоскости С существует в смысле главного значения интеграл типа Коши

$$F(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{f(\tau)d\tau}{\tau-2},\ z \notin L \qquad (2)$$

причем в точках $z \in L$ этот интеграл существует в обычном смысле, а на контуре L справедливо представление

$$\frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{f(\tau)d\tau}{\tau-t}=\frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{f(\tau)-f(t)}{\tau-t}d\tau+\frac{1}{2}f(t), \qquad (3)$$

в котором интеграл правой части абсолютно сходящийся. Свойства интеграла типа Коши используются непосредственно при решении двумерных задач теории упругости, а также при его вычислении. Найдем, например, предельные значения сингулярного интеграла

$$\Phi(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\varphi(t)\overline{dt}}{t-z}, \qquad 4)$$

где $\varphi(t)$ принадлежит классу функций Гельдера H^{μ}.

Совместное применение основных положений плоской задачи теории упругости, а также теории функций комплексного переменного или же метода сингулярных интегральных уравнений, позволяет провести одновременную оценку напряженно-деформированного состояния возле дефекта типа трещины или жесткого включения. Особое значение при этом имеет асимптотика распределений тензора напряжений и вектора перемещений, вызванных внесением указанных дефектов в упругое тело. В асимптотическом приближении объединенные тензор напряжений и вектор перемещений возле вершин прямолинейного жесткого включения или трещины представляются следующим образом [6]:

$$\begin{pmatrix}\sigma_y\\ \sigma_x\\ \tau_{xy}\end{pmatrix}=-\frac{K_I^{\pm}}{4\sqrt{2\pi r\rho^*}}\begin{bmatrix}(3-2\rho^*)\cos\frac{\beta}{2}-\cos\frac{5\beta}{2}\\ (5+2\rho^*)\cos\frac{\beta}{2}+\cos\frac{5\beta}{2}\\ (1+2\rho^*)\sin\frac{\beta}{2}+\sin\frac{5\beta}{2}\end{bmatrix}-\frac{K_{II}^{\pm}}{4\sqrt{2\pi r\rho^*}}\begin{bmatrix}-(3-2\rho^*)\sin\frac{\beta}{2}+\sin\frac{5\beta}{2}\\ (2\rho^*-5)\sin\frac{\beta}{2}-\sin\frac{5\beta}{2}\\ (1-2\rho^*)\cos\frac{\beta}{2}+\cos\frac{5\beta}{2}\end{bmatrix}+0\left(r^0\right);$$

$$4G\begin{pmatrix}u\\ v\end{pmatrix}=\frac{K_I^{\pm}}{\rho^*}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\begin{pmatrix}\left[2(x+\rho^*)+1\right]\cos\frac{\beta}{2}-\cos\frac{3\beta}{2}\\ \left[2(x-\rho^*)-1\right]\sin\frac{\beta}{2}-\sin\frac{3\beta}{2}\end{pmatrix}-\frac{K_I^{\pm}}{\rho^*}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\begin{pmatrix}\left[2(x+\rho^*)+1\right]\sin\frac{\beta}{2}+\sin\frac{3\beta}{2}\\ -\left[2(x-\rho^*)-1\right]\cos\frac{\beta}{2}-\cos\frac{3\beta}{2}\end{pmatrix}+0\left(r^{3/2}\right). \qquad (5)$$

Здесь $(\sigma_y,\sigma_x,\tau_{xy})-$ компоненты тензора напряжений; (u,v)- компоненты вектора упругих перемещений; $K_I^{\pm},K_{II}^{\pm}-$ коэффициенты интенсивности напряжений (коэффициенты при сингулярной части напряжений); знаки «+» и «—» соответствуют правой и левой вершинам линейного трещиноподобного дефекта. При $\rho^*=-1$ из приведенных формул следует известное асимптотическое распределение возле трещины, а при $\rho^*=x,$ где $x=3-4\mu$ для плоской деформации и $x=(3-\mu)/(1-\mu)$ для плоского напряженного состояния, получаем соответствующую асимптотику в случае жесткого включения [6].

Напряжения у вершин трещиноподобного дефекта имеют корневую особенность $1/\sqrt{r},$ где r - расстояние от конца трещины или включения. При этом коэффициенты K_I и K_{II} характеризуют локальное повышение уровня напряжений у вершин трещиноподобного дефекта, не являясь при этом зависимыми величинами от координат этого дефекта. Хотя размерность коэффициентов интенсивности напряжений, на первый взгляд, кажется необычной $(МПа/\sqrt{м})$, эти величины можно интерпретировать как некоторое напряжение, действующее на расстоянии $\pi/2$от вершины.

Трещины и жесткие включения в упругом теле представляют собой два крайних случая в теории заполненных дефектов. Средним для этих случаев является случай совпадения упругих характеристик заполнителя с соответствующими упругими постоянными материала несущей матрицы. Рассмотрение этих двух крайних случаев важно хотя бы из соображения установления верхней и нижней оценок влияния каких-либо заполнителей на общее напряженное состояние упругого тела, ливаций, касающихся теории жестких и других заполнителей, взаимодействующих с трещинами.

Результаты моделирования открывают возможность эффективной оценки влияния инородных заполнителей на потерю прочности упругого тела, содержащего отмеченные несовершенства. В свою очередь точное определение порядка и характера сингулярности напряжений возле вершин остроугольного несовершенства в упругом материале, представленное в аналитическом виде, необходимо в механике разрушения для формулировки и записи соответствущих критериальных соотношений прочности.

Пусть Г – кусочно-гладкая линия, состоящая из конечного числа гладких разомкнутых дуг $a_k b_k$. Узлы линии Г будем обозначать $c_j, j = \overline{1,\ n}$ или просто через c, когда речь идёт просто об одном из узлов линии.

Краевая задача Римана состоит в следующем: требуется найти кусочно-голоморфную функцию $\Phi(z)$ с линей скачков Г, имеющую конечный порядок на бесконечности, по граничному условию

$$\Phi^+(t) = G(t)\Phi^-(t) + g(t),\ t \in \Gamma, \tag{6}$$

Где $G(t)$, $g(t)$ – заданные на Г функции класса H_0, которые называются коэффициентом со свободным членом краевой задачи. Равенство (6) должно выполняться для всех обыкновенных точек линии Г.

Рассмотрим предварительно соответствующую (6) однородную краевую задачу Римана с условием

$$\Phi^+(t) = G(t)\Phi^-(t),\ t \in \Gamma. \tag{7}$$

Решение $X(z)$ однородной задачи (7) называется каноническим решением, если не только $X(z)$, но и $1/X(z)$ являются кусочно-голоморфными функциями.

Предполагается, что коэффициент $G(t)$ принадлежит классу H_0и нигде на Г в нуль не обращается. Условимся понимать под $\ln G(t)$ вполне определенную для каждой дуги $a_k b_k$ ветвь логарифмической функции. Очевидно, $\ln G(t)$ также принадлежит классу H_0.

Рассмотрим интеграл типа Коши

$$\gamma(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{\ln G(\tau)d\tau}{\tau - z}.$$

Тогда поведение функции $\exp\gamma(z)$ вблизи угла c_j характеризует формула $\exp\gamma(z) = (z - c_j)^{\alpha_j + \beta_j}\exp\gamma_0(z)$. Будем искать каноническое решение задачи (7) в виде

$$X(z) = \exp\gamma(z)\prod_{j=1}^{n}(z - c_j)^{-x_j} = \prod_{j=1}^{n}(z - c_j)^{\alpha_j - x_j + \beta_j}\exp\gamma_0(z), \tag{8}$$

где x_j – целые числа. Числа x_j должны быть выбраны так, чтобы было обеспечено нужное поведение функции $X(z)$ в окрестностях узлов линии Г, а именно $-1 < a_j - b_j < 1$. Использование математических моделей, которые адекватно описывают физические процессы на границе областей, особенности формирования сигналов в динамической среде на фоне переходных процессов, является предметом разнообразных прикладных исследований. Дистанционное зондирование является одним из эффективных методов исследования природных явлений, которое успешно применяется при изучении неоднородных сред, исследовании их характеристик, а также при определении особенностей их эволюции.

Известно, что реакция произвольной линейной системы с переменными параметрами на воздействие некоторого входного сигнала $s(t)$ может быть описана с помощью интегрального уравнения следующего вида:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau, t)\, s(\tau)\, d\tau = g(t). \tag{9}$$

Таким образом, поведение системы полностью определяется видом ядра $h(\tau,t)$, которое называют импульсной характеристикой системы.

Необходимо отметить, что решение уравнения (9) относительно неизвестной функции $s(t)$ представляет собой достаточно сложную задачу, а восстановление импульсной характеристики $h(\tau,t)$ по известным значениям функций $s(t)$ и $g(t)$ невозможно без дополнительных сведений о ее свойствах.

Традиционный подход, используемый при решении прикладных задач, состоит в том, что параметры линейной системы полагаются неизменными на некотором промежутке времени, для которого их изменение достаточно мало.

В этом случае импульсная характеристика на всем промежутке не зависит от t: $h(\tau,t)=h(\tau)$,что приводит нас к математической модели, использующей уравнение типа свертки:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(t-\tau)\,s(\tau)\,d\tau = g(t) \qquad (10)$$

или h∗S=g. Простота решения уравнений такого типа (как относительно $s(t)$, так и относительно $h(t)$) делает этот подход достаточно эффективным во многих прикладных задачах.

Для математических моделей такого типа имеется методика построения высокоэффективных алгоритмов восстановления импульсных характеристик, основанных на использовании специального вида зондирующих сигналов $s(t)$. Однако, в ряде случаев (например, в случае необходимости исследования общего поведения системы, в случае быстротекущих процессов и т.д.) использование уравнения (10) в качестве математической модели поведения изучаемой линейной системы может оказаться некорректным.

Математические модели, построенные на основании уравнений такого типа, дают возможность с необходимой точностью изучать процессы в неоднородных средах с переменными параметрами, что открывает новые возможности для их исследования.

Сингулярные интегральные уравнения с некарлемановскими сдвигами относятся к более широкому классу уравнений по отношению к обычным сингулярным интегральным уравнениям, и, соответственно, позволяют описать еще более широкий класс линейных систем с переменными параметрами. Сдвиг аргумента в уравнениях такого типа соответствует различным особенностям в поведении линейных систем (вращение объектов, эффект Доплера, модуляция сигналов и т.д.).

Рассмотрим сингулярные интегральные уравнения (СИУ) с чисто степенными ядрами на отрезках вещественной оси $[\alpha,\beta]$.

$$A(x)\int_{\alpha}^{x}\frac{\nu(\tau)d\tau}{(x-\tau)^{\lambda}}+B(x)\int_{x}^{\beta}\frac{\nu(\tau)d\tau}{(\tau-x)^{\lambda}}=f(x),0<\lambda<1. \qquad (11)$$

Предельные значения вспомогательной кусочно-голоморфной функции

$$\Phi(z)=\int_{\alpha}^{\beta}\nu(\tau)\;S_b^{\lambda}(z,\tau)d\tau=\int_{\alpha}^{\beta}\nu(\tau)\left(\frac{\beta-z}{\tau-z}\right)^{\lambda}d\tau$$

вычисляются по формулам

$$\Phi^{\pm}(\mathrm{x})=e^{\pm i\pi\lambda}\int_{\alpha}^{x}\nu(\tau)\;S_b(\mathrm{t},\tau)d\tau+\int_{x}^{\beta}\nu(\tau)\;S_b(\mathrm{x},\tau)d\tau$$

С их помощью получим краевое условие задачи Римана $\Phi^{+}(\mathrm{x})=\mathrm{G}(\mathrm{x})\;\Phi^{-}(x)+g(x)$

$$G(x)=\frac{A(x)-e^{i\pi\lambda}B(\mathrm{x})}{A(x)-e^{-i\pi\lambda}B(\mathrm{x})},\quad g(x)=\frac{2i\sin\pi\lambda(\beta-x)^{\lambda}f(x)}{A(x)-e^{-i\pi\lambda}B(x)}. \qquad (12)$$

По решению $\Phi(z)$ краевой задачи решение $\nu(x)$ СИУ находится обращением одного из уравнений Абеля

$$2i\sin\pi\lambda\int_{\alpha}^{x}\nu(\tau)\left(\frac{\beta-x}{x-\tau}\right)^{\lambda}d\tau=\Phi^{+}(\mathrm{x})-\Phi^{-}(x),\quad 2i\sin\pi\lambda\int_{x}^{\beta}\nu(\tau)\left(\frac{\beta-x}{\tau-x}\right)^{\lambda}d\tau=-e^{-i\pi\lambda}\Phi^{+}(\mathrm{x})+e^{i\pi\lambda}\Phi^{-}(x)$$

Рассмотрим другой способ приведения СИУ (11) с чисто степенным ядром к краевой задаче Римана при $\varphi(t)\equiv\lambda$

$$\int_{x}^{\beta}\frac{\nu(\tau)d\tau}{(\tau-x)^{\lambda}}=-\cos\pi\lambda\int_{\alpha}^{x}\frac{\nu(\tau)d\tau}{(x-\tau)^{\lambda}}+\frac{\sin\pi\lambda}{\pi}(\beta-x)^{1-\lambda}\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{(\beta-\xi)^{1-\lambda}}\int_{\alpha}^{\xi}\frac{\nu(\tau)d\tau}{(\xi-\tau)^{\lambda}}\frac{d\xi}{\xi-x},$$

Запишем уравнение (11) в виде СИУ с ядром Коши

$$A_1(x)\mu(x)+\frac{B_1(x)}{\pi i}\int_{\alpha}^{\beta}\frac{\mu(\xi)d\xi}{\xi-x}=f_1(x), \qquad (13)$$

$$A_1(x)=A(x)-B(x)\cos\pi\lambda,\qquad B_1(x)=\mathrm{i}\sin\pi\lambda B(x),\quad f_1(x)=(\beta-x)^{1-\lambda}f(x)$$

относительно функции

$$\mu(x)=(\beta-x)^{1-\lambda}\int_{\alpha}^{x}\frac{\nu(\tau)d\tau}{(x-\tau)^{\lambda}}=\frac{1}{\beta-x}\int_{\alpha}^{x}\left(\frac{\beta-x}{x-\tau}\right)^{\lambda}\nu(\tau)d\tau$$

СИУ (13) в свою очередь, эквивалентно краевой задаче Римана

$$\Phi^{+}(\mathrm{x}) = \mathrm{G}(\mathrm{x})\ \Phi^{-}(x) + g_1(x) \tag{14}$$

$$G(x) = \frac{A_1(x) - B_1(x)}{A_1(x) + B_1(x)} = \frac{A(x) - e^{i\pi\lambda} B(\mathrm{x})}{A(x) - e^{-i\pi\lambda} B(\mathrm{x})}, \qquad g_1(x) = \frac{f_1(x)}{A_1(x) + B_1(x)} = \frac{(\beta - x)^{\lambda-1} f(x)}{A(x) - e^{-i\pi\lambda} B(\mathrm{x})}$$

Как и следовало ожидать, задача Римана (14) имеет такой же коэффициент $G(x)$, что и задача (11).

Поведение на концах отрезка $[\alpha, \beta]$ искомого решения $\Phi(z)$ краевой задачи Римана [7] зависит от поведения функции $\mu(x)$. Если решение $\nu(x)$ СИУ (14) допускает в точках α и β интегрируемые особенности, то соответствующая ему функция $\mu(x)$ удовлетворяет на интервале (α, β) условию H с показателем большим, чем $1-\lambda$, и допускает в точках α и β особенности порядков меньших, чем λ и 1 соответственно. С другой стороны, если функция $\mu(x)$ (разность предельных значений решения краевой задачи Римана) удовлетворяет условию H с показателем большим, чем $1-\lambda$, на интервале (α, β) и допускает в точках α и β особенности порядков меньших, чем λ и 1, то соответствующее ей решение $\nu(x)$ имеет в точках α и β интегрируемые особенности.

Будем считать, что коэффициенты $A(x)$, $B(x)$ уравнения (14) удовлетворяют H с показателем большим, чем $1-\lambda$, правая часть $f(x)$ удовлетворяет тому же условию H на интервале (α, β) и допускает в точках α и β особенности порядков меньших, чем λ. Кроме того, пусть выполняется условие

$$\Omega(x) = A_1^2(x) + B_1^2(x) = A^2(x) - 2\cos\pi\lambda A(x) B(x) + B^2(x) \neq 0.$$

Очевидно, $|G(x)| = 1$. Обозначим через $\theta(x) = \arg \mathrm{G}(x)$ такую ветвь многозначной функции, что $-2\pi < \theta(\alpha) \leq 0$. Тогда при $\theta(\alpha) < 2\pi\lambda$ можно строить неограниченное на конце $x = \alpha$ решение краевой задачи Римана; если же $\theta(\alpha) \geq 2\pi\lambda$, то решение задачи Римана должно быть ограниченным на этом конце. На конце $x = \beta$ решение краевой задачи может быть неограниченным. Предположение о гельдеровских свойствах коэффициентов и правой части уравнения [8] обеспечит принадлежность разности предельных значений решения краевой задачи Римана классу H с показателем большим, чем $1-\lambda$.

Список использованной литературы

1 Векуа Н.П. Системы сингулярных интегральных уравнений и некоторые граничные задачи// Н.П. Векуа/ Изд-во "Наука", 1970.- 379 с.
2 Гахов Ф.Д. Краевые задачи // Ф.Д. Гахов /Изд-во "Наука", 1977. – 640 с.
3 Гахов Ф.Д. Уравнения типа свертки //Ф.Д. Гахов, Ю.И. Черский /Изд-во "Наука", М., 1978. – 296с.
4 Литвинчук Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом// Г.С. Литвинчук /Главная редакция физ.-мат. литературы "Наука", 1977. -448с.
5 Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения //Н.И. Мусхелишвили/ Главная редакция физ.-мат. литературы "Наука", 1968. -512 с.
6 Панасюк В.В. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции// В.В. Панасюк, М.П. Саврук, З.Т. Назарчук/ Киев: Наук. думка, 1984. – 344 с.
7 Siegfried PROSSDORF Einige Klassen singularer Gleichungen //Akademie Verlag Berlin, 1974. – 494 s.
8 Оборский Г.А. Моделирование систем:/монография/ Г.А. Оборский, А.Ф. Дащенко, А.В. Усов, Д.В. Дмитришин.– Одесса: Астропринт, 2013.– 664с.

ІНЖЕНЕРНІ НАУКИ

УДК 621.793

А.Ю. АНДРЕЙЦЕВ
Государственный экономико-технологический университет транспорта
Н.Н. КРЮКОВ
Киевская государственная академия водного транспорта им. Петра Конашевича-Сагайдачного
В.К. ФУРМАН
Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"
И.В. СМИРНОВ
Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛАКИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕННОМ ПОТОКЕ

Данная работа посвящена решению задачи определения температуры частиц с оболочкой в процессе плазменного напыления с учетом изменения их агрегатного состояния. Получено аналитическое решение краевой задачи для уравнения теплопроводности в случае переменной температуры плазменного потока, которая аппроксимировалась кубическими сплайнами. Приведены формулы для определения времени плавления металлической оболочки и керамического ядра.

Ключевые слова: уравнение теплопроводности, температура частиц, плазменная струя, дистанция напыления, краевая задача, плакированная частица, сплайн.

А.Ю. АНДРЕЙЦЕВ
Державний економіко-технологічний університет транспорту
М.М. КРЮКОВ
Київська державна академія водного транспорту ім. Петра Конашевича-Сагайдачного
В.К. ФУРМАН
Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
І.В. СМИРНОВ
Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИЙ ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРИ ПЛАКОВАНИХ ЧАСТИНОК У ПЛАЗМОВОМУ ПОТОЦІ

Дана робота присвячена розв'язанню задачі визначення температури частинок з оболонкою в процесі плазмового напилення з урахуванням зміни їх агрегатного стану. Отримано аналітичний розв'язок крайової задачі для рівняння теплопровідності у випадку змінної температури плазмового потоку, яка апроксимувалась кубічними сплайнами. Наведено формули для визначення часу плавлення металевої оболонки та керамічного ядра.

Ключові слова: рівняння теплопровідності, температура частинок, плазмовий струмінь, дистанція напилювання, крайова задача, плакована частинка, сплайн.

A.Yu. ANDREYTSEV
National Economic and Technological University of Transport
N.N. KRYUKOV
Kyiv State Maritime Academy after Getman Petro Konashevich-Sagaydachny
V.K. FURMAN
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
I.V. SMYRNOV
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

NUMERICALLY-ANALYTICAL APPROCH TO SSOLVING PROBLEM OF DETERMINATION OF THE PLATED PARTICLE TEMPERATURE IN PLASMA JET

The paper is devoted to solving the problem of determining the temperature of particles with a shell in the process of plasma deposition taking into account the change in their aggregate state. An analytic solution of the boundary problem for the heat equation in the case of a variable temperature of the plasma jet, which was approximated by cubic splines, was obtained. Formulas for determining the melting time of the metal shell and the ceramic core were given.

Key words: heat equation, temperature of the particles, the plasma jet, plated particle, spraying distance, boundary problem, spline.

Постановка проблемы

Покрытия, получаемые газотермическим плазменным напылением порошков, позволяют существенно повысить эксплуатационные свойства деталей и конструкций, работающих в экстремальных условиях. Перспективными для этих целей являются металлокерамические плакированные порошки в виде керамического ядра с металлической оболочкой. Для достижения необходимой прочности газотермических покрытий, частицы порошка должны достигать поверхности основы в расплавленном состоянии с минимальными потерями за счет испарения. В силу большой разницы между температурами фазовых переходов для керамики и метала, существенную роль играет определение температуры частиц вдоль дистанции напыления.

Основная сложность моделирования этих процессов заключается в корректной постановке математической модели и выборе граничных условий в соответствии с особенностями термодинамической структуры плазменного потока.

Анализ последних исследований и публикаций

Исследование температурного режима частиц с использованием уравнений теплового баланса проведено в [1]. Проблеме численного определения температуры частиц при газотермическом напылении посвящен целый ряд работ, среди которых следует отметить [2–3]. Исследованию температурных характеристик плазменного потока, что очень важно для дальнейшего решения поставленной задачи, уделено внимание в [4]. Задача аналитического определения температуры частиц сформулирована в [5]. В [6] получены аналитические решения при условии квадратичной аппроксимации температуры плазменного потока. Аналитическому решению сформулированной задачи, при определенных допущениях для частиц с оболочкой посвящены работы [7–8]. В [7] рассмотрена стадия плавления оболочки, а в [9] решена задача определения температуры керамических и металлических частиц с учетом изменения их агрегатного состояния.

Численно-аналитический подход к решению задачи был предложен в [10], где температура плазмы аппроксимировалась эрмитовыми кубическими сплайнами.

Цель исследования

Целью работы является получение численных аналитических решений задачи определения температуры плакированной частицы в процессе полёта в плазменной струе с учётом аппроксимации температуры плазмы кубическими сплайнами и изменения агрегатного состояния оболочки и ядра.

Изложение основного материала исследования

Рассмотрим задачу определения температуры плакированной частицы в зависимости от времени пребывания её в потоке низкотемпературной плазмы. Предполагается, что частица имеет сферическую форму и температура окружающей среды одинакова на поверхности, но переменна во времени. В этом случае температура в каждой точке зависит только от её расстояния до центра. Получаем следующую краевую задачу:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial(rT)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2(rT)}{\partial r^2}, \text{ при } r \in [0, R], \\
\frac{\partial(rT_1)}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2(rT_1)}{\partial r^2}, \text{ при } r \in [R, R_1], \\
T(R,t) = T_1(R,t), \qquad T(r,0) = T_1(r,0) = T_0, \\
\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=R} = \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r}\Big|_{r=R}, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=0} = 0, \\
\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r}\Big|_{r=R_1} = \left[\alpha\left(T_g - T_1\right)\right]_{r=R_1},
\end{gathered} \tag{1}$$

где T, T_1 – температура ядра и оболочки, соответственно; $a^2 = \frac{\lambda}{c\rho}$, $a_1^2 = \frac{\lambda_1}{c_1\rho_1}$, λ, c, ρ и λ_1, c_1, ρ_1 – коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость, плотность материала ядра и оболочки; α – коэффициент теплообмена; T_0 – начальная температура частицы; R_1, R – внешний и внутренний радиусы оболочки, T_g – температура в невозмущенном плазменном потоке.

В [7] данная задача сведена к краевой задаче для уравнения теплопроводности для определения температуры ядра в предположении, что температура оболочки

$$T_1(r,t) = T(R,t) + \frac{a_e}{\lambda_1} R_1^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)\left[T_g - T(R,t)\right], \qquad \alpha_e = \frac{\alpha\lambda_1 R}{\lambda_1 R + \alpha h R_1},$$

h – толщина оболочки.

Будем аппроксимировать температуру плазмы кубическими полиномами.

$$P_3(t) = At^3 + Bt^2 + Ct + D\,.$$

В этом случае получено решение

$$T(r,t) = T_0 \sum_{n=1}^{\infty} A_n(r) e^{-\frac{\mu_n^2 a^2 t}{R^2}} + \int_0^t \left(P_3(\tau) - P_3'(\tau)\frac{k_c''}{Bi} \right) \frac{a^2\mu_n^2}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n(r) e^{-\frac{\mu_n^2 a^2 t}{R^2}}\, d\tau\,,$$

$$A_n(r) = \frac{2R\sin\mu_n \frac{r}{R}}{\mu_n r} \frac{Bi}{\mu_n \left[\left(1 + k_c' + \frac{Bi-1}{\mu_n^2} \right)\sin\mu_n + \left(k_c'\mu_n - \frac{Bi-1}{\mu_n} \right)\cos\mu_n \right]},$$

где $k_c' = k_c\left(1 - \frac{Bi_1}{6}\right)$; $k_c'' = k_c\frac{Bi_1}{6}$; $k_c = \frac{c_1\rho_1 h}{c\rho R}$;

μ_n – корни уравнения $\cos\mu_n = \left(k_c'\mu_n + \frac{1-Bi}{\mu_n} \right)\sin\mu_n$.

Поскольку изменение температуры плазмы вдоль всей дистанции напылении невозможно аппроксимировать кубическими полиномами, нами было проведено разбиение дистанции напыления на участки и согласование температуры плазмы от времени пребывания в ней частицы. Описание данного процесса дано в [10].

Тогда, в случае непрерывности аппроксимирующей функции в узлах решение примет вид:

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(r) \left(T_0 e^{-\frac{\mu_n^2 a^2 t}{R^2}} + \sum_{j\geq 0} \left(\eta\left(t - t_j\right) - \eta\left(t - t_{j+1}\right) \right) I_{j,\mu_n} \right).$$

Здесь $\eta(t)$ – функция Хевисайда;

$$\eta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases},$$

$$I_{j,\mu_n} = \int_{t_j}^{t} \left(P_{3j}(\tau) - P_{3j}'(\tau)\frac{k_c''}{Bi} \right) \frac{a^2\mu_n^2}{R^2} e^{-\frac{\mu_n^2 a^2 t}{R^2}}\, d\tau, \quad t_0 = 0\,.$$

Для аппроксимации были использованы эрмитовые кубические сплайны, являющиеся непрерывно дифференцируемыми функциями (см. (7), (8) в [10]).

При достижении поверхностью частицы температуры плавления оболочки, в момент времени $t_{пл}$, начинается процесс изменения её агрегатного состояния. В этом случае необходимо решать задачу Стефана. Однако, в предположении стационарности распределения температур в плавящемся слое задача упрощается и сводится к решению уравнения теплового баланса на границе плавления.

Решая данное уравнение в предположении, что на границе плавления потоки тепла из жидкости и нерасплавленной части постоянны, мы определили время плавления оболочки:

$$\tau_{пл} = \frac{4\pi\rho\sigma\left(R^3 - (R-h)^3\right)}{3\alpha(Q_1 - Q)},$$

$Q_1 = 4\pi R^2\alpha(T_g - T_{пл})$, $Q = 4\pi R^2\alpha_e(T_я - T_{пл})$, $T_я$ – температура поверхности ядра.

На третьей стадии: разогрева ядра до температуры плавления, возвращаемся к решению краевой задачи (1), считая температуру в нерасплавленном ядре в момент времени $t_{пл} + \tau_{пл}$ постоянной.

На стадии плавления ядра, для определения времени плавления используем формулу:

$$\tau_{пл} = \frac{\rho\sigma}{S}\left(-R + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Q}{4\pi S}}\ln\left(\frac{\sqrt{\frac{Q}{4\pi S}} - R}{\sqrt{\frac{Q}{4\pi S}} + R}\right)\right).$$

Здесь $S = \frac{(T_{пл} - T(0,t_1))\lambda}{R}$; $Q = 4\pi R^2\alpha(T_{об} - T_{пл})$, $T_{об}$ – температура внутренней поверхности оболочки.

Качество покрытия существенно снижается, если частица попадает на него в затвердевающем состоянии. Поэтому этапы затвердевания оболочки и ядра не рассматривались.

Выводы

В результате применения кубических сплайнов для аппроксимации температуры плазмы в процессе напыления керамических частиц с металлической оболочкой были уточнены результаты определения температуры частиц в зависимости от времени её пребывания в потоке и толщины оболочки. Достоинством данного подхода, повышающим уровень адекватности модели, является непрерывность аппроксимирующей функции. Рассмотрена стадия плавления оболочки с учётом поглощения тепла ядром.

На стадии разогрева ядра до температуры плавления сделано предположение о постоянстве его температуры в момент завершения плавления оболочки. Заметим, что данное предположение тем достовернее, чем больше толщина оболочки, а, следовательно, и время её плавления.

И, наконец, определение времени плавления ядра определялось при условии отсутствия изолирующей оболочки. В дальнейшем необходимо установить влияние оболочки на время плавления ядра и ввести поправочный коэффициент, который может существенно повлиять на результаты при большой толщине оболочки. Однако, по нашему мнению, при толщине оболочки меньше 2 мкм. расхождения будут несущественными.

Список использованной литературы

1. Remesh K. Computational Study and Experimental Comparison of the In-Flight Particle Behavior for an External Injection Plasma Spray Process // K. Remesh, S.C.M. Yu, H.W. Ng, C.C. Berndt // Journal of Thermal Spray Technology. – 2003. – Vol. 12(4). – P. 508-522.
2. Компьютерное моделирование процессов плазменного напыления покрытий/ С.П. Кундас, А.П. Достанко, А.Ф. Ильющенко и др.–Мн.: Бестпринт, 1998.–212с.
3. Борисов Ю.С. Компьютерное моделирование процесса плазменного напыления / Ю.С. Борисов, И.В. Кривцун, А.Ф. Мужиченко и др. // Автоматическая сварка. – 2000. – № 12. – С. 42-51.
4. Cheng K. Comporson of laminar and turbulent plasma jet characteristics – a modeling study/ Kai Cheng, Xi Chen, Wenxia Pan // Plasma Chem Plasma Process. – 2006. – № 26. – P. 211-235.
5. Лохов Ю.Н. Нагрев и испарение частиц в струе низкотемпературной плазмы// Ю.Н. Лохов, В.А. Петруничев, А.А. Углов, И.И. Швыркова // Физ. и хим. обраб. материалов. – 1974. – №6. – С. 52-56.
6. Смирнов И.В. Моделирование процесса нагрева частиц порошка в плазменной струе при напылении композиционных покритий / И.В. Смирнов, А.Ю. Андрейцев, А.В. Чорний, В.И. Копылов // Вестник ХНТУ. – Херсон. – 2008. – №2(31). – С.449-455.
7. Барвинок В.А. Математическое моделирование и физика процессов нанесении плазменных покрытий из композиционных плакированных порошков / В.А. Барвинок, В.И. Богданович, И.А. Докукина, А. Н. Плотников. – М.: Международный центр научной и технической информации, 1998. – 96 с.
8. Смирнов И.В. Математическое моделирование кинетики нагрева плакированных частиц в плазменной струе / И.В. Смирнов, А.Ю. Андрейцев // Современные проблемы естественных наук. Сб. науч. трудов. ХНУ им. В.Н.Каразина. – Харьков, 2014 . – Том 1(2). – С.162-164.
9. Андрейцев А.Ю. Нагрів та плавлення частинок порошку в плазмовому струмені / А.Ю. Андрейцев, І.В. Смирнов, А.В. Чорний // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць Кам'янець-Подільський національний університет, Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова. – 2011. – Вип. 5. – С. 3-10.
10. Андрейцев А.Ю. Численно-аналитическое определение температуры частицы при плазменном напылении (уточнення модель) / А.Ю. Андрейцев, Н.Н. Крюков, И.В. Смирнов, Н.Н. Защепкина // Вестник ХНТУ. – Херсон. – 2015 . – №3(54). – С.326-331.

УДК 550.34

І.В. БЄЛІНСЬКИЙ, В.А. ЛЕМЕШКО
Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України

ФІЗИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ДИНАМІКИ ГРАНІТНОГО СТРИЖНЯ ВІД СИЛИ ТЕРТЯ

Представлені експериментальні залежності логарифмічного декремента згасання власних коливань гранітного стрижня від сили тертя.

Ключові слова: експеримент, декремент згасання, власні коливання, сили тертя, статичне та динамічне навантаження.

И.В. БЕЛИНСКИЙ, В.А. ЛЕМЕШКО
Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины

ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ДИНАМИКИ ГРАНИТНОГО СТЕРЖНЯ ОТ СИЛЫ ТРЕНИЯ

Представлены экспериментальные зависимости логарифмического декремента затухания собственных колебаний гранитного стержня от силы трения

Ключевые слова: эксперимент, декремент затухания, собственные колебания, силы трения, статическая и динамическая нагрузки.

I.V. BELINSKIY, V.A. LEMESHKO
S.I. Subbotin Institute of Geophysics NAS Ukraine

PHYSICAL MODELING OF THE DEPENDENCE OF THE DYNAMICS OF A GRANITE ROD ON THE FRICTIONAL FORCE

The experimental dependences of the logarithmic damping decrement of the oscillations of the granite rod of the frictional force are obtained and presented.

Keywords: experiment, damping, decrement, oscillations, frictional force, static and dynamic load.

Постановка проблеми

Реальне середовище здебільшого складається з окремих блоків, тріщини між якими заповнені матеріалами, фізико-механічні властивості яких значно відрізняються від аналогічних властивостей блоків. При динамічному навантаженні таких геосередовищ окремі блоки переміщуються відносно інших блоків, контактуючи безпосередньо з ними, або через прошарки інших матеріалів. При таких переміщеннях виникають сили тертя, що, в свою чергу, впливає на дисипацію енергії збурень.

Мета дослідження

Метою експерименту є дослідження кінематичних параметрів руху окремих блоків гірських порід (логарифмічного декремента згасання (δ), добротності (Q) та коефіцієнта тертя (f)) в залежності від сил тертя між ними.

Викладення основного матеріалу дослідження

Постановка експериментальних досліджень. Експериментальне дослідження здійснювалось на установці, фото якої зображено на рис.1. Гранітний стрижень розміром 499x57x69 мм^3 розташовувався на гранітних блоках, піску фракцією 0,25÷0,50 мм та сталевих катках діаметром 5 мм. Крім цього, для збільшення сил тертя між гранітним стрижнем та вказаними середовищами він навантажувався статичною силою (P), яка дорівнювала mg , $2\,mg$, $3\,mg$, де m − маса стрижня. Динамічне навантаження гранітного стрижня здійснювалось солітоном, який формувався в ланцюгу 5 куль діаметром 41,25 мм зі швидкістю 0,3 м/с [1].

Збурення в гранітному стрижні фіксувалось акселерометром фірми B&K №4384, який був приклеєний епоксидною смолою на поверхні, протилежній від удару. Там же розташовувався пристрій для вимірювання сил тертя (див. рис. 1). Сигнал від акселерометра подавався на швидкодіючий аналого-цифровий перетворювач NI-5102, який дозволяв фіксувати збурення з дискретизацією по часу 1 мкс по 200000 точках. Такі часові параметри дискретизації та кількість точок реєстрації були необхідні, щоб точно відтворити особисті коливання гранітного стрижня при повному часі реєстрації до 50 мс.

Результати експерименту. Набір середовищ (гранітні блоки, пісок, сталеві катки) та величини статичного навантаження дають можливість змінювати силу тертя гранітного стрижня з іншими середовищами в діапазоні від 1,2 Н до 40 Н. На рис. 2 наведені осцилограми збурень в гранітному стрижні, коли він знаходиться на гранітному блоці (а), піску (б) та сталевих катках (в).



Рис. 1. Фото експериментальної установки

Експериментально зафіксовано, що найбільші сили тертя виникають при взаємодії гранітного стрижня з гранітними блоками. Сили тертя при взаємодії гранітного стрижня з піском зменшуються на 20%, а при його взаємодії зі сталевими катками сили тертя зменшуються майже в 10 разів. Коефіцієнт тертя гранітного стрижня не залежить від статичного навантаження і становить 0,2; 0,168 та 0,0233 відповідно при його взаємодії з гранітними блоками, піском та катками.

Слід також відмітити, що період власних коливань гранітного стрижня не залежить від статичного навантаження та властивостей середовищ, з якими він контактує і становить 200 мкс.

Згідно осцилограм встановлено, що логарифмічний декремент згасання (δ) лінійно залежить від сили тертя F_T при взаємодії гранітного стрижня:

з гранітними блоками: $\delta = 1{,}89 \cdot F_T + 1{,}21$;

з піском: $\delta = 1{,}10 \cdot F_T + 7{,}04$;

та зі сталевими катками: $\delta = 5{,}83 \cdot F_T + 7{,}00$.

А емпіричні залежності добротності (Q) гранітного стрижня від сил тертя (F_T) описуються степеневими функціями при його взаємодії:

з гранітними блоками: $Q = 725 \cdot F_T^{-0{,}77}$;

з піском: $Q = 966 \cdot F_T^{-0{,}74}$;

та зі сталевими катками: $Q = 306 \cdot F_T^{-0{,}77}$.

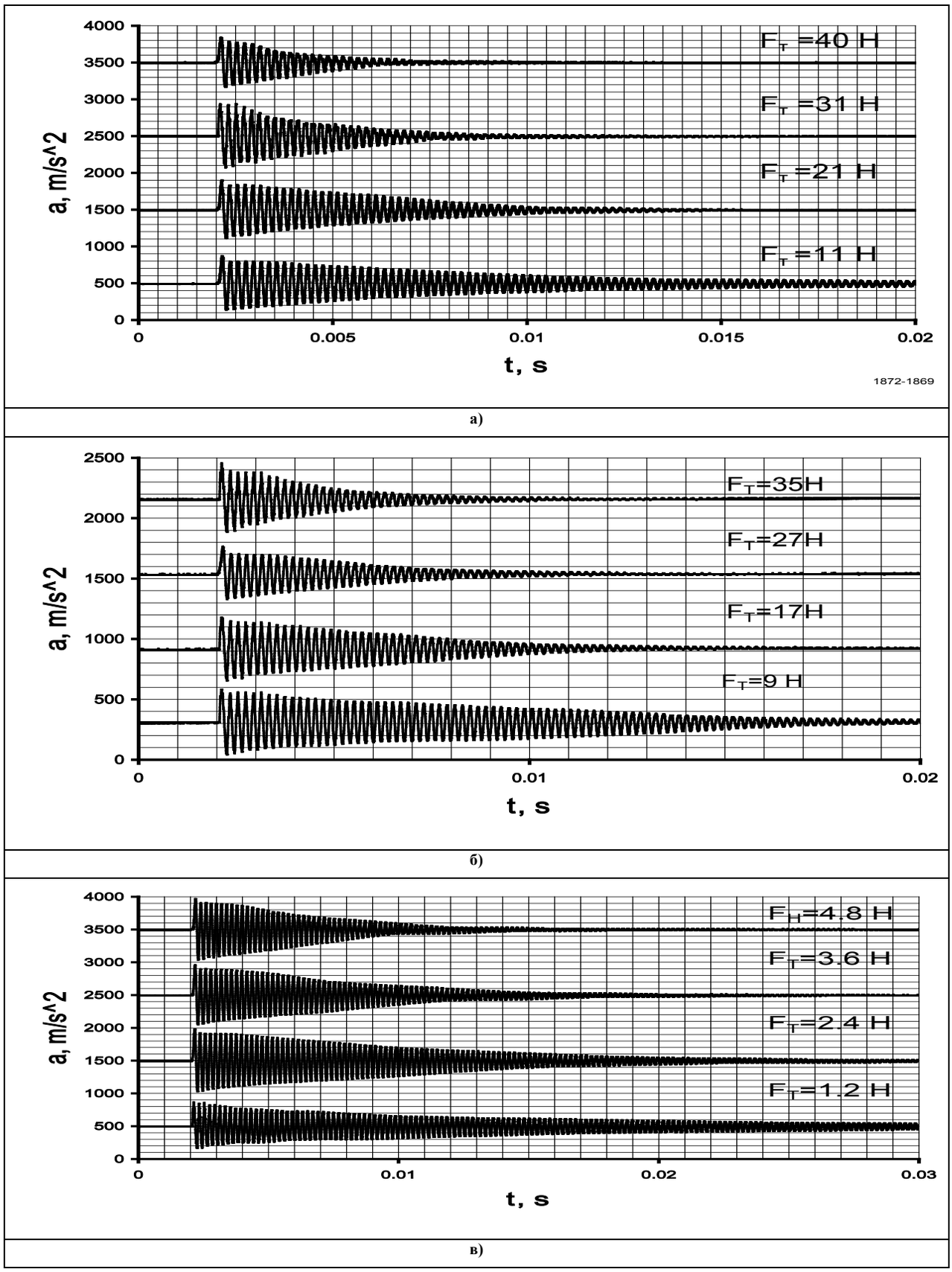


Рис. 2. Осцилограми збурень в гранітному стрижні.

Як видно з наведених даних, показники степенів в емпіричних залежностях Q практично не залежать від середовищ, з якими взаємодіє стрижень, а його добротність найбільша при взаємодії зі сталевими катками і найменша при взаємодії з гранітними блоками.

Отже, втрата енергії власних коливань гранітного стрижня є найбільшою при його взаємодії з гранітними блоками і найменшою при його взаємодії зі сталевими катками.

Висновки

1. Період власних коливань гранітного стрижня не залежить від сил його тертя з іншими середовищами.
2. Коефіцієнт тертя гранітного стрижня не залежить від статичного навантаження і становить 0,2; 0,168 та 0,0233 відповідно при його взаємодії з гранітними блоками, піском та сталевими катками.
3. Логарифмічний декремент згасання власних коливань гранітного стрижня лінійно залежить від сили тертя.
4. Добротність гранітного стрижня описується степеневими емпіричними залежностями від сил тертя.

Список використаної літератури

1. Даниленко В.А. Особливості хвильових процесів у геофізичному середовищі при врахуванні їх структури / В.А. Даниленко, І.В. Бєлінський, Д.Б. Венгрович, В.В. Гржибовський, В.А. Лемешко //Доповіді НАН України. – 1996. – №12. – С.124-129.

УДК 621.431.74

Р.А. ВАРБАНЕЦ, В.Г. ИВАНОВСКИЙ, А.В. ЕРИГАНОВ,
Н.И. АЛЕКСАНДРОВСКАЯ, Е.И. ЖОЛТИКОВ, В.С. ГУБИН
Одесский национальный морской университет ОНМУ

ПРИМЕНЕНИЕ БЕЗГРАДИЕНТНОЙ МИНИМИЗАЦИИ POWELL'64 В ЗАДАЧАХ МОНИТОРИНГА РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА СУДОВЫХ ДИЗЕЛЕЙ

Рассмотрена возможность применения метода безградиентной n-параметрической минимизации Powell'64 в задачах мониторинга рабочего процесса судовых дизелей. Показан пример поиска глобального минимума тестовой функции Розенброка. С помощью метода Powell'64 минимизируются функционалы МНК в задачах синхронизации и моделирования кривых сжатия-расширения в рабочем цилиндре. Показаны случаи расчета синхронизации данных для малооборотных двухтактных и среднеоборотных четырехтактных судовых дизелей. Задача синхронизации решается на базе уравнения P'=0, составленного для участка от начала сжатия до начала сгорания в цилиндре. Показан выбор граничных условий моделирования. Преимуществом использования метода Powell'64 является его высокая эффективность для квадратичных функционалов. В отличие от градиентных методов, метод Powell'64 не требует расчета производных и является универсальным для минимизации сложных нелинейных функционалов общего вида.

Ключевые слова: безградиентная минимизация, функция Розенброка, рабочий процесс дизеля, политропа сжатия, функционал, МНК.

Р.А. ВАРБАНЕЦЬ, В.Г. ІВАНОВСЬКИЙ, О.В. ЕРИГАНОВ,
Н.І. АЛЕКСАНДРОВСЬКА, Е.І. ЖОЛТІКОВ, В.С. ГУБІН
Одеський національний морський університет ОНМУ

ВИКОРИСТАННЯ БЕЗГРАДІЄНТНОЇ МІНІМІЗАЦІЇ POWELL'64 В ЗАДАЧАХ МОНІТОРИНГУ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ СУДНОВИХ ДИЗЕЛІВ

Розглянуто можливість застосування методу безградієнтної n-параметричної мінімізації Powell'64 в задачах моніторингу робочого процесу суднових дизелів. Надано приклад пошуку глобального мінімуму тестової функції Розенброка. За допомогою методу Powell'64 мінімізуються функціонали МНК в задачах синхронізації і моделювання кривих стиснення-розширення в робочому циліндрі. Показані випадки розрахунку синхронізації даних для малообертових двотактних і середньообертових чотиритактних суднових дизелів. Задача синхронізації розв'язується на базі рівняння P '= 0, складеного для ділянки від початку стиснення до початку згоряння в циліндрі. Показаний вибір граничних умов моделювання. Перевагою використання методу Powell'64 є його висока ефективність для квадратичних функціоналів. На відміну від градієнтних методів, метод Powell'64 не вимагає розрахунку похідних і є універсальним для мінімізації складних нелінійних функціоналів загального вигляду.

Ключові слова: безградієнтна мінімізація, функція Розенброка, робочий процес дизеля, політропа стиснення, функціонал, МНК.

R.A. VARBANETS, V.G. IVANOVSKY, A.V. ERIGANOV,
N.I. ALEXANDROVSKAYA, E.I. ZHOLTIKOV, V.S. GUBIN
Odessa National Maritime University ONMU

APPLICATION OF NON-GRADIENT MINIMIZATION POWELL'64 IN THE TASKS OF THE MONITORING OF THE MARINE DIESEL ENGINES

The possibility of using the method of gradientless n-parametric minimization of Powell'64 in tasks of monitoring the working process of marine diesel engines is considered. An example of finding a global minimum of the Rosenbrock test function is considered. Using the Powell'64 method, the Least-squares functionals in the synchronization and compression-expansion curves in the working cylinder are minimized. The cases of data synchronization calculation for low-speed two-stroke and medium-speed four-stroke marine diesel engines are shown. The synchronization problem is solved on the basis of the equation P '= 0, compiled for the section from the beginning of compression to the start of combustion in the cylinder. The selection of the boundary conditions for simulation is shown. The advantage of using the Powell'64 method is its high efficiency for quadratic functionals. Unlike gradient methods, the Powell'64 method does not require the calculation of derivatives and is universal for minimizing complex nonlinear functionals of general form.

Keywords: gradientless minimization, the Rosenbrock function, the working process of the diesel engine, the compression polytrope, the functional, Least-squares method.

Постановка задачи

Для качественного сгорания топлива в цилиндре дизеля необходима синхронизированная работа топливной системы высокого давления (ТА) и механизма газораспределения (МГР) [1]. Фазы закрытия/открытия клапанов и фазы впрыска топлива должны быть строго регламентированы. Наглядный контроль работы ТА и МГР возможен с помощью развернутых $P(\varphi)$ диаграмм (рис. 1), которые в последние годы все более широко применяются на морском флоте [2]. Смысл в том, что на фоне диаграммы рабочего цикла, представленной в ºПКВ от нижней мертвой точки (НМТ) через верхнюю мертвую точку (ВМТ) и снова в НМТ удобно показывать фазы закрытия/открытия клапанов и фазы впрыска топлива, которые получаются разнесенными по разным места диаграммы и удобны для визуального анализа (рис.1). На индикаторную $P(\varphi)$ диаграмму можно наложить отмасштабированную диаграмму давления впрыска топлива или вибродиаграмму впрыска, а также вибродиаграмму работы МГР [3] и это улучшит визуальное восприятие индикаторной диаграммы и повысит ее диагностическую информативность.

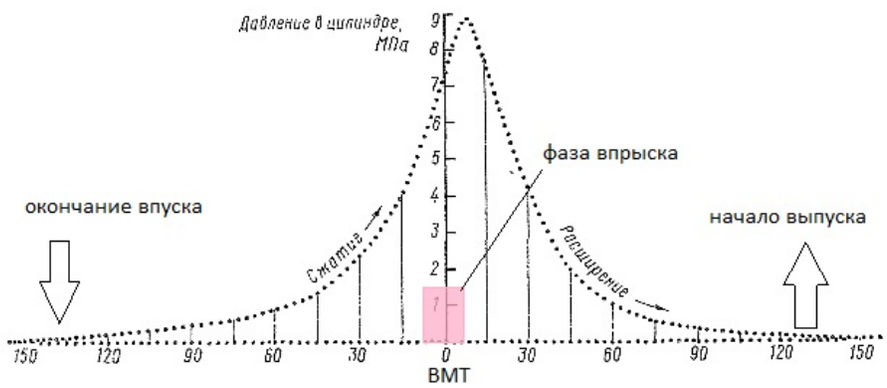


Рис. 1. Диаграмма рабочего цикла дизеля в $P(\varphi)$ координатах

Для представления индикаторных диаграмм в $P(\varphi)$, а также в $P(V)$ и $T(S)$ (давление-объем, температура-энтропия) координатах необходимо иметь как можно более точное соответствие между давлениями в цилиндре и углами ПКВ. Для этого используются датчики на маховике двигателя (pick-up sensors [4]), которые измеряют фазу ПКВ синхронно с датчиками давления в цилиндре. Далее, зная геометрию цилиндра и кривошипно-шатунного механизма (КШМ) происходит пересчет ºПКВ в объемы надпоршневого пространства [5].

Проблема заключается в том, что аппаратное определение фаз ПКВ с помощью pick-up sensors настроенных в статике, будет иметь погрешности во время работы двигателя под нагрузкой. Основные составляющие этой погрешности следующие:

- выборка микролюфтов КШМ при знакопеременной нагрузке;
- крутильные колебания и скручивание коленчатого вала;
- волновые эффекты и задержка сигнала давления при похождении им пути от условного центра камеры сгорания до мембраны датчика в случае измерения давления через канал индикаторного крана.

Последняя составляющая может быть весьма существенной (до 8 ºПКВ на среднеоборотных СОД и до 12 ºПКВ на высокооборотных дизелях) [3]. А в связи с тем, что все переносные системы мониторинга используют именно этот способ измерения давления и это является обычной практикой индицирования судовых дизелей, можно смело предположить, что использование pick-up sensors для переносных систем вообще нецелесообразно. Все виды расчетного определения ВМТ дают заведомо меньшую погрешность, нежели погрешность от задержки сигнала [6, 7].

В данной статье приведен анализ методов расчетной синхронизации (определения ВМТ), в которых применяется метод безградиентной минимизации POWELL'64.

Анализ последних исследований и публикаций

Анализ последних исследований и публикаций показывает в первую очередь, что задача определения положения ВМТ является важной составляющей мониторинга рабочего процесса, поскольку от точности ее решения существенно зависит расчетное значение среднего индикаторного давления и индикаторной мощности цилиндра. В общем виде зависимость погрешности расчета индикаторной мощности от погрешности ВМТ показана в работе M. Tazerout [6] - на каждый градус погрешности приходится до 9% расчетного значения мощности.

Термодинамические методы расчета и корректировки положения ВМТ предложны в работах [6, 7]. Они основаны в том числе на расчете энтропии при известных значениях давления в цилиндре. Комментируя их можно отметить, что наличие цифровых и аналоговых шумов при измерении давления в цилиндре могут значительно снизить точность сложных расчетов. Численное определение первой, а тем более второй производной не имеет смысла без специальной обработки исходных данных (например LowPass FFT Filter [8]).

Интересное свойство индикаторной диаграммы, точнее ее первой производной, показано в работе [9]. С учетом допущений принятых на практике показано, что в точке максимальной скорости роста давления на участке сжатия объем цилиндра равен:

$$V = \frac{P\left(V'\right)^2}{PV'' + P'V'}. \quad (1)$$

где $\frac{dP}{d\varphi} = P'$; $\frac{d^2P}{d\varphi^2} = P''$; $\frac{dV}{d\varphi} = V'$; $\frac{d^2V}{d\varphi^2} = V''$,

Таким образом, объем над поршнем в указанной точке может быть рассчитан с помощью известных геометрических размеров цилиндра и значений *P(φ)* и *P′(φ),* полученных из индикаторной диаграммы. Далее может быть определен объем камеры сжатия и положение ВМТ, как показано в [9, 10]. Красивый теоретический вывод данного положения (1), к сожалению, также сложно использовать на практике, т.к. точность расчета объема камеры сжатия и положения ВМТ сильно зависит от шумов записанной диаграммы давления. Применение LowPass Filter [8] необходимо обосновывать для каждого конкретного случая, учитывая параметры АЦП преобразования, дискретность и аналоговые шумы при измерении давления в рабочих цилиндрах с помощью датчиков разных фирм.

Цель исследования

Целью данной публикации является анализ решения задачи определения ВМТ с помощью моделирования кривой скорости сжатия. При этом используется часть данных индикаторной диаграммы до начала сгорания, по которым определяются коэффициенты модели *P′(φ)*. При этом минимизируется функционал, составленный согласно требованиям МНК:

$$F = \sum_{i=l1}^{l2} [P'(\varphi_i) - P'_i]^2 \to min,$$

где *l1, l2* - границы моделирования, определяемые от начала сжатия до начала сгорания;

P'_i - значения первых производных, полученные с помощью методов численного дифференцирования индикаторной диаграммы.

Минимизацию указанного функционала предлагается произвести с помощью метода безградиентной минимизации POWELL'64 [11, 12]. Этот метод позволяет определить минимум нелинейной функции n-переменных путем проведения последовательных поисков вдоль системы сопряженных направлений [12]. Метод POWELL'64 не использует производных для осуществления поиска, что весьма удобно в практических расчетах. Кроме того, он является эффективным не только для квадратичных функций, но и для нелинейных n-параметрических функций общего вида.

Пример использования метода POWELL'64 на тестовой функции.

Покажем вначале работу нелинейного метода n-параметрической безградиентной минимизации по сопряженным направлениям POWELL'64 на примере тестовой функции Розенброка [11]:

$$Z(x_1, x_2) = 100 * (x_1 - {x_2}^2)^2 + (1 - x_1)^2.$$

Известная нелинейная двухпараметрическая функция Розенброка часто используется для тестирования методов минимизации в связи с ее специфической формой. Ее легко представить визуально (рис. 2) - она представляет собой изогнутый овраг с крутыми склонами и длинным слабоизменяющимся криволинейным дном. Ее минимум (*Z = 0*) находится в точке [$x_1 = 1, x_2 = 1$].

Специфика поиска минимума функции Розенброка заключается в том, что если задать начальную точку поиска [$x_1 = -2, x_2 = 2$] (*Z = 3609*), которая относительно точки минимума находится с другой стороны криволинейного оврага, то метод минимизации должен обойти все криволинейное дно функции и выйти на точку глобального минимума. От того, как быстро будет найден минимум функции Розенброка из неудобной начальной точки поиска [$x_1 = -2, x_2 = 2$], зависит эффективность того или иного метода минимизации. Учитывается общее количество итераций метода и количество расчетов самой функции Розенброка.

Использование сопряженных [12] направлений поиска является эффективным алгоритмом для квадратичных n-параметрических функций и, соответственно, для решения задач МНК. В специальной литературе по анализу методов минимизации [11] указано, что ряд градиентных методов, в частности метод наискорейшего спуска, оказываются неэффективными для некоторых функций. Например, в данном случае, при начальной точке поиска [$x_1 = -2, x_2 = 2$], градиентные методы могут производить большое количество вычислений функции Розенброка, определяя локальные минимумы между боковыми склонами оврага и при этом медленно двигаясь в сторону глобального минимума. Применяемый в методе POWELL'64 алгоритм поиска по сопряженным направлениям лишен этого недостатка.

Из каждого локального минимума на следующей итерации, при необходимости, происходит поворот осей в сопряженных направлениях [12] и движение в сторону глобального минимума происходит большими шагами по дну оврага функции (рис. 3). Пошаговый алгоритм метода POWELL'64 детально описан в [11, 12].

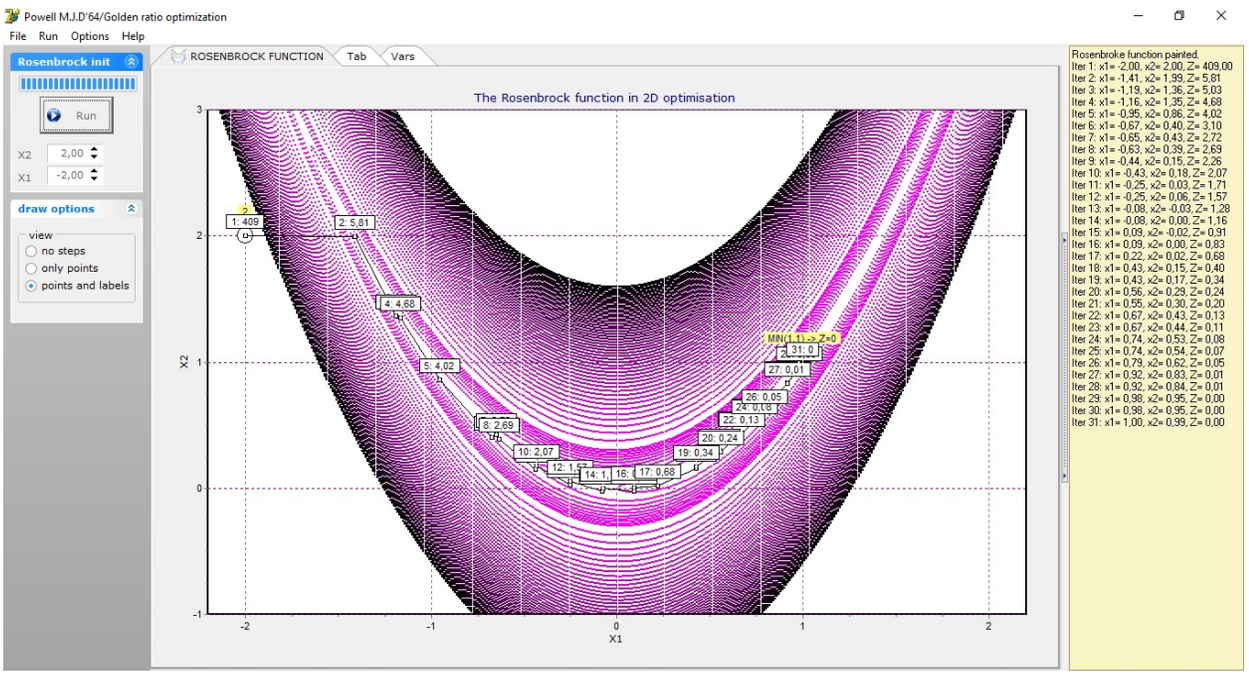


Рис. 2. Поиск минимума функции Розенброка [11] с помощью метода POWELL'64 (интерфейс ПО)

В данной публикации используется модификация метода POWELL'64 которая предусматривает использование метода "золотого сечения (GM)" [11] при поиске локальных минимумов в направлении осей. В оригинальном методе используется поиск минимума в осевых направлениях с помощью квадратичной функции [12]. Оказалось, что эффективность метода "золотого сечения" выше, чем у метода последовательного деления пополам и существенно превосходит эффективность поиска непоследовательными методами [11]. Поиск GM основан на разбиении отрезка прямой на две части пропорциональные числам Фибоначчи Φ^1 и Φ^2, при этом отношение длины всего отрезка к большей части равно отношению большей части к меньшей.

$$\Phi^1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.62; \Phi^2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \approx 0.38,$$
$$\Phi^1 + \Phi^2 = 1.$$

По мнению авторов, использование метода "золотого сечения" более эффективно для нелинейных функций общего вида, для которых расчет с помощью оригинального алгоритма [12] часто приводит к переполнению регистров памяти компьютера и за чем необходим специальный контроль.

В данном случае количество общих итераций при поиске минимума функции Розенброка с поворотом осей в сопряженных направлениях составило 31 (см. рис.2). На рис. 2 видно, что метод POWELL'64 уже на второй итерации быстро определяет положение дна оврага функции и затем осуществляет большие эффективные шаги в сторону глобального минимума по дну оврага (рис. 3). Сравнительный анализ методов n-параметрической нелинейной минимизации, приведенный в [11], показывает, что метод POWELL'64 является наиболее эффективным методом поиска минимумов n-параметрических нелинейных функций общего вида без использования производных.

В общем случае градиентные методы дают большую скорость поиска, но необходимость задания частных производных по параметрам поиска усложняет оптимизационную задачу и может служить причиной трудновыявляемых ошибок.

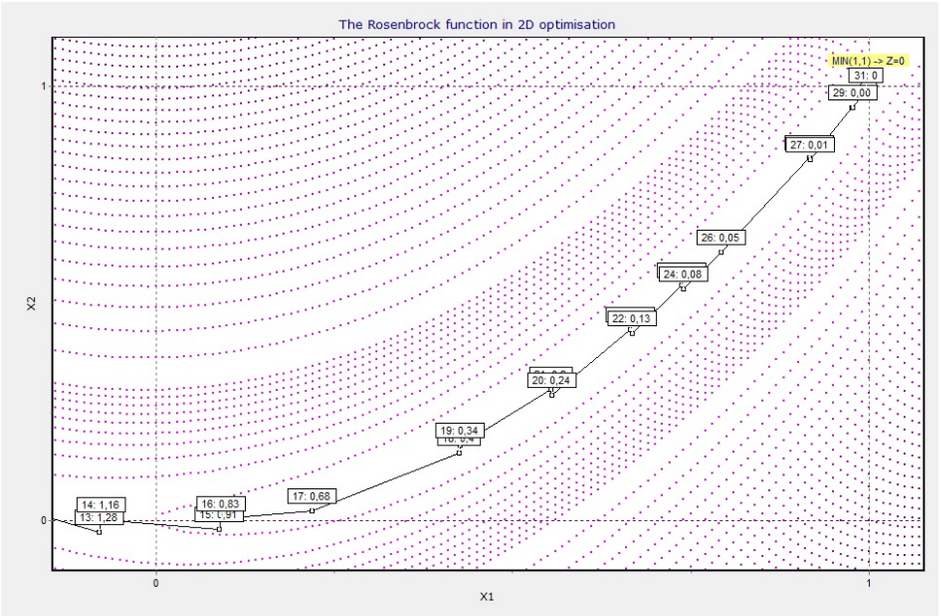


Рис. 3. Этапы поиска функции Розенброка [11] в районе точка минимума

Часто минимизируемый функционал представляет собой сложную нелинейную функцию общего вида либо является результатом работы алгоритма со сложной условно изменяющейся структурой. В этом случае для поиска минимума такого функционала задаются граничные условия по независимым переменным, в рамках которых должен быть найден минимум. Использование первых, а тем более вторых производных по независимым переменным, часто оказывается неудобным для исследователей, т.к. почти всегда исследователи модифицируют свой алгоритм, и численное приближение производных усложняет процесс исследований, являясь источником трудновыявляемых ошибок. Использование же алгоритма POWELL'64 не связано с производными и обладает эффективностью, не уступающей градиентным методам [11, 12].

Определение давления в конце сжатия P_c в расчетном методе синхронизации

В [3] рассмотрен метод алгоритмической синхронизации, основанный на моделировании участка сжатия функцией типа «Локон Аньези»

$$P(\varphi) = \frac{P_c}{1 + k(\varphi - m)^2}, \tag{2}$$

где k и m – коэффициенты, определяемые в результате минимизации функционала (3) с независимой переменной φ_j, где индекс j изменяется от *1* до *l*

$$\overline{F} = \sum_{j=1}^{l} \overline{\gamma}_j \left[\frac{P_j}{P(\varphi_j)} - 1 \right]^2 \mapsto \min, \tag{3}$$

где γ_j – положительные веса отдельных измерений в диапазоне 0-1.

Минимизация функционала $\overline{F}$ производится, исходя из условия одновременного равенства нулю частных производных

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial k} = 0; \\ \dfrac{\partial F}{\partial m} = 0; \\ \dfrac{\partial F}{\partial P_c} = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Значение m – искомая координата ВМТ поршня, как положительный корень трансцендентного уравнения (5), являющегося решением вышеуказанной системы уравнений в частных производных

$$\sum_{j=1}^{l} c_j b_j \Big/ \sum_{j=1}^{l} c_j b_j = \sum_{j=1}^{l} c_j \Big/ \sum_{j=1}^{l} d_j , \tag{5}$$

где
$$\begin{cases} d_j = \bar{\gamma}_j a_j^{\,2} b_j^{\,3}; \\ c_j = \bar{\gamma}_j a_j b_j (1 - a_j); \\ b_j = \varphi_j - m; \\ a_j = p_j / P_c. \end{cases}$$

Область определения искомого m ограничивается условием $\sum_{j=1}^{l} d_j \neq 0$. Таким образом, в [3] приведено решение задачи синхронизации данных рабочего процесса (определение m и k), при этом полагается известным начальное значение давления в конце процесса сжатия P_c.

Рассмотрим задачу определения значения P_c, которая естественно возникает после решения задачи синхронизации и служит в качестве начальных значений для следующего итерационного цикла определения m и k. Запишем выражение для частных производных F'_k, F'_m, F'_{Pc} и решим систему.

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j \left[2\left(\frac{P_j}{P_c} + k \frac{P_j}{P_c} (\varphi_j - m)^2 - 1 \right) \left(\frac{P_j}{P_c} (\varphi_j - m)^2 \right) \right] = 0; \\ \sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j \left[2\left(\frac{P_j}{P_c} + k \frac{P_j}{P_c} (\varphi_j - m)^2 - 1 \right) \left((-2) k \frac{P_j}{P_c} (\varphi_j - m) \right) \right] = 0; \\ \sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j \left[2\left(\frac{P_j}{P_c} + k \frac{P_j}{P_c} (\varphi_j - m)^2 - 1 \right) \left((-1) \frac{P_j}{P_c^{\,2}} \left(1 + k (\varphi_j - m)^2 \right) \right) \right] = 0. \end{cases}$$

Сократим постоянные коэффициенты, при условии $k \neq 0$. Для третьего уравнения, при условии $P_c \neq 0$, вынесем и сократим $1/P_c^2$. Определим выражение для k из первых двух уравнений. Сократим постоянные коэффициенты и решим 3-е уравнение системы.

$$\begin{cases} k \sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j \left(\frac{P_j}{P_c} \right)^2 (\varphi_j - m)^4 - \sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j \left[\frac{P_j}{P_c} (\varphi_j - m)^2 - \left(\frac{P_j}{P_c} \right)^2 (\varphi_j - m)^2 \right] = 0; \\ k \sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j \left(\frac{P_j}{P_c} \right)^2 (\varphi_j - m)^3 - \sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j \left[\frac{P_j}{P_c} (\varphi_j - m) - \left(\frac{P_j}{P_c} \right)^2 (\varphi_j - m) \right] = 0; \\ \sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j \left[\frac{P_j^{\,2}}{P_c} \left(1 + k (\varphi_j - m)^2 \right)^2 - P_j \left(1 + k (\varphi_j - m)^2 \right) \right] = 0. \end{cases}$$

Произведем замену переменных, обозначим $z = 1 + k(\varphi_j - m)^2$, запишем

$$\sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j \left[z^2 \frac{P_j^{\,2}}{P_c} - z P_j \right] = 0 ; \Rightarrow \sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j z^2 \frac{P_j^{\,2}}{P_c} = \sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j z P_j ; \Rightarrow \frac{1}{P_c} \sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j z^2 P_j^{\,2} = \sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j z P_j ;$$

$$P_c = \frac{\sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j z^2 P_j^{\,2}}{\sum_{j=1}^{l} \bar{\gamma}_j z P_j} . \tag{6}$$

После определения P_c, при уже найденных на предыдущем шаге значениях m (положительный корень трансцендентного уравнения (5)) и k равное

$$k = \sum_{j=1}^{l} c_j \Big/ \sum_{j=1}^{l} d_j$$

появляется возможность составить итерационный цикл, в котором будет уточнено два основных параметра, необходимых для синхронизации данных, это параметры *m* и P_c (6).

Минимизация функционала (3) производилась с помощью метода POWELL'64. Необходимо отметить, что при корректно заданной области определения функционала (3), т.е. при точно определенной фазе окончания сжатия и начала сгорания топлива (см. предыдущий раздел), требуемое количество итераций для уточнения *m* и P_c не превышало 3-х для большинства исследованных рабочих процессов СОД и МОД. В связи с этим подтверждается особая значимость как можно более точного определения фазы начала сгорания $P_{c'}$ для решения задачи синхронизации данных и последующего расчета индикаторных показателей рабочего цикла.

Синхронизации на базе решения полиномиального уравнения кривой сжатия.

Альтернативным методом, служащим для проверки эффективности решения задачи синхронизации с помощью безградиентного метода POWELL'64, является метод полиномиального представления кривой сжатия. Приведем кратко его суть.

Запишем зависимость $P = f(\varphi)$ на линии сжатия в относительных координатах $\overline{P_C} = [P]$ и $\overline{\varphi} = [\varphi]$ ($\overline{P_C} = P_\varphi / P_C$ и $\overline{\varphi} = \dfrac{\varphi - 180}{180}$, рис. 4).

Опишем кривую сжатия в относительных координатах в виде полинома n-степени:

$$\overline{P}_c = a_0 + a_1\overline{\varphi} + a_2\overline{\varphi}^2 + \ldots + a_n\overline{\varphi}^n \quad .$$

На кривой $\overline{P} = f(\varphi)$ берем две точки, для которых известно давление *P*, но неизвестны углы $\overline{\varphi}$. Запишем выражение для двух произвольных точек на кривой (*a* и *b)*

$$a: \quad (\overline{P_C})_1 = a_0 + a_1(\overline{\varphi}_2 - \Delta\overline{\varphi}) + a_2(\overline{\varphi}_2 - \Delta\overline{\varphi})^2 + \ldots + a_n(\overline{\varphi}_2 - \Delta\overline{\varphi})^n \tag{7}$$

$$b: \quad (\overline{P_C})_2 = a_0 + a_1\overline{\varphi_2} + a_2\overline{\varphi_2}^2 + \ldots + a_n\overline{\varphi_2}^n; \tag{8}$$

где $\Delta\overline{\varphi} = \dfrac{\Delta\varphi}{180}$, шаг по углу поворота коленчатого вала $\Delta\varphi$ задается шагом дискретизации АЦП и не превышает 0,5º ПКВ.

Для уравнений (7) и (8) неизвестными являются $(\overline{P_C})_2$, $(\overline{P_C})_1$ и $\overline{\varphi}_2$.

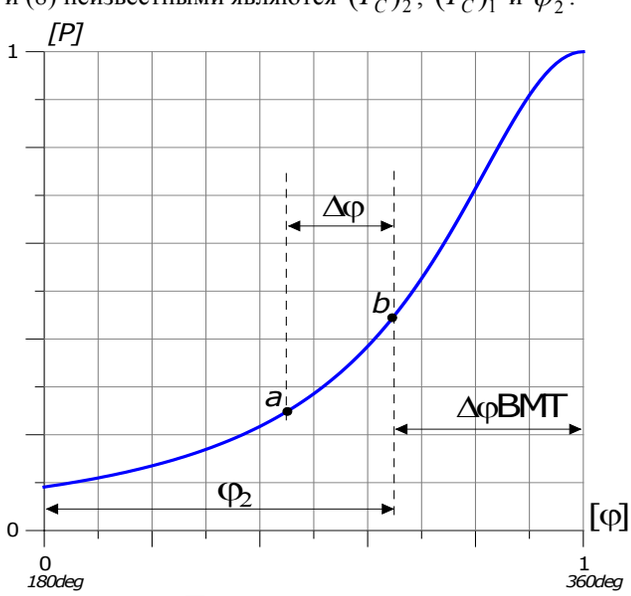


Рис. 4. График $\overline{P} = f(\varphi)$ в относительных координатах

По определению, в относительных координатах можно записать

$$(\overline{P_C})_2 = P_2 / P_C; \tag{9}$$

$$(\overline{P_C})_1 = P_1 / P_C \; . \tag{10}$$

Итого в уравнениях (7), (8), (9) и (10), неизвестны $(\overline{P_C})_2$, $(\overline{P_C})_1$, $\overline{\varphi}_2$ и P_C. В результате решения системы уравнений (7) - (10) находим $\overline{\varphi}_2$ и P_C. Затем по значению $\overline{\varphi}_2$ находим $\Delta\overline{\varphi}_{BMT}$, т.е. искомую координату ВМТ.

Итак, запишем основные этапы решения

$$\begin{cases} (\overline{P_C})_2 = a_0 + a_1\overline{\varphi}_2 + a_2\overline{\varphi}_2^{\,2} + ... + a_n\overline{\varphi}_2^{\,n} = f(\overline{\varphi}_2); \\ (\overline{P_C})_1 = a_0 + a_1(\overline{\varphi}_2 - \Delta\overline{\varphi}) + a_2(\overline{\varphi}_2 - \Delta\overline{\varphi})^2 + ... \\ + a_n(\overline{\varphi}_2 - \Delta\overline{\varphi})^n = f_1(\overline{\varphi}_2); \\ \dfrac{P_2}{P_C} = f(\overline{\varphi}_2); \\ \dfrac{P_1}{P_C} = f_1(\overline{\varphi}_2). \end{cases}$$

Для давления в конце сжатия запишем

$$P_C = \frac{P_2}{f(\overline{\varphi}_2)} \text{ или } P_C = \frac{P_1}{f_1(\overline{\varphi}_2)}$$

$$\frac{P_2}{f(\overline{\varphi}_2)} = \frac{P_1}{f_1(\overline{\varphi}_2)};\ P_2 f_1(\overline{\varphi}_2) = P_1 f(\overline{\varphi}_2);\ \frac{P_2}{P_1} = \frac{f(\overline{\varphi}_2)}{f_1(\overline{\varphi}_2)} = b.$$

Для решения полученного уравнения и определения искомого $\overline{\varphi}_2$ необходимо ввести исходные данные для P_2, P_1 и $\Delta\varphi$. Корни полинома определяются численным методом и из них выбирается один вещественный корень, находящийся в диапазоне $[\pi, 2\pi]$.

Предварительная синхронизация данных с помощью синусоидальной модели.

Данные, поступающие в систему в результате аналого-цифрового преобразования, представляют собой ряд чисел, записанных через равные промежутки времени $P(t) = P_1, P_2, ..., P_n$. Решение задачи синхронизации с использованием уравнения $P'(\varphi) = 0$ и с использованием процедуры нелинейной минимизации можно рассматривать как окончательную, уточняющую расчетные координаты, операцию. В процессе решения используется значение текущей степени сжатия, которая рассчитывается по формуле текущего объема цилиндра $v(\varphi)$. Таким образом, без информации о начальных приближениях величин углов поворота коленчатого вала – $\varphi_1, \varphi_1, ..., \varphi_n$ решение данной задачи невозможно.

Для решения задачи предварительной оценки углов ПКВ рассмотрим несколько моделей, подходящих для описания исходных данных $P(t)$ и первой производной $dp/d\varphi$.

1. Линейная модель $y = b_0 + b_1\varphi$.

В общем случае коэффициенты линейной модели рассчитываются по формулам

$$b_1 = \frac{\sum_{i=k1}^{k2}\varphi_i \sum_{i=k1}^{k2} y_i - k\sum_{i=k1}^{k2}\varphi_i y_i}{\left(\sum_{i=k1}^{k2}\varphi_i\right)^2 - k\sum_{i=k1}^{k2}\varphi_i},\ b_0 = \frac{1}{k}\left(\sum_{i=k1}^{k2} y_i - b_1\sum_{i=k1}^{k2}\varphi_i\right).$$

Для случая, когда имеется полная запись кривой сжатия-расширения (рис. 5), значения $k1 = \varphi_B$, $k2 = \varphi_C$.

Такой метод предварительной оценки положения ВМТ используется в системах *Lemag (Premet)* [13]. Однако очевидно, что во многих случаях невозможно или нельзя даже кратковременно отключать подачу топлива в индицируемый цилиндр, чтобы получить «чистую» кривую сжатия-расширения.

На практике, в общем случае, мы имеем дело с реальной кривой давления газов в цилиндре (рис. 6), где участок характеристики $p'(\varphi)$ с почти прямолинейным характером, однозначно определяющим положение ВМТ (точка *m*), ограничен *[b,c']*. Отсюда понятно, что использование линейной модели для предварительной оценки положения ВМТ в реальной эксплуатационной ситуации может привести к

значительной погрешности. Тем не менее, такой метод используется на практике в системах *Premet,* где предусмотрена полуавтоматическая корректировка ВМТ.

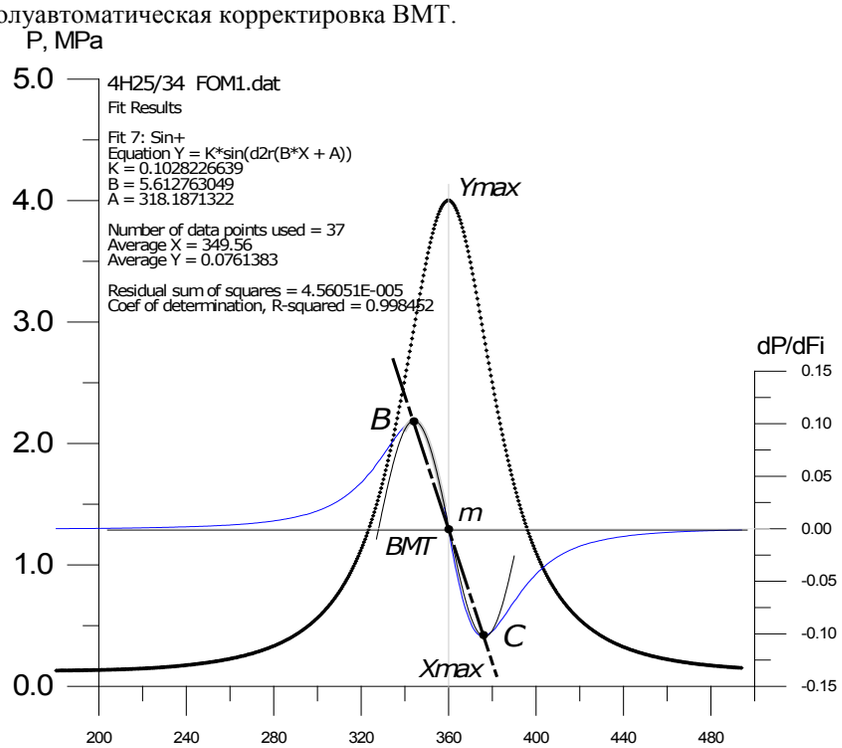


Рис. 5. Модели $p(\varphi), p'(\varphi)$ в задаче предварительной синхронизации

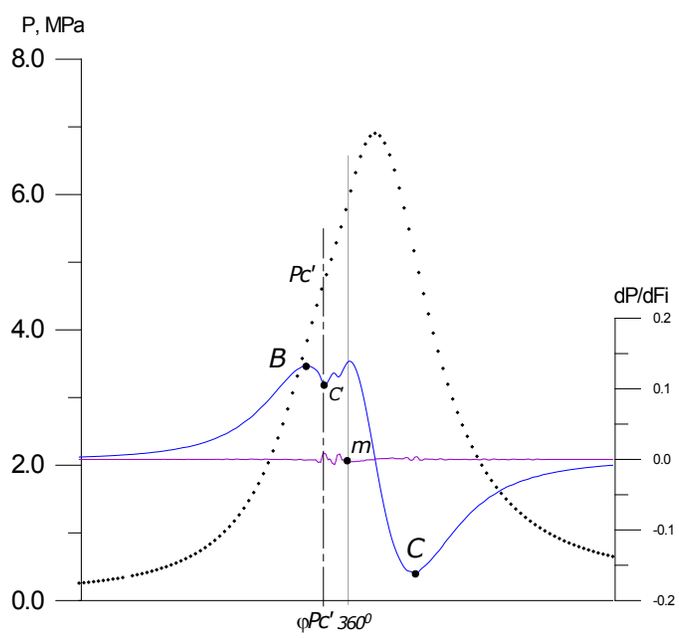


Рис. 6. Диаграммы $P(\varphi), P'(\varphi)$ рабочего процесса в цилиндре

2. Модель $y = \dfrac{1}{a\varphi^2 + b\varphi + c}$, $a \neq 0,\ \Delta = 4ac - b^2 > 0$.

Форма такой кривой при данных условиях приближается к кривой сжатия-расширения (рис. 5). Коэффициенты *a, b, c* определяются с помощью минимизации функционала

$$\overline{F} = \sum_{i=1}^{\varphi_C'} \gamma_i \left(\frac{P(\varphi)}{y(\varphi_i)} - 1 \right)^2 \mapsto \min, \qquad (11)$$

где γ_i − положительные, заданные веса отдельных участков кривой $p(\varphi)$.

Контрольные точки и положение ВМТ определяются по формулам

$$m = \varphi_{BMT} = X_{\max} = -b/2a;$$

$$y_{\max} = 4a/\Delta = \frac{4a}{4ac - b^2};$$

$$\begin{bmatrix} B\left(\frac{X_{\max} - \sqrt{\Delta}}{2a\sqrt{3}}\right), \frac{3a}{\Delta} \\ C\left(\frac{X_{\max} + \sqrt{\Delta}}{2a\sqrt{3}}\right), \frac{3a}{\Delta} \end{bmatrix}.$$

Представление участка кривой сжатия в виде такой модели позволяет более точно определить положение ВМТ, так как в моделировании участвует вся левая часть выборки $p(\varphi)$, т.е. от условного начала кривой сжатия (индекс *i=1*) до точки, соответствующей концу «чистого сжатия» и началу сгорания топлива в цилиндре (индекс $i=\varphi_C'$).

3. Модель $y = ae^{bx+cx^2}$, $ac \neq 0$, $a > 0, c < 0$

Форма модели при данных условиях также приближается к кривой сжатия-расширения (рис. 5). Коэффициенты a, b, c определяются с помощью минимизации функционала (11).

После определения коэффициентов модели контрольные точки рассчитываются по формулам

$$y_{\max} = ae^{-\frac{b^2}{4c}}; X_{\max} = m = \varphi_{BMT} = -\frac{b}{2c}; \varphi_B = \frac{-b + \sqrt{-2c}}{2c}.$$

4. Синусоидальная модель $y = k\sin(Bx + A)$

Данная модель хорошо описывает скорость изменения давления на участке [*B,C*] (см. рис. 5). В отличие от линейной модели, для ее построения используется часть кривой сжатия до точки *B* (до 10-и точек или не более 5º ПКВ до φ_B). В этом случае устойчивая (в смысле минимизации функционала (12) − с одним локальным минимумом) синусоидальная модель с наибольшей точностью описывает участок кривой $p'(\varphi)$ от точки *B* до *C* или до точки *C'* и с минимальной погрешностью определяет координату *m* (ВМТ).

Функционал (12) решается на множестве точек

[l1=B-ΔB, l2=C], где *ΔB<10*

$$p'(x_i) = k\sin(Bx_i + A),$$

$$F = \sum_{i=l1}^{l2}\left[k\sin(Bx_i + A) - p_i'\right]^2 \mapsto \min. \qquad (12)$$

В точке минимума должны быть равны нулю все частные производные целевой функции

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial k} = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial B} = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial A} = 0. \end{cases} => \begin{cases} \sum_{i=l1}^{i=l2}\left[2\left[k\sin(Bx_i + A) - p_i'\right]\sin(Bx_i + A)\right] = 0; \\ \sum_{i=l1}^{i=l2}\left[2\left[k\sin(Bx_i + A) - p_i'\right]k\cos(Bx_i + A)x_i\right] = 0; \\ \sum_{i=l1}^{i=l2}\left[2\left[k\sin(Bx_i + A) - p_i'\right]k\cos(Bx_i + A)\right] = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} k\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin^2(Bx_i+A)-\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\sin(Bx_i+A)=0; \\ k^2\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin(Bx_i+A)\cos(Bx_i+A)x_i-\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\cos(Bx_i+A)x_i=0; \\ k^2\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin(Bx_i+A)\cos(Bx_i+A)-\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\cos(Bx_i+A)=0; \end{cases}$$

Окончательно получим систему из 3-х трансцендентных уравнений

$$\begin{cases} k=\dfrac{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\sin(Bx_i+A)}{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin^2(Bx_i+A)}; \\ \dfrac{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\sin(Bx_i+A)}{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin^2(Bx_i+A)}=\dfrac{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\cos(Bx_i+A)x_i}{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin(Bx_i+A)\cos(Bx_i+A)x_i}; \\ \dfrac{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\sin(Bx_i+A)}{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin^2(Bx_i+A)}=\dfrac{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\cos(Bx_i+A)}{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin(Bx_i+A)\cos(Bx_i+A)}. \end{cases} \quad (13)$$

Система (13) решается численным методом. Если воспользоваться методом нелинейной оптимизации POWELL'64, то неизвестные *k, B, A* определяются после нескольких последовательных шагов минимизации функционала

$$\left(k-\frac{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\sin(Bx_i+A)}{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin^2(Bx_i+A)}\right)^2+$$

$$+\left(\frac{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\sin(Bx_i+A)}{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin^2(Bx_i+A)}-\frac{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\cos(Bx_i+A)x_i}{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin(Bx_i+A)\cos(Bx_i+A)x_i}\right)^2+ \quad (14)$$

$$+\left(\frac{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\sin(Bx_i+A)}{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin^2(Bx_i+A)}-\frac{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}p_i\cos(Bx_i+A)}{\sum\limits_{i=l1}^{i=l2}\sin(Bx_i+A)\cos(Bx_i+A)}\right)^2\mapsto\min.$$

При кажущейся сложности функционал (14) имеет один хорошо определенный локальный минимум в вещественной области корней *k, B, A*, который достигается не более чем через 10 шагов поисковой процедуры. Алгоритм метода POWELL'64 оказался эффективным для гладких функций четных степеней и для тригонометрических функций.

Теоретическая предпосылка решения задачи определения ВМТ с помощью уравнения $P'(\varphi)=0$

Используется тот факт, что при отсутствии сгорания в цилиндре скорость изменения давления в ВМТ равна нулю [3], за вычетом термодинамического смещения, связанного с передачей тепла в стенки цилиндра (рис. 7) [14]:

$$\frac{dP}{d\varphi_{BMT}}=0$$

$$p'_{\varphi-\delta\varphi_T}=p'_{\Theta}=0.$$

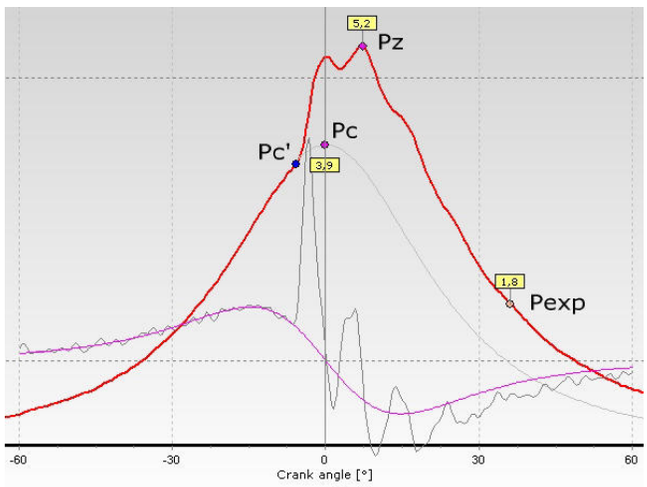


Рис. 7. Моделирование $dP/d\varphi$ на участке сжатия

С учетом термодинамического фазового смещения в ВМТ (при φ = 0)

$$\Theta = -\delta\varphi_T .$$

Тогда выражение для скорости изменения давления на участке сжатия можно записать

$$\frac{dP_{comp}}{d\Theta} = -P_a V_a^{n1} n_1 \frac{1}{V_\Theta^{n1+1}} \cdot \frac{dV_\Theta}{d\Theta} \tag{15}$$

где P_a – давление в начале сжатия; $V_\Theta = V_{\varphi-\delta\varphi_T}$ – объем цилиндра: $V_\varphi = V_C + 0{,}5V_S\left[1 + \frac{1}{\lambda_Ш} - \cos\varphi - \frac{1}{\lambda_Ш}\sqrt{1-(\lambda_Ш \sin\varphi)^2}\right]$; $V_s = V_c(\varepsilon - 1)$ – объем, описываемый полным ходом поршня; V_c – объем камеры сжатия; $\lambda_Ш = R_{КР} / L_Ш = S/2L_Ш$ – отношение радиуса кривошипа к длине шатуна.

После несложных преобразований правая часть уравнения (15) преобразуется в нелинейное трансцендентное уравнение относительно угла ПКВ.

$$\frac{dP_{comp}}{d\varphi} = -P_a V_a^{n1} n_1 \frac{1}{V_\varphi^{n1+1}} \cdot 0{,}5V_S\left(\sin\varphi + \frac{\lambda_{Ш}\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}}\right) \tag{16}$$

Действительный корень уравнения (16) определяется с помощью численного метода (например BISECT [11]) в диапазоне между абсциссами максимумов *P'(φ)* на участках сжатия и сгорания ([$P'max_1$, $P'max_2$], см. рис. 6). Этот корень представляет собой расчетное значение ВМТ.

В процессе расчета алгоритм POWELL'64 используется дважды: сначала для предварительной оценки положения ВМТ с помощью синусоидальной модели и затем окончательный расчет путем моделирования скорости изменения давления $dp/d\varphi$. Метод POWELL'64 используется для минимизации функционала, записанного согласно требованиям МНК:

$$F = \sum_{j=1}^{m}\left(P'_j - \frac{dP_{comp}}{d\varphi_j}\right)^2 \mapsto \min ,$$

где m – количество точек на участке до $P_{c'}$.

На рис. 3.28 показан график скорости изменения давления, полученный с помощью методов численного дифференцирования кривой $P(\varphi)$.

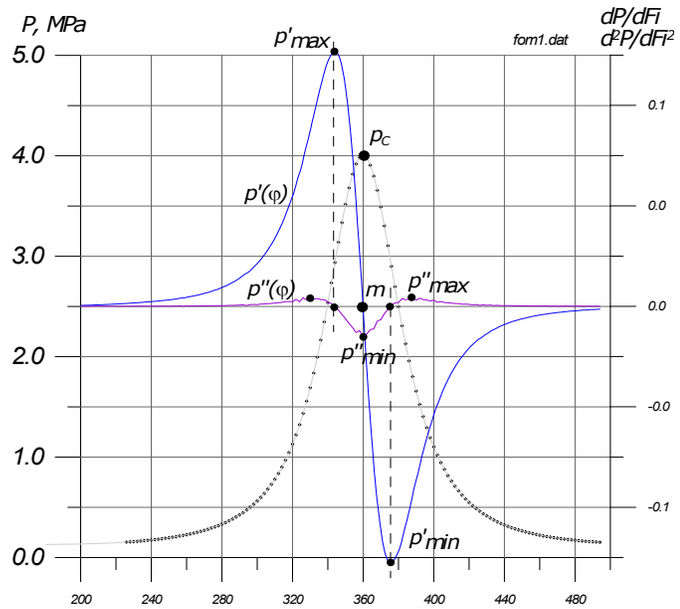


Рис. 8. Графики $p(\varphi), p'(\varphi), p''(\varphi)$ кривой сжатия-расширения СОД ЧН25/34

На графике второй производной(рис. 8) показаны контрольные точки, определяющие положение ВМТ (точка *m*), а также граничные точки для построения линейной и синусной моделей. В отдельных случаях, поиск коэффициентов модели (15) удобнее производить путем поиска минимума второй производной $P''(\varphi)$. Выражение для расчета второй производной запишем в виде

$$\frac{d^2P_{comp}}{d\varphi^2} = \frac{d^2P}{d\varphi^2} = -0{,}5P_a{V_a}^{n1}n_1V_S \cdot \left[\frac{\sin\varphi}{V_\varphi^{n1+1}} + \frac{\lambda_{Ш}\sin\varphi\cos\varphi}{V_\varphi^{n1+1}\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}}\right]'.$$

Обозначим

$$(A) = 0{,}5P_a{V_a}^{n1}n_1V_S = const\ ,\ (B) = \frac{\sin\varphi}{V_\varphi^{n1+1}}\ ,\ (C) = \frac{\lambda_{Ш}\sin\varphi\cos\varphi}{V_\varphi^{n1+1}\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}}\ .$$

Запишем выражения для производных

$$(B)' = \frac{\cos\varphi V_\varphi^{n1+1} - \sin\varphi(n_1+1)V_\varphi^{n1}\left[V_\varphi\right]'}{V_\varphi^{2(n1+1)}}\ .$$

Квадрат объема $V_\varphi^{2(n1+1)} > 0$, поскольку $\forall\varphi \in [0,2\pi]$ объем положительный.

$$(B)' = \frac{\cos\varphi V_\varphi^{n1+1} - 0{,}5V_S\sin\varphi(n_1+1)V_\varphi^{n1}\left[\sin\varphi + \frac{\lambda_{Ш}\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}}\right]}{V_\varphi^{2(n1+1)}}.$$

Ограничение $1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi > 0$ учитывается

$$\sin^2\varphi < \frac{1}{\lambda_{Ш}^2} \Rightarrow \sin\varphi < \frac{1}{\lambda_{Ш}},$$

где $\lambda_{Ш} > 0$,

$$(C)' = \lambda_{Ш} \frac{(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi)\left[V_{\varphi}^{n1+1}\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}\right] - \sin\varphi\ \cos\varphi\left[V_{\varphi}^{n1+1}\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}\right]'}{V_{\varphi}^{2(n1+1)}\left(1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi\right)}$$

Должно быть выполнено условие

$$V_{\varphi}^{2(n1+1)}\left(1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi\right) \neq 0$$

Поскольку объем в цилиндре всегда положительный, неравенство можно сократить

$$1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi \neq 0,$$

или

$$\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi \neq 1 \Rightarrow \sin\varphi \neq \frac{1}{\sqrt{\lambda_{Ш}}}.$$

Запишем выражение в квадратных скобках для производной *(C)'*

$$\left[V_{\varphi}^{n1+1}\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}\right]' =$$

$$= (n_1+1)V_{\varphi}^{n1}\left[V_{\varphi}\right]'\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi} - \lambda_{Ш}^2 V_{\varphi}^{n1+1}\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}}.$$

С учетом производной в квадратных скобках запишем выражение для *(C)'* и произведем необходимые действия

$$(C)' = \lambda_{Ш} \frac{V_{\varphi}^{n1+1}\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}\left(\cos 2\varphi - 0{,}5\sin 2\varphi\left[\frac{(n_1+1)}{V_{\varphi}}\left[V_{\varphi}\right]' - \lambda_{Ш}^2\frac{0{,}5\sin 2\varphi}{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}\right]\right)}{V_{\varphi}^{2(n1+1)}\left(1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi\right)}$$

$$(C)' = \lambda_{Ш} \frac{\cos 2\varphi - 0{,}5\sin 2\varphi\left[\frac{(n_1+1)}{V_{\varphi}}\left[V_{\varphi}\right]' - \lambda_{Ш}^2\frac{0{,}5\sin 2\varphi}{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}\right]}{V_{\varphi}^{n1+1}\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}}$$

$$(C)' = \lambda_{Ш} \frac{\cos 2\varphi - 0{,}5\sin 2\varphi\left[0{,}5V_S\frac{(n_1+1)}{V_{\varphi}}\left[\sin\varphi + \frac{\lambda_{Ш}0{,}5\sin 2\varphi}{\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}}\right] - \lambda_{Ш}^2\frac{0{,}5\sin 2\varphi}{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}\right]}{V_{\varphi}^{n1+1}\sqrt{1-\lambda_{Ш}^2\sin^2\varphi}}$$

Выражение для расчета второй производной от давления запишем в виде

$$\frac{d^2P}{d\varphi^2} = A(B'+C').$$

Для случая анализа произвольного ряда значений давления, где представлены несколько подряд записанных в память рабочих циклов, предварительную оценку значений ВМТ (точка *m*) каждого цикла удобней производить путем поиска локальных минимумов $\frac{d^2P}{d\varphi^2} \to \min$ (см. рис. 8).

Кроме того, при расчете предварительной синхронизации, в синусоидальной и линейной моделях используются координаты точек В и С, где $B = P'_{\max}$, а $C = P'_{\max}$. Эти координаты рассчитываются как положительные корни нелинейного уравнения $\frac{d^2P}{d\varphi^2} = 0$, где область определения корней

$$\varphi \in \left[2\pi - \Delta\varphi,\ 2\pi + \Delta\varphi\right], \text{ где } \Delta\varphi \le 20^\circ \text{ ПКВ}.$$

Для определения левой границы в предварительной синхронизации по синусоидальной модели используется левая координата максимума второй производной. В этом случае производится поиск локального максимума $\frac{d^2P}{d\varphi^2} \to \min$ на области определения значений углов φ

$$\varphi \in [2\pi - \Delta\varphi, 2\pi],$$

где $\Delta\varphi \le 30^\circ$ ПКВ.

В конечном итоге уточнялись численные значения коэффициентов $dP_{comp}/d\varphi$, рассчитанные по записанным точкам участка кривой скорости изменения давления до начала сгорания и уточнялось истинное значение ВМТ как угол, при котором скорость изменения давления равна нулю.

Выводы

Во всех случаях, где производился поиск локальных минимумов и максимумов нелинейных функций от двух и более переменных, использовался метод минимизации по сопряженным направлениям, не использующий производные − метод POWELL'64. Метод оказался устойчивым, даже для случая 7 % «зашумленности» данных белым шумом (оценка уровня шумов для данных, полученных системой D4.0H «полезный сигнал/шум» оценивается в 3 %) [15]. Несмотря на то, что, по сути метод POWELL'64 это метод поиска с условным окончанием итераций, удалось сформулировать такие начальные условия, при которых общее время решения задачи синхронизации оказалось приемлемо малым (единицы миллисекунд) для большинства современных контроллеров.

Список использованной литературы

1. John B. Howard, Internal Combustion Engine Fundamentals First Edition, 1988
2. CCM - COMBUSTION MONITORING SYSTEM // URL: https://imes.de
3. Варбанец Р. А. Диагностический контроль рабочего процесса судовых дизелей в эксплуатации: дисс.докт. техн. наук / Р. А. Варбанец – Одесса: Одесская национальная морская академия, 2010, – 314 с.
4. Варбанец Р. А. Стационарные системы диагностики рабочего процесса судовых дизелей NK-100, Kyma Diesel Analyzer / Р. А. Варбанец, В.Г. Ивановский // Проблемы техники: научно-технический журнал. Хмельницкий национальный университет. – 2006. –№ 1. – С. 91-102.
5. Семенов В. С. Современные проблемы теории судовых дизелей / В. С. Семенов. М.: В/О Мортехинформреклама, 1991. 112 с.
6. Tazerout, M., Le Corre, O., Rousseau, S., TDC Determination in IC Engines Based on the Thermodynamic Analysis of the Temperature-Entropy Diagram, SAE Technical Paper 1999-01-1489, 1999. Available at: http://papers.sae.org/1999-01-1489/, DOI: 10.4271/1999-01-1489
7. Staś, M., An Universally Applicable Thermodynamic Method for T.D.C. Determination, SAE Technical Paper 2000-01-0561, 2000. Available at: http://papers.sae.org/2000-01-0561/, DOI: 10.4271/2000-01-0561
8. Butterworth filter // URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Butterworth_filter
9. Ерыганов А. В. Определение степени сжатия дизеля по результатам индицирования рабочего процесса / А. В. Ерыганов, Р.А. Варбанец // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: морская техника и технология. – 2017. –№ 1. – С. 44-49.
10. Ваншейдт В.А. Судовые двигатели внутреннего сгорания / В. А. Ваншейдт. – Л.: Судостроение, 1977. – 392 с.
11. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмельблау. – М. : Мир, 1975. – 525 с.
12. Powell M.J.D. An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives, Computer J.,1964, №7, p.155.
13. Камкин С. В. Эксплуатация судовых дизелей: [учебник для вузов] / Камкин С. В. Возницкий И. В., Шмелев В. П. – М. : Транспорт, 1990. – 344 с.
14. Никитин Е.А. Диагностирование дизелей / Е. А. Никитин, Л. В. Станиславский, Э. А. Улановский и др. – М. : Машиностроение, 1987. – 224 с.
15. *Varbanets R.* Analyse of marine diesel engine performance / R. Varbanets, A. Karianskiy // Journal of Polish CIMAC. Energetic Aspects. Gdansk: Faculty of Ocean Engineering and Ship Technology Gdansk University of Technology. 2012. Vol. 7. No. 1. P. 269–275.

УДК 629.7:004.925.8

С.Г. ВІРЧЕНКО
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
С.Л. ШАМБІНА
Російський університет дружби народів

ДИНАМІЧНЕ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНЕ ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛОНЖЕРОНА КРИЛА ЛІТАКА

Розглянуто деякі аспекти побудови комп'ютерних динамічних геометричних моделей складанних одиниць машинобудування на прикладі лонжерона крила літака з використанням методології структурно-параметричного формоутворення. Запропоновано комплексний інтегрований підхід відображення технологічного процесу, що включає як суто складальні операції (*установлення деталей*), *так і супутнє їх механічне обробляння, зокрема, різанням* (*свердління та зенкування отворів*) *і тиском* (*клепання*). *Подана методика сприяє підвищенню якості продукції машинобудування за рахунок більш досконалого її автоматизованого проектування.*

Ключові слова: динамічне формоутворення, лонжерон крила літака, структурно-параметричне геометричне моделювання.

С.Г. ВИРЧЕНКО
Национальный технический университет Украины
"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"
С.Л. ШАМБИНА
Российский университет дружбы народов

ДИНАМИЧЕСКОЕ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛОНЖЕРОНА КРЫЛА САМОЛЕТА

Рассмотрены некоторые аспекты построения компьютерных динамических геометрических моделей сборочных единиц машиностроения на примере лонжерона крыла самолета с использованием методологии структурно-параметрического формообразования. Предложен комплексный интегрированный подход отображения технологического процесса, включающий как чисто сборочные операции (*установки деталей*), *так и сопутствующую им механическую обработку, в частности, резанием* (*сверление, зенковка отверстий*) *и давлением* (*клепка*). *Изложенная методика способствует повышению качества продукции машиностроения за счет более совершенного ее автоматизированного проектирования.*

Ключевые слова: динамическое формообразование, лонжерон крыла самолета, структурно-параметрическое геометрическое моделирование.

S.G. VIRCHENKO
National Technical University of Ukraine"
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»
S.L. SHAMBINA
Peoples' Friendship University of Russia

DYNAMIC STRUCTURAL-PARAMETRIC GEOMETRICAL MODELING OF AN AIRPLANE WING SPAR

Some aspects constructing of computer dynamic geometric models of mechanical units are considered on the example of an airplane wing spar using the methodology of structural-parametric shaping. The complex integrated approach is proposed for the technological process, including assembly operations (*installation of parts*) *and the accompanying mechanical processing, in particular, cutting* (*drilling, countersinking of holes*) *and pressing* (*riveting*). *The presented technique promotes the improvement of the quality of mechanical engineering products due to its more advanced computer-aided design.*

Keywords: dynamic shaping, airplane wing spar, structural-parametric geometric modeling.

Постановка проблеми

Підвищення якості продукції машинобудування завжди залишається актуальною науковою проблемою. У наш час перспективними засобами для її успішного вирішення вважаються інформаційні технології, що дозволяють автоматизовано здійснювати складні розрахунки, розробляти необхідну документацію, створювати різноманітні комп'ютерні моделі опрацьовуваних об'єктів і процесів тощо. У

багатьох наведених випадках геометричні дані слугують основою для узгодження параметрів і характеристик проектованих виробів під час їх багатокритеріальної оптимізації. Тому подальше вдосконалення методів, способів, прийомів та алгоритмів автоматизованого формоутворення є важливою науково-прикладною задачею як у теоретичному, так і в практичному плані.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Комп'ютерному моделюванню продукції машинобудування завжди приділялась особлива увага науковою школою прикладної геометрії КПІ ім. Ігоря Сікорського. Один із таких напрямків становить структурно-параметричне формоутворення, основні положення якого викладено в публікації [1]. Про ефективне використання цієї методології в авіаційній галузі свідчать статті [2, 3], присвячені інтегрованому оптимальному проектуванню та виготовленню конструкції літака. Новим є підхід, який базується на запропонованому методі поліпараметризації [4], зручному для відтворення динамічних процесів виробництва продукції машинобудування. Належний випадок для токарних операцій подано у праці [5]. У публікаціях [6, 7] способи та прийоми методу поліпараметризації поширено відповідно на свердління й зенкування отворів та обробляння тиском шляхом осаджування прямих кругових циліндричних заготованок. У виданні [8] наведено загальні теоретичні основи побудови комп'ютерних динамічних геометричних моделей різноманітних технічних об'єктів, які проілюстровано на прикладі варіантного проектування поверхні крила літака.

Мета дослідження

Завдання даної статті полягає в подальшому розвитку комп'ютерного структурно-параметричного геометричного моделювання технічних об'єктів шляхом доповнення його способами та прийомами динамічного формоутворення на засадах методу поліпараметризації.

Викладення основного матеріалу дослідження

Перспективний напрямок удосконалення структурно-параметричних геометричних моделей, зокрема, варіантного конструювання лонжерона крила літака [2] полягає в їх інтеграції із засобами динамічних побудов.

Візьмемо за основу зазначену модель, яку адаптуємо для динамічного формування лонжерона центральної частини крила літака, що з'єднує ліву та праву його консолі.

Склад проектованого лонжерона ЛН подамо множиною

$$\text{ЛН} = (\text{ЛН}_i)_1^4, \tag{1}$$

де $\text{ЛН}_1=\{\text{СТ}\}$ – стінка; $\text{ЛН}_2=\{\text{ПС}_1, \text{ПС}_2\}$ – пояс верхній і нижній; $\text{ЛН}_3 = (\text{Ст}_j)_1^{N_{\text{ЛН}_3}}$ – стояки; $\text{ЛН}_4 = (\text{Зк}_j)_1^{N_{\text{ЛН}_4}}$ – заклепки.

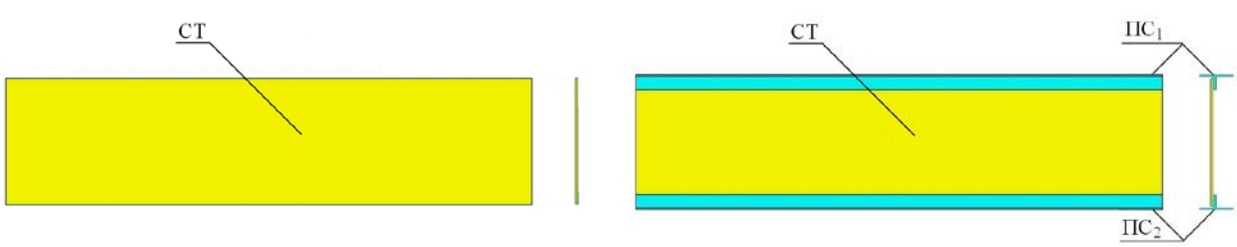
Нехай виготовлення вузла (1) визначає кортеж технологічних операцій

$$\text{Т} = (\text{Т}_i)_1^5, \tag{2}$$

де $\text{Т}_1=\{$Установити СТ, ПС_1, $\text{ПС}_2\}$; $\text{Т}_2=\{$Свердлити, зенкувати, клепати ПС_1, $\text{ПС}_2\}$; $\text{Т}_3=\{$Установити Ст_j, $j=1 \ldots N_{\text{ЛН}_3}\}$; $\text{Т}_4=\{$Свердлити, зенкувати, клепати Ст_j, $j=1 \ldots N_{\text{ЛН}_3}\}$; $\text{Т}_5=\{$Контроль складання ЛН$\}$.

Згідно з викладеним у роботі [8] загальним теоретичним підходом у даному прикладі застосовуваними фігурами (1) є тіла, а технологічні операції (2), з геометричної точки зору, зводяться до змінювання параметрів положення та форми цих об'єктів.

На рис. 1 (за допомогою виду спереду та зліва) показано результат виконання операції Т_1.



а *б*

Рис. 1. Установлення стінки та поясів лонжерона центральної частини крила літака:
***а* – стінка; *б* – верхній і нижній пояс**

Параметрами стінки СТ, як прямокутного паралелепіпеда, є її довжина, висота та товщина. Для таврових поясів ПС_1 і ПС_2 – це належні розміри поперечних перерізів та довжина. Сутність операції встановлення цих деталей полягає в їх переміщенні в необхідне положення з потрібним базуванням і закріпленням. Для здійснення базування тіл може використовуватися спряження їх граней, ребер та вершин, розташування на належних відстанях, під певним кутом і т. д. У даній статті, через обмежений її обсяг, питання конкретних способів закріплення деталей не розглядається.

Сутність операції T_2 ілюструє рис. 2, з якого бачимо, що пояси до стінки лонжерона кріпляться нерознімним з'єднанням, утворюваним шляхом свердління необхідних отворів (у деяких випадках їх зенкуванням) та подальшим клепанням.

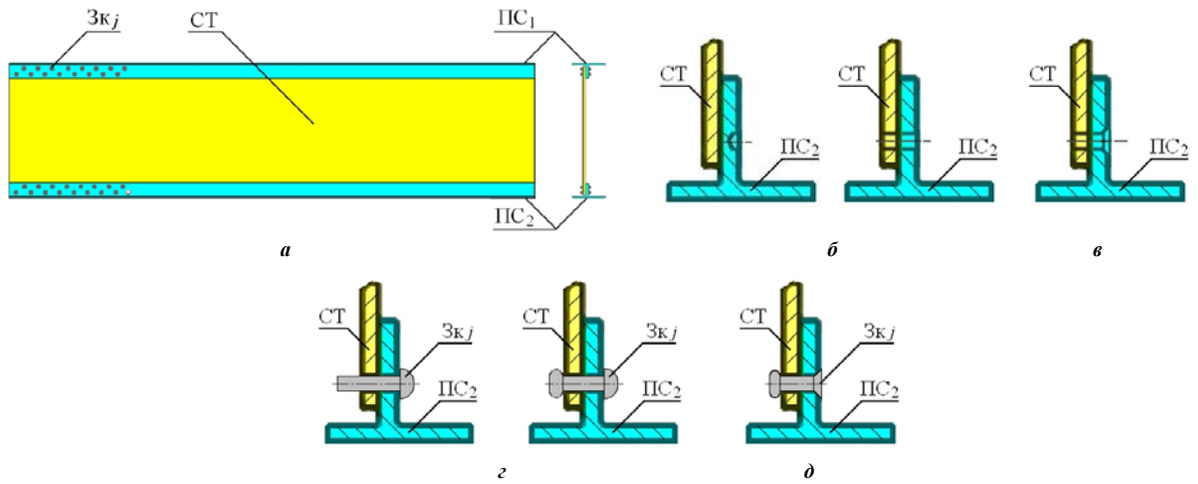


Рис. 2. Технологічна операція T_2 свердління, зенкування та клепання поясів $ПС_1$ і $ПС_2$:
***а* – загальний вид; *б* – початок і завершення свердління отвору; *в* – зенкування отвору;**
***г* – початок і завершення клепання; *д* – варіант заклепки з потайною закладною головкою**

Математичний апарат динамічного формоутворення різноманітних отворів на засадах структурно-параметричного геометричного моделювання з використанням методу поліпараметризації докладно подано в публікації [6]. Це стосується й рекомендованого автоматизованого порядку відображення зазначених операцій, а також застосовуваних допоміжних динамічних технологічних геометричних моделей.

Питання математичного відтворення процесів обробляння тиском шляхом осаджування прямих кругових циліндрів викладено у статті [7], що становить основу для комп'ютерного динамічного формоутворення замикаючих головок заклепок.

З виразу (2), який визначає послідовність виготовлення опрацьовуваного лонжерона крила літака, видно, що наступними діями є встановлення, свердління, зенкування і клепання стояків (рис. 3).

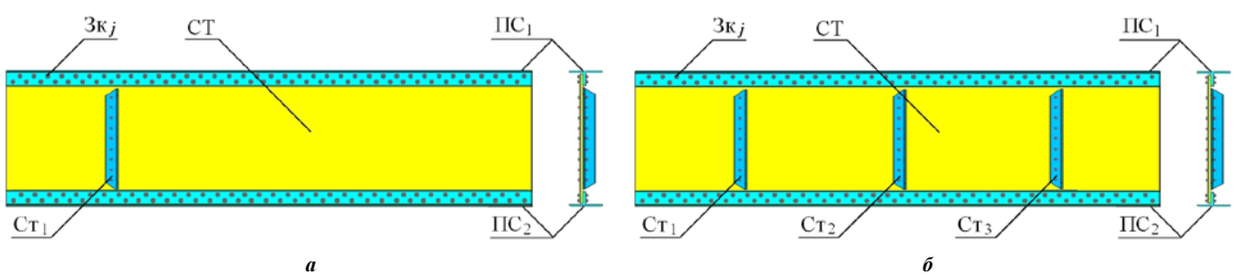


Рис. 3. Виконання технологічних операцій T_3 та T_4 встановлення, свердління, зенкування і клепання куткових стояків:
***а* – перший стояк $Ст_1$; *б* – остаточний вид лонжерона центральної частини крила**

Багато в чому додавання стояків до створюваного конструктивного вузла за своїми технологічними прийомами схоже на проаналізоване вище клепання поясів. Це стосується виконання отворів та безпосередньо нерознімних з'єднань.

Акцентуємо увагу далі на структурно-параметричному характері розглянутої моделі лонжерона крила літака. Кожному її елементу притаманні свої геометричні параметри форми, розмірів і положення. Наприклад, за поперечним перерізом стояки можуть бути кутковими (рис. 3) або тавровими (рис. 4), мати певні розміри та розташовуватися належним чином у розроблюваній складанній одиниці.

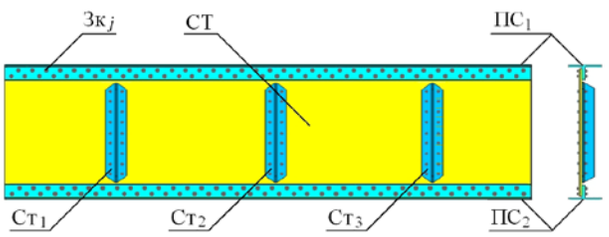


Рис. 4. Варіант лонжерона крила з тавровими стояками

Новими особливостями запропонованих динамічних структурно-параметричних геометричних моделей є присутність у них параметрів, що пов'язані з переміщенням елементів (траєкторії руху, швидкості, прискорення тощо) та їх деформуванням (швидкості різання, подачі інструмента і т. п.). Конкретні значення останніх суттєво залежать від використовуваних конструктивних матеріалів, наявного технологічного обладнання та інших факторів і є предметом вивчення відповідних спеціальних дисциплін, таких як обробляння різанням, тиском і т. д. За окреслених умов одне з головних завдань структурно-параметричного геометричного моделювання полягає в напрацюванні гнучких, продуктивних, зручних у практичному застосуванні засобів комп'ютерного динамічного формоутворення, що є предметом здійснюваного наукового дослідження.

Завершальна операція T_5 контролю виготовлення лонжерона може полягати в перевірці складу отриманого вузла згідно з множиною (1), правильності додержання потрібних значень параметрів форми, розмірів та положення зазначених елементів, обчисленні певних масово-інерційних та інших характеристик тощо.

З метою успішного проведення комплексної структурно-параметричної оптимізації проаналізованого лонжерона в аспектах багатьох дисциплін, таких як міцність, конструкція, технологія виробництва, експлуатація, економіка і т. д., необхідно широко застосовувати графові моделі наведені, зокрема, у працях [1, 2] та ін.

Висновки

У даній статті на прикладі лонжерона центральної частини крила літака викладено методику інтегрованого динамічного варіантного формоутворення вузлів машинобудівних конструкцій, що включає як суто складальні операції встановлення деталей, так і супутнє їх механічне обробляння різанням та тиском. Наведений підхід відповідає сучасним вимогам до комп'ютерних засобів із боку проектувальників технічної продукції з метою підвищення її якості та є одним із перспективних напрямків удосконалення методології структурно-параметричного геометричного моделювання, запропонованої науковою школою прикладної геометрії Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського". Окреслені в цій публікації задачі можуть бути поширені й на інші галузі народного господарства, зокрема, будівництво, енергетику, хімічну, нафтопереробну, металургійну промисловість тощо та потребують свого подальшого поглибленого опрацювання і впровадження безпосередньо у практику.

Список використаної літератури

1. Ванін В.В. Визначення та основні положення структурно-параметричного геометричного моделювання / В.В. Ванін, Г.А. Вірченко // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2009. – Вип. 23. – С. 42-48.
2. Ванін В.В. Структурно-параметричні геометричні моделі як інваріантна складова комп'ютерних інформаційних технологій підтримки життєвого циклу виробів машинобудування / В.В. Ванін, Г.А. Вірченко, В.В. Ванін // Праці Тавр. держ. агротех. академії – Мелітополь: ТДАТА, 2007. – Вип. 4, Т. 36. – С. 16-21.
3. Ванін В.В. Структурно-параметричні геометричні моделі як засіб інтеграції автоматизованого проектування сучасного літака / В.В. Ванін, Г.А. Вірченко // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2014. – Вип. 3(50). – С. 571-574.
4. Ванін В.В. Варіантне моделювання геометричних об'єктів методом поліпараметризації / В.В. Ванін, Г.І. Вірченко, С.Г. Вірченко // Проблеми інформаційних технологій. – Херсон: ХНТУ, 2014. – №2(16). – С. 76-79.
5. Ванін В.В. Деякі перспективи подальшого розвитку параметричного опису геометричних фігур / В.В. Ванін, Г.І. Вірченко, С.Г. Вірченко // Сучасні проблеми моделювання. – Мелітополь: МДПУ, 2016. – Вип. 5. – С. 9-13.
6. Вірченко С.Г. До питання автоматизованого динамічного формоутворення об'єктів машинобудування / С.Г. Вірченко // Вісник Сумського національного аграрного університету. Серія "Механізація та автоматизація виробничих процесів". – Суми: СНАУ, 2016. – Вип. 10/3 (31). – С. 31-35.
7. Вірченко С.Г. До питання динамічного комп'ютерного геометричного моделювання технологічних процесів обробки тиском / С.Г. Вірченко // Геометричне моделювання та інформаційні технології. – Миколаїв: МНУ, 2017. – №1 (3). – С. 39-41.
8. Ванін В.В. Деякі питання комп'ютерного динамічного геометричного моделювання технічних об'єктів на прикладі літака / В.В. Ванін, С.Г. Вірченко // Механіка гіроскопічних систем. – Київ: НТУУ "КПІ", 2016. – Вип.32. – С. 120-129.

УДК 631.67:519.8

С.А.ВОЦЕЛКА
Херсонский государственный аграрный университет
С.А.РОЖКОВ
Херсонская государственная морская академия

НОВЫЙ МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ ИРРИГАЦИОННОГО КАНАЛА

Предложен новый метод идентификации параметров для ирригационного канала – коэффициента шероховатости, путевых потерь и значений неизмеряемых координат. Модель канала представлена в виде полной системы дифференциальных уравнений Сен–Венана. Анализ модели позволил свести решение многокритериальной оптимизационной задачи к одному критерию. Проверка метода выполнена на имитационных данных, соответствующих реальным значениям объекта идентификации.

Ключевые слова: ирригационный канал, уравнения Сен–Венана, идентификация, коэффициент шероховатости, многокритериальная задача

С.О.ВОЦЕЛКА
Херсонський державний аграрний університет
С.О.РОЖКОВ
Херсонська державна морська академія

НОВИЙ МЕТОД ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІРИГАЦІЙНОГО КАНАЛУ

Запропоновано новий метод ідентифікації параметрів для іригаційного каналу – коефіцієнта шорсткості, шляхових втрат і значень невимірювальних координат. Модель каналу представлена у вигляді повної системи рівнянь Сен–Венана. Аналіз моделі дозволив звести рішення багатокритеріальної оптимізаційної задачі до одного критерію. Перевірку методу виконано на імітаційних даних, що відповідають реальним значенням об'єкта ідентифікації.

Ключові слова: іригаційний канал, рівняння Сен–Венана, ідентифікація, коефіцієнт шорсткості, багатокритеріальна задача

S.A. VOCELKA
Kherson State Agricultural University
S.A ROZHKOV
Kherson State Maritime Academy

NEW METHOD OF IRRIGATION CHANNEL IDENTIFICATION

A new method of identification of parameters for the irrigation channel – roughness coefficient, path losses and values of non–measurable coordinates is proposed. The channel model is represented as a complete system of Saint–Venant equations. The analysis of the model made it possible to reduce the solution of the multicriteria optimization problem to one criterion. The method check is performed on simulation data corresponding to the real values of the identification object.

Keywords: irrigation canal, Saint–Venant equation, identification, roughness coefficient, multicriteria problem

Постановка проблемы

Совершенствование современных систем управления процессами перераспределения водных ресурсов, повышения их эффективности возможно за счет определения оптимальных режимов работы гидроэнергетических систем и гидротехнических сооружений. Для реализации такой системы управления необходимо получить математическую модель открытого канала.

Анализ публикаций по теме исследования

Стохастические модели при моделировании процессов управления нелинейными объектами, к которым относятся оросительные системы, из-за их малой информативности применяются достаточно редко.

Наиболее универсальными для описания процессов движения жидкости являются гидродинамические модели. Существенным преимуществом в таких моделях являются хорошо апробированные исходные положения и точная математическая формулировка задач, при этом гидродинамические модели позволяют получать характеристики процессов движения воды с требуемой детализацией и приемлемой погрешностью, а так же интерполировать и экстраполировать характеристики в широких пределах [4, 10, 14, 16].

В мелиоративной практике все большее применение находит модель течения воды в открытых руслах, которая основана на одномерных уравнениях Сен-Венана [10]. Исходными данными для уравнений Сен-Венана являются морфометрические и гидравлические характеристики русла. Морфометрические характеристики мелиоративного канала известны из проектной и строительной документации и, хотя они подвержены изменениям в процессе эксплуатации по причинам размыва, заиления и просадки грунта основания, но они могут быть уточнены методами инструментальной съемки.

Современные подходы к вопросам проектирования, эксплуатации и реконструкции оросительных систем с использованием систем управления водораспределением и систем водоучёта, как единого технологического комплекса, предполагают применение стандартизированных средств измерения расходов и объёмов воды в рамках соответствующих программных комплексов. В таких комплексах систем управления, как правило, были реализованы методы и методики расчетов для установившегося движения воды и уравнения Сен-Венана [10]. В программном комплексе HEC-RAS (http://www.hec.usace.army.mil/software/hec-ras/) начиная только с 4-й версии реализован динамический режим расчета водного потока. И только последних пару лет, как его стали применять для исследований систем водораспределения в гидромелиоративной практике [12]. К гидравлической характеристике русла канала относится коэффициент шероховатости n, характеризующий диссипацию энергии потока по длине, значение которого зависит от неровности ложа русла, его заиления и размыва, наличия растительности и т.п. Однако предлагаемые для его определения эмпирические формулы не всегда дают желаемую точность при расчетах, поскольку не все факторы, влияющие на него, изучены в достаточной степени. Кроме того, следует учитывать тот факт, что все расчетные соотношения были получены для условий установившегося потока воды [16].

Не менее важным исходным начальным параметром для решения системы Сен-Венана является боковой отбор, характеризующий процессы фильтрации, испарения и др. потери воды, распределенные по длине канала. Большинство ирригационных каналов Украины являются каналами сезонного действия, и в общем случае путевой отбор q является переменной величиной, которая требует периодического уточнения. Учитывая тот факт, что при моделировании реальных объектов к распределенному отбору кроме потерь относят и ряд мелких водопотребителей, информация о работе которых зачастую поступает со значительным запаздыванием, становится очевидным важность решения задачи оперативного уточнения (идентификации) этого параметра Таким образом, необходимо решать задачу одновременной идентификации этих двух параметров, которые не подлежат непосредственным измерениям – коэффициента шероховатости и путевого отбора.

Известны различные постановки задач по идентификации коэффициента шероховатости и путевого отбора по данным натурных измерений уровня свободной поверхности или глубины и расхода неустановившегося потока [2, 3, 11, 12, 13, 17], а также совместное решение этих двух задач [8, 15], которые предполагают, явно или неявно, априорное знание начального состояния потока по всей длина канала. Как правило, в реальных задачах сведения о начальном (текущем) состоянии водного потока по всей длине ирригационного канала отсутствуют. Для прогнозных расчетов управления каналом по полной системе уравнений Сен-Венана наличие сведений об этих состояниях равнозначно знанию коэффициента шероховатости и путевого отбора. Поэтому использование известных методов идентификации параметров и координат в системах управления реального времени становится достаточно проблематичным.

Формулирование цели исследования

Разработать новый метод совместной идентификации параметров распределенного бокового отбора и коэффициента шероховатости, начальных и текущих значений неизмеряемых координат, пригодный для работы системы управления ирригационным каналом в режиме реального времени.

Изложение основного материала исследования

Нестационарное течение воды описывается одномерной нелинейной гиперболической системой уравнений Сен-Венана [16, 19]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Q}{\partial x}+\dfrac{\partial S}{\partial t}=q \\ \dfrac{\partial Q}{\partial t}+\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{Q^2}{S}\right)+gS\cdot\dfrac{\partial h}{\partial x}+gS\cdot(I_f-I_0)=0 \end{cases}, \qquad (1)$$

где Q – расход воды, S – площадь живого сечения; h – глубина потока в сечении; I_0 – уклон дна канала; I_f – уклон трения; q – путевой отбор.

Для решения системы (1) по маршевой координате (время t в прямом направлении) необходимо знать начальные и граничные условия. В общем случае, граничные условия известны – это данные телеметрии, а начальные условия (распределенные по длине значения расходов и глубин потока), как и коэффициент шероховатости и путевой отбор, необходимо найти.

Поставленная задача решается заменой маршевой (эволюционной) координаты – времени t, при этом решение уравнения находят в частных производных в незамкнутой области при заданных граничных и начальных условиях. Выбрав в качестве маршевой координаты пространственную переменную x и выделив частные производные глубины потока h и расхода Q по координате x, получим:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Q}{\partial x} = -B \cdot \dfrac{\partial h}{\partial t} + q \\ \dfrac{\partial h}{\partial x} = \dfrac{gS \cdot (I_0 - I_f) - \dfrac{\partial Q}{\partial t} + 2v \cdot B \cdot \dfrac{\partial h}{\partial t}}{(gS - Bv^2)} \end{cases} . \qquad (2)$$

На рис. 1. изображен бьеф канала, который ограничен самотечными подпорно-регулирующими сооружениями с затворами, подающими и отводящими поток.

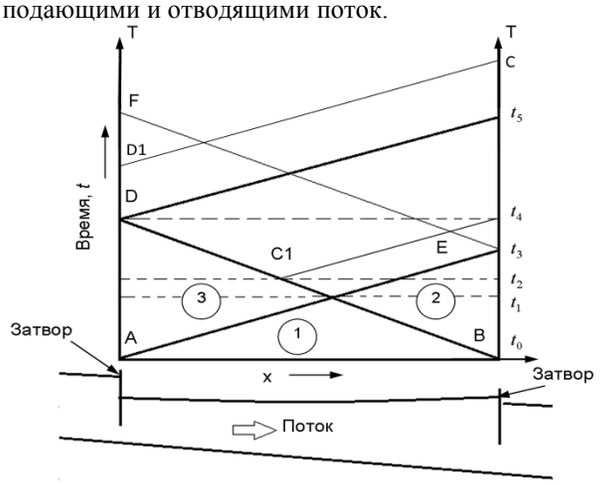


Рис. 1. Схема вычислительных областей модели открытого канала

Сверху, над бьефом канала (рис. 1), изображена пространственно-временная плоскость $x-t$, на которой нанесены линии характеристик системы дифференциальных уравнений (1) для докритического состояния потока. Характеристики являются графиками движения волны, которые перемещаются вверх по течению $[BD,\ t_3F]$, или вниз $[AE,\ Dt_5,\ C1t_4, D1C]$.

Используя определения «зона влияния», «область зависимости» [1, 14] и «характеристический треугольник» [6], выполним решение задачи идентификации при замене маршевой координаты t в два этапа. В качестве начальных условий выбираем ось времени в конце бьефа, где известны значения расходов и глубин потока по данным телеметрии.

Минимальный интервал времени, необходимый для нахождения начального состояния в конце бьефа, должен быть не менее времени прохождения по бьефу прямой и обратной волны $[t_0, t_5]$. На рис.1 область $[t_0, D, t_5]$ – «характеристический треугольник» с основанием $[t_0, t_5]$. С учетом пространственной нелинейности и непрямолинейности характеристик «характеристический треугольник» целесообразно расширить до «характеристической трапеции» с основанием BC и сторонами BD и $CD1$. Далее, задавшись в первом приближении допустимым значением коэффициента шероховатости и путевого отбора, любым численным методом решаем систему уравнений (2) с начальными условиями на интервале $[B, C]$, и по обратной пространственной координате $[B, A]$.

Учитывая, что граничные условия соответствуют истинным значениям только в точках начальных условий B и C, результаты расчета в области $[ADB]$ и выше характеристики $[D1, C]$ не представляют интереса. В результате решения получим расчетные (восстановленные) значения глубин и расходов в области $[D, D1, C, B]$. Расчетные значения глубин и расходов на интервале $[D, D1]$ являются исходными данными для вычисления значений двух функционалов качества оптимизационной задачи – нахождения коэффициента шероховатости и путевого отбора. Первый функционал качества (3) представляет собой значение суммы квадратов отклонений расчетных значений глубин на интервале $[D, D1]$ от данных измерений (эталона), второй функционал качества (4) – тоже, но только для расхода

$$J(h)|_{n,q} = \int_{tD}^{tD1} (h_m - h_i)^2 \, dt \,, \tag{3}$$

$$J(Q)|_{n,q} = \int_{tD}^{tD1} (Q_m - Q_i)^2 \, dt \,. \tag{4}$$

Таким образом, получаем многокритериальную задачу условной минимизации. Диапазон поиска решений ограничиваем соображениями физической реализуемости решений.

Особенностью данной задачи является то обстоятельство, что оба функционала вычисляются на одном и том же множестве переменных (n, q). Поверхности, построенные по данным значений функционалов гладкие и имеют пологий (горизонтальный) тальвег – множество Парето [9]. Так как проекции тальвегов на плоскость, образованную множеством входных переменных, ортогональны, то их пересечение и будет решением общей задачи идентификации значений коэффициента шероховатости и путевого отбора.

Эти особенности позволяют решить задачу идентификации параметров, сведя решение многокритериальной задачи к однокритериальной. Интегральный критерий (5) находим в виде суммы частных критериев с масштабными коэффициентами, значение которых подбирается в каждом конкретном случае в зависимости от морфометрических и других особенностей моделируемого канала.

$$J(hQ)|_{n,q} = J(Q)|_{n,q} + K \cdot J(h)|_{n,q} \,. \tag{5}$$

Дальнейшее решение сводится к решению задачи однокритериальной векторной оптимизации градиентным методом на интервале $[D, D1]$ по критерию (5) [7]. Еще одной особенностью данной задачи идентификации является то, что в процессе идентификации параметров нигде не используются значения неизменяемых координат канала. Данные последней итерационной процедуры минимизации функционала (5), соответствующие моменту времени $[D, t_4]$, являются «условным начальным состоянием», от которого можно перейти к нахождению текущего состояния с соответствующими измеренными граничными условиями от $[t_4]$ и $[D]$ до текущего момента в прямом времени по уравнению (1) любым численным методом [13, 14, 16]. Если длина интервала ретроспективных данных измерений $[t_0, C]$ для участка AB превысит значение времени добегания прямой и обратной волны, то задача может быть решена полностью.

В задаче нахождения «условного» начального состояния использование частичных решений (области 2 и 3), с их последующим совмещением в интервале $[t_1, t_2]$, вероятно нецелесообразно, так как необходимо будет выполнить расчет по пространственной маршевой координате в прямом направлении (область 3). Варианты дальнейшего уточнения «начального состояния» в области 1 авторами не рассматривались, т. к. в общей задаче управления ирригационным каналом отсутствует прикладное значение использования этих данных.

Предложенный алгоритм был проверен путем постановки численного эксперимента на модельном канале с морфометрическими и гидравлическими характеристиками, подобными первому бьефу Головного Каховского магистрального канала [4, 5, 10]. В качестве возмущений выбирались синусоидально-изменяющаяся и ступенчато-изменяющаяся нагрузки в пределах 0,29…300 м^3/с. Параметрическая идентификация выполнялась в диапазонах изменения коэффициента шероховатости $0{,}015 < n < 0{,}03$ и коэффициента полезного действия 0,50 <КПД<1,0, что соответствовало диапазону изменений путевого отбора $0{,}039 > q > 0$ (м^2/с).

Эталонные значения коэффициентов шероховатости и путевого отбора определялись менее чем за 7 с независимо от точки старта оптимизационной процедуры, при этом размерность задачи расчета одного значения целевого функционала $J(hQ)|_{n,q}$ составила 10 часов модельного времени на 38 км длины бьефа канала, аппроксимированных сеткой 600х380 (шаг по времени – 1 мин., шаг по длине канала – 100 м). Это потребовало решения системы из 1200 нелинейных дифференциальных уравнений в 380 точках по маршевой координате. Полученные результаты моделирования подтвердили работоспособность предложенного метода. Относительные ошибки по расходу и уровню (глубине) потока воды в канале во всех точках поверхностей, образованных гидрографами и лимнограммами, рассчитанными по всем створам на протяжении 10 часов модельного времени в ортогональных направлениях, составили не более 0,1%. Расчеты (численное интегрирование) выполнялись в системе Matlab стандартной процедурой ode45, процессор Intel Pentium G3220, 3 GHz [7].

На рис.2 и рис.3 показаны 3D-поверхности, а на рис.4 и рис.5 – линии уровня функционалов качества $J(Q)$ отклонений расходов и $J(h)$ отклонений глубин. На рис.6 и рис.7 изображены поверхности расходов во времени – $Q(x,t)$ и глубин во времени – $h(x,t)$ численных экспериментов.

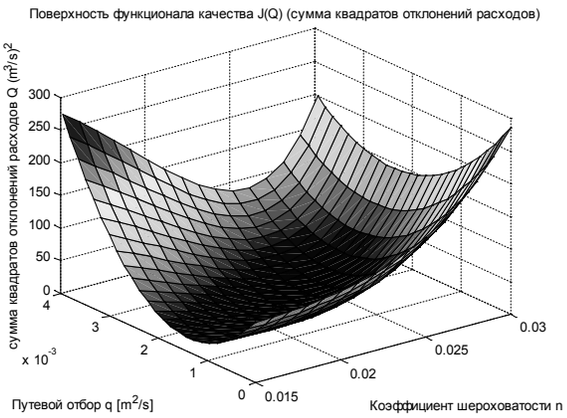


Рис. 2. Поверхность функционала качества $J(Q)$ (сумма квадратов отклонений расходов)

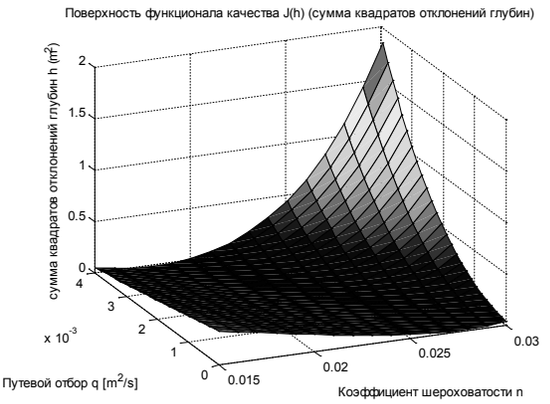


Рис. 3. Поверхность функционала качества $J(h)$ (сумма квадратов отклонений глубин)

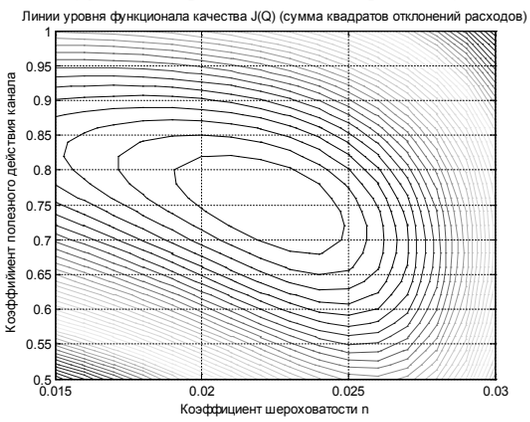


Рис. 4. Линии уровня функционала качества $J(Q)$ (сумма квадратов отклонений расходов)

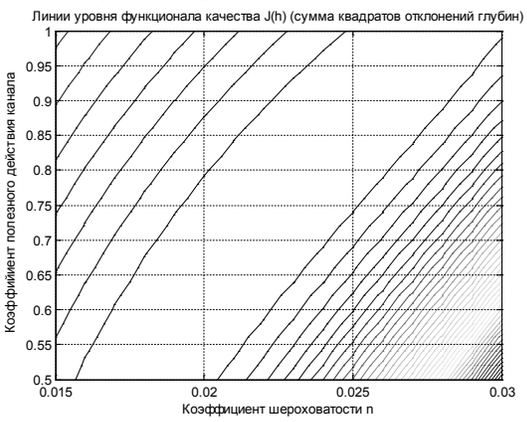


Рис. 5. Линии уровня функционала качества $J(h)$ (сумма квадратов отклонений глубин)

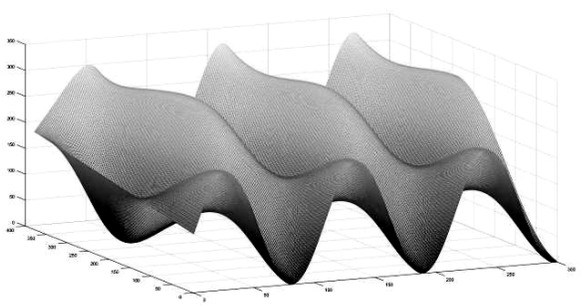


Рис. 6. Поверхность расходов во времени $Q(x,t)$

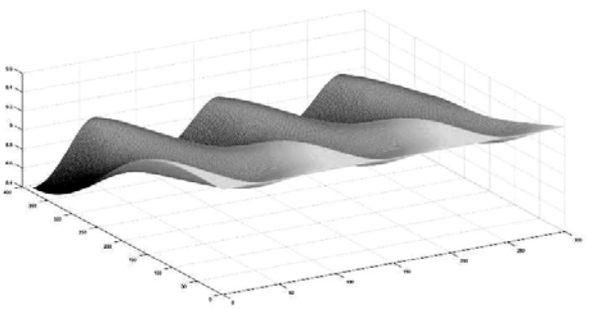


Рис. 7. Поверхность глубин во времени $h(x,t)$

Учитывая тот факт, что частота управлений (корректировок) на реальных оросительных системах обычно превышает один час, а скорость изменения коэффициента шероховатости зависит в основном от скорости зарастания канала и требует корректировки не чаще, чем один раз в сутки, то такие ресурсные затраты на решение идентификационной задачи, по мнению авторов, вполне приемлемы.

Выводы

Предложенный новый метод идентификации параметров ирригационного канала с использованием решения обратной задачи динамики по пространственной координате впервые позволил выполнить оценку коэффициента шероховатости канала, путевого отбора и неизмеряемых координат в рамках единой задачи.

В качестве модели движения потока воды в ирригационном канале использована полная нелинейная система дифференциальных уравнений гиперболического типа Сен-Венана.

Анализ модели позволил свести решение многокритериальной оптимизационной задачи к одному интегральному критерию качества. Проверка метода выполнена на имитационных данных, которые соответствуют реальным значениям объектов идентификации.

Реализация метода предполагает полную водомерность граничных створов канала и наличие ретроспективных данных по этим створам, соответствующих реальным значениям объекта идентификации.

Все вышеперечисленные решения могут быть реализованы в реальном масштабе времени в системе поддержки и принятия решений (СППР) оперативного управления водораспределения на ирригационных каналах.

Список использованной литературы

1. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2–х т. Т. 1: Пер. с англ. / Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер. – М.: Мир, 1990. – 384 с.
2. Атанов Г. А. О задаче идентификации параметров открытых русел / Г. А. Атанов, С. Т. Воронин, В. К. Толстых // Водные ресурсы. – 1986. – № 4. – С. 69–78.
3. Воеводин А.Ф., Никифоровская В.С. Численный метод идентификации гидравлических параметров // В сб.: Методы механики сплошной среды. – Якутск: Изд. Якут. Фил. СО АН СССР. 1977. С. 30–40. Воеводин А. Ф., Никифоровская В.С. Численный метод решения некоторых обратных задач гидравлики//Водные ресурсы. 1981. № 3. С. 114–118.
4. Воцелка С.А. Моделирование упреждающего управления ирригационными каналами / С.А. Воцелка, С.А. Рожков // Вестник Херсонского национального технического университета. – №3(54). – 2015. – С. 93 – 97.
5. Воцелка С.А. Метод восстановления неизмеряемых координат ирригационного канала / С.А. Воцелка, С.А. Рожков // Вісник Херсонського національного технічного університету. – №03(58). – 2016. – С. 331–336.
6. Годунов С. К. Уравнения математической физики. –Изд. 2-е, исправл. и дополн. – М.:Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 392 с.
7. Дьяконов В.П. Simulink: Самоучитель. –М.: ДМК Пресс, 2015. – 782 с.
8. Евсеева Е. Г. Идентификация гидрологических параметров открытых русел: автореферат дис. кандидата физико-математических наук : 01.02.05.– Киев, 1992.– 19 с.
9. Згуровський М. З. Основи системного аналізу / М.З. Згуровський, Н.Д. Панкратова. – К.: Видавнича група ВНУ. 2007. – 544 с.
10. Коваленко П. І. Управління водорозподільними системами за принципами ресурсо- та енергозаощадження/ П.І. Коваленко, В.М. Попов. – К.: Аграрна наука, 2011. – 368 с.
11. Попов В.М Ідентифікація параметрів математичних моделей / В. М. Попов, Б. В. Хом'як // Водне господарство України. – 2008. – № 2. – С 21–26.
12. Романов А. В. Решение обратных задач русловой гидравлики с использованием нелинейных математических моделей / А. В. Романов , П. В. Скрибцов, М. А. Червоненкис // Труды ГУ ГМЦ РФ. – Вып.349. – 2013. – С. 142 – 160
13. Романов А. В. Обратные задачи математического моделирования неустановившегося движения воды в реках. – М.: Научный мир. 2008. – 184 с.
14. Фокс Д. А. Гидравлический анализ неустановившегося течения в трубопроводах: Пер. с англ. – М.: Энергоиздат, 1981.– 248 с.
15. Becker L., Yeh W. W.- G. (1972). Identification of parameters in unsteady open channel flows.– Water Res. Res., v. 8, No4, pp. 956 – 965.
16. Cunge, J. A. (1980). Practical aspects of computational river hydraulics / J.A. Cunge, F.M. Holly, Jr., A. Verwey. Boston; London ; Melbourne: Pitman. – 420 p.
17. Rivas Perez R., Feliu Batlle V., Castillo Garcia F., Linarez Saez A. (2008). System identification for control of a main irrigation canal pool // Proceedings of the 17th World Congress, The International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, July 6-11. pp.9649 – 9654. Режим доступа:DOI: 10.3182/20080706-5-KR-1001.1459
18. Szymkiewicz R. (1993). Solution of the inverse problem for the Saint Venant equations//Journal of Hydrology, 147. pp.105 – 120.
19. Wylie, E. B. (1969). Control of transient free–surface flow //Journal of Hydraulics, ASCE. pp.347 – 361.

УДК 621.384.6

А.Н. ДОВБНЯ, А.С. МАЗМАНИШВИЛИ, Н.Г. РЕШЕТНЯК
Национальный Научный Центр "Харьковский физико-технический институт", Харьков, Украина

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА ИЗ ОСЕВОГО В РАДИАЛЬНОЕ В СОЛЕНОИДАЛЬНОМ ПОЛЕ ВТОРИЧНОЭМИССИОННОЙ ПУШКИ

Представлены результаты численных расчетов по генерации электронного пучка магнетронной пушкой с вторичноэмиссионным катодом. Изучено формирование пучка в радиальном и осевом направлениях при транспортировке в магнитном поле соленоида при энергии 55 кэВ. Транспортировка пучка осуществлялась в системе, состоящей из медных колец. Изучена зависимость итогового вертикального распределения на внутренней стенке цилиндрической мишени и цилиндре Фарадея от распределения магнитного поля вдоль оси системы. Полученные результаты численного моделирования согласуются с данными эксперимента.

Ключевые слова: электронный пучок, магнетронная пушка, численное моделирование.

A.N. DOVBNYA, A.S. MAZMANISHVILI, N.G. RESHETNYAK
National Science Center "Kharkov Institute of Physics & Technology", Kharkov, Ukraine

TRANSFORMATION OF THE MOTION OF AN ELECTRON BEAM FROM AN AXIAL TO A RADIAL IN THE SOLENOID FIELD OF THE SECONDARY-EMISSION MAGNETRON GUN

The results of numerical calculations for magnetron guns with secondary-emission cathode electron beam generation. Studied the formation of the beam in the radial and axial direction during transportation in a magnetic field of the solenoid at energy of 55 keV. Beam transport was carried out in a system consisting of copper rings. The dependence of the final vertical distribution on the inner wall of the cylindrical target and Faraday cup on the distribution of the magnetic field along the axis of the system. These simulation results are consistent with experimental data.

Keywords: electron beam, magnetron gun, numerical simulation.

А.М. ДОВБНЯ, О.С. МАЗМАНІШВІЛІ, М.Г. РЕШЕТНЯК
Національний Науковий Центр "Харківський фізико-технічний інститут", Харків, Україна

ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ ЕЛЕКТРОННОГО ПУЧКА З ОСЬОВОГО В РАДІАЛЬНИЙ В СОЛЕНОЇДАЛЬНОМУ ПОЛІ ВТОРИННОЕМІСІЙНОЇ МАГНЕТРОННОЇ ГАРМАТИ

Представлено результати чисельних розрахунків по генерації електронного пучка магнетронною гарматою з вторинноемісійним катодом. Вивчено формування пучка в радіальному і осьовому напрямках при транспортуванні в магнітному полі соленоїда при енергії 55 кеВ. Транспортування пучка виконувалось в системі, що складається з мідних кілець. Вивчена залежність результуючого вертикального розподілу на внутрішній стінці циліндричної мішені та циліндрі Фарадея від розподілу магнітного поля вздовж осі системи. Отримані результати чисельного моделювання узгоджуються з даними експерименту.

Ключові слова: електронний пучок, магнетронна гармата, чисельне моделювання.

Постановка проблемы

Интерес к физике процессов со скрещенными электрическим и магнитным полями обусловлен их широким применением в вакуумной электронике больших мощностей, ускорительной технике и т.д. Представляет интерес использование в этих областях в качестве источников электронов магнетронных пушек с холодными вторичноэмиссионными катодами [1, 2]. Принцип работы таких пушек основан на вторичноэмиссионном размножении электронов, образовании электронного облака и формировании электронного пучка в скрещенных электрическом и магнитном полях [3].

В ННЦ ХФТИ был создан ускоритель электронов на основе магнетронной пушки с холодным металлическим вторичноэмиссионным катодом [4]. Проведен цикл исследований по формированию радиального электронного пучка и измерению его параметров при транспортировке частиц в магнитном поле соленоида. В данной работе представлены результаты исследований по формированию радиального электронного пучка магнетронной пушкой с вторичноэмиссионным катодом при его транспортировке в спадающем магнитном поле соленоида.

Для получения электронного пучка использовались магнетронная пушка с диаметром анода 78 мм и диаметром катода 36 мм. Основное магнитное поле для генерации и транспортировки электронного пучка создается соленоидом, состоящим из 4-х секций. Регулируя ток в катушках, можно было изменять амплитуду и продольное распределение магнитного поля вдоль оси пушки и канала транспортировки пучка, что позволяло получать различные режимы формирования электронного пучка. Для локального изменения скорости спада результирующего магнитного поля использовалось рассеянное поле, которое создавалось с помощью постоянного магнита, размещенного на оси системы посередине 6-го кольца. Путем вариации токов в обмотках секций соленоида формировалось основное магнитное поле. Проведенное измерение суммарного магнитного поля соленоида и рассеянного поля кольцевого магнита от длины z показало, что оно резко неоднородно.

Измерительная система для исследования распределения тока в радиальном направлении состоит их 14-ти медных колец с внутренним диаметром 66 мм и шириной 8 мм, которые изолированы друг относительно друга и земли. Расстояние между кольцами ~1,5 мм. Перед постоянным магнитом расположен цилиндр Фарадея (FC), который служит для измерения тока в осевом направлении. Обработка результатов измерения параметров импульса напряжения, токов в радиальном и осевом направлениях проводилась с помощью регистрирующей системы.

Численно проведено изучение динамики движения электронов для количества частиц, равного 500, в суммарном магнитном поле. В работе в качестве результата расчета использовалась итоговая гистограмма распределения частиц по вертикали $z=z_U$, определяемая по выполнении заданного условия – достижение радиальной компонентой r траектории частиц заданного значения r_U=33 мм. В свою очередь, сформированную гистограмму необходимо сравнить с распределением токов на измерительных ламелях.

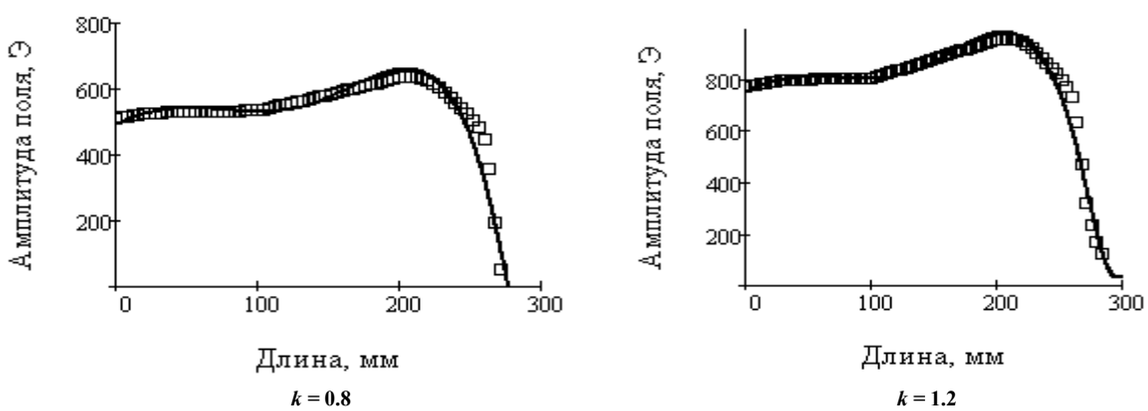
Изложение основного материала исследования

Экспериментальные данные и результаты численного моделирования. Проведены исследования по формированию электронного пучка в радиальном направлении при транспортировке его в суммарном магнитном поле, создаваемого соленоидом и магнитом. При выполнении моделирующих расчетов коэффициент вариации k магнитного поля соленоида изменялся в диапазоне от 0.6 до 1.2.

На рис. 1 приведены массивы опытных данных (для двух значений коэффициента вариации k) по распределению амплитуды магнитного поля вдоль оси магнетронной пушки (квадратики) и результат его аппроксимации.

Были проведены экспериментальные исследования по формированию электронного пучка в радиальном направлении в спадающем магнитном поле соленоида и постоянного магнита. В исследованиях в диапазоне энергий электронов 35…55 кэВ получено, что ток пучка в радиальном и осевом направлениях зависит от амплитуды и распределения магнитного поля вдоль оси системы.

В качестве начальных условий для электронного пучка принималось: начальный радиус r_0=20 мм (средний радиус кольца эмиссии); z_0=13 мм (место эмиссии по вертикали); координата z_0' определялась энергией частиц (в полученных зависимостях энергия E частиц равнялась 55 кэВ). При этом начальное распределение по азимуту θ_0 задавалось равномерным на (0, π), а разброс отклонения частиц по радиусу от r_0 подчинялся нормальному закону со среднеквадратическим отклонением Δr_0 = 1 мм.



***k* = 0.8** ***k* = 1.2**

Рис. 1. Распределение магнитного поля (квадратики) и результат аппроксимации опытных данных

На рис. 2 показаны поперечные сечения пучка частиц при их распространении вдоль оси z в магнитном поле (коэффициент вариации k=1.0), а также стартовая и финишная гистограммы числа частиц на (x,y)-плоскости при объеме выборки N=300. Видно, что при распространении частицы испытывают совместно с радиальным движением также и азимутальный поворот.

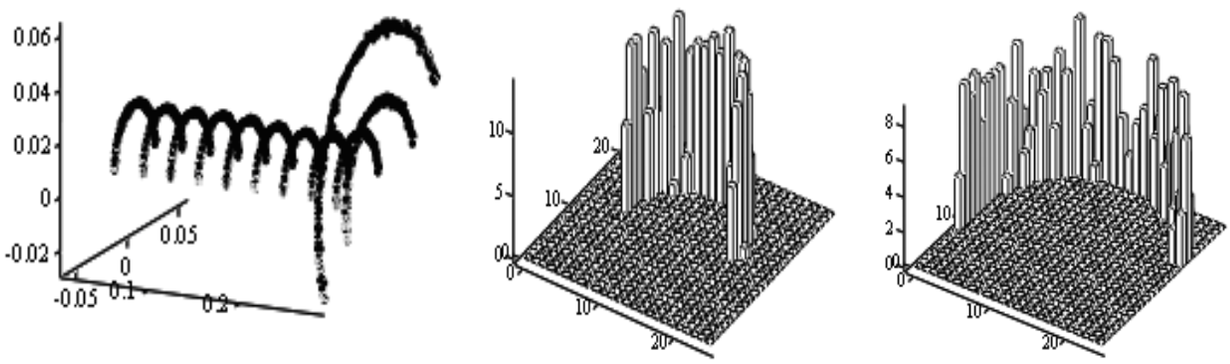


**Рис. 2. Поперечные сечения пучка частиц (слева),
стартовая (посередине) и финишная (справа) гистограммы числа частиц на (*x*,*y*)-плоскости**

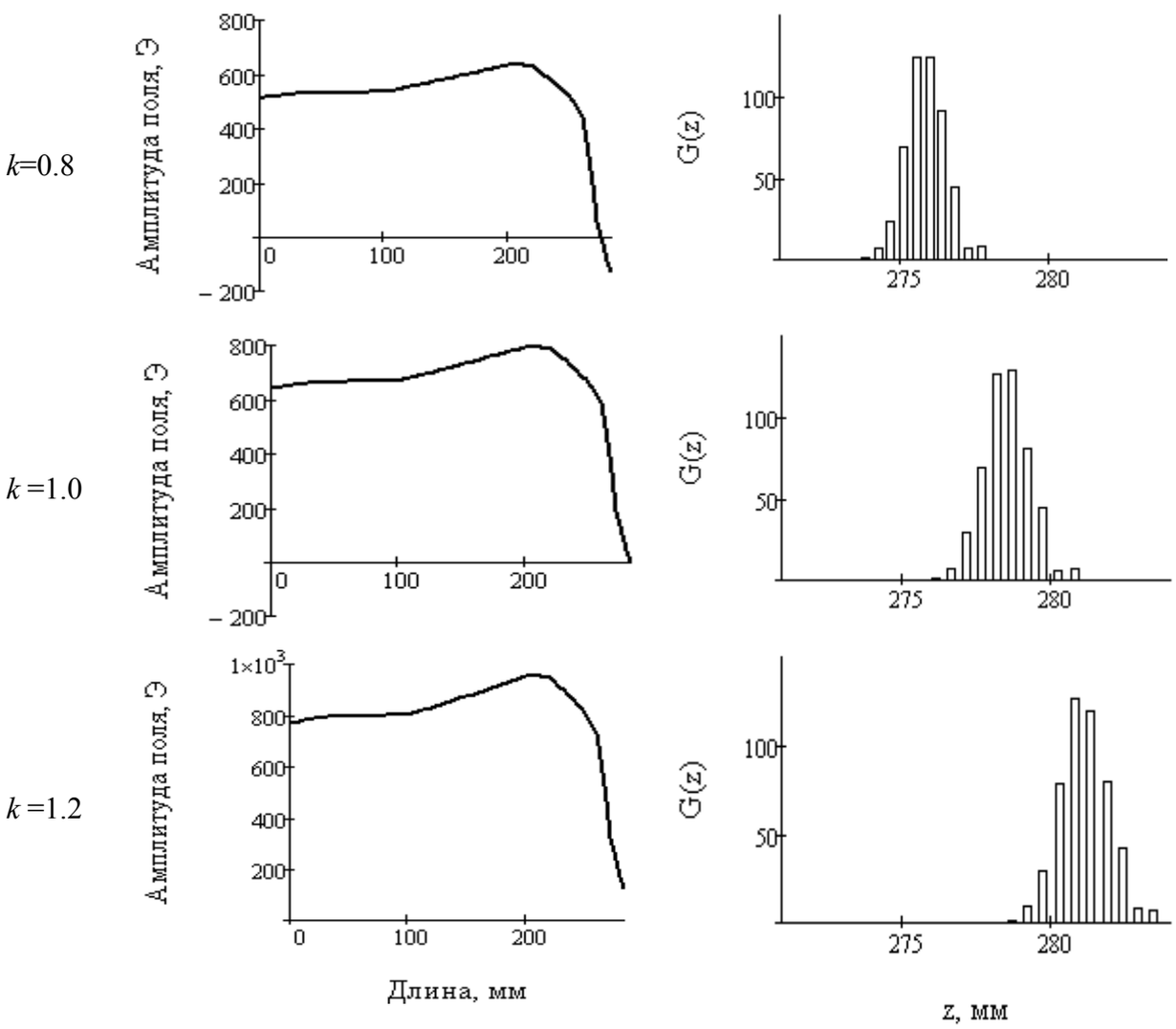
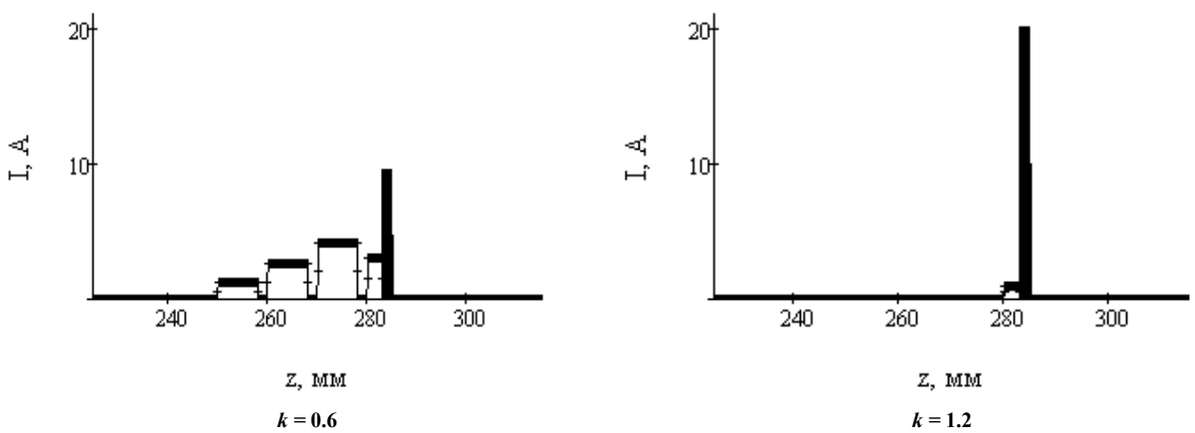


**Рис. 3. Слева: распределения амплитуды поля *H*(z), в котором частицы пучка испытывают движение.
Справа: итоговые гистограммы *G*(*z*) значений вертикальных координат z=z_U при выполнении условия
попадании (*r*=r_U=33 мм) на мишенную стенку. Объем выборки *N*=500.
Указан коэффициент вариации магнитного поля *k* = 0.8, 1.0 и 1.*2***

На рис. 3 показаны распределения амплитуды поля $H(z)$, в котором частицы пучка, распространяясь вдоль оси z в спадающем магнитном поле, испытывают радиально-азимутальное движение, и итоговые гистограммы $G(z)$ значений вертикальных координат при выполнении условия попадания $r=r_U$=33 мм на мишенную стенку (при объеме выборки N=500). Можно видеть, что смещение частиц вдоль вертикальной координаты на мишенной стенке обусловлено скоростью спада амплитуды суммарного поля $H(z)$ на участке постоянного магнита. Тем самым, увеличение коэффициента вариации k поля соленоида обуславливает увеличение вертикальной координаты попадания пучка частиц на мишенной стенке.

Дальнейшее увеличение соленоидального магнитного поля (k>1.1) приводит к тому, что практически весь поток электронов попадал на цилиндр Фарадея (z_{FC}=283 мм), при этом лишь малая его часть попадала на ламель 6-го кольца и не превышала ~5% тока пучка. Такой режим формирования пучка осуществлялся при магнитном поле в области расположения колец напряженностью 650 Э и градиентом спада поля 350 Э/см.

На рис. 4 приведены относительные интенсивности потоков частиц, попадающих на цилиндр Фарадея и на стенку мишени, в зависимости от коэффициента вариации k магнитного поля. Было обнаружено, что при k=0.6 половина всех частиц попадает на стенку мишени.



***k* = 0.6** ***k* = 1.2**

Рис. 4. Распределения токов на ламелях и цилиндре Фарадея. Черным цветом указано попадание на цилиндр Фарадея

Сопоставление данных эксперимента (токов на ламелях и цилиндре Фарадея) и численных результатов (гистограмм $G(z)$ вертикальных значений z_U частиц при достижении ими заданного радиального уровня r_U =33 мм) говорит о достаточно хорошем их соответствии.

Из расчетов следует, что для обоих вариантов магнитного поля поток электронов попадает на вертикальный участок, протяженность которого Δz_U составляет доли миллиметров. Такая концентрация обусловлена спадающим характером магнитного поля соленоида и исходным распределением частиц по радиальной координате r_0.

В работе было выполнено исследование зависимости средней точки Zsr и среднеквадратичного размера распределения пучка на стенке мишени от коэффициента вариации k магнитного поля.

Из рис. 5 можно видеть, что искомая зависимость Zsr = Zsr(k) носит монотонный и почти линейный характер, что указывает на возможность устойчивой регулировки попадания пучка на мишень.

Из рис. 6 следует, что при заданных начальных условиях моделирования среднеквадратичные размеры Ssr электронного пучка на мишенной стенке не превышают 1 миллиметр для выбранных значений k.

При рассмотрении потоков частиц с фазовым объемом исходных величин увеличенного размера, в частности, с большим разбросом по импульсам, можно ожидать увеличение вертикального участка Δz_U, на котором реализуется выполнение условия попадания. В расчетах рассматривался также вариант начальных условий с увеличенным значением среднеквадратичного отклонения пучка при эмиссии (Δr_0=3 мм). Для него влияние увеличения разброса на старте проявилось лишь в соответствующем уширении расчетной гистограммы попадания частиц на стенку мишени (Δz_0=15 мм).

Итак, зафиксировано, что для принятых начальных условиях частиц и рассматриваемого режима моделирования изменение конфигурации магнитного поля влияет только на общее смещение пучка электронов, но не приводит к заметному уширению вида итогового распределения потока частиц на стенке мишени по координате z_U.

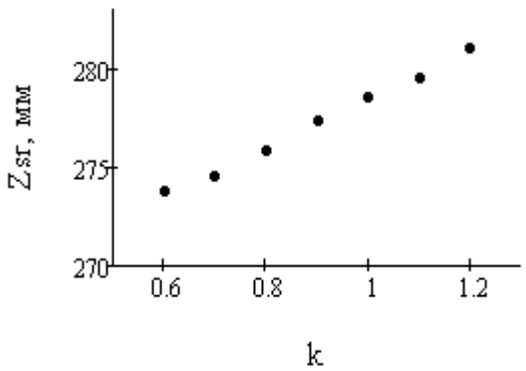


Рис. 5. Зависимость средней точки Zsr распределения пучка электронов на стенке мишени от коэффициента вариации *k* магнитного поля

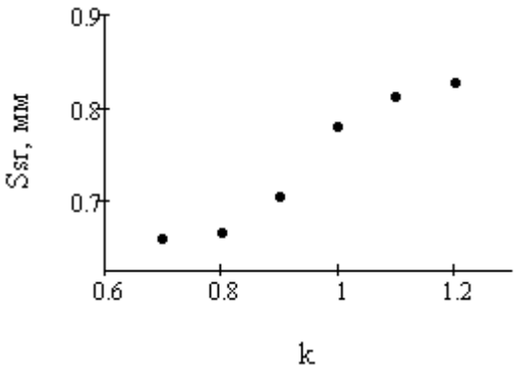


Рис. 6. Зависимость среднеквадратичного размера Ssr распределения пучка электронов на стенке мишени от коэффициента вариации *k* магнитного поля

Выводы

Из проведенных исследований следует, что возможно устойчивое формирование электронного пучка в радиальном и осевом направлениях при транспортировке в магнитном поле соленоида. Получены решения прямой задачи моделирования траекторий электронов для заданных начальных условий и параметров системы. Показано, что поток электронов попадает на вертикальный участок, среднеквадратичный размер которого не превышает 1 мм. Полученные численные зависимости согласуются с экспериментальными результатами. Показана возможность регулировки места попадания пучка на вертикальную стенку при вариации амплитуды управляющего магнитного поля.

Список использованной литературы

1. Волколупов Ю.Я. Генерация электронных пучков в магнетронном диоде с металлическим вторичноэмиссионным катодом / Ю.Я. Волколупов, А.Н. Довбня, В.В. Закутин и др. // ЖТФ. – 2001. – Т. 71. – Вып. 7. – С. 88-91.
2. Saveliev Y.M. Self-excitation and characteristics of the crossed-fields emission electron source / Y.M. Saveliev, W. Sibbet, D.M. Parkes // Review of Scientific Instruments. – 1999. – Vol. 70. – №12. – P. 4502-4514.
3. Довбня А.Н. Получение линейных электронных пучков в магнетронной пушке с вторичноэмиссионным катодом в режиме автозапуска / А.Н. Довбня, П.И. Гладких, В.В. Закутин и др. // ВАНТ. Серия: Ядерно-физические исследования. – 1997. – Вып. 2, 3 (29, 30). – С. 204-206.
4. Довбня А.Н. Исследование формирования пучка в ускорителе электронов с вторичноэмиссионным источником / А.Н. Довбня, В.В. Закутин, Н.Г. Решетняк и др. // Вісник Харківського університету. Серія: Фізична "Ядра, частинки, поля". – 2006. – № 732. – Вып. 2(30). – С. 96-100.

УДК 004.942

В.И. ДУБРОВИН, С.А. ИКОЛ
Запорожский национальный технический университет
Э.А. ТРОЦЕНКО
ООО «Инфоком ЛТД»

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ

В данной работе рассмотрен принцип построения математической модели передвижения автомобиля на основе линейного плоского одноколесного подхода. Предложена усовершенствованная математическая модель передвижения автомобиля Гойя. Представлены результаты исследования точности позиционирования математической модели по сравнению с данными полученными с GPS датчика.

Ключевые слова: математическая модель передвижения, передвижение в колонне, относительное позиционирование.

В.І. ДУБРОВІН, С.О. ІКОЛ
Запорізький національний технічний університет
Е.А.ТРОЦЕНКО
ТОВ «Інфоком ЛТД»

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПЕРЕСУВАННЯ АВТОМОБІЛЯ

У даній роботі розглянуто принцип побудови математичної моделі пересування автомобіля на основі лінійного плоского одноколісного підходу. Запропоновано удосконалену математичну модель пересування автомобіля Гойя. Представлені результати дослідження точності позиціювання математичної моделі в порівнянні з даними, отриманими з GPS датчика.

Ключові слова: математична модель пересування, пересування в колонні, відносне позиціонування.

V.I. DUBROVIN, S.A. IKOL
Zaporozhye national technical university
E.A. TROTSENKO
Infocom Ltd

MATHEMATICAL MODEL OF CAR MOVEMENT

The article views, the principle of constructing a mathematical model of car movement based on a linear flat one-wheel scheme is considered. An improved mathematical model for the movement of the Goya car is proposed. The results of the study of the accuracy of the positioning of the mathematical model are compared with the data obtained from a GPS sensor.

Keywords: mathematical model of movement, movement in a column, relative positioning

Постановка проблемы

Многие приложения для беспилотных наземных транспортных средств (БНТС) включают в себя автономное взаимодействие между двумя или более автомобилями. Такое взаимодействие выражается в использовании рядом идущих автомобилей в качестве локального позиционирования, в условиях невидимости дорожной разметки, или движения в колонне, где траектория впереди идущего автомобиля является маршрутом для следования следующего. Для грузовых автомобилей появился термин truck platooning [1], который подразумевает объединение грузовых автомобилей в колонны для дальнейшего совместного передвижения по заданному маршруту с сохранением минимальной дистанции между всеми участниками. Первый автомобиль в колонне является ведущим, а другие следующие за ним грузовики подстраиваются под его параметры движения. Этот подход позволяет добиться ощутимой экономии топлива и сокращения уровня выбросов углекислого газа за счёт уменьшения лобового сопротивления.

Рассмотрим колонну автомобилей, перемещающихся по городской местности, где первый ведущий автомобиль управляется человеком, как показано на рис. 1.

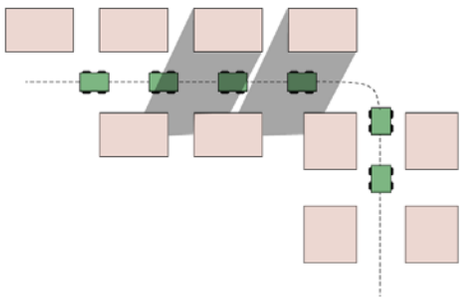


Рис. 1. Колонна автомобилей в условиях городского ландшафта

Каждый следующий автомобиль (ведомый) будет использовать видеокамеру, чтобы следить за впереди идущим автомобилем (ведущим). Это очень сложная задача потому что непрямолинейное движение ведущих автомобилей вызывает увеличение ошибки при передвижении ведомых автомобилей. Эти дестабилизирующие движения могут проходить через всю колонну. При этом возникают следующие проблемы, которые необходимо решить:

- отсутствие информации о местоположении;
- отсутствие связи между транспортными средствами;
- периодическое пропадание образа ведущего автомобиля из поля зрения видеокамер.

На рис. 1 показаны транспортные средства, поворачивающие под углом в 90 градусов вокруг здания или каких-либо других препятствий. В данной ситуации ведущий автомобиль пропадет из поля зрения ведомого автомобиля. Поэтому управление ведомым автомобилем, основанное на идее прямого слежения и управления, было бы неэффективным, потому что ведомый автомобиль срезал бы углы и ударялся в препятствия. Вместо того, чтобы напрямую ехать на визуальную цель, ведомый автомобиль получает относительные данные о положении визуальной цели и создает путь, описывающий движение визуальной цели – ведущего автомобиля. На рис. 2 показаны данные относительного положения автомобилей в виде черных точек и относительный путь, который строится из данных, полученных с видеокамер. Первый ведущий автомобиль, управляется пилотом вдоль этого пути, что позволяет ведомому автомобилю избегать стационарные препятствия.

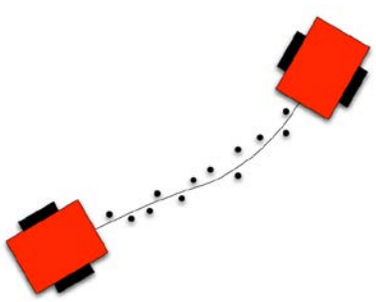


Рис. 2. Относительное положение ведущего автомобиля

Система GPS может использоваться для получения текущего положения для управления ведомым автомобилем; однако относительные расстояния между автомобилями могут быть меньше чем погрешности в данных, полученных с GPS-датчика. При таких погрешностях ведущий автомобиль может представлять собой препятствие для ведомого автомобиля.

Решение, которое не подразумевает связи между транспортными средствами, очень востребовано на сегодняшний день. Военные приложения требуют, чтобы транспортные средства, которые могут быть перехвачены, передавали минимальное количество сигналов. Передаваемый сигнал можно отследить, что облегчает для противника поиск транспортных средств.

Для решения задачи определения относительного положения ведущего автомобиля предлагается разработать математическую модель передвижения автомобиля. Используя данные с видеокамер об относительном передвижении ведущего автомобиля и данные, полученные с помощью математической модели о текущем положении и ориентации ведомого автомобиля, становится возможным рассчитать относительную траекторию движения ведомого автомобиля.

Анализ последних исследований и публикаций

При проектировании систем управления автономных транспортных средств (АТС) необходимы математические модели, отражающие основные свойства автомобиля, как объекта управления, и позволяющие прогнозировать реакцию и поведение автомобиля на воздействия внешней среды, воздействия со стороны исполнительных механизмов системы автоматического управления и воздействия со стороны водителя.

Исследователям (например, [2-4]) часто приходится прибегать к упрощению зависимостей взаимодействия пневматической шины с опорной поверхностью, упрощать тригонометрические функции в расчетах углов увода и кинематики рулевого управления, накладывать ограничения на углы поворота колес и минимальную скорость движения и т.д. Все это не лучшим образом сказывается на точности получаемых результатов и показывает расхождение расчетных данных с экспериментальными в пределах 20%. При оценке и прогнозировании эксплуатационных характеристик АТС с применением алгебраических или частотных критериев устойчивости [5, 6], очевидным является то обстоятельство, что результаты подобных оценок варьируются в зависимости от составленной системы уравнений, принятых допущений и исходных данных.

Широко применялся линейный плоский одноколейный («велосипедный») подход к моделированию передвижения автомобиля в инерциальной системе координат [7]. В данной модели отсутствует подвеска, колеса жестко закреплены, принимается постоянная скорость прямолинейного движения, уравнения динамики записывались только для движения в поперечном направлении и во вращении относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс автомобиля.

В работе Гойя [8] рассматривается движение колонны с помощью данных, полученных с видеокамер. В данной работе сделан большой акцент на стабилизацию передвижения колонны как единой системы. Но разработанная математическая модель не в полной мере описывает передвижение автомобиля, поскольку в ней не учитывается вращение автомобиля вокруг своей оси и вокруг центра системы координат. Так же, координаты x, y рассчитываются на единичной окружности и не привязаны к пройдённому расстоянию автомобиля.

Принимается допущение, что колеса не имеют массы, а боковой увод возникает за счет деформаций пневматических шин, оцениваемых их боковыми жесткостями. Значение критической скорости автомобиля, при которой боковое движение изменяет свой характер от устойчивого апериодического движения к неустойчивому колебательному, определяется выражением:

$$V_{кр} = \sqrt{\frac{2 * K_{y1} * K_{y2} * (l_1 + l_2)^2}{m_a * (K_{y1} * l_1 - K_{y2} * l_2)}} \quad , \tag{1}$$

где: m_a – масса автомобиля; K_{y1}, K_{y2} – коэффициенты сопротивления боковому уводу передней и задней оси, соответственно; l_1, l_2 – расстояние от центра тяжести автомобиля до передней и задней оси, соответственно.

Таким образом, автомобиль с закрепленным рулевым управлением будет устойчив при всех скоростях движения, если по абсолютной величине произведение расстояния от задней оси до центра тяжести автомобиля на коэффициент сопротивления боковому уводу задних колес будет меньше произведения расстояния от передней оси автомобиля до центра тяжести на коэффициент сопротивления боковому уводу передних колес.

Цель исследования

Целью данной работы является разработка математической модели передвижения автомобиля для уменьшения ошибки поперечного перемещения автомобилей в колонне.

Задача исследования заключается в разработке и анализе адекватности математической модели передвижения автомобиля.

Основной материал исследования

Для реализации расчетов перемещения и проецирования пути движения автомобиля необходимо разработать такую модель, которая позволит учитывать характеристики различных автомобилей. Их отличительной чертой является колесная база d – расстояние между задним и передним колесом, и максимальный угол поворота передних колес $\gamma_{l,r}$. Вследствие своей конструкции движение автомобиля при нормальных условиях дорожного покрытия ограничивается движением по прямой (A_4, A_5) либо по контуру определенной окружности (A_1, A_2, A_3, A_4) (рис. 3). Радиус окружности R, по которой может проехать автомобиль, зависит от его колесной базы и угла поворота передних колес, и рассчитывается по формуле:

$$R = \frac{d}{\tan(\gamma) * \left(\frac{\pi}{180}\right)} \tag{2}$$

Из-за механических особенностей автомобиля, датчик контроля поворота руля выдает значения не в диапазоне от -100 (полный поворот налево), до +100 (полный поворот направо), а для каждого автомобиля по-разному. Например, -125 – полный поворот налево, +136 – полный поворот направо.

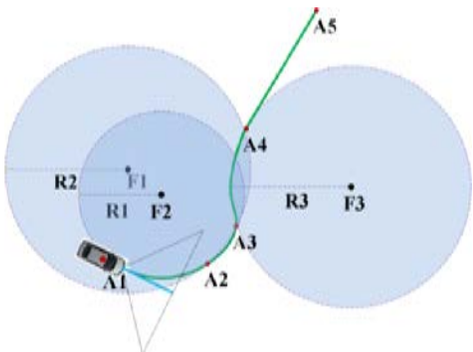


Рис. 3. Ожидаемая траектория движения автомобиля

Зная эти данные и значение максимально возможного угла поворота переднего колеса $W_{\max}$, можно узнать текущий угол поворота передних колес $\gamma_{l,r}$.

$$\gamma_{l,r} = abs\left(\frac{W_{steering} * W_{\max}}{100\%}\right), \tag{3}$$

где $W_{steering}$ – текущее значение датчика положения руля.

Для корректного перемещения модели автомобиля необходимо, также, следить за перемещением центра окружности, по которой движется автомобиль.

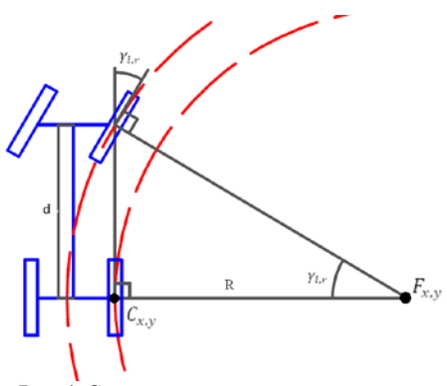


Рис. 4. Схема движения по окружности

Расчет координаты центра окружности, по которой планируется движение, производится относительно текущей координаты расположения автомобиля и его вектора направления.

$$P_x = C_x + (N_x - C_x) * \cos\left(\phi * \frac{\pi}{180}\right) - (N_y - C_y) * \sin\left(\phi * \frac{\pi}{180}\right) \tag{4}$$

$$P_y = C_y + (N_x - C_x) * \sin\left(\phi * \frac{\pi}{180}\right) + (N_y - C_y) * \cos\left(\phi * \frac{\pi}{180}\right),$$

где $C_{x,y}$ – текущая позиция, $N_{x,y}$ – прогнозируемая позиция при тех же показателях скорости и угла поворота, ϕ – угол наклона вектора (зависит от того, в какую сторону поворачивает автомобиль: направо – 270°, налево 90°), $P_{x,y}$ – точка на единичной окружности. Далее необходимо перенести эту точку на нормализованный вектор $V_{x,y}^{norm}$, который равен радиусу окружности поворота транспортного средства R.

$$V_x = P_x - C_x \tag{5}$$
$$V_y = P_y - C_y$$

$$V_x^{norm} = V_x * \left(\frac{1}{\sqrt{V_x * V_x + V_y * V_y}} \right) \tag{6}$$
$$V_y^{norm} = V_y * \left(\frac{1}{\sqrt{V_x * V_x + V_y * V_y}} \right)$$

$$F_x = V_x^{norm} * R + C_x \tag{7}$$
$$F_y = V_y^{norm} * R + C_y,$$

где $P_{x,y}$ – центр окружности. Для расчета прогнозируемой позиции $N_{x,y}$ используется нормализованный вектор направления $V_x^{direction}$:

$$V_x^{direction} = C_x - T_x \tag{8}$$
$$V_y^{direction} = C_y - T_y$$

$$N_x = V_x^{direction} * L \tag{9}$$
$$N_y = V_y^{direction} * L,$$

где $T_{x,y}$ предыдущая позиция, а L – пройденное расстояние.

При расчете текущей позиции $C_{x,y}$ учитывается вектор направления $V_y^{direction}$, пройденное расстояние L и угол поворота передних колес $\gamma_{l,r}$. Если транспортное средство движется по прямой, то есть $\gamma_{l,r}$ = 0, то формула расчета текущей позиции имеет вид:

$$C_x = T_x + V_x^{direction} \tag{10}$$
$$C_y = T_y + V_y^{direction}$$

В случае если же транспортное средство движется по контуру окружности, то уравнение (10) приобретает более сложный вид. Пройденное расстояние является длиной дуги сектора. Таким образом, зная пройденное расстояние, мы можем определить координату позиции, в которую переместился автомобиль.

$$\theta = \left(S / \left(\frac{\pi * R}{180} \right) \right) * \frac{\pi}{180}, \tag{11}$$

где θ угол сектора, длина которого равна пройденному расстоянию $l = S$.

$$C_x = \sin(\theta) * R + F_x \tag{12}$$
$$C_y = \cos(\theta) * R + F_y$$

При движении по контуру окружности автомобиль производит вращательное движение вокруг своей оси. Таким образом при каждом изменении угла поворота передних колес автомобиль будет оказываться на новой позиции относительно окружности, по которой он двигается. Для компенсации погрешности, которая возникает во время смены угла поворота, предлагается учитывать отклонение модели относительно оси ординат:

$$p_x^1 = T_x - F_x \tag{13}$$

$$p_y^1 = T_y - F_y$$
$$p_x^2 = C_x - F_x$$
$$p_y^2 = C_y - F_y$$
$$\xi = \cos^{-1}\left(\frac{\left(p_x^1 * p_x^2\right) + \left(p_y^1 * p_y^2\right)}{\sqrt{p_{x^2}^1 + p_{y^2}^1} * \sqrt{p_{x^2}^2 + p_{y^2}^2}} \right), \quad (14)$$

где ξ – угол отклонения автомобиля от оси ординат. Таким образом формула перемещения автомобиля по контуру окружности принимает вид:

$$C_x = \sin\left(\theta + \xi\right) * R + F_x \quad (15)$$
$$C_y = \cos\left(\theta + \xi\right) * R + F_y$$

Результаты исследования

Ввиду отсутствия в открытом доступе прямых аналогов разработанной системы моделирования передвижения автомобиля, сравнение качества позиционирования транспортного средства с существующими системами затруднительно. Поэтому было принято решение сравнить точность расчета координат перемещения автомобиля, используя разработанную математическую модель и данные, полученные с GPS датчика.

Интерфейс математической модели представлен на рис. 5. Красный куб – это примитивная модель автомобиля, которая перемещается по двумерному пространству. Динамика передвижения автомобиля по прямой и окружности поворота отображается выражениями (2)-(15). Пройденный путь показан синей линией. Окружность, по которой двигается автомобиль, отображается красной линией, а ее радиус зеленой.

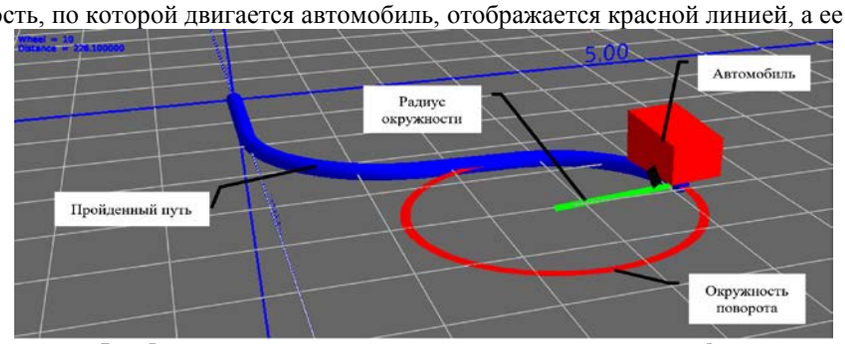


Рис. 5. изуализация математической модели движения автомобиля

Цель данного экспериментального исследования заключалась в проверке точности разработанной математической модели движения автомобиля.

Ожидаемыми результатами, подтверждающими работоспособность математической модели, являются смоделированные координаты перемещения автомобиля.

БНТС производства компании ООО «Инфоком ЛТД» [9] на базе автомобиля Jeep Cherokee, под управлением пилота, проехал по траектории, показанной на рис. 6 синей линией. Во время движения автомобиля с частотой 10 кадров/секунду снимались показания с бортовых датчиков пройденного пути, усилия на руль, GPS координаты (таб. 1). Эти данные параллельно записываются на жесткий диск и используются математической моделью.

Таблица 1

Фрагмент экспериментальных данных, полученных с бортовых датчиков

№	Пройденное расстояние, м	Поворот руля, %	Скорость, км/ч	GPS (широта)	GPS (долгота)
1	8.931715	-14	0	47.8386616666667	35.12048
2	8.931715	-14	0	47.8386616666667	35.12048
3	8.931715	-14	0	47.8386616666667	35.12048
…	…	…	…	…	…
519	9.052031	-8	25	47.8379166666667	35.1196833333333
520	9.05261	-8	25	47.8379166666667	35.1196833333333
521	9.053335	-8	24	47.8379166666667	35.1196833333333
522	9.053335	-8	24	47.8379166666667	35.1196833333333
523	9.05406	-7	24	47.8379166666667	35.1196833333333
…	…	…	…	…	…
2463	9.726522	-11	4	47.8380133333333	35.1202516666667
2464	9.726522	-11	4	47.8380133333333	35.1202516666667
2465	9.726667	-11	4	47.8380133333333	35.1202516666667

Далее математическая модель в режиме реального времени обрабатывала входящие сигналы и рассчитывала текущее положение транспортного средства в двумерном пространстве. Для большей наглядности сравнения эти данные были переведены в GPS – координаты (таб. 2).

Таблица 2

Фрагмент расчетных данных, полученных с помощью математической модели

№	C_x	C_y	Азимут	GPS (широта)	GPS (долгота)
1	3.61829	0.00756989	0	47.838699	35.1204190000134
2	3.61829	0.00756989	0	47.8386947157967	35.1204149328022
3	3.61829	0.00756989	0	47.838693387008	35.1204135554957
…	…	…	…	…	…
519	7.61491	-0.149367	-0.0725638	47.8379193236383	35.1195030033149
520	7.63416	-0.150726	-0.0725638	47.8379172083098	35.1195005085003
521	7.65827	-0.152428	-0.0725638	47.8379157980909	35.1194988452906
522	7.65827	-0.152428	-0.0725638	47.8379143878719	35.1194971820808
523	7.68237	-0.154129	-0.0725638	47.837912977653	35.1194955188711
…	…	…	…	…	…
2463	5.91444	1.77334	3.1275	47.8361630756581	35.1181331807521
2464	5.91444	1.77334	3.1275	47.8361651452119	35.1181357593801
2465	5.90961	1.77339	3.12912	47.8361665249144	35.1181374784654

На рис. 6 изображена траектория движения автомобиля. Синим цветом обозначена траектория, смоделированная математической моделью на основе показаний отклонения рулевого колеса и пройденного расстояния. Желтым цветом обозначены данные, полученные с GPS – датчика.

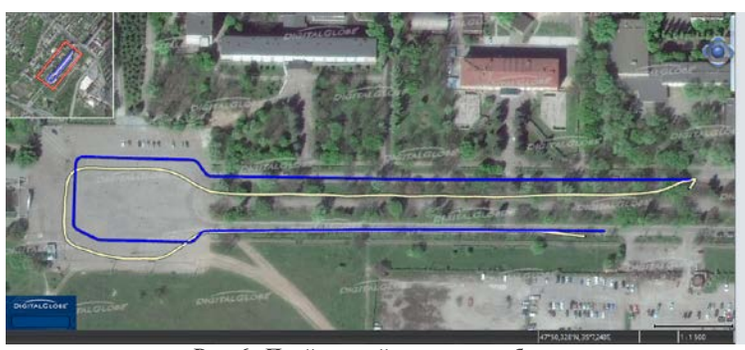


Рис. 6. Пройденный путь автомобиля

На рис. 7 сделан замер участка с максимальным отклонением GPS-трека от середины дороги, которое составляет 13 метров.



Рис. 7. Отклонение GPS – трека

Ширина дорожного покрытия на этом участке равна 4м (рис. 8).



Рис. 8. Ширина дорожного покрытия

Траектория движения автомобиля (синяя линия) не выходит за рамки дорожного покрытия. Ширина автомобиля Jeep Cherokee составляет 2,2м [10]. То есть можно судить о том, что отклонение показателей математической модели, от реальной траектории движения, не превышает $\frac{4-2,2}{2}=0,9$ метров.

Выводы

При реализации программного обеспечения автономного движения в колонне одним из важнейших модулей является модель передвижения транспортного средства в пространстве, поскольку на его основе необходимо производить расчеты как в плане управления ведомым автомобилем, так и при отслеживании ведущего автомобиля по видео потоку.

В этой связи в данной работе были рассмотрены существующие подходы к решению задачи моделирования передвижения автомобиля. Усовершенствована математическая модель передвижения автомобиля Гойя. Усовершенствование состоит в учете вращения автомобиля вокруг своей оси и вокруг начала координат.

Приведен сравнительный анализ точности усовершенствованной математической модели с данными, полученными с датчика GPS. Показатель точности для математической модели составляет меньше 0,9 метров, в то время как для GPS-данных аналогичный показатель составляет 13 метров.

На основе результатов экспериментального исследования можно сделать выводы о том, что разработанная математическая модель может использоваться как эмулятор GPS-датчика в режиме «тишины» для автономного передвижения специальной техники. При работе в обычном режиме, данные которые генерируются моделью по радио каналу можно передавать на ведомые автомобили для более точного позиционирования колонны.

Список использованной литературы

1. Tsugawa S. A Review of Truck Platooning Projects for Energy Savings / S. Tsugawa, S. Jeschke,S. E. Shladovers // IEEE Transactions on intelligent vehicle, (march 2016). 2016. P. 68-77
2. Карпов В.В. Разработка методов оценки безопасности маневра автомобиля: дис. … канд. техн. наук. 05.22.10, 05.05.03. М. 2005. 180 с.
3. Ахмедов А.А. Улучшение управляемости и устойчивости автомобиля при движении по неровной дороге методами многокритериальной параметрической оптимизации: дис. … канд. техн. наук. 05.05.03. М. 2004. 169 с.
4. Гаевский В.В. Расчетное определение показателей управляемости и устойчивости для сертификации АТС: дис. … канд. техн. наук. 05.05.03. М. 1998. 169 с.
5. Гурьянов М.В. Частотный метод оценки курсовой устойчивости автомобиля на основе его моделей в виде систем с многими степенями свободы и нелинейным взаимодействием шин с дорожным покрытием: дис. … канд. техн. наук. 05.13.18. Ульяновск. 2007. 226 с.
6. Rodrigues A.O. Evaluation of an active steering system. Master’s degree project. [Электронный ресурс] / Sweden, 2004. 41 p. URL: https://people.kth.se/~kallej/grad_students/rodriguez_orozco_thesis04.pdf (дата обращения: 29.06.2017).
7. Ходес И.В. Методология прогнозирования управляемости колесной машины: дис. … докт. техн. наук. 05.05.03. Волгоград. 2006. 377 с.
8. K. Goi, J. L. Giesbrecht, T. D. Barfoot, and B. A. Francis. Vision-based autonomous convoying with constant time delay. In Journal of Field Robotics, volume 27(4), pp. 430-449, 2010.
9. Обзор беспилотного наземного транспортного средства на базе автомобиля Jeep Cherokee. [Электронный ресурс] URL: http://ia.ua/ru/solutions-ru/bespilotnye-technologii/unmanned-jeep-ru (дата обращения: 29.06.2017).
10. Обзор Jeep Grand Cherokee Кроссовер (Внедорожник) 4.7 V8 Limited. [Электронный ресурс] URL: http://avto-flot.ru/spec/jeep/grand-cherokee/station-wagon-1999/18089.html.

УДК 625.88

В.В. ДУМАНСКАЯ, В.С. МАРЧЕНКО
Одесская государственная академия строительства и архитектуры

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО ВЛИЯНИЮ ДЛИТЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ НА ПОКРЫТИЯ ИЗ ФЭМ С ИЗМЕНЕННОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМОЙ ОСНОВАНИЯ

В статье предлагается в лабораторных условиях исследовать два новых конструктивно-технологических решения покрытий пешеходных дорог и площадок под воздействием длительных нагрузок. Разработанные покрытия из ФЭМ (фигурных элементов мощения) имеют рифленое основание, состоящее в первом варианте из пяти четырехгранных элементов пирамидальной формы, а во втором – из пяти четырехконечных звездчатых элементов пирамидальной формы. Составлен план и методика проведения эксперимента.

Ключевые слова: покрытия из фигурных элементов мощения, длительная нагрузка, рифленое основание, пирамидальная форма, звездчатые элементы.

В.В. ДУМАНСЬКА, В.С. МАРЧЕНКО
Одеська державна академія будівництва та архітектури

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ДОСЛІДЖЕНЬ ПО ВПЛИВУ ТРИВАЛОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ПОКРИТТЯ З ФЕМ ЗІ ЗМІНЕНОЮ ГЕОМЕТРИЧНОЮ ФОРМОЮ ОСНОВИ

У статті пропонується в лабораторних умовах дослідити два нових конструктивно-технологічних рішення покриттів пішохідних доріг та майданчиків під впливом тривалих навантажень. Розроблені покриття з ФЕМ (фігурних елементів мостіння) мають рифлену основу, що складається в першому варіанті з п'яти чотиригранних елементів пірамідальної форми, а у другому – з п'яти чотирикінцевих зірчастих елементів пірамідальної форми. Складений план та методика проведення експерименту.

Ключові слова: покриття з фігурних елементів мостіння, тривале навантаження, рифлена основа, пірамідальна форма, зірчасті елементи.

V.V. DUMANSKA, V.S. MARCHENKO
Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture

THE METHODOLOGY OF THE STUDIES ON THE INFLUENCE OF CONTINUOUS LOAD ON THE COATINGS FROM FEP WITH THE MODIFIED GEOMETRIC SHAPE OF THE BASE

The article proposes to explore two new constructive-technological solutions of coatings of sidewalks and squares under the influence of continuous loads in the laboratory. The developed coatings from FEP (figured elements of paving) have a corrugated base, consisting in a first variant from five of the tetrahedral elements of pyramidal shape, and the second – from five of the four-pointed star-shaped elements of pyramidal shape. A plan and methodology of the experiment is compiled.

Keywords: coatings from figured elements of paving, continuous load, a corrugated base, a pyramidal shape, star-shaped elements.

Постановка проблемы

В последнее время в больших объемах ведется устройство покрытий пешеходных дорожек, тротуаров, площадок различного назначения из бетонных мелкоштучных фигурных элементов мощения (ФЭМ). Однако в процессе эксплуатации наблюдаются различные дефекты, такие, как провалы, расшатывание, разрушение, смещение отдельных элементов и т.п., в результате чего необходимо преждевременное проведение ремонтных работ. Одной из причин, вызывающих такие нарушения, является неверный выбор конструктивно-технологического решения покрытия. Разработка новых эффективных вариантов покрытий и их исследование является важной задачей строительства.

Анализ последних исследований и публикаций

Применяемые при устройстве тротуаров бетонные мелкоштучные элементы имеют различную форму в плане [1]. Высота этих элементов в зависимости от воздействующих нагрузок и назначения покрытия может составлять от 3 до 15 см. Однако все эти элементы имеют плоское основание. Для улучшения эксплуатационных показателей разрабатываются новые конструкции покрытий из ФЭМ с измененной геометрической формой основания. Ранее разработаны и исследованы покрытия из ФЭМ с пирамидальным основанием (рис. 1). Определено, что у таких покрытий увеличивается несущая способность при уменьшении угла при вершине пирамиды (в 1,3 раза при угле при вершине пирамиды 125^0,

и в 2 раза при угле при вершине пирамиды 70^0). За счет пирамидального основания при устройстве такой плитки происходит уплотнение нижележащего песчаного конструктивного слоя, поэтому можно исключить операцию по дополнительному уплотнению покрытия вибрационными катками [2].



Рис. 1. Модель фигурного элемента мощения с пирамидальным основанием

Чтобы не допустить расходы на бетон за счет измененной формы основания ФЭМ необходимо, чтобы объемы традиционной ФЭМ с плоским основанием и ФЭМ с измененной формой основания были равными. В связи с этим решено сократить высоту призматической части ФЭМ за счет объема бетона для измененной формы основания.

Недостатком конструктивного решения покрытия из ФЭМ с пирамидальным основанием является то, что с уменьшением угла возникают трудности при устройстве плиток. Уменьшение толщины призматической части по контуру ФЭМ приводит к ослаблению покрытия в этих местах. Существует возможность вертикальных смещений элементов при приложении нагрузки с эксцентриситетом.

Во избежание вышеперечисленных недостатков разработаны новые конструктивно-технологические решения покрытий из ФЭМ с рифленой формой основания [3, 4]. В первом варианте рифленое основание состоит из одного, пяти либо девяти зубчатых элементов пирамидальной формы (рис. 2), а во втором – из звездчатых элементов (рис. 3). Была выдвинута гипотеза относительно преимуществ таких покрытий в сравнении с традиционными покрытиями. При устройстве плитки с рифленым основанием происходит уплотнение нижележащего конструктивного слоя, что способствует повышению несущей способности покрытия. Увеличение площади основания ФЭМ, контактирующего с нижележащим конструктивным слоем также ведет к увеличению несущей способности. Измененная форма основания за счет жесткой фиксации плитки препятствует ее горизонтальному смещению при воздействии продольных нагрузок. Не возникнет сложностей при устройстве ФЭМ с рифленым основанием на нижележащий конструктивный слой.

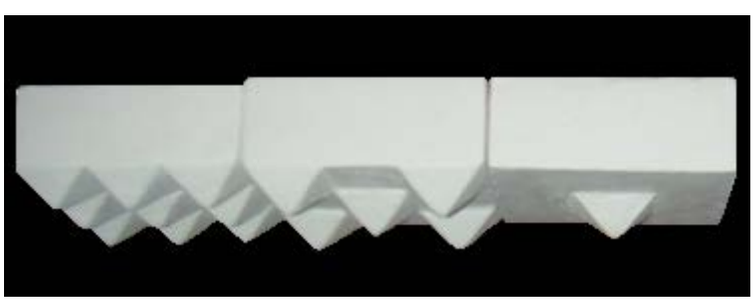


Рис. 2. Три варианта фигурных элементов мощения с рифленым основанием из пирамидальных зубчатых элементов в количестве девяти, пяти и одного



Рис. 3. Макет фигурного элемента мощения с рифленым основанием из пяти четырехконечных звездчатых элементов пирамидальной формы

Если сравнить два варианта ФЭМ равных форм и размеров в плане: первый – с основанием из пяти звездчатых пирамидальных элементов, а второй – из пяти зубчатых пирамидальных элементов, можно отметить, что высота призматической части первого варианта выше за счет уменьшения объема звездчатых элементов относительно зубчатых пирамидальных элементов (рис. 4). Отметим, что суммарная площадь боковых поверхностей у звездчатых элементов больше, чем у зубчатых пирамидальных элементов. Соответственно, и площадь опирания на нижележащий конструктивный слой у них также больше. Следовательно, можно предположить, что у покрытий из ФЭМ с основанием из звездчатых пирамидальных элементов несущая способность выше. Для подтверждения этой гипотезы требуется проведение исследований.

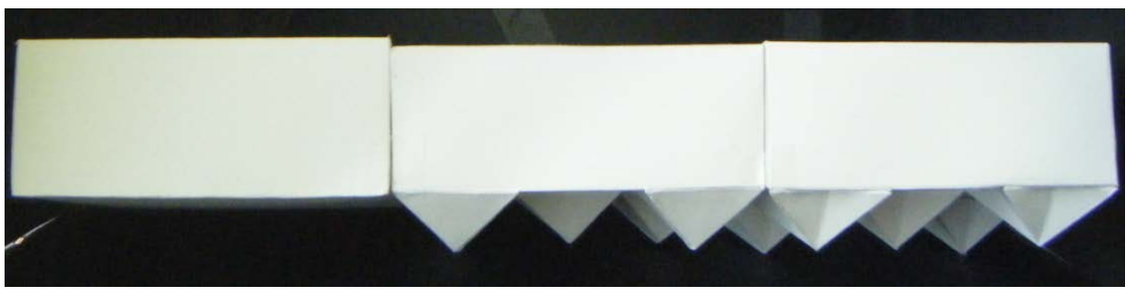


Рис. 4. Макеты фигурных элементов мощения с плоским основанием, с рифленым основанием с пятью зубчатыми элементами пирамидальной формы и с рифленым основанием с пятью четырехконечными звездчатыми элементами пирамидальной формы

При проведении экспериментальных исследований по влиянию продольной нагрузки на сдвиг покрытий, расположенных на горизонтальной поверхности, состоящих из ФЭМ с рифленой формой основания из одного, пяти и девяти зубчатых элементов пирамидальной формы установлено, что оптимальным вариантом покрытия, является покрытие из ФЭМ с пятью зубчатыми элементами, расположенными в шахматном порядке [5].

На покрытия тротуаров, кроме продольных нагрузок, воздействуют и другие виды нагрузок, такие, как вертикальные статические и вибрационные, комбинированные. Эксперименты по влиянию этих нагрузок на работу покрытия, состоящего из плиток с рифленым основанием из зубчатых пирамидальных элементов и звездчатых элементов пирамидальной формы, ранее не проводились. Чтобы рекомендовать покрытия из ФЭМ с рифленым основанием из пяти зубчатых и звездчатых элементов пирамидальной формы в строительное производство необходимо проведение дополнительных исследований.

Формулирование цели исследования

Целью работы является разработка методики проведения исследований по определению качественных характеристик покрытий из ФЭМ, имеющих в основании пять зубчатых элементов пирамидальной формы, и ФЭМ, имеющих в основании пять звездчатых пирамидальных элементов, под воздействием длительной статической нагрузки.

Изложение основного материала исследования

Для исследования качественных характеристик разработанных вариантов покрытий под воздействием длительной нагрузки необходимо определить наиболее значимые факторы и уровни их варьирования, выходные параметры, подобрать необходимое оборудование и материалы, составить план эксперимента.

Планируется проведение трех серий эксперимента. Первая серия – с экспериментальным образцом, рифленое основание которого состоит из пяти зубчатых элементов пирамидальной формы, один из которых находится в центре, а четыре – по углам. Для второй серии используется экспериментальный образец с рифленым основанием из пяти четырехконечных звездчатых элементов пирамидальной формы, где один элемент располагается в центре, а четыре остальных – по углам. В третьей серии эксперимента исследуется образец с плоским основанием.

Наиболее значимыми факторами, влияющими на работу покрытия, выбраны такие, как вертикально приложенная статическая нагрузка (X_1), время ее воздействия на покрытие (X_2), толщина нижележащего конструктивного песчаного слоя, контактирующего с основанием плитки (X_3). Величины остальных факторов приняты постоянными для всех серий экспериментов.

Параметры факторов выбраны с учетом максимального приближения к тем, которые влияют на работу покрытий в условиях эксплуатации. Уровни варьирования подобраны следующие: для фактора X_1 (вертикальная нагрузка) – 70 кг, 140 кг, 210 кг (интервал варьирования 70 кг); для фактора X_2 (время воздействия нагрузки) – 24 час., 36 час., 48 час. (интервал варьирования 12 час.); для фактора X_3 (толщина песчаного слоя) – 12 см, 16 см, 20 см (интервал варьирования 4 см).

Выходными параметрами, характеризующими работу покрытия, выбраны: осадка фигурного элемента мощения (Y_1) и плотность песчаного слоя под ним (Y_2), полученные после воздействия нагрузки.

Такой параметр, как осадка, поможет охарактеризовать несущую способность ФЭМ при воздействии на него вертикальной нагрузки. Чем меньше значение средней осадки под экспериментальным образцом, тем выше его несущая способность. Параметр – плотность песчаного слоя под плиткой также даст нам возможность определить, у какого покрытия несущая способность выше. Чем выше значение плотности песчаного слоя, тем большую нагрузку может воспринимать плитка.

Во всех трех сериях экспериментальные образцы из бетона имеют в плане одинаковую форму – квадрат со стороной 120 мм. Отличаются они между собой формой основания и высотой призматической части. Высота традиционного образца (с плоским основанием) принята равной 50 мм. Основание пирамиды зубчатых элементов имеет форму квадрата со стороной 40 мм. У зубчатых и звездчатых элементов радиус описанной окружности вокруг основания пирамиды должен быть одинаковым. Угол при вершине пирамиды зубчатого пирамидального элемента примем равным 90^0, а звездчатый элемент получим путем углубления на 5 мм в центре каждой из сторон основания пирамидального элемента. При расчете высоты призматической части образцов с измененной формой основания определили, что у образца с зубчатыми пирамидальными элементами она равна 46,3 мм, а у образца со звездчатыми элементами – 47,2 мм.

Для проведения эксперимента подобрано необходимое оборудование. Испытания будут проводиться в лаборатории на опытно-производственном стенде. Нагрузка на центральную часть образцов будет передаваться при помощи специально разработанного рычага [6]. На каждый образец, устроенный в песчаный слой, будет устанавливаться пластина, на четыре угла которой будут опираться стержни индикаторов часового типа. При помощи таких индикаторов определим выходной параметр – осадку под каждым углом образца, чтобы затем посчитать среднее арифметическое значение осадки. Плотность планируется определять путем забора в кольцо песка, взятого под центральной частью образца, с последующим его взвешиванием. Три серии трехфакторного трехуровневого эксперимента планируется проводить по оптимальному 17-ти точечному плану.

Задача по изучению качественных показателей разработанных покрытий из ФЭМ с измененными геометрическими параметрами под воздействием длительной нагрузки поможет более детально их исследовать для последующей их рекомендации при устройстве тротуаров, пешеходных дорожек и площадок различного назначения.

Выводы

Проведенные в лабораторных условиях эксперименты по влиянию длительной нагрузки на качественные характеристики разработанных покрытий помогут выбрать наиболее оптимальный вариант, что поможет в определении дальнейшего направления исследований.

Список использованной литературы

1. Плиты бетонные тротуарные. Технические условия: ГОСТ 17608-91. – [Действующий от 1992-01-01]. – М.: Государственный строительный комитет СССР. Издательство стандартов, 1991. – 32 с. – (Государственный стандарт Союза ССР).
2. Думанська В.В. Вдосконалення технології улаштування покриттів з фігурних елементів мостіння: автореф. дис. на здобуття наук. ступ. канд. техн. наук: спец. 05.23.08 "Технологія та організація промислового та цивільного будівництва" / В.В. Думанська. – Одеса, 2011. – 20 с.
3. Думанская В.В. Влияние геометрических параметров рифленого основания ФЭМ на качественные характеристики покрытия / В.В. Думанская, В.С. Марченко // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2015. – Вип. 3 (54). – С. 122 – 125.
4. Думанская В.В. Совершенствование конструктивно-технологических решений покрытий из ФЭМ / В.В. Думанская, В.С. Марченко // Моделирование и оптимизация композиционных строительных материалов : сб. научн. трудов. – Одесса : ОГАСА, 2016. – С. 46-48.
5. Dumanska V. Studies of coatings from FEP with corrugated base from toothed elements of pyramidal shape on the horizontal and inclined surfaces / V.Dumanska, L.Vilinska, V Marchenko. // Academic Journal. Series: Industrial Machine Building, Civil Engineering. – Полтава : ПНТУ ім. Ю. Кондратюка, 2017 – Вип. 1 (48). – С. 265 – 272.
6. Думанская В. В. Методика экспериментальных исследований покрытий из ФЭМ / В. В. Думанская, А.А. Калинин // Вісник ОДАБА. – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2010. – № 37. – С. 128–130.

УДК 631.576.331.2:535

Н.М. ЗАЩЕПКІНА, О.А. НАКОНЕЧНИЙ
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

МЕТОДИ КОНТРОЛЮ ЯКІСНИХ ТА КІЛЬКІСНИХ ПОКАЗНИКІВ ЗЕРНА ПШЕНИЦІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ОДНО- ТА БАГАТОПРОМЕНЕВОЇ СПЕКТРОМЕТРІЇ

Метою роботи є аналіз методів контролю оптичних параметрів зернових культур із застосуванням засобів вимірювання спектральної яскравості зразків та їх коефіцієнтів відбиття і поглинання. Такі методи мають підвищені вимого до швидкодії під час проведення вимірів, при забезпеченні точності і достовірності класичних фізичних, хімічних та фізико-хімічних методів контролю. Проведено аналіз вимог та технічних аспектів застосування спектрометричних методів аналізу органічних речовин із застосуванням електромагнітного випромінювання різної довжини хвиль. Визначення вказаних вище параметрів дозволяє зробити комплексний висновок про якісний та кількісний хімічний склад зерна і його сортові якості.

Ключові слова: спектрометрія, зернові культури, пшениця, кількісний аналіз, якісний аналіз, оптична щільність, коефіцієнт відбиття, коефіцієнт поглинання.

Н.М. ЗАЩЕПКИНА, А.А. НАКОНЕЧНЫЙ
Национальный технический университет Украины
"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"

МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВЕННЫХ И КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЗЕРНА ПШЕНИЦЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОДНО- И МНОГОЛУЧЕВОЙ СПЕКТРОМЕТРИИ

Целью работы является анализ методов контроля оптических параметров зерновых культур с применением средств измерения спектральной яркости образцов, а так же их коэффициентов отражения и поглощения. Такие методы имеют повышенные требования к быстродействию при проведении измерений, при обеспечении точности и достоверности классических физических, химических и физико-химических методов контроля. Проведен анализ требований и технических аспектов применения спектрометрических методов анализа органических веществ с применением электромагнитного излучения различной длины волн. Определение указанных выше параметров позволяет сделать комплексный вывод о качественном и количественном химический состав зерна и определять его сортовые качества.

Ключевые слова: спектрометрия, зерновые культуры, пшеница, количественный анализ, качественный анализ, оптическая плотность, коэффициент отражения, коэффициент поглощения.

N.M. ZASHCHEPKINA, O.A. NAKONECHNYJ
National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

METHODS OF CONTROL OF QUALITY AND QUANTITATIVE INDICATORS OF GRAIN WHEAT WITH APPLICATION OF ONE AND MULTIPLE-SPECTROMETRY

The purpose of the work is analyze the methods of controlling the optical parameters of grain crops using the means of measuring the spectral brightness of the samples and their coefficients of reflection and absorption. Such methods have increased requirements for the performance during measurements, while ensuring the accuracy and reliability of classical physical, chemical and physico-chemical methods of control. The analysis of requirements and technical aspects of application of spectrometric methods of analysis of organic substances with the use of electromagnetic radiation of different wavelengths is carried out. Determination of the above parameters allows us to make a comprehensive conclusion about the qualitative and quantitative chemical composition of the grain and its varietal qualities.

Key words: spectrometry, grain crops, wheat, source of illumination, quantitative analysis, qualitative analysis, optical density, reflection coefficient, absorption coefficient.

Постановка проблеми

В останній час, у багатьох галузях виробництва, широкого розповсюдження набули експрес-методи контролю інформативних показників об’єктів, що діагностуються. Такі методи мають підвищені вимого до швидкодії під час проведення вимірів, при забезпеченні точності і достовірності класичних фізичних, хімічних та фізико-хімічних методів контролю. Це завдання досить актуальне для сільського господарства,

де існують державні стандарти, що регламентують сортові показники, вміст білку, жирів, вологи, клітковини та інших складових у вхідній сировині та вихідній продукції.

Розробка та впровадження сучасних методів та засобів вимірювання для швидкого оцінювання якості зернових культур та готової продукції, для оперативного контролю технологічних процесів переробки та зберігання зерна є однією з задач підвищення ефективності виробництва, виготовлення якісної продукції, безпечної для людини. Загальновідомо, що Україна входить в п'ятірку головних зернових експортерів світу. Так, як агропромисловий комплекс країни є однією з найбільших галузей економіки, що динамічно розвиваються, надійна та об'єктивна оцінка якості зерна та продуктів його переробки в даний час набула особливого значення. Гостро постає питання про створення простих універсальних та швидкісних методів і засобів вимірювання, для об'єктивної оцінки якості зерна, замість візуальних та фізико-хімічних оцінок.

Колір, розміри та конфігурація зернини являються головними сортовими ознака більшості зернових культур. Їх враховують в стандартах при класифікації зерна на типи, підтипи. Найбільш інформативним параметром із вищенаведених є колір – ознака свіжості зерна, його якості, дотримання правил післязбиральної обробки та зберігання. Несприятливі умови вирощування зерна, його збирання та зберігання викликають потемніння або знебарвлення оболонки зерна у видимому світлі, та відповідні зміни спектральної яскравості його ділянок при дії ультрафіолетового (УФ) випромінювання і в процесах контролю із застосуванням випромінювання в ближньому інфрачервоному (БІЧ) спектрі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Якість пшениці в Україні відповідно до ДСТУ 9353-90 залежить від цілого ряду показників: запах, колір, масова частка сирої клейковини, якість клейковини, вологість, число падіння, скловидність, натура, вміст домішок, вміст пророслих зерен та ін. Визначення вказаних вище параметрів дозволяє робити комплексний висновок про якісний та кількісний хімічний склад зерна і його сортові якості. Для контролю показників існують стандартизовані методики та відповідні інструментальні засоби. Проблема полягає в тому, що більшість з них є трудомісткими, тривалими, потребують складної та багатоступінчатої пробопідготовки та обробки результатів аналізу [3, 9].

Тому перспективною є заміна класичних фізико-хімічних методів аналізу на прямі інструментальні прийоми, що є в основному відносними фізичними методами, у яких вимірювані величини, що визначаються, представляють собою електричні параметри, обумовлені, припустимо, пучками електронів, фотонів, нейтронів і іонів. Шукана концентрація сполуки або наявність компоненту певної природи, відповідно, стає таким чином функцією калібрувальної моделі обладнання. Отриманий таким чином сигнал вимірювальної інформації, може бути відображений в знаковій формі на шкалі вимірювального засобу у відносних одиницях, та придатний до подальшої обробки із застосуванням сучасної обчислювальної техніки.

Наприклад, для визначення якісних оптичних характеристик (кольору) зерна пшениці при візуальному огляді (у видимому спектрі) прийнята описова форма, наприклад, "світло-коричневий колір". Відсутність кількісних характеристик випромінювання відбитого конкретним зразком зерна пшениці у різних спектральних діапазонах, призводить до суб'єктивності визначення його оптичних показників. В такому випадку оцінка ряду важливих показників якості зерна, наприклад, типового складу, ступеня пошкодження зерна поширеними захворюваннями, ступеня знебарвлення зерна, наявності ділянок із пошкодженою оболонкою, кількості пророслих зерен (на ранніх стадіях) зазвичай відсутні. Зерно пшениці в нативному стані – надзвичайно складний об'єкт для вимірювання кольорових (колориметричних) та спектрофотометричних показників [6].

Формулювання мети дослідження

Метою даного дослідження є аналіз методів контролю оптичних параметрів зернових культур із застосуванням засобів вимірювання спектральної яскравості зразків та їх коефіцієнтів відбиття і поглинання.

Для досягнення поставленої мети було сформульовано та вирішено наступні задачі:

- огляд та характеристика існуючих в даний час хімічних, фізичних та фізико-хімічних методів діагностики інформативних показників зернових культур, визначення їх переваг та недоліків;
- проведено вибір методів та засобів аналізу органічних речовин, що мають найкращі показники по відношенню затрати/отриманий результат, та відповідають вимогам експрес діагностики, із забезпеченням достатньої чутливості, селективності, та точності вимірів;
- аналіз вимог та технічних аспектів застосування спектрометричних методів аналізу органічних речовин із застосуванням електромагнітного випромінювання різної довжини хвиль, як методів, що дозволяють проводити комплексну діагностику зернових культур та відповідають вимогам експрес аналізу.

Викладення основного матеріалу дослідження

За умови правильно виконаного калібрування приладів, переваги інструментальної оптичної аналітики полягають у можливості реєструвати дуже малі (слідові) концентрації, причому з використанням порівняно невеликої кількості речовини; в швидкості проведення аналізу та забезпеченні передумов для автоматизації процесу і багаторазового використання однієї і тієї ж проби, оскільки досліджувана речовина в ході аналізу не зазнає ніяких змін.

В аналітичних дослідженнях зернової продукції, на перше місце виступає можливість проводити комплексну експрес-діагностику параметрів із залученням мінімальної кількості ресурсів і часу. Цим вимогам в повній мірі відповідають оптичні методи аналізу енергетичних і спектральних характеристик відбитого, заломленого чи послабленого зразком випромінювання, який піддається аналізу. Для об'єктивного контролю оптичних показників зерна пшениці (і зернових культур в цілому) останні десятиліття все більше використовуються спектрометричні та фотометричні методи контролю із застосуванням випромінювання різного спектрального діапазону. Спектроскопія за визначенням займається аналізом характеристичних відгуків атомів, іонів, радикалів і молекул на основі реєстрації і розшифровки їх спектрів, які одержують за допомогою різних вимірювальних пристроїв [1, 6].

Загалом спектроскопію можна поділити на атомну та молекулярну. Атомні спектри є лінійчатими. Їх поглинання і емісійне випромінювання знаходяться в області видимого і ультрафіолетового світла, оскільки різниці між зовнішніми електронними оболонками, де відбуваються відповідні переходи, якраз еквівалентні цьому діапазону частот електромагнітного випромінювання. В силу більш складної структури у молекул можливі більш різноманітні енергетичні переходи, ніж у атомів. Молекулярні спектри є смугастими. Вони утворюються в результаті того, що у молекул, на відміну від атомів, електронний перехід є єдино можливим способом зміни кількості енергії. Таким чином, кожен коливальний і, відповідно, електронний перехід складається з послідовності майже прилягаючих одна до одної ліній, які у молекулі зі складною структурою зливаються в смуги поглинання і зазвичай вже не піддаються визначенню візуально за допомогою звичайних спектрометрів.

Для перетворення спектрограми необхідна ЕОМ. Електронний спектрометр завжди сканує повний спектр, і на кожну довжину хвилі витрачається однаковий час, тому не можна сканувати швидше за рахунок пропуску тих областей спектра, які не представляють інтересу або де поглинання відсутнє. Помилковий електричний сигнал або пропущена точка може зробити помітний вплив на спектр, що проявляється у вигляді спотворення контурів смуг або втрати дозволу. Також, іноді, при інтегральному перетворенні може виникнути хибне спектральне поглинання [8].

Спектр поглинання, тобто графічний запис процесу поглинання випромінювання щодо довжини хвилі або, відповідно, частоти світла, дає інформацію щодо того, про яку саме речовину йдеться. Різні речовини, описані через формули хімічної сполуки, розрізняються своїми структурами – атомною, просторовою та електронною. Тому кожна речовина по-своєму реагує на електронне, коливальне або обертальне збудження, формуючи характерний тільки для неї спектр. Оскільки зерно є неоднорідним продуктом, як за величиною окремих зерен, так і за хімічним складом, то для різних зразків величина максимуму спектра пропускання може відрізнятися в 10-15 і більше разів (рис. 1) [9].

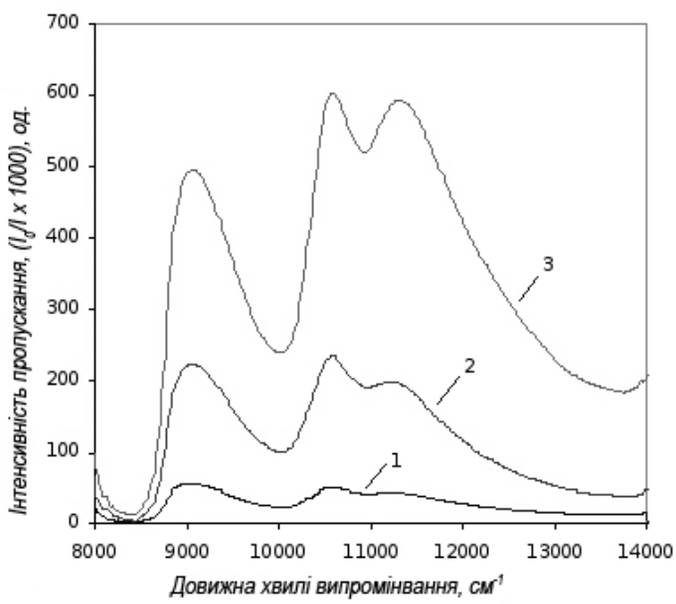


Рис. 1. Спектри пропускання зразків зерна різних сортів

В основі кількісного аналізу лежить закон Ламберта-Бера, тобто визначення оптичної щільності *E* при тій довжині хвилі, при якій досліджувана речовина поглинає світло. Закон Ламберта стверджує, що кількість світла, яке поглинається речовиною, не залежить від інтенсивності джерела випромінювання, а є пропорційною числу поглинаючих молекул. Тому [1]:

$$D = \log\left(\frac{1}{T}\right) = \varepsilon C d, \quad (1)$$

де ε – коефіцієнт пропорційності, що залежить від довжини хвилі випромінювання і природи зразка;

C – концентрація компонента що поглинає випромінювання, моль/л;

d – товщина поглинаючого шару, см;

T – коефіцієнт пропускання речовини, що визначається за формулою [1]:

$$T = \frac{I}{I_o}, \quad (2)$$

де I – інтенсивність випромінювання, що пройшло через зразок,

I_0 – інтенсивність випромінювання, що падає на зразок.

Аналізуючи рівняння (1), можна стверджувати, що, знаючи оптичну щільність, коефіцієнт екстинкції і довжину шару, можна визначити концентрацію показника. А, якщо є спектр, що характеризує величину оптичної щільності в деякому діапазоні довжин хвиль, то можна визначати концентрації декількох показників, якщо дані показники мають свої характерні смуги поглинання. Таким чином, реалізується кількісний аналіз зразків (рис. 2) [10].

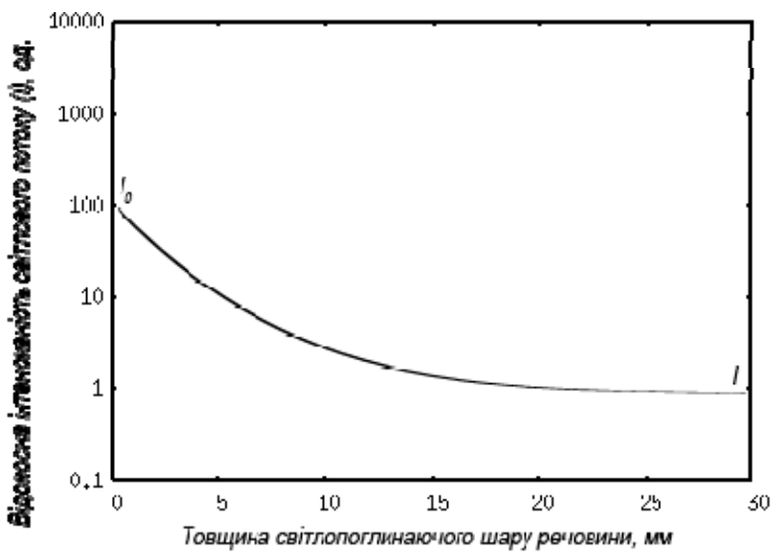


Рис. 2. Залежність між інтенсивністю світлового випромінювання та його проходженням в речовині

Однак це можливо, лише коли об'єкт оптично однорідний і середовище прозоре, що вимагає одноразового вимірювання оптичної щільності при довжині хвилі, що відповідає максимуму поглинання речовини, що зустрічається рідко. У більшості випадків середовище поглинає випромінювання, тому смуги поглинання перекриваються, що змушує проводити вимірювання при декількох довжинах хвиль, в залежності від числа поглинаючих компонентів суміші і застосовуваного методу вимірювання [9].

Таблиця 1

Приклади залежності між поглинанням А, пропусканням Т і оптичною щільністю Е

Інтенсивність світла, I	Поглинання світла, A	Пропускання світла, T	Оптична щільність світла, E
$I = I_0$	0 %	100 %	0,000
$I = 1/10\ I_0$	90 %	10 %	1,000
$I = 1/100\ I_0$	99 %	1 %	2,000

Можлива також реалізація якісного аналізу, який полягає у віднесенні зразка до заданого виду або класу. Оскільки зразки різного складу мають відмінні, індивідуальні спектри, то порівнюючи схожість спектрів аналізованого зразка із спектрами деякої групи зразків, що точно відноситься до даного типу, можна відповісти на питання, чи належить даний зразок до цієї групи чи ні. В той же час, практична реалізація як якісного, так і кількісного аналізу вимагає використання досить складних математичних алгоритмів

На практиці в більшості випадків можна отримати адекватну лінійну залежність між оптичною щільністю і концентрацією до величини оптичної щільності порядку 1,000: вище цього значення відзначається все зростаюче відхилення від лінійного закону. При необхідності результатів дуже високої точності аналізи найкраще проводити з оптичними густинами <0,5. Застосування закону Ламберта-Бера здійснюється згідно з таким рівнянням [2]:

$$\varepsilon = \frac{E}{c \cdot d}, \tag{3}$$

Таке рівняння дозволяє обчислити концентрацію з речовини на основі виміряної оптичної щільності E, якщо відомий молярний коефіцієнт поглинання цієї речовини [11].

Однак на практиці найчастіше дослідження проводяться таким чином, що визначають оптичну щільність E на розчинах різних відомих концентрацій з і графічно наносять на діаграму величини E щодо величин c. При дії закону Ламберта-Бера, якщо прийняти товщину шару d за сталу величину, маємо пряму лінію (так як ε є константа), і в ідеальному варіанті ця пряма проходить через нульову точку, як видно на рис.3 [2].

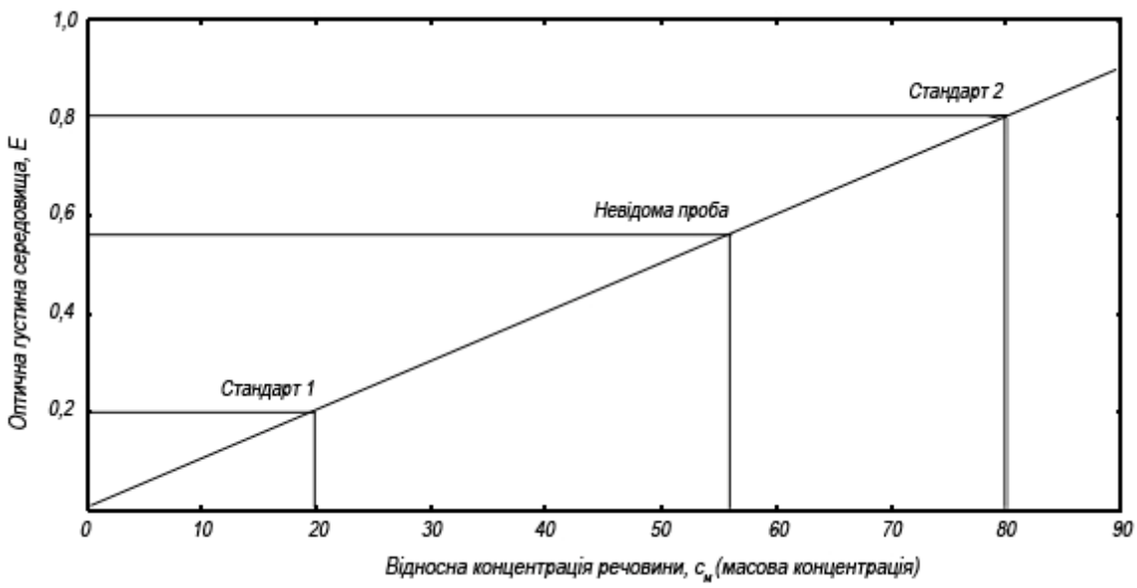


Рис. 3. Градуювальний графік для кількісного аналізу на основі двох стандартів

Оскільки в молекулярній спектроскопії визначають коефіцієнт послаблення чи відбиття світла I щодо вихідної інтенсивності I_0, то завжди доводиться проводити два окремих вимірювання для обох інтенсивностей світла. Тобто визначають спочатку I_0, вимірюючи інтенсивність емісійного випромінювання, що надходить на детектор від джерела без проби (рис. 4).



Рис. 4. Принцип кількісного аналізу (визначення відгуків I_0 та I_1)

При проходженні випромінювання через оптично неоднорідне середовище, наприклад, тверді речовин, розміри частинок яких значно перевершують довжину хвилі, процес поглинання ускладнюють явища відбиття від поверхонь частинок, заломлення на границі розділу середовищ і дифракції на краях частинок.

При взаємодії випромінювання із сипучими матеріалами (рис.5), до яких, зокрема, можна віднести зернові продукти частина променів, яка взаємодіє з першої фронтальною поверхнею зовнішнього шару частинок (промінь 2) віддзеркалюється в напрямках під кутами по відношенню до первинного пучку променів. Частка відбитого таким чином випромінювання при інших рівних умовах залежить від крупності частинок, що визначає площу поверхні, що відбиває. Частина променів проходить всередину шару, заломлюючись та відбиваючись від поверхонь розділу середовищ та проходить певний шлях крізь частинки зразка, частково поглинаючись, відповідно до хімічного складу зернин та наявності в них певних хімічних сполук. Деяка частка таких променів при цьому виходить з опроміненого шару назад під тим або іншим кутом до вихідного пучку (промінь 3), утворюючи дифузне відбиття. При досить тонкому шарі який просвічується, частина променів може пройти крізь нього, пройшовши певний шлях крізь частки (промінь 4), втрачаючи частину енергії внаслідок поглинання частинками речовини. Частина променів повністю

поглинається шаром, частина йде в сторони. Найбільш важливу для кількісного аналізу інформацію несуть промені 3 і 4, що проходять той чи інший шлях крізь частинки, так як викликане при цьому поглинання специфічно і залежить від концентрації поглинаючих речовин, з яких складаються частинки (Рис. 4).

Тому з метою кількісного аналізу використовують не тільки визначення інтенсивності випромінювання, що пройшов крізь опромінений шар (промінь 4), а й існує цілий ряд приладів, заснованих на визначенні інтенсивності коефіцієнту дифузного відбиття (промінь 3) [2, 4, 5].

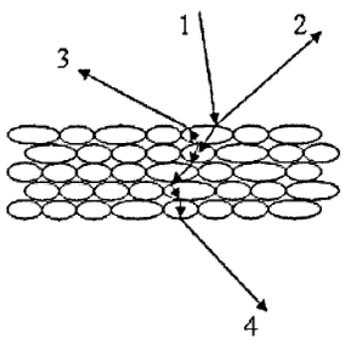


Рис. 5. Взаємодія випромінювання із речовиною в порошковому стані: 1 - падаючий промінь; 2 – промінь, відбитий від фронтальної поверхні зовнішнього шару зернин; 3 - дифузно відбитий промінь; 4 – промінь, що пройшов через шар зернин.

Для кількісного опису дифузного відбиття використовують теорію Кубілки-Мунка. На практиці дифузне відбиття вимірюють за допомогою порівняння із еталоном – імітатором білого тіла, коефіцієнт відбиття від якого приймають рівним одиниці. Це може бути, наприклад, полірована пластина з кераміки або іншого матеріалу з матовою поверхнею з високим коефіцієнтом відбиття. Зв'язок інтенсивності поглинання із концентрацією поглинаючого компоненту, при вимірюванні дифузного відбиття, досить точно описується рівнянням (4) [5].

$$\log\left(\frac{R_O}{R}\right) = \log\left(\frac{1}{R}\right) + \log(R_O) \approx \frac{a \cdot C}{s}, \tag{4}$$

де R_0 – коефіцієнт відбиття еталону;

R – коефіцієнт відбиття аналізованої проби;

$\log\left(\frac{1}{R}\right)$ – оптична щільність аналізованої проби;

a – коефіцієнт, що характеризує поглинальну здатність речовини,

C – концентрація компонента в опромінюється матеріалі що поглинає випромінювання*, %;*

s – коефіцієнт, що характеризує розсіювальну здатність частинок (зернин).

Для монохроматичного випромінювання коефіцієнт відбиття еталону є константою, тому R_0 у формулі (4) можна прийняти рівним одиниці і, додавши вираз для коефіцієнту поглинання речовини, що містить компонент, вміст якого визначається, можна записати вираз для концентрації у вигляді (5) [4]:

$$C = k + \frac{s}{a}\log\left(\frac{1}{R}\right), \tag{5}$$

де k – коефіцієнт поглинання речовини, що приймається постійним для даного вимірювання.

Рівняння (5) показує, що між концентрацією компонента, що поглинає випромінювання і оптичною щільністю аналізованої проби є лінійна залежність. В реальних умовах лінійність може не дотримуватися. Однак у переважній більшості випадків вимірюваний діапазон значень оптичної щільності відносно невеликий, так що відхилення від лінійності не настільки значні. Крім того, використання багатовимірних методів градуювання в тій чи іншій мірі може знижувати нелінійність, що полегшує виконання кількісного аналізу.

Необхідно відзначити, що розсіювальна здатність зразка залежить від ряду умов, найбільш важливими з яких є крупність його частинок і вологості. Вода, яка присутня в пробі, дає інтенсивні характеристичні смуги поглинання, що істотно спотворює смуги поглинання інших абсорбентів.

Висновки

Норми забезпечення якості зерна вимагають високоефективних аналітичних досліджень в ході усіх виробничих процесів, що мають місце в процесі прийому, сертифікації, зберігання та первинної переробки зернових культур. Методи та засоби аналізу повинні бути готові до напливу все більшого обсягу проб, а обробка багаторазово збільшеного обсягу зразків які необхідно аналізувати, можлива тільки на у разі застосування автоматизації та експрес-методів аналізу.

Сучасна інструментальна спектроскопія володіє потужними інформативними можливостями, що дозволяє вирішувати багато аналітичних задач, особливо в поєднанні із електронними обчислювальними засобами та автоматизацією експериментальних досліджень. Суть будь-якого контролю якості має три взаємопов'язаних компоненти: ідентифікація ("випробування на справжність") – визначення сортової та видової приналежності досліджуваного зразка, якісний (визначення наявності певної компоненти) та кількісний (концентрація досліджуваної речовини у зразку) аналіз. Для практичної роботи контрольної лабораторії потрібні вимірювально-технічні способи, що забезпечують відтворювані параметри. Якщо ж мова йде про хімічні відмінності, селективності таких способів виявляється явно недостатньо. З іншого боку, хімічні аналізи, вироблені відомим "мокрим способом", нерідко займають занадто багато часу, особливо якщо потрібно отримати кількісні показники.

Тому перспективним є застосування спектральних методів експрес-аналізу харчових продуктів (в лабораторних та виробничих умовах). Дані методи діагностики відносяться до неруйнівних, вони можуть застосовуватися дистанційно, особливо при поєднання із засобами об'єктивного контролю з використанням телевізійних інформаційно-вимірювальних систем та телеметрії.

В даний час стрімко зростає попит на продуктивні, більш гнучкі автоматичні системи підготовки та обробки проб. Щоб уникнути помилок і похибок обладнання забезпечується автоматичною системою контролю результатів, яка видає повідомлення про помилку, якщо вимірювання виходять за межі поля допуску.

Список використаної літератури.

1. Вечкасов М. А. Приборы и методы в ближней инфракрасной области / М. А. Вечкасов, К. А. Кручинин – М.: Химия, 1977. – 280 с.
2. Кеслер Н. Методы инфракрасной спектроскопии в химическом анализе / Н. Кеслер. – М.: Мир, 1984. – 287 с.
3. Крищенко В. П. Контроль качества зерна озимой пшеницы / В. П. Крищенко, Ю. Г. Сазонов, Л. А. Чуйкова // Химия в сельском хозяйстве. – 1987. – № 9. – С. 61-68.
4. Лузанов П. А. Создание градуировочной модели, устойчивой к конструктивным изменениям инфракрасного анализатора / П. А. Лузанов, К. А. Жаринов // Научное приборостроение. – 2006. – Т. 16, №4. – С. 80-84.
5. Лузанов П. А. Стандартизация анализаторов на основе Фурье-спектроскопии в ближней инфракрасной области для контроля поакзателей качества зерна : дисс. на соиск. ученой степ. канд. техн. наук : спец. 05.11.13 "Приборы и методы контроля природной среды, материалов и изделий" / П. А. Лузанов. – Санкт-Петербург, 2006. – С. 19-20.
6. Норрис К. Х. Приборы для ближней инфракрасной спектроскопии / К. Х. Норрис // Применение спектроскопии в ближней инфракрасной области для контроля качества продукции [4-й сборник научных трудов по ИКС] : тезисы докл. – М.: Интерагротех, 1989. – С. 5-10.
7. Панкратов Г. Н. Определение состава ржано-пшеничных компонентов в муке с помощью ИК-спектроскопии / Г. Н. Панкратов, И. Д. Береш, В. П. Изосимов // Пищевая промышленность России на пороге XXI века : междунар. науч.-техн. конф. : тезисы докл. – М.: МГАПП, 1996. – С. 38-41.
8. Петрова Е. В. Определение состава ржано-пшеничной муки из зерносмесей методом инфракрасной спектроскопии / Е. В. Петрова, Г. Н. Панкратов // Индустрия продуктов здорового питания – третье тысячелетие (человек, наука, технология, экономика) : междунар. науч.-техн. конф. : тезисы докл. – М.: МГУПП, 1999. – Т. 24. – С. 13-16.
9. Хуршудян С.А. Применение оптических анализаторов в пищевой промышленности / С. А. Хуршудян // Пищевая промышленность. – 2000. – № 11. – С. 76-78.
10. Cassells J.A., Reuss R., Osborne B.G. and Wesley I.J. Near infrared spectroscopic studies of changes in stored grain (2007) // J. Near Infrared Spectrosc. 15 (3), P. 161-167.

УДК 681.011.56

В.О. КОНДРАТЕЦЬ, О.М. СЕРБУЛ
Центральноукраїнський національний технічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ САМОНАЛАГОДЖУВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ РОЗРІДЖЕННЯМ ПІСКІВ В ПРИЙМАЛЬНОМУ ПРИСТРОЇ ЗАВИТКОВОГО ЖИВИЛЬНИКА

Кульовий млин, що подрібнює піски двоспірального класифікатора і виконує основну роботу, працює без підтримання оптимального розрідження пульпи і тому допускає великі перевитрати електричної енергії, куль і футеровки та зменшує вихід готового продукту. Доведено, що необхідне розрідження пульпи можливо формувати у приймальному пристрої завиткового живильника кульового млина. Для цього запропонована самоналагоджувальна система з частковою інваріантністю подачі води у пісковий жолоб за сигналами рівня пульпи і співвідношення тверде/рідке в ній. Запропонована методика розрахунку продуктивності магістралей і функціональна схема системи керування.

Ключові слова: двоспіральний класифікатор, кульовий млин, тверде/рідке, рівень, тиск пульпи, інваріантність

В.А. КОНДРАТЕЦ, А.Н. СЕРБУЛ
Центральноукраинский национальный технический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ САМОНАСТРАИВАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ РАЗЖИЖЕНИЕМ ПЕСКОВ В ПРИЕМНОМ УСТРОЙСТВЕ УЛИТКОВОГО ПИТАТЕЛЯ

Шаровая мельница, которая измельчает пески двухспирального классификатора и выполняет основную работу, работает без поддержания оптимального разжижения пульпы и поэтому допускает большой перерасход электрической энергии, шаров и футеровки, а также снижает выход готового продукта. Доказано, что необходимое разжижение пульпы возможно формировать в приемном устройстве улиткового питателя шаровой мельницы. Для этого предложена самонастраивающаяся система с частичной инвариантностью подачи воды в песковый желоб по сигналам уровнемера пульпы и соотношения твердое/жидкое в ней. Предложена методика расчета продуктивности магистралей и функциональная схема системы управления.

Ключевые слова: двухспиральный классификатор, шаровая мельница, твердое/жидкое, уровень, давление пульпы, инвариантность

V.A. KONDRATETS, A.N. SERBUL
Central Ukrainian National Technical University

MODELING OF THE SELF-ADJUSTING SYSTEM OF AUTOMATIC CONTROL OF LIQUEFACTION OF THE SAND IN ACCEPTABLE DEVICE OF A SPIRAL FEEDER

A ball mill that grinds the sands of a double-helix classifier and performs the main job, works without maintaining optimal pulp liquor and therefore allows a large over-expenditure of electrical energy, balls and lining, and also reduces the yield of the finished product. It is proved that it is possible to form the necessary pulp liquefaction in the receiving device of the cochlear feeder of a ball mill. For this purpose, a self-adjusting system with a partial invariance of water supply to the sand chute by the signals of the pulp level meter and the solid/liquid ratio in it is proposed. The technique of calculation of productivity of highways and the functional scheme of a control system is offered.

Keywords: double helix classifier, ball mill, solid/liquid, level, pulp pressure, invariance

Постановка проблеми

Середній вміст заліза в бідних рудах України складає близько 35 %, що вимагає їх збагачення. Значна частка з них – це міцні руди, які у перших стадіях подрібнюють спочатку у стержневому млині, що працює у відкритому циклі, а потім у кульовому млині, що переробляє піски двоспірального класифікатора. Кульовий млин, що виконує основну роботу скорочення крупності матеріалу, працює без підтримання необхідного розрідження пульпи. При цьому молольні тіла працюють неефективно, матеріал погано осереднюється за крупністю та транспортується вздовж барабана з неоптимальною швидкістю, що стає наслідком перевитрачання електричної енергії, куль і футеровки та зменшення виходу готового продукту. Такий стан не узгоджується з законодавством України щодо впровадження ресурсозберігаючих технологій в промисловості та енергетиці. Оскільки дана стаття спрямована на розв’язання поставлених задач ресурсо- та енергозбереження і відповідає науковій тематиці Центральноукраїнського національного технічного університету, її тема є актуальною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Відомі системи автоматичного керування, розроблені для кульових млинів з циркулюючим навантаженням, для даного циклу подрібнення не підходять. Пристрій [1], запропонований для кульових млинів, що подрібнюють піски двоспіральних класифікаторів з акумулюванням піскового потоку і наступним вимірюванням об'ємної витрати у пісковому жолобі класифікатора, не гарантує надійної роботи, оскільки його канал може забиватись сторонніми предметами. Використання витратомірів, що сканують поверхню піскового потоку [2], у даному циклі подрібнення не забезпечує необхідної точності вимірювання об'ємної витрати пульпи. Це примушує задачу стабілізації розрідження пісків вирішувати у приймальному пристрої завиткового живильника кульового млина. Така задача успішно розв'язана застосуванням двоетапного досягнення необхідного значення розрідження пульпи [3], однак система автоматичного керування виходить достатньо складною, особливо в частині реалізації контуру подачі невеликої витрати води безпосередньо у завантаження кульового млина. Альтернативний підхід побудови системи з прямим розрідженням пульпи у приймальному пристрої завиткового живильника ніхто не розглядав.

Мета дослідження

Метою даної роботи є математичне моделювання самоналагоджувальної системи прямого автоматичного керування розрідженням пісків у приймальному пристрої завиткового живильника з побудовою її функціональної схеми.

Викладення основного матеріалу дослідження

Необхідне значення розрідження пульпи будемо оцінювати за співвідношенням тверде/рідке в приймальному пристрої завиткового живильника кульового млина. У приймальний пристрій завиткового живильника пульпа надходить з піскового жолоба, де створюється при перемішуванні обводнених пісків і доданої води. Піски, що розвантажуються спіралями класифікатора, виступають ведучим технологічним параметром у даному процесі, оскільки змінюються в залежності від типу руди і режиму роботи обладнання. Коливання їх продуктивності в основному здійснюється в межах 70…125 кг/с. В залежності від кількості пісків необхідно додавати певну витрату води у пісковий жолоб класифікатора для досягнення заданого значення співвідношення тверде/рідке.

Дослідження динаміки завиткового живильника [4] показало, що він описується диференціальними рівняннями першого порядку з постійними коефіцієнтами як за рівнем, так і за розрідженням пульпи. При типовому обладнанні має сталу часу 65,2 с і володіє змінним запізнюванням 2,6…5,6. Хвильові процеси у завитковому живильнику [5, 6], крім того, створюють необхідність осереднення сигналів, що приводить до отримання запізнілої інформації. Такі властивості керованого об'єкта не дозволяють отримати достатню точність регулювання, застосовуючи принцип зворотного зв'язку. За таких умов найкращим підходом є регулювання за збурним впливом, однак точно виміряти витрату пісків тут немає можливості.

У завитковому живильнику підтримується баланс за об'ємною витратою пульпи. Кількість пульпи, що надійшла у приймальний пристрій, дорівнює об'ємній витраті матеріалу, завантаженому у кульовий млин. При цьому у приймальному пристрої в усталеному режимі роботи підтримується цілком визначений рівень пульпи H_y і співвідношення тверде/рідке k_y, що визначається масовою витратою пісків Q_p і води. Піски транспортують з класифікатора певну кількість води, яку можна визначити коефіцієнтом пропорціональності k_1. З врахуванням сказаного в усталеному режимі роботи співвідношення тверде/рідке буде дорівнювати

$$k_y = \frac{Q_p}{k_1 Q_p + Q_{wg}}, \tag{1}$$

де Q_{wg} – масова витрата води у пісковий жолоб класифікатора.

Подамо $Q_p = Q_{vp}\delta_p$, де Q_{vp} – об'ємна витрата пісків, δ_p – густина твердого. Об'ємна витрата пульпи дорівнює

$$Q = Q_{vp} + Q_{vw}, \tag{2}$$

де Q_{vw} – загальна об'ємна витрата води у пульпі.

З іншого боку, об'ємна витрата пульпи дорівнює

$$Q = k_2 H_y, \tag{3}$$

де k_2 – коефіцієнт, що характеризує завитковий живильник, м^2/с.

Прирівнявши праві частини (2) і (3) і зробивши перетворення, отримуємо

$$H_y = \frac{1}{k_2}\left[\left(\frac{1}{\delta_p} + \frac{k_1}{\delta_w}\right)Q_p + \frac{Q_{wg}}{\delta_w}\right], \tag{4}$$

де δ_w – густина води.

Залежності (1) і (4) є статичними математичними моделями завиткового живильника по каналам співвідношення тверде/рідке і рівня пульпи. З залежностей (1) і (4) видно, що рівень пульпи у приймальному пристрої завиткового живильника і співвідношення тверде/рідке є функціями піскової продуктивності класифікатора Q_p. За відомими k_y і H_y з рівнянь (1) і (4) можливо визначити масову витрату пісків класифікатора Q_p, однак інваріантне управління за Q_p ефективно здійснити не можливо, оскільки на визначений параметр у такому випадку також впливають транспортне, ємкісне запізнювання та запізнювання інформації. Тому більш докладніше розглянемо статичні характеристики завиткового живильника.

Моделювання статики завиткового живильника здійснимо при $k_1 = 0{,}12$, $k_2 = 0{,}15$ м^2/с, $\delta_p = 3300$ кг/с, $\delta_w = 1000$ кг/с. Залежності рівня пульпи в приймальному пристрої завиткового живильника від піскової продуктивності класифікатора при незмінних співвідношеннях тверде/рідке ($k_y = const$) показані на рис. 1, *а*. З рис. 1, *а* видно, що залежності лінійні, чутливість рівня до масової витрати пісків дещо збільшується при зменшенні співвідношення тверде/рідке. Дані залежності характеризують процес при підтриманні незмінного значення співвідношення k_y, що на практиці у звичайному режимі роботи здійснити практично не можливо. Більш характерним режимом буде незмінна витрата води Q_{wg} у пісковий жолоб при зміні масової витрати пісків класифікатора Q_p. Залежності, що відповідають даному режиму роботи, наведені на рис. 1, *б*. З рис. 1, *б* видно, що ці залежності також лінійні, відрізняються однаковою чутливістю рівня пульпи до масової витрати пісків. При будь-якій незмінній витраті води в пісковий жолоб класифікатора рівень пульпи у приймальному пристрої завиткового живильника однаково зростає за умов конкретного збільшення масової витрати пісків. Справедлива і зворотна дія, що відповідає зменшенню масової витрати пісків.

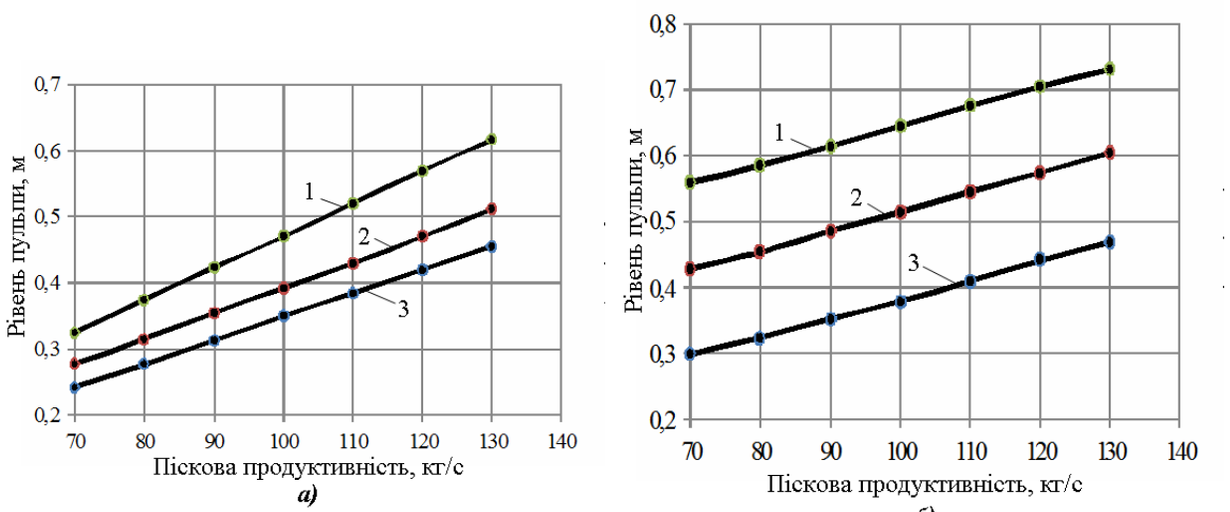


Рис. 1. Залежність рівня пульпи в приймальному пристрої завиткового живильника від піскової продуктивності при незмінних значеннях співвідношення тверде/рідке: 1 – 2,5; 2 – 3,5; 3 – 4,5 (*а*) та незмінних значеннях витрати води в пісковий жолоб класифікатора: 1 – 55; 2 – 35; 3 – 15 кг/с (*б*)

Як видно з залежності (1), співвідношення тверде/рідке у приймальному пристрої завиткового живильника нелінійно залежить від масової витрати Q_p пісків класифікатора, тому дещо розширимо зміну аргументу при математичному моделюванні. Залежності співвідношення тверде/рідке у приймальному пристрої завиткового живильника при незмінних витратах води у пісковий жолоб класифікатора подані на рис. 2. З графіків рис. 2 видно, що при зменшенні витрати води у пісковий жолоб нелінійність залежностей зростає. Чутливість співвідношення тверде/рідке до витрати пісків збільшується зі зменшенням витрати води в пісковий жолоб. Зростання витрати пісків супроводжується збільшенням співвідношення тверде/рідке при певній витраті води у пісковий жолоб.

При управлінні розрідженням пульпи у кульовому млині, що подрібнює піски механічного двоспірального класифікатора, необхідно в конкретних технологічних умовах підтримувати певне значення співвідношення тверде/рідке у приймальному пристрої завиткового живильника. Задамося його значенням 2,5 і на рис. 2 проведемо межі можливих змін від $k_{y\,min}$ до $k_{y\,max}$, тобто будемо підтримувати задане значення у діапазоні $\Delta k_y = k_{y\,max} - k_{y\,min}$. Звідси слідує, що при певній витраті води у пісковий жолоб класифікатора буде цілком визначений діапазон зміни масової витрати пісків. При збільшених витратах води діапазон варіації витрати пісків буде розширюватись. З іншого боку, це означає, що при заданому співвідношенні тверде/рідке $k_y = k_{y\,z}$ при конкретній витраті пісків повинна забезпечуватись певна витрата води в пісковий жолоб. Незмінне значення витрати води при зміні витрати пісків у певних межах забезпечує стабілізацію розрідження пульпи з похибкою $\Delta k_y = k_{y\,max} - k_{y\,min}$. Тоді, задаючись певним допустимим значенням

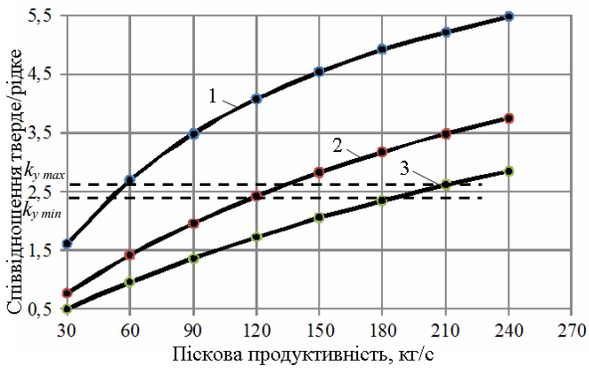


Рис. 2. Залежність співвідношення тверде/рідке від продуктивності пісків механічного двоспірального класифікатора при витраті води в пісковий жолоб: 1 – 15; 2 – 35; 3 – 55 кг/с

$\Delta k_y = const$, можливо виокремити ряд піддіапазонів подачі води $Q_{wg} = const$ і забезпечити управління з частковою інваріантністю [7].

З використанням залежностей (1) і (4) виокремимо піддіапазони зміни витрати води в пісковий жолоб при $\Delta k_y = 0{,}3$; 0,2 і 0,1 в межах експлуатаційної зміни витрати пісків від 70 до 125 кг/с. Параметри математичного моделювання приведені в табл. 1, де перший рядок відноситься до всіх розглянутих процесів і відповідає вихідній магістралі подачі води у пісковий жолоб класифікатора. З даних табл. 1 видно, що при $\Delta k_y = const$ витрата доданої води у окремих піддіапазонах є різною. При $\Delta k_y = 0{,}3$ маємо всього чотири піддіапазони. Зменшення Δk_y супроводжується зростанням кількості піддіапазонів. Зростання витрати пісків приводить до збільшення рівня пульпи у приймальному пристрої, який змінюється в межах 0,302…0,565 м. Кожному діапазону $\Delta k_y = const$ відповідає конкретна зміна рівня пульпи ΔH_y, яка має тенденцію до збільшення з ростом витрати пісків. Задані перепади розрідженості пульпи Δk_y і конкретні значення рівня пульпи H_y у приймальному пристрої завиткового живильника, як видно з даних табл. 1, можливо використати при ідентифікації витрати пісків і організації керування співвідношенням тверде/рідке з частковою інваріантністю. Заданий діапазон зміни співвідношення тверде/рідке $k_{y\,max} - k_{y\,min}$ визначає точність стабілізації параметра. Чим менше Δk_y, тим точнішою буде система з частковою інваріантністю. При зменшенні Δk_y звужується і діапазон зміни рівня пульпи. Тобто, підвищення точності стабілізації розрідження пульпи вимагає підвищення точності вимірювальних засобів.

Таблиця 1

Параметри моделювання подачі додаткової води в пісковий жолоб класифікатора при зміні витрати пісків за умов підтримання співвідношення тверде/рідке в приймальному пристрої завиткового живильника на рівні 2,9

Діапазон зміни розрідження пульпи в приймальному пристрої	Масова витрата пісків класифікатора, кг/с	Витрата доданої води в пісковий жолоб окремим засобом, кг/с	Сумарна витрата доданої води в пісковий жолоб, кг/с	Рівень пульпи в приймальному пристрої, м	Перепад рівнів пульпи в приймальному пристрої, м
2,9…3,2	70	15,74	15,74	0,302	0
	81,77	2,64	18,38	0,353	0,051
	95,48	3,09	21,47	0,410	0,059
	111,53	3,61	25,08	0,482	0,072
	130,29	4,21	29,29	0,563	0,081
2,9…3,1	77,70	1,73	17,47	0,336	0,033
	86,24	1,92	19,39	0,372	0,036
	95,72	2,13	21,52	0,413	0,041
	106,23	2,36	23,88	0,459	0,046
	117,88	2,62	26,50	0,509	0,050
	130,81	2,91	29,41	0,565	0,056
2,9…3	73,78	0,85	16,59	0,319	0,017
	77,77	0,89	17,48	0,336	0,017
	81,94	0,94	18,42	0,354	0,018
	86,34	0,99	19,41	0,373	0,019
	90,98	1,05	20,46	0,393	0,020
	95,91	1,10	21,56	0,414	0,021
	101,06	1,16	22,72	0,436	0,022
	106,5	1,22	23,94	0,460	0,024
	112,22	1,29	25,23	0,485	0,025
	118,27	1,36	26,59	0,511	0,026
	124,64	1,43	28,02	0,538	0,027

Ідентифікувати співвідношення тверде/рідке в приймальному пристрої завиткового живильника можливо за допомогою запропонованого алгоритму [8]

$$k_y = \frac{\delta_p\left(P_h - \delta_w \cdot g \cdot H_y\right)}{\delta_w\left(\delta_p \cdot g \cdot H_y - P_h\right)}, \tag{5}$$

де P_h – наднормальний тиск пульпи у донній частині приймального пристрою; g – прискорення земного тяжіння.

Наднормальний тиск пульпи та її рівень у приймальному пристрої завиткового живильника найкраще виміряти відкритим знизу гідростатичним перетворювачем [9], який являє собою вертикально встановлений відрізок циліндричної труби з внутрішнім діаметром 98 мм, встановлений на відстані від днища, що відповідає початковому рівню захоплення матеріалу. У верхній частині перетворювач закритий і через штуцер імпульсною трубкою з'єднаний з вторинним перетворювачем тиску в електричний сигнал. Вихідною величиною гідростатичного перетворювача є тиск повітря в його порожнині, а вхідною – тиск рідкого середовища. Теоретичними дослідженнями встановлено, що на відкритий знизу гідростатичний перетворювач впливають збурення, які зменшують точність вимірювання параметрів [10]. Тому прийняті заходи щодо зменшення впливу збурень на показання перетворювача і підвищення точності вимірювання. Відносна похибка ідентифікації співвідношення тверде/рідке склала ± 2,71 %, а рівня пульпи – 0,75…0,8 %. Це дозволяє здійснити навіть останній варіант зміни розрідження пульпи в межах 2,9…3,0.

Дані табл. 1 свідчать про те, що можливо реалізувати самоналагоджувальну систему автоматичного управління розрідженням пульпи в приймальному пристрої завиткового живильника з частковою інваріантністю, яка працює з абсолютною похибкою Δk_y (рис. 3). Величину похибки Δk_y вибирають в залежності від необхідної точності підтримання розрідження пульпи в кульовому млині, що подрібнює піски механічного двоспірального класифікатора.

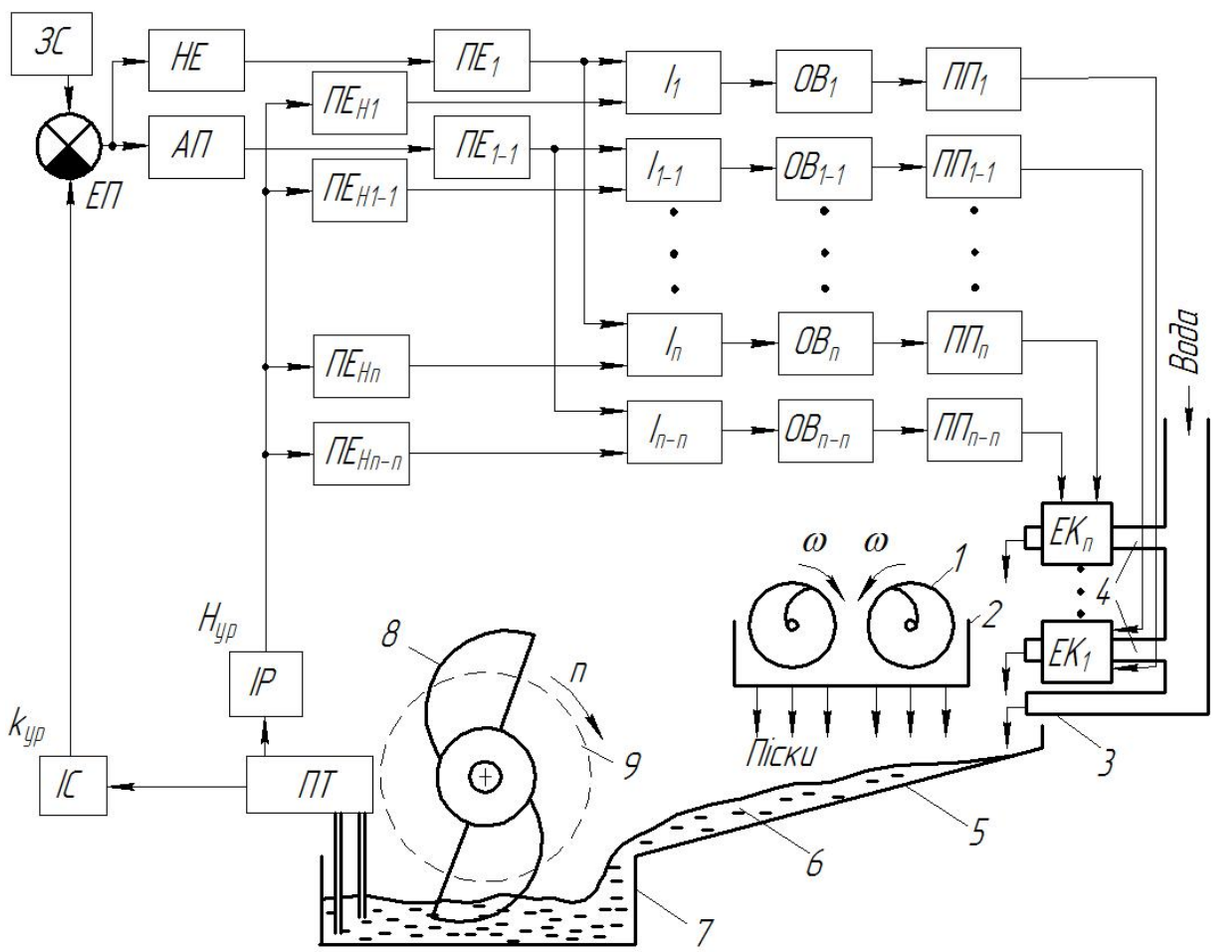


Рис. 3. Функціональна схема самоналагоджувальної системи автоматичного управління розрідженням пульпи в приймальному пристрої завиткового живильника з частковою інваріантністю:
1 – спіралі класифікатора; 2 – класифікатор; 3 – вихідна магістраль подачі води; 4 – додаткові магістралі подачі води; 5 – пісковий жолоб; 6 – пульпа; 7 – приймальний пристрій завиткового живильника; 8 – захватний орган завиткового живильника; 9 – барабан кульового млина

Обґрунтувавши величину абсолютної похибки Δk_y, відповідно даним табл. 1 приймаємо один із варіантів реалізації системи автоматичного управління розрідженням пульпи (рис. 3), де визначаючими є кількість додаткових каналів подачі води та витрата рідини в них. Спіралі *1* класифікатора *2* розвантажують піски, до яких додається вода з вихідної магістралі *3* і додаткових магістралей *4*. У пісковому жолобі класифікатора *5* створюється пульпа *6*, яка накопичується у приймальному пристрої *7* завиткового живильника і захватними органами *8* подається у барабан *9* кульового млина при його обертанні. Відкриті знизу гідростатичні перетворювачі *ПТ* вимірюють тиск пульпи у донній частині приймального пристрою *7* і подають його у виді електричних сигналів, за якими у пристроях ідентифікації рівня *ІР* і ідентифікації співвідношення тверде/рідке *ІС* визначаються поточні значення рівня H_y і розрідження пульпи k_y. Якщо у приймальний пристрій *7* завиткового живильника надходить мінімальна кількість пісків з класифікатора *2*, то відповідно буде мінімальна витрата води лише з вихідної магістралі *3*, найменше значення співвідношення твердого і рідкого 2,9. При зростанні витрати пісків рівновага порушується – почне зростати рівень пульпи у приймальному пристрої завиткового живильника та співвідношення твердого і рідкого. Це спричинить зростання вихідних сигналів елемента порівняння *ЕП* та пристрою ідентифікації рівня пульпи *ІР*, які діють на входи контурів розімкнутого дискретного керування. Сигнал, що відповідає різниці між заданим і фактичним значенням співвідношення твердого і рідкого, через логічний елемент *НЕ* діє на вхід порогового елемента $ПЕ_1$, поріг спрацювання якого відповідає різниці співвідношення, наприклад 3,3 – 2,9 = 0,4. На вхід порогового елемента $ПЕ_{Н1}$ діє вихідний сигнал рівня пульпи у приймальному пристрої завиткового живильника, поріг спрацювання якого відповідає значенню рівня пульпи, збільшеному за рахунок зростання витрати пісків, коли співвідношення твердого і рідкого при незмінній мінімальній витраті води досягне максимального значення 3,3. При досягненні параметрами порогових рівнів елементи $ПЕ_1$ і $ПЕ_{Н1}$ спрацюють. Від порогового елемента $ПЕ_1$ сигнали подаються на перші входи усіх логічних елементів $І_1 \ldots І_n$, однак спрацює лише логічний елемент $І_1$, оскільки на його другий вхід подане порогове значення рівня пульпи, а на другі входи інших логічних елементів такі сигнали не подані в наслідок вищих значень їх порогових рівнів, що відповідають прирощенню рівня пульпи у верхніх діапазонах зміни витрати пісків. Логічний елемент $І_1$ вмикає одновібратор $ОВ_1$, що формує прямокутний імпульс, тривалість якого достатня для спрацювання двохобмоткового електромагнітного клапана $ЕК_1$ після підсилення підсилювачем потужності $ПП_1$. При цьому струмом обтікається обмотка, що відкриває клапан з наступним фіксуванням у відкритому положенні. Вода з розрахованою витратою по першій додатковій магістралі поступає у пісковий жолоб *5*. Це викликає зменшення співвідношення твердого і рідкого у приймальному пристрої *7* завиткового живильника. Аналогічно робота системи відбувається при зростанні витрати пісків до найбільшого значення. Послідовно спрацьовують порогові елементи від $ПЕ_{Н1}$ до $ПЕ_{Нn}$, логічні елементи від $І_1$ до $І_n$, одновібратори від $ОВ_1$ до $ОВ_n$, підсилювачі потужності від $ПП_1$ до $ПП_n$ та електромагнітні клапани додаткових магістралей, що спрацьовують на їх відкриття.

Нехай при спрацювавшому на відкриття електромагнітному клапані першої додаткової магістралі витрата пісків почне зменшуватись. Оскільки подача води у пісковий жолоб *5* при цьому змінюватись не буде, розрідження пульпи у приймальному пристрої почне плавно зменшуватись відносно мінімального (заданого) значення 2,9. При цьому зміниться знак вихідного сигналу елемента порівняння *ЕП*, який підсилюється амплітудним підсилювачем *АП* і діє на вхід порогового елемента $ПЕ_{1\text{-}1}$, з'єднаного з першим входом логічного елемента $І_{1\text{-}1}$ другої лінії зв'язку з двообмотковим електромагнітним клапаном. Зменшення витрати пісків приводить до зменшення рівня пульпи у приймальному пристрої завиткового живильника при тій же подачі води. На певний зменшений рівень пульпи реагує пороговий елемент $ПЕ_{Н1\text{-}1}$. При досягненні параметрами рівнів спрацювання на обидва входи логічного елемента $І_{1\text{-}1}$ поступають дозволяючі сигнали і він спрацьовує. Елементи $ОВ_{1\text{-}1}$ і $ПП_{1\text{-}1}$ приводять у дію другу обмотку електромагнітного клапана $ЕК_1$, який закриває першу додаткову магістраль подачі води, фіксуючи її у такому стані. Аналогічно пристрій працює при роботі будь-якої кількості додаткових магістралей.

В табл. 1 розглянуто дані, що відповідають одному незмінному значенню розрідження пульпи 2,9. На практиці це малоймовірний випадок, оскільки здебільшого руда представлена кількома типами і розрідження пульпи у кульовому млині необхідно підтримувати на різних рівнях. Це означає, що в систему (рис. 3) необхідно вводити завдання на підтримання того чи іншого заданого співвідношення тверде/рідке. Логічним є введення задавального діяння в системі зміною витрати води у вихідній магістралі *3* (рис. 3), однак не відомо, як це буде узгоджуватись з отриманими діапазонами зміни витрати води у додаткових магістралях і заданими значеннями $\Delta k_y = const$. В цілому це є багатоваріантною задачею. Аналіз даних процесів показує, що вибір базового варіанта з середнім значенням задавального діяння, наприклад 2,9, з можливістю збільшення його і зменшення себе не виправдовує, оскільки додавання розрахункової кількості води у пульпу з великою густиною значно її розріджує. Тому за базовий варіант було прийнято завдання, що відповідає найбільш густій пульпі, наприклад 4,0. Для цього виконані розрахунки зміни масової витрати пісків, доданої води і коливань

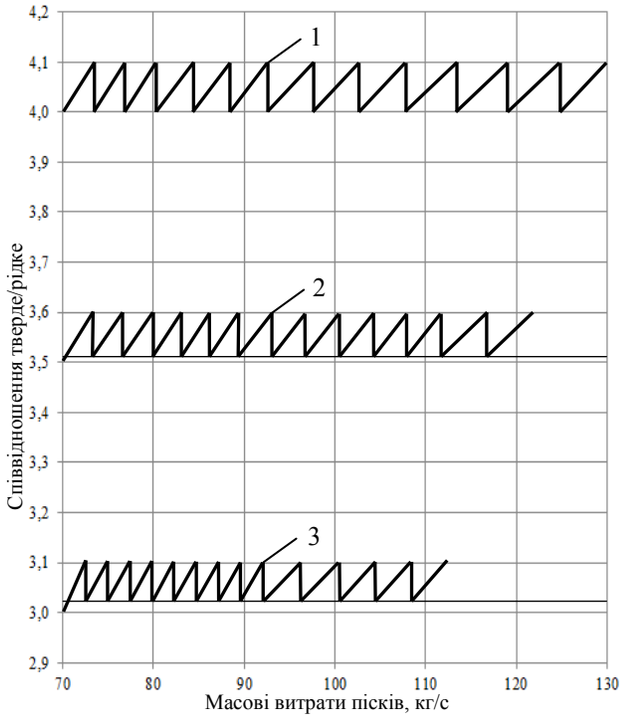


Рис. 4. Залежність співвідношення тверде/рідке у приймальному пристрої завиткового живильника у функції витрати пісків при переключенні додаткових магістралей подачі води і різних задавальних діяннях: 1 – 4,0 (базовий варіант); 2 – 3,5; 3 – 3,0

співвідношення тверде/рідке. Аналогічні розрахунки виконані для задавальних діянь 3,5 і 3,0. Результати дослідження наведені на рис. 4. З рис. 4 видно, що у базовому варіанті при $k_{y\,z} = 4{,}0$ шляхом ввімкнення додаткових магістралей подачі води з ростом масової витрати пісків у приймальному пристрої завиткового живильника забезпечується зміна співвідношення тверде/рідке в межах 4,0…4,1 (залежність 1). Якщо витрату води у вихідній магістралі збільшити до 11,6 кг/с, то при витраті пісків 70 кг/с отримаємо задане співвідношення тверде/рідке, що дорівнює 3,5. Зростання витрати пісків до 73,52 кг/с стане наслідком збільшення k_y до 3,6 і включення подачі води з першої додаткової магістралі, однак при цьому співвідношення тверде/рідке не досягне значення 3,5, а лише 3,52 (рис. 4, залежність 2). Такі зміни спостерігаються, як видно на рис. 4, при включенні будь-якої додаткової магістралі подачі води. Витраті води 14,93 кг/с у вихідній магістралі відповідає завдання співвідношення тверде/рідке, що дорівнює 3,0. Залежність 3 на рис. 4 свідчить про те, що за даних умов відбуваються аналогічні процеси. Це доводить можливість встановлювати в системі значення задавального діяння за витратою води у вихідній магістралі. При зменшенні задавального діяння існує тенденція звуження смуги зміни регульованої величини. Перепад рівнів пульпи також дещо зменшується, але залишається відчутним для його фіксування вимірювальними пристроями. Збільшення Δk_y відносно 0,1 сприяє полегшенню реалізації самоналагоджувальної системи керування розрідженням пульпи з частковою інваріантністю.

Якщо за базовий варіант прийняти $k_y = 4{,}0$, а $\Delta k_y = 0{,}1$, то необхідно здійснити додаткові магістралі подачі води відповідно з наступною витратою: 0,45; 0,47; 0,49; 0,52; 0,54; 0,57; 0,6; 0,62; 0,66; 0,69; 0,72; 0,76 і 0,8 кг/с. При цьому перепади рівнів пульпи відповідно становитимуть: 0,013; 0,013; 0,014; 0,015; 0,016; 0,016; 0,017; 0,018;0,019; 0,019;0,021; 0,021 і 0,023 м. В залежності від необхідного задавального діяння на підтримання співвідношення тверде/рідке у приймальному пристрої завиткового живильника слід встановити відповідну витрату води у вихідній магістралі (табл. 2).

Таблиця 2

Залежність витрати води у вихідній магістралі від необхідного заданого значення співвідношення тверде/рідке у приймальному пристрої завиткового живильника

Задавальне діяння k_y	4,0	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9
Витрата води, кг/с	9,10	9,55	10,02	10,52	11,04	11,60	12,19	12,81	13,48	14,18	14,93	15,74

У випадку, коли завдання на підтримання відповідного співвідношення тверде/рідке встановлюється порівняно рідко, доцільно це робити вручну. Якщо виникає необхідність частої зміни задавального діяння, то краще його встановлювати за допомогою мікропроцесорної системи автоматичного регулювання витрати води, яка, наприклад розглянута в [11]. В ній необхідна витрата встановлюється за допомогою задавача. Систему можливо вмикати лише на час виконання даної операції. Випробування даної системи керування розрідженням пульпи з частковою інваріантністю на спеціально розробленому стенді показало, що задані співвідношення тверде/рідке підтримуються з достатньою для практики точністю. При роботі системи зміна співвідношення тверде/рідке знаходиться в межах Δk_y при будь-яких значеннях задавальних діянь. Характер перехідних процесів визначається як рівнем спрацювання магістралей подачі додаткової води, так і зміною подачі пісків.

Висновки

Необхідне співвідношення тверде/рідке в кульовому млині, що подрібнює піски механічного двоспірального класифікатора, можливо забезпечувати за допомогою запропонованої системи з частковою інваріантністю, яка забезпечує подачу води в приймальному пристрої завиткового живильника. Задавальне діяння на підтримання того чи іншого значення співвідношення тверде/рідке встановлюється відповідною витратою води у вихідному каналі. В залежності від необхідної точності підтримання співвідношення тверде/рідке встановлюється певне значення перепаду даного параметра Δk_y. Чим менше значення Δk_y, тим більш точнішими повинні бути інформаційні засоби. Найменше значення $\Delta k_{y\,min}$ повинно дорівнювати 0,1. Вибравши величину Δk_y, розраховують магістралі додаткової подачі води в пісковий жолоб класифікатора для можливого найбільшого заданого значення $k_{y\,z}$. Потім параметри магістралей будуть задовольняти умовам всіх менших, необхідних при експлуатації задавальних діянь.

Наукова новизна роботи полягає в тому, що вперше здійснена і теоретично обґрунтована система керування розрідженням пульпи в кульовому млині, що подрібнює піски механічного двоспірального класифікатора, яка реалізує принцип часткової інваріантності і є більш простою порівняно з відомими. Результати зміни керованої величини в ній знаходяться в установлених межах Δk_y незалежно від транспортного та ємкісного запізнювання. Практична цінність отриманих результатів зводиться до забезпечення значної економії – зменшення витрати електричної енергії, куль і футеровки та підвищення продуктивності технологічного агрегату по готовому продукту.

Перспективою подальших досліджень є розробка окремих вузлів даної системи та методик її налагодження та експлуатації.

Список використаної літератури

1. А. с. 388790 СССР, МКИ В 03 b 11/00. Устройство для автоматического контроля загрузки и стабилизации разжижения пульпы в мельнице / Ф.Н. Дегтярев, А.А. Мерзляков, В.А. Кондратец, В.И. Новохатько, Н.И. Кучма и Т.И. Гуленко (СССР); Научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт автоматизации черной металлургии. – № 1420849/29-33; Заявлено 30.03.70; Опубл. 05.07.73, Бюл. № 29.
2. Кондратець В.О. Теоретичне дослідження сканування поверхні відкритих матеріальних потоків променями незмінної довжини / В.О. Кондратець //Вісник Криворізького національного університету. – 2013. – Вип. 35. – С. 174-178.
3. Мацуй А.М. Автоматична стабілізація співвідношення руда/вода в кульових млинах, що подрібнюють піски класифікатора / А.М. Мацуй , В.О. Кондратець // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. – 2012. – № 2. – С. 115-119.
4. Кондратец В.А. Математическое моделирование улиткового питателя шаровой мельницы как объекта управления / В.А. Кондратец // Вісник КрНУ. – Кременчук: КрНУ, 2014. – Вип. 3 (86). – С. 64-70.
5. Кондратець В.О. Дослідження умов ідентифікації розрідження пульпи при подрібненні пісків класифікатора / В.О. Кондратець, А.М. Мацуй // Академический вестник. – 2007. - № 19. – С. 44-48.
6. Кондратець В.О. Пошук оптимальних умов ідентифікації розрідження пульпи у завитковму живильнику інформаційними технологіями / В.О. Кондратець, А.М. Мацуй // Вісник Криворізького національного університету. – 2013. – Вип. 34. – С. 66-71.
7. Менский Б.М. Принцип инвариантности в автоматическом регулировании и управлении / Б.М. Менский – М.: Машиностроение, 1972. – 248 с.
8. Кондратець В.О. Ідентифікація співвідношення руда/вода в процесі подрібнення пісків класифікатора / В.О. Кондратець, А.М. Мацуй //Вісник Вінницького політехнічного інституту: – 2009. – № 3. – С. 8-12.
9. Кондратець В.О. Теоретичне дослідження відкритого гідростатичного перетворювача параметрів рідких середовищ / В.О. Кондратець, А.М. Мацуй // Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. – 2008. – Вип. 21. – С. 49-54.
10. Кондратець В.О. Теоретичне дослідження впливу збурень на показання відкритого знизу гідростатичного перетворювача / В.О. Кондратець, А.М. Мацуй // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2012. – № 6. – С. 21-25.
11. Кондратець В.О. Теорія і технічні засоби систем: [підручник для студентів вузів] / В.О. Кондратець – К.: Вища шк., 1993. – 319 с. – (Автоматика та автоматизація вир-ва с.-г. машин: У 2 ч.; Ч І).

УДК 531.3; 534.014

В.Т. КРАВЧУК[1], М.Г. ДИКТЕРУК[1], Ю.В. ЧОВНЮК[1,2]
[1] Киевский национальный университет строительства и архитектуры
[2]Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ ВИБРОМАШИНЫ С КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ УПРУГОЙ СИЛЫ

Проведен анализ движения одномассной вибромашины с упругим кинематическим возбуждением в зонах основного и суперрезонансов и исследовано влияние симметрии (несимметрии) упругой характеристики на характер вибрационного процесса (на амплитуды и спектральный состав колебаний).

Ключевые слова: анализ, колебания, вибромашина, кусочно-линейная характеристика, упругая сила, основные колебания, суперрезонансы.

В.Т. КРАВЧУК[1], М.Г.ДІКТЕРУК[1], Ю.В. ЧОВНЮК[1,2]
[1]Київський національний університет будівництва і архітектури
[2]Національний університет біоресурсів і природокористування України

АНАЛІЗ КОЛИВАНЬ ВІБРОМАШИНИ З КУСКОВО-ЛІНІЙНОЮ ХАРАКТЕРИСТИКОЮ ПРУЖНОЇ СИЛИ

Проведений аналіз руху одномасової вібромашини з пружним кінематичним збудженням у зонах основного і суперрезонансів й досліджений вплив симетрії (несиметрії) пружної характеристики на характер вібраційного процесу (на амплітуди й спектральний склад коливань).

Ключові слова: аналіз, коливання, вібромашина, кусково-лінійна характеристика, пружна сила, основні коливання, суперрезонанси.

V.T. KRAVCHYUK[1], M.G. DIKTERYUK[1], Y.V. CHOVNYUK[1,2]
[1]Kyiv National University of Construction and Architecture
[2]National University of Bioresources and Life Sciences of Ukraine

VIBROMACHINE'S OSCILLATIONS ANALYSIS WITH THE PIECEWISE – LINEAR CHARACTERISTICS OF ITS ELASTIC FORCE

The one-mass vibromachine's movement analysis with the elastic kinematical excitation in the main and super- resonance zones is made. The influence of the symmetrical (nonsymmetrical) elastic characteristic on the character of vibration process (on amplitude and spectral content of oscillations) is provided, as well.

Key words: analysis, oscillations, vibromachine, piece-wise – linear characteristic, elastic force, main oscillations, super- resonances.

Постановка проблемы

В последнее время всё большее распространение получают резонансные вибромашины. Повышенный интерес промышленности к вибрационным машинам резонансного типа обусловлен рядом их принципиально-конструктивных особенностей. В резонансных вибромашинах силы инерции колеблющихся масс уравновешиваются силами упругих связей. Вследствие этого привод вибромашины подвержен меньшим динамическим нагрузкам, уменьшается величина потребной возмущающей силы и затраты энергии на преодоление вредных сопротивлений в кинематических парах привода. Это позволяет, в свою очередь, существенно уменьшить прочностные размеры силовых элементов привода, снизить расход энергии и повысить эксплуатационную надёжность. Одновременно с этим открываются возможности также для создания вибрационных транспортирующих установок с повышенной длиной грузонесущего органа на один привод. Дело в том, что при резонансном режиме работы и при наличии распределённых упругих связей грузонесущий орган, являющийся одновременно силовым элементом машины, передающим вибрации, подвержен действию меньших усилий и находится в более благоприятных условиях работы. При этом уменьшается опасность возникновения паразитных поперечных вибраций и повышается предельное расстояние, на котором удаётся устойчиво передавать энергию колебательного движения.

Наряду с отмеченными достоинствами резонансные вибромашины имеют также некоторые недостатки. Наиболее существенным недостатком обычных резонансных вибромашин является их высокая чувствительность к изменению рабочих параметров и внешней нагрузки. Вследствие этого при изменении режима работы или условий эксплуатации резко меняется амплитуда колебаний рабочего органа (РО) и нарушается нормальное протекание рабочего процесса.

Для повышения устойчивости работы резонансных вибромашин применяют упругие элементы с нелинейными характеристиками жёсткости. Такие упругие элементы выполняются обычно в виде резино-

металлических блоков, работающих на сдвиг или на сжатие, в комбинации с резиновыми буферами. При использовании упругих связей с нелинейными характеристиками изменяется вид амплитудной кривой и расширяется область устойчивой резонансной работы.

Как было установлено авторами [1-4], резонансные вибромашины с буферными упругими элементами при правильном подборе их рабочих характеристик обладают ещё и рядом технологических достоинств. В частности, в вибрационных конвейерах повышается скорость транспортирования, в грохотах - эффективность и производительность грохочения и т.д. Это обусловливается тем, что использование нелинейной упругой системы открывает возможности простого синтеза более эффективных законов движения РО вибрационной машины.

В промышленности широкое распространение получили вибрационные машины с кусочно-линейными упругими связями. Как правило, такие вибромашины работают в резонансном режиме и эффекты комбинационных резонансов, которые присущи нелинейным системам, в них не используются. Вместе с тем, реализация таких режимов может явиться дополнительным резервом повышения эффективности вибрационных машин, поэтому актуальной задачей является всестороннее их исследование.

Анализ последних исследований и публикаций

Авторы [1-9] обосновывают физико-механическую модель движения одномассной вибромашины с упругим кинематическим возбуждением в зонах основного и суперрезонансов, а также исследуют влияние пороговой несимметрии упругой характеристики на характер вибрационного процесса, в частности, на амплитуды и спектральный состав колебаний. Чаще всего такие исследования проводятся на АВМ методом прямых аналогий [5,8]. Особенности колебаний, обусловленные нелинейностью, используются для усовершенствования виброзащитных устройств [3], повышения эффективности работы вибрационных машин [7,9] и т.д. В связи с этим представляет интерес изучение влияния параметров системы (с симметричной/несимметричной мягкой/жёсткой кусочно-линейной характеристикой упругой силы) на величины амплитуд колебаний на основном и супергармонических резонансах, а также возможных режимов устойчивых движений на суперрезонансах. Недостаточно исследован спектральный состав супергармонических колебаний с точки зрения реализации поличастотных режимов испытаний. Решению этих вопросов в основном и посвящена данная статья.

В ряде работ показана целесообразность исследования колебаний нелинейных систем средствами аналоговой вычислительной техники [4-6,8], для чего созданы специализированные аналоговые вычислительные машины (АВМ) [5].

В данной работе будут частично использованы результаты исследований авторов [1,5,8], а также методы, развитые в [10].

Цель исследования

Цель исследования состоит в обосновании физико-механической модели для анализа колебаний вибромашины с кусочно-линейной (симметричной/несимметричной) характеристикой упругой силы и последующем анализе на основании указанной выше модели основных и суперрезонансных колебаний, возникающих в этой вибромашине, при наличии мягкой/жёсткой упругой характеристики. Для достижения целей исследования использован метод прямой линеаризации Я.Г. Пановко [10], позволяющий для нелинейной упругой системы вибромашины получить эквивалентную (линейную) жёсткость.

Изложение основного материала исследования

1. Модель вибромашины с нелинейными характеристиками и общий анализ режимов её работы.

Рассмотрим закономерности работы вибрационной машины с упругими ограничителями, структурная и цепная схема которой приведены в [1]. По условиям обеспечения надёжной работы вибромашины и устранения явления галопирования обычно выполняется ряд основных требований, сводящихся к следующему. Привод располагается таким образом, чтобы возмущающая сила действовала в плоскости колебаний и проходила через центр инерции колеблющихся масс; восстанавливающие силы также должны действовать в плоскости колебаний и располагаться на равном расстоянии от центра инерции колеблющихся масс. Именно при соблюдении указанных требований для дальнейшего рассмотрения вибрационную машину можно представить цепной схемой [1], а её дифференциальное уравнение движения приобретает следующий вид:

$$m\ddot{x} + f(x)\cdot\dot{x} + P(x) - \varepsilon_0\cdot(\dot{\eta} - \dot{x}) - k_0\cdot(\eta - x) = 0, \qquad (1)$$

где: $\eta = r\cdot\cos(\omega t + \delta)$; m – масса грузонесущего органа (в неё может быть включена и присоединённая масса уплотняемой среды/смеси); $f(x)$ - коэффициент сопротивления упругой системы; $P(x)$ – восстанавливающая сила упругой системы; ε_0 – коэффициент затухания в приводных упругих связях; k_0 – жёсткость приводных упругих связей; r – эксцентриситет приводного вала; δ – начальная фаза, либо:

$$m\ddot{x} + \left[f(x) + \varepsilon_0\right]\cdot\dot{x} + P(x) + k_0 x = k_0\cdot\eta + \varepsilon_0\cdot\dot{\eta}. \qquad (2)$$

Вследствие произвольности начальной фазы δ, можно полагать:

$$k_0\cdot\eta + \varepsilon_0\cdot\dot{\eta} = F\cdot\cos\omega t, \qquad (3)$$

где: $\omega-$ частота вращения приводного вала, $t-$время, $F = r \cdot \sqrt{{k_0}^2 + {\varepsilon_0}^2 \cdot \omega^2}$, или приближённо, вследствие того, что $\varepsilon_0 \cdot \omega << k_0$, $F = k_0 \cdot r$. Тогда:

$$m\ddot{x} + \left[f(x) + \varepsilon_0\right] \cdot \dot{x} + P(x) + k_0 \cdot x = F \cdot \cos \omega t. \tag{4}$$

Основные упругие связи и ограничители вибромашины имеют следующие характеристики (Рис. 1):

$$P(x) = \begin{cases} k' \cdot x, \ \ при \ \ -a_2 \le x \le a_1; \\ k'' \cdot x - \left(k'' - k'\right) \cdot a_1, \ \ при \ \ x > a_1; \\ k''' \cdot x + \left(k'' - k'\right) \cdot a_2, \ \ при \ \ x < a_2. \end{cases} \tag{5}$$

$$f(x) = \begin{cases} \varepsilon', \ \ при \ \ -a_2 \le x \le a_1; \\ \varepsilon'', \ \ при \ \ x > a_1; \\ \varepsilon''', \ \ при \ \ x < a_2. \end{cases} \tag{6}$$

При работе в установившихся режимах удар рабочего органа (РО) вибромашины происходит в оба ограничителя. При этом вследствие несимметричных характеристик упругой системы центр колебаний будет смещён относительно положения равновесия на некоторую величину d.

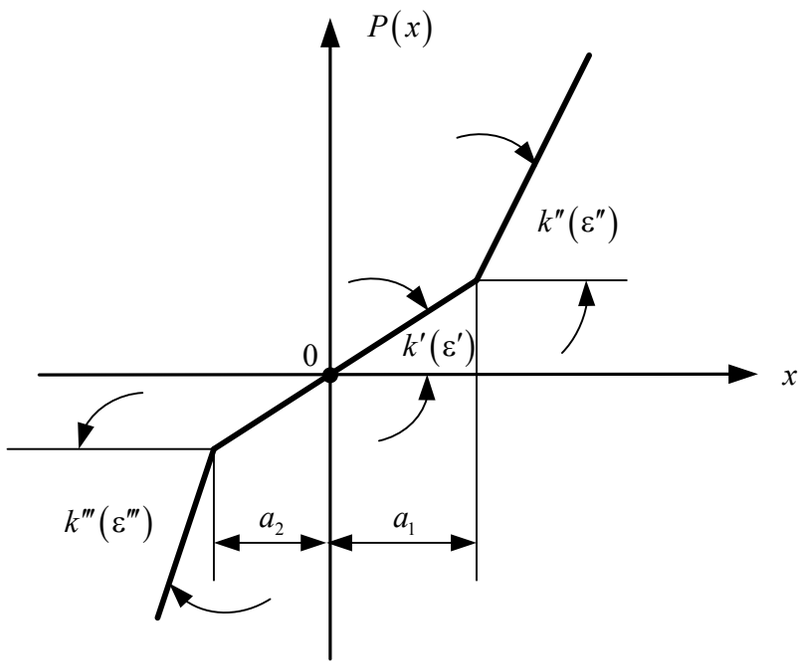


Рис. 1. Характеристика упругих связей виброударной системы (ВУС)

Примем в качестве первого приближения решения:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t - \varphi). \tag{7}$$

Величину смещения d можно определить из условия равенства потенциальной энергии системы в крайних положениях РО вибромашины:

$$\int_{-A+d}^{A+d} \left[P(x) + k_0 \cdot x\right] dx = 0. \tag{8}$$

Решая это уравнение (8), получим следующее квадратное уравнение для d:

$$bd^2 + cd + e = 0, \tag{9}$$

где:

$b = \left(k'' - k'''\right); c = \left(A - a_2\right) \cdot k''' + k' \cdot \left(a_1 + a_2\right) + k'' \cdot \left(A - a_1\right) + 2k_0 A; e = \left(k'' - k'\right) \cdot \left(A - a_1\right)^2 - \left(k''' - k'\right) \cdot \left(A - a_2\right)^2.$

Решение уравнения (9) имеет вид:

$$d = (-c \pm \sqrt{c^2 - 4be})/(2b). \tag{10}$$

(Следует отметить, что в [1] корни для d найдены неправильно, поскольку в уравнении (9) имеется ошибка).

Из двух корней данного уравнения нашим условиям удовлетворяет только один – со знаком плюс. Это следует из того, что величина смещения d у линейной системы должна равняться нулю, т.е.:

$$d = (-c + \sqrt{c^2 - 4be})/(2b). \tag{11}$$

Для решения задачи в первом приближении воспользуемся способом Я.Г. Пановко [10] так называемой прямой линеаризации, основанном на минимизации интеграла квадратичного момента уклонения. Линеаризацию уравнения (4) будем приводить к виду:

$$m \cdot \ddot{x} + \varepsilon \cdot \dot{x} + k \cdot x = F \cdot \cos \omega t. \tag{12}$$

Величина эквивалентной жёсткости упругой системы вибромашины k определится из условия:

$$\frac{\partial}{\partial k} \int_{-A+d}^{A+d} \{[P(x) + k_0 \cdot x - k \cdot x] \cdot x\}^2 dx = 0. \tag{13}$$

Выполнив вычисления получим:

$$k = k'' + k_0 + (k''' - k'') \cdot \left[\frac{(A-d)^5}{(A+d)^5 + (A-d)^5}\right] + \frac{1}{4}(k'' - k') \cdot \left[\frac{{a_1}^5}{(A+d)^5 + (A-d)^5}\right] +$$
$$+ \frac{1}{4}(k''' - k') \cdot \left[\frac{{a_2}^5}{(A+d)^5 + (A-d)^5}\right] - \frac{5}{4}(k'' - k') \cdot \left[\frac{a_1 \cdot (A+d)^4}{(A+d)^5 + (A-d)^5}\right] - \frac{5}{4}(k''' - k') \cdot \left[\frac{a_2 \cdot (A-d)^4}{(A+d)^5 + (A-d)^5}\right]. \tag{14}$$

Величина эквивалентного коэффициента затухания в упругой системе вибромашины может быть определена из условия:

$$\frac{\partial}{\partial k} \int_{A-d}^{A+d} [f(x) + \varepsilon_0 - \varepsilon]^2 \cdot x^2 dx = 0. \tag{15}$$

Откуда имеем:

$$\varepsilon = \varepsilon'' + \varepsilon_0 + (\varepsilon''' - \varepsilon'') \cdot \frac{(A-d)^3}{[(A+d)^3 + (A-d)^3]} - (\varepsilon'' - \varepsilon') \cdot \frac{{a_1}^3}{[(A+d)^3 + (A-d)^3]} -$$
$$- (\varepsilon''' - \varepsilon') \cdot \frac{{a_2}^3}{[(A+d)^3 + (A-d)^3]}. \tag{16}$$

Амплитудное уравнение получим, интегрируя уравнение (12):

$$\left[(k - m\omega^2)^2 + \varepsilon^2 \cdot \omega^2\right] \cdot A^2 = F^2. \tag{17}$$

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) рассматриваемой вибромашины с несимметричными упругими связями приведена на графике (Рис. 2).

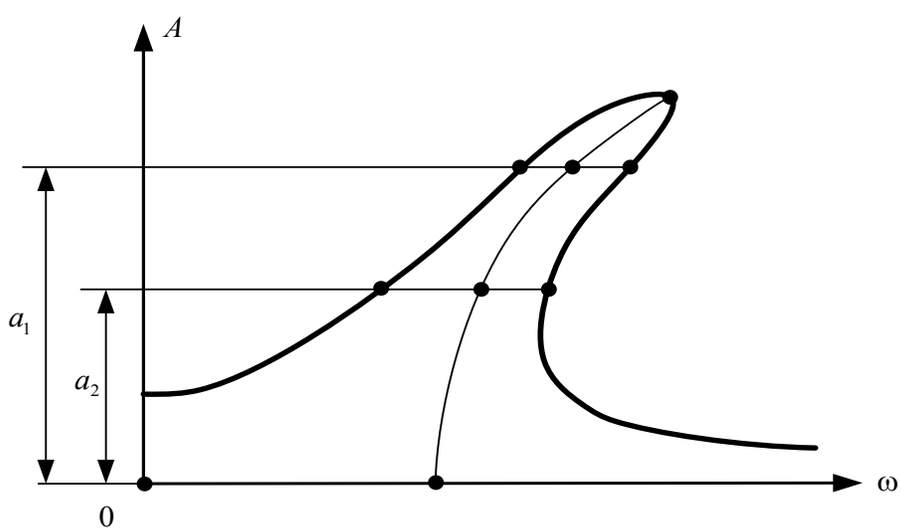


Рис. 2. АЧХ ВУС с несимметричными упругими связями

В уравнении (17) величины k и ε, как это следует из соотношений (14), (16), являются функциями амплитуды колебаний A. Амплитудное уравнение может быть использовано для определения величины эксцентриситета привода r или жёсткости упругой связи шатуна k_0, обеспечивающих получение при частоте колебаний ω, требуемой с точки зрения обеспечения необходимых технологических параметров режима работы амплитуды колебаний РО вибромашины A.

Полученные результаты дают возможность исследовать режимы работы вибрационных машин с симметричными и несимметричными характеристиками упругой системы.

Так, при исследовании вибромашин с симметричными характеристиками упругой системы следует принимать $k''' = k'', \varepsilon''' = \varepsilon'', a_2 = a_1$.

В случае несимметричной упругой системы с односторонними ограничителями $k'' = k'$ и $\varepsilon'' = \varepsilon'$.

2. Анализ вынужденных колебаний в вибромашине с симметричной «мягкой» кусочно-линейной характеристикой упругой силы.

Рассмотрим вибромашину, у которой имеется т.н. «мягкая» кусочно-линейная характеристика упругой силы. Движение такой системы описывается уравнением:

$$m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + F_y(x) = P \cdot \sin \omega t, \tag{18}$$

где: m – масса системы; b – коэффициент линейного демпфирования; x – смещение; t – время; $F_y(x)$ – характеристика упругой силы; P, ω – соответственно амплитуда и частота внешнего воздействия. При этом рассмотрим случай симметричной $(F_y(-x) = F_y(x))$ «мягкой» кусочно-линейной характеристики упругой силы вида:

$$F_y(x) = \begin{cases} K_1 \cdot x, \ \textit{если} \ -\Delta \le x \le \Delta; \\ K_2 \cdot x + (K_1 - K_2) \cdot \Delta, \ \textit{если} \ x > \Delta; \\ K_2 \cdot x - (K_1 - K_2) \cdot \Delta, \ \textit{если} \ x < -\Delta, \end{cases} \tag{19}$$

где: K_1, K_2 – коэффициенты жёсткости, причём $K_1 > K_2$; Δ – максимальное значение перемещения x, при котором ещё сохраняется линейность упругой характеристики. Величину Δ и соответствующее ей значение упругой силы $F_{y0} = K_1 \cdot \Delta$ будем в дальнейшем именовать соответственно пороговым значением перемещения и упругой силы.

В процессе исследований с помощью АВМ изучалось влияние амплитуды P, частоты ω внешней силы и степени нелинейности K_1 / K_2 на характер возникающих колебаний. (При этом метод прямой линеаризации Я.Г. Пановко [10] не использовался!). Остальные параметры системы считались неизменными и имели следующие значения: $m = 6300 кг$, $K_1 = 10^8 Н/м$, $b = 0{,}01 b_{кр}$, где $b_{кр} = 2\sqrt{K_1 \cdot m}$.

Рассмотрение результатов моделирования на АВМ начнём с анализа АЧХ, упруго-частотных (УЧХ) и инерционно-частотных (ИЧХ) характеристик вибромашины в области основного резонанса, отражающих зависимость амплитуды колебаний A, величин упругой силы и силы инерции (F_y и F_u) от частоты возбуждения ω. Как показали численные исследования на АВМ, на основном резонансе силы упругости и инерции взаимно уравновешиваются. Поэтому УЧХ и ИЧХ в окрестности основного резонанса совпадают друг с другом. Поскольку наибольший интерес, как правило, представляют именно резонансные колебания, то в дальнейшем можно ограничиться анализом АЧХ и УЧХ.

В качестве АЧХ рассмотрена зависимость относительной амплитуды колебаний $A / x_{ст}$ ($x_{ст}$ – перемещение от статически приложенной силы P) от отношения частот ω / ω_1, где $\omega_1 = \sqrt{K_1 / m}$.

В качестве УЧХ рассмотрена зависимость относительного упругого усилия F_y / P от отношения частот ω / ω_1. Из сопоставления на АВМ АЧХ и УЧХ для случая $K_1 / K_2 = 4$ следует, что величины относительных амплитуд колебаний и относительных упругих усилий, характер возникающих колебаний во многом зависят от амплитуды P внешней силы. Нелинейные свойства системы – затягивание колебаний, скачки и срывы амплитуды и др. проявляются только в определённом диапазоне значений силы P. При выбранных параметрах системы это имеет место, если $0{,}032 \cdot F_{y0} < P < 1{,}8 \cdot F_{y0}$. При меньших значениях P ($P \le 0{,}032 \cdot F_{y0}$) амплитуда колебаний не превышает значения Δ и характер колебаний полностью определяется участком упругой характеристики с коэффициентом жёсткости K_1. При больших значениях P ($P \ge 1{,}8 \cdot F_{y0}$) амплитуда колебаний на резонансе значительно превышает Δ, поэтому поведение системы фактически может быть охарактеризовано участком упругой характеристики с коэффициентом жёстко-

сти K_2. Таким образом, имеются два предельных состояния рассматриваемой нелинейной системы, которые по характеру возникающих колебаний эквивалентны двум линейным системам с коэффициентами жёсткости K_1 и K_2. Указанные линейные системы в дальнейшем будем называть базовыми по отношению к рассматриваемой нелинейной.

В линейной системе имеется прямая пропорциональная зависимость между упругими усилиями F_y и перемещениями x. Поэтому АЧХ и УЧХ базовых систем совпадают друг с другом. В случае нелинейных колебаний ($0{,}032 \cdot F_{y0} < P < 1{,}8 \cdot F_{y0}$) прямая пропорциональная зависимость между F_y и x нарушается и возникает необходимость построения АЧХ и УЧХ. Переход от одной из базовых линейных систем к нелинейной сопровождается существенным увеличением амплитуды резонансных колебаний и одновременным уменьшением упругих усилий. На АЧХ и УЧХ появляются пологие участки, что открывает возможности для стабилизации амплитуды колебаний в вибрационных машинах.

Дополнительную информацию о характере протекающих процессов несут в себе фазовые диаграммы, т.е.зависимости $\varphi = \varphi(\omega / \omega_1)$, где φ – сдвиг по фазе между основной гармоникой возникающих колебаний и внешним возбуждением. Каждой из АЧХ и УЧХ соответствует своя фазовая диаграмма. Для линейной системы характерна непрерывность и плавность изменения φ по мере изменения ω. Отличительной особенностью нелинейной системы является наличие скачкообразных режимов движения. Причём скачок амплитуды колебаний на АЧХ или упругой силы на УЧХ сопровождается скачкообразным изменением фазового сдвига φ. Так, при скачкообразном переходе системы из некоторой точки A в точку B АЧХ ($P = 0{,}2 \cdot F_{y0}$) скачкообразно меняется и φ (переход из точки A в точку B фазовой диаграммы). Общим для линейной и нелинейной систем является то, что как в том, так и в другом случаях в дорезонансной области фазовый сдвиг близок к нулю, в зарезонансной области – к π, на резонансе – к $\pi / 2$.

Введём в рассмотрение коэффициенты усиления на резонансе по амплитуде колебаний $K_y{}^a = a_{\max} / x_{cm}$ и по упругим усилиям $K_y{}^{F_y} = F_y{}^{\max} / P$. Сравним между собой зависимости коэффициентов усиления K_y от P / F_{y0} при постоянной степени нелинейности ($K_1 / K_2 = 4$) и от K_1 / K_2 при постоянной амплитуде внешней силы $P = 0{,}2 \cdot F_{y0}$. Анализ этих зависимостей, проведенный с помощью АВМ, показывает, что влияние параметров системы на $K_y{}^a$ и $K_y{}^{F_y}$ противоречиво. Так, по мере увеличения степени нелинейности K_1 / K_2 коэффициенты усиления по амплитудам колебаний $K_y{}^a$ возрастают, коэффициенты усиления по упругим усилиям $K_y{}^{F_y}$ падают. Величина силы P, в свою очередь, определяет не только значения коэффициентов усиления, но и поведение системы (линейные или нелинейные колебания). Базовым линейным системам соответствуют участки постоянных значений коэффициентов усиления. В нелинейной системе (по сравнению с базовыми линейными) коэффициенты усиления по амплитудам колебаний $K_y{}^a$ растут, коэффициенты усиления по упругим усилиям $K_y{}^{F_y}$ падают. При этом существуют диапазоны значений P, внутри которых $K_y{}^a$ и $K_y{}^{F_y}$ стабилизируются (в нашем случае при $0{,}2 \cdot F_{y0} < P < F_{y0}$). Полученные на АВМ зависимости коэффициентов усиления от K_1 / K_2 и P / F_{y0} позволяют осуществлять рациональную настройку, например, виброзащитных систем путём минимизации сил упругости, численно равных на резонансе силам инерции.

Однако минимизация колебаний на основном резонансе может оказаться недостаточной для виброзащиты объекта. В дорезонансной области частот также могут иметь место интенсивные всплески амплитуды колебаний – так называемые супергармонические резонансы. Исследования на АВМ показали, что интенсивность суперрезонансов существенно зависит от амплитуды P внешней силы и степени нелинейности K_1 / K_2. Существует диапазон значений P, при которых амплитуды колебаний на суперрезонансах различных порядков достигают максимума. При выбранных параметрах рассматриваемой системы это имеет место, если $F_{y0} \le P \le 1{,}25 \cdot F_{y0}$. Увеличение степени нелинейности K_1 / K_2 при прочих равных условиях способствует усилению колебаний на всех суперрезонансах. С помощью АВМ были построены АЧХ супергармонических колебаний при $P = 1{,}15 \cdot F_{y0}$ и различных значениях K_1 / K_2. В Таблице 1 приведены значения $K_{y\max}{}^a = \left(\dfrac{a}{x_{cm}} \right)_{\max}$ для суперрезонансов соответствующих порядков в зависимости от ω / ω_1 при различных значениях K_1 / K_2 (для $P = 1{,}15 \cdot F_{y0}$).

Таблица 1

Зависимость $K_{y\max}{}^{a}$ от ω/ω_1 при различных K_1/K_2 (для $P=1{,}15\cdot F_{y0}$).

K_1/K_2	**Порядок суперрезонанса/** (ω/ω_1); $K_{y\max}{}^{a}$						
4	**4/(0,17);3**	**3/(0,22);4,2**	**2/(0,31);5**	**3/2/(0,4);4,2**			
10	**4/(0,13);3,5**	**3/(0,17);6**	**2/(0,20);8**	**5/3/(0,24);6,5**	**3/2/(0,27);7**	**4/3/(0,29);6,8**	
30	**4/(0,08);3,0**	**3/(0,09);5**	**2/(0,13);7**	**7/4/(0,15);6,8**	**5/3/(0,16);9**	**3/2/(0,17);9,4**	**4/3/(0,18);9,6**

Как видно из анализа результатов, представленных в Таблице 1, по мере увеличения K_1/K_2 от 4 до 30 не только растут амплитуды суперрезонансов, но и на АЧХ проявляются дополнительные суперрезонансные всплески между суперрезонансом второго порядка и основным резонансом. Это так называемые дробные суперрезонансы, для спектрального состава которых характерно наличие гармоник с частотой, в дробное число раз большей ω. Например, при $K_1/K_2=30$ обнаружены с помощью АВМ дробные суперрезонансы порядков $\frac{7}{4},\ \frac{5}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{4}{3}$.

Результаты спектрального анализа колебаний, а также возможные движения системы представлены в Таблице 2 в виде основных характеристик спектрограмм и осциллограмм упругой силы F_y и силы инерции F_u. Для каждого типа резонанса и номера возникающей гармоники приведены отношения амплитуд $F_y{}^{(i)}$ и $F_u{}^{(i)}$ $-\ i-$ тых гармоник соответственно в спектрах сил упругости и инерции к амплитуде P внешнего возбуждения.

Таблица 2

Спектральный состав возникающих колебаний

Порядковый номер резонанса	$\left(F_y{}^{(i)}/P\right)$/ **(номер гармоники)**	$\left(F_u{}^{(i)}/P\right)$/ **(номер гармоники)**
1	**30/1; 1/3; 1/5; 1/7;**	**30/1; 1/3; 1/5; 1/7;**
3/2	**1,6/1; 1,2/3/2; 0,3/2; 0,2/5/2; 0,4/3; 0,1/7/2;**	**0,8/1; 1,2/3/2; 0,4/2; 0,2/5/2; 0,4/3; 0,1/7/2;**
7/4	**1,0/1; 1,0/7/4;**	**0,5/1; 1,0/7/4;**
3	**1,0/1; 1,2/3; 0,25/5; 0,2/7;**	**0,2/1; 1,2/3; 0,25/5; 0,2/7;**
4/3	**2,4/1; 1,0/4/3; 0,2/3; 0,2/4; 0,2/5;**	**0,9/1; 1,0/4/3; 0,25/3; 0,22/4; 0,2/5;**
5/3	**1,2/1; 1,1/5/3; 0,2/7/3; 0,2/3; 0,2/11/3;**	**0,8/1; 1,2/5/3; 0,2/7/3; 0,15/3; 0,2/11/3;**
2	**1,0/1; 1,6/2; 0,4/4; 0,2/6;**	**0,4/1; 1,6/2; 0,4/4; 0,2/6;**
4	**1,2/1; 1,3/4; 0,2/6;**	**0,1/1; 1,3/4; 0,1/6;**

Анализ результатов, представленных в Таблице 2 показывает, что на каждом из резонансов (основном или супер-) амплитуда одной из гармоник принимает максимальное значение. Номер резонирующей гармоники и определяет порядок соответствующего резонанса.

В линейной системе на резонансе силы упругости и инерции взаимно уравновешиваются. В нелинейной системе это свойство несколько трансформируется. Как показали исследования с помощью АВМ на резонансе $i-$ го порядка в спектрах сил упругости и инерции равны по амплитуде $i-$ тые, т.е. резонирующие гармоники. Так, на основном резонансе в спектрах сил упругости и инерции равны по амплитуде первые гармоники, на суперрезонансе второго порядка – вторые гармоники и т.д. Таким образом, известное

свойство линейной системы в некотором смысле является частным случаем более общего свойства нелинейной системы.

3. Анализ вынужденных колебаний в вибромашине с несимметричной «жёсткой» кусочно-линейной характеристикой упругой силы.

Исследование проводилось на АВМ по аналогии с методами, развитыми С.Л. Цыфанским в [5].

Колебания рассматриваемой системы в безразмерных координатах можно описать уравнением:

$$\ddot{x} + 2n \cdot \dot{x} + f(x) = P \cdot \cos \eta\tau, \tag{20}$$

где: x – перемещение системы; $2n$ – коэффициент диссипации; P, η – амплитуда и частота силового воздействия; τ – время; $\dot{x} = dx/d\tau$; $\ddot{x} = d^2x/d\tau^2$;

$$f(x) = \begin{cases} (K_2/K_1) \cdot x - (K_2/K_1 - 1), & x \geq \Delta^+/\Delta^-; \\ x, & -1 < x < \Delta^+/\Delta^-; \\ (K_2/K_1) \cdot x + (K_2/K_1 - 1), & x \leq -1, \end{cases} \tag{21}$$

K_1, K_2 – жёсткости упругих связей ($K_1 < K_2$); Δ^+, Δ^- – пороговые значения перемещений, при которых происходит излом характеристики восстанавливающей силы. Отношение $\Delta = \Delta^+/\Delta^-$ характеризует степень пороговой несимметрии упругой характеристики, её изменение в процессе исследования на АВМ производилось путём изменения Δ^+. Коэффициенты уравнений (20) и (21) принимались равными: $2n = 0{,}05$, $K_2/K_1 = 4$. В дальнейшем изложении особое внимание уделим анализу зависимостей амплитуд перемещения системы и упругой силы от частоты возбуждения, т.е. АЧХ и УЧХ вибромашины.

Рассмотрим колебания в зоне основного резонанса. АЧХ и УЧХ изучались для различных значений степени пороговой несимметрии Δ ($\Delta = 1; 2; \infty$) при $P = 0{,}25$. С ростом степени несимметрии Δ возрастает крутизна АЧХ и УЧХ, сужается интервал многорежимности, при фиксированной частоте возбуждения происходит увеличение пиковых значений перемещений $x_p{}^+, x_p{}^-$ и упругой силы $F_r{}^+, F_r{}^-$, соответствующих Δ^+ и Δ^-. В случае симметричной характеристики ($\Delta = 1$) $x_p{}^+ = x_p{}^-$, $F_r{}^+ = F_r{}^-$.

Исследования поведения АЧХ и УЧХ позволили установить следующее. Анализ указанных характеристик производился (как и спектрограмм) для различных значений степени пороговой несимметрии Δ ($P = 0{,}25$). Спектральный анализ колебаний производился для резонансных режимов, символами $F_r^{(i)}$ обозначены амплитуды i – ых гармоник. Пиковые значения перемещений, упругих сил, соответствующие Δ^+ и Δ^-, обозначены $x_p{}^+$ и $x_p{}^-$, $F_r{}^+$ и $F_r{}^-$. в случае симметричной характеристики ($\Delta = 1$) ветви (+) и ветви (-) совпадают. Рассмотрим вначале поведение АЧХ и УЧХ (с помощью АВМ). С ростом степени несимметрии Δ возрастает крутизна АЧХ и УЧХ, сужается интервал многорежимности, при фиксированной частоте возбуждения происходит увеличение пиковых значений перемещений $x_p{}^+$ и $x_p{}^-$ и упругой силы $F_r{}^+, F_r{}^-$. Вместе с тем, значения $x_p{}^-$ и $F_r{}^-$, соответствующие вершинам АЧХ и УЧХ, остаются практически постоянными. Этот факт, с одной стороны, показывает возможность увеличения амплитуды колебаний в системе без увеличения динамических нагрузок на основание (т.к. $F_r{}^-$ постоянна), однако при этом происходит ухудшение стабильности колебаний вследствие изменения крутизны АЧХ. С другой стороны, он говорит о том, что в указанных точках значение потенциальной энергии системы, соответствующей пиковым значениям перемещений, не изменяется. Такая инвариантность потенциальной энергии к изменению пороговой несимметрии позволяет определять амплитуды колебаний нелинейной системы на резонансе, исходя из линейной ($\Delta^+ = \Delta^- = 0$).

Рассмотрим спектральный состав колебаний. В симметричной системе ($\Delta = 1$) в спектре упругой силы присутствуют только нечётные гармоники, с ростом степени несимметрии Δ происходит увеличение амплитуд чётных гармоник, что сопровождается уменьшением нечётных, в том числе и основной. Исследования на АВМ показывают, что в верхних точках АЧХ спектральные разложения упругой силы и силы инерции совпадают. Следовательно, указанные изменения происходят как в спектре ускорений, так и перемещений. Так, например, если при $\Delta = 2$ относительная величина второй гармоники $x^{(2)}/x^{(1)} \approx 3\%$, то при $\Delta = \infty$, $x^{(2)}/x^{(1)} \approx 9\%$.

Супергармонические колебания. АЧХ и УЧХ супергармонических колебаний для различных значений степени пороговой несимметрии Δ были проанализированы на АВМ для амплитуды силы $P = 4$. Наибольшие пиковые значения перемещений x_0 и упругих усилий F_r изучались для разных порядков соответствующих суперрезонансов (2:1; 3:1 и т.д.).

С ростом степени несимметрии Δ можно отметить следующие особенности в поведении системы: происходит увеличение амплитуд колебаний на всех рассматриваемых резонансах и упругих усилий – на младших, смещение их интервалов возбуждения в сторону меньших частот, возбуждение комбинационных резонансов порядков 3:2 и 5:2, которые наблюдаются в системе при $\Delta > 2{,}5$ и $2 < \Delta < 4$, соответственно. Наибольшие амплитуды колебаний и упругих усилий развиваются на резонансах младших порядков.

Анализ осциллограмм и спектрограмм упругой силы F_r и силы инерции F_u при комбинационном резонансе 3:2, на суперрезонансах порядков 2:1 и 3:1 (для $\Delta = 1, \Delta = 3, \Delta = \infty$) позволяет сформулировать следующие закономерности в формировании спектрального состава колебаний вибромашины: в спектре упругой силы и силы инерции наибольшей из старших является резонирующая, т.е. та, номер которой совпадает с порядком резонанса; спектральные разложения упругой и инерционной сил отличаются величинами только основных гармоник – в спектре силы инерции она меньше.

Своеобразно происходит изменение амплитудных спектров с ростом степени пороговой несимметрии. Если амплитуды основных гармоник остаются практически постоянными, то амплитуды старших изменяются. Причём, если на резонансе порядка 3:2 происходит усиление старших гармоник различной кратности, а на суперрезонансе порядка 2:1 – различной чётности, то на суперрезонансе порядка 3:1 вместе с усилением чётных гармоник происходит уменьшение амплитуд нечётных, в том числе и резонирующей третьей.

Аналогичные изменения происходят и в спектре перемещений. Так, при возрастании Δ от 1 до ∞ на суперрезонансе порядка 2:1 относительные амплитуды второй и третьей гармоник, т.е. $x^{(2)} / x^{(1)}$ и $x^{(3)} / x^{(1)}$ возрастают от 0,66 до 1,0 и от 0,03 до 0,20, соответственно, то на суперрезонансе порядка 3:1 величины $x^{(2)} / x^{(1)}$ и $x^{(3)} / x^{(1)}$ изменяются от 0 до 0,5 и от 1,1 до 0,6.

Выводы

1. Обоснована физико-математическая модель для анализа колебаний вибромашин с кусочно-линейными характеристиками упругой силы и определены основные характеристики (амплитуда/частота, спектральный состав) возникающих в системе осцилляций в зонах основного и суперрезонансов. Исследовано влияние симметрии/несимметрии упругой характеристики на характер вибрационного процесса (для случаев «жёсткой» и «мягкой» нелинейностей ($K_1 / K_2 < 1$ или $K_1 / K_2 > 1$, соответственно)).

2. Численные исследования режимов колебаний вибромашины на АВМ позволили установить, что на основном резонансе доминирующей является первая основная гармоника, вклад более старших гармоник (третьей, пятой, седьмой) в спектр колебаний невелик. Поэтому на основном резонансе колебания практически являются моногармоническими, а возможности для реализации поличастотных режимов движения весьма ограничены.

3. В системах с симметричной «мягкой» кусочно-линейной характеристикой упругой силы вибромашины (для уплотнения грунтов/смесей) на суперрезонансах достигает максимума одна из дополнительных гармоник. При этом резонирующая супергармоника увлекает за собой более старшие гармоники одинаковой с ней чётности, подавляя гармоники противоположной чётности. Например, на суперрезонансе второго порядка в спектрах сил упругости и инерции помимо первой и второй гармоник появляются четвёртая и шестая, а на суперрезонансе третьего порядка помимо первой и третьей гармоник – пятая и седьмая. При этом вклад кратных гармоник в спектр колебаний на суперрезонансах намного больше, чем на основном резонансе, что открывает возможности для реализации поличастотных законов движения вибропривода в режиме супергармонических колебаний. Благодаря обострению при больших значениях нелинейности системы суперрезонансов порядков $\frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}$ становится возможной разработка безредукторных преобразователей частоты вибромашины не только в целое [7], но и в дробное число раз.

4. В системах с несимметричной «жёсткой» кусочно-линейной характеристикой упругой силы вибромашины (для уплотнения грунтов/смесей) возбуждение суперрезонансов позволяет формировать в системе поличастотные режимы движения с высоким содержанием кратных гармоник. Изменение пороговой несимметрии даёт возможность обострять суперрезонансы, возбуждать в системе полигармонические колебания с дробным отношением частот, обогащать и управлять амплитудным спектром колебаний в широких пределах.

5. Отмеченные свойства суперрезонансов могут оказаться полезными в ряде вибрационных процессов (уплотнения грунтов, бетонных/строительных смесей) и повысить их эффективность тем более, что их применение не требует дополнительного аппаратурного оформления, а только соответствующего выбора параметров системы.

6. Полученные в работе результаты могут в дальнейшем служить для уточнения и совершенствования существующих инженерных методов расчёта вибрационных систем/машин для уплотнения строительных/бетонных смесей и грунтов с «мягкой» или «жёсткой» кусочно-линейной характеристикой упругой силы их РО как на стадиях проектирования/конструирования, так и в режимах их реальной эксплуатации, а также для создания принципиально новых машин суперрезонансного типа, возбуждающих в системе «РО-уплотняемая среда» полигармонические колебания с целым/дробным отношением частот с помощью безредукторных преобразователей последних.

Список использованной литературы

1. Гончаревич И.Ф. Вибрационные машины в строительстве/И.Ф. Гончаревич, П.А. Сергеев. – М.: Машгиз, 1963. – 312с.
2. Крюков Б.И. Динамика вибрационных машин резонансного типа/Б.И. Крюков. – Киев: Наукова думка, 1967. – 220с.
3. Коловский М.З. Нелинейная теория виброзащитных систем/М.З. Коловский. – М.: Наука, 1966. – 317с.
4. Тетельбаум И.М. Электрическое моделирование динамики электропривода механизмов/И.М. Тетельбаум, Ф.М. Шлыков. – М.: Энергия, 1970. – 186с.
5. Цыфанский С.Л. Электрическое моделирование колебаний сложных нелинейных механических систем/С.Л. Цыфанский. – Рига: Зинатне, 1979. – 180с.
6. Фролов К.В. О моделировании резонансных свойств некоторых автономных нелинейных колебательных систем/К.В. Фролов//Труды Международного симпозиума по нелинейным колебаниям. – Киев: АН УССР, 1963. – Т. III. – С. 65-74.
7. Воротынцев Л.К. Исследование нелинейных резонансов с целью разработки механических преобразователей частоты вибромашины/Л.К. Воротынцев, Д.Т. Габадзе, М.В. Хвингия. – В кн.: Вибрационная техника в машиностроении и приборостроении. – Львов, 1973. – С. 25-26.
8. Цыфанский С.Л. Исследование вынужденных колебаний системы с предварительным натягом/С.Л. Цыфанский, Ю.В.Барабанов//Машиноведение. – 1973. - №5. – С. 56-60.
9. Хвингия М.В. Экспериментальное исследование возбуждения супергармонических резонансных колебаний в торсионных электровибрационных машинах/М.В. Хвингия, М.А. Челидзе. – В кн.: Механика машин. – Тбилиси: Мецниереба, 1979. – С. 79-84.
10. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний/Я.Г. Пановко. – М.: Наука, 1991. – 256с.

УДК 681.5.015.23:658.264

А.В. ЛЫСЮК
Одесский Национальный Политехнический Университет, Украина

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОВОЙ НАГРУЗКОЙ БАРАБАННОГО КОТЛА ДЛЯ СЖИГАНИЯ ГОРЮЧИХ ИСКУССТВЕННЫХ ГАЗОВ

Рассмотрена возможность использования искусственных газов в качестве топлива вместо природного газа для энергетического барабанного котла. Плотность и теплотворная способность искусственных газов не является постоянной. В некоторых случаях пропускная способность регулирующего органа не может обеспечить подачу необходимого количества искусственного газа на горелочные устройства. Это приводит к снижении тепловой мощности энергетической установки. Таким образом, возникает научно-техническая задача увеличения пропускной способности установленного регулирующего органа в зависимости от вида сжигаемого топлива. Изменение пропускной способности регулирующего органа должно быть учтено при проектировании системы управления тепловой нагрузкой.

Ключевые слова: барабанный котел, автоматическая система управления, искусственные горючие газы, регулирующий орган.

О.В. ЛИСЮК
Одеський Національний Політехнічний Університет, Україна

ВДОСКОНАЛЕННЯ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ТЕПЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ БАРАБАННОГО КОТЛА ДЛЯ СПАЛЮВАННЯ ГОРЮЧИХ ШТУЧНИХ ГАЗІВ

Розглянуто можливість використання штучних газів в якості палива замість природного газу для енергетичного барабанного котла. Щільність і теплотворна здатність штучних газів не є постійною. У деяких випадках пропускна здатність регулюючого органу не може забезпечити подачу необхідної кількості штучного газу на пальники. Це призводить до зниження теплової потужності енергетичної установки. Таким чином, виникає науково-технічна задача збільшення пропускної спроможності встановленого регулюючого органу в залежності від виду палива. Зміна пропускної здатності регулюючого органу має бути врахована при проектуванні системи управління тепловим навантаженням.

Ключові слова: барабанний котел, автоматична система управління, штучні горючі гази, регулюючий орган.

O.V. LYSIUK
Odessa National Polytechnic University, Ukraine

IMPROVEMENT OF THE CONTROL SYSTEM OF THERMAL LOADING OF A DRUM BOILER FOR COMBUSTION OF COMBUSTIBLE ARTIFICIAL GASES

The possibility of using artificial gases as a fuel instead of natural gas for an energy drum boiler is considered. The density and calorific value of artificial gases is not constant. In some cases, the capacity of the control valve can not provide the supply of the necessary amount of artificial gas to burners. This leads to a decrease in the thermal capacity of the power plant. Thus, there arises the scientific and technical problem of increasing the capacity of the established control valve, depending on the type of burned fuel. The change in the capacity of the valver must be taken into account when designing a heat load control system.

Key words: drum boiler, automatic control system, artificial combustible gases, control valve.

Постановка проблемы

Согласно экспертному прогнозу роста мировой экономики спрос на энергетические ресурсы может вырасти на 36% с 2011 по 2030 год. Ключевыми факторами роста энергопотребления будут рост численности населения планеты (до 8,3 млрд к 2030 году) и рост глобального ВВП (в два раза по сравнению с 2011 годом). Благодаря быстрой индустриализации и урбанизации стран с низким и средним уровнем дохода на них придется 70% от мирового роста ВВП и более 90% роста мирового спроса на энергию. Логичное, пропорционально росту ВВП, увеличение спроса на энергию будет ограничено непрерывным улучшением энергоэффективности ее использования. Снижение энергоемкости производства будет обеспечено использованием возобновляемых энергоресурсов, сланцевых энергоносителей и новых более совершенных технологий производства промышленных товаров и переработки сырья [1].

Для современного украинского государства, с учетом особенностей его географического положения и наличия определенного вида энергоресурсов, перспективным направлением развития энергетической отрасли может стать реализация малозатратных и быстро окупаемых мероприятий, позволяющих без

привлечения значительных средств, в кратчайшие сроки уменьшить потребление топлива и электроэнергии. К таким мероприятиям можно отнести использование на существующих парогенераторах, работающих на органическом топливе, новых структурных схем систем автоматического управления, которые позволят без существенной модернизации оборудования использовать в качестве топлива горючие искусственные газы.

К искусственным газам, которые получают из твердого топлива, относятся коксовый, сланцевый, генераторный и доменный. В большинстве случаев эти газы являются побочным продуктом химического или металлургического производства и невыгодны экономически для передачи на дальние расстояния, так как имеют малую теплотворную способность.

Анализ последних исследований и публикаций

В решении проблемы сжигания топлива с переменным химическим составом можно выделить несколько основных направлений: конструкционный, технологический и аналитический. Ведущими мировыми разработчиками технологий сжигания синтез-газов являются Siemens, General Electric и Mitsubishi Heavy Industries, которые предлагают сжигать искусственнее газы в газотурбинных установках (ГТУ) с усовершенствованными камерами сгорания [2]. Также рассматривается возможность модернизации самих горелочных устройств с целью изменения геометрии факела, где в конструкции горелки используется эффект взаимодействия газовых струй с набегающим поперечным потоком воздуха [3].

Другой подход связан с модификацией самого топлива – разбавлением синтез-газа азотом, паром или продуктами сгорания [4], выполняемое для повышения мощности ГТУ, за счет увеличения массового расхода продуктов сгорания через газовую турбину или повышения мощности паротурбинной части, благодаря повышению массовых расходов дымовых газов через котёл-утилизатор. Также возможно добавление в низкосортное топливо активаторов горения (анакларид) с одновременным улучшением системы подачи топлива в топку [5].

Экономический эффект также может быть достигнут за счет разработки индивидуальной технологической схемы подготовки и подачи искусственного газа к месту сжигания, в том числе и схемы промежуточного отбора теплоты на производство электроэнергии не из конечного агрегата сжигания искусственного газа, а из промежуточной точки его частичного охлаждения [6]. В случае наличия нескольких потребителей газообразного топлива можно распределить тепловую нагрузку между группой котлов, работающих на общий паропровод, в зависимости от калорийности сжигаемого газа. В основе такого решения лежит минимизация целевой функции, которая учитывает вероятность отказа оборудования и максимальную эффективность его использования [7].

Аналитический подход связан с определение химического состава горючего газа с помощью математической модели процесса сжигания топлива с известным качественным составом [8]. Дальнейшее усовершенствование математического метода определения состава горючего газа позволяют смягчить ограничения по используемому топливу и реализовать эту идею в виде технического устройства [9]. Такой подход позволит усовершенствовать существующие системы нелинейного управления котлоагрегатом, в которых экстремальный регулятор анализирует текущие расходы топлива, воздуха и пара, и определяет оптимальное соотношение компонентов газо-воздушной смеси [10].

В настоящее время в Украине на тепловых электростанциях, оснащенных барабанными котлами, промышленных и теплофикационных котельных для поддержания заданной производительности пара используется типовая автоматическая система управления (АСУ) тепловой нагрузки (рис. 1). Задача АСУ тепловой нагрузки состоит в поддержании заданного давления перегретого пара, когда барабанный котел работает в регулирующем режиме или заданного расхода перегретого пара, когда котел работает в базовом режиме. Такая АСУ, как правило, реализуется в двух модификациях – с сигналом по расходу топлива, когда на горелочные устройства подается жидкое или газообразное топливо с постоянной теплотворной способностью, и с сигналом по тепловыделению в топочной камере, когда используется твердое топливо, или качественный состав жидкого или газообразного топлива не является постоянным [11].

Способность АСУ тепловой нагрузки с сигналом по тепловыделению компенсировать внутритопочные возмущения удельной теплотой сгорания топлива ограничена пропускной способность регулирующего органа, которая не превышает 20% от номинального расхода природного газа. Также необходимо учитывать плотность и теплотворную способность искусственных газов, которые могут отличаться от аналогичных свойств природного газа ($\rho_{ПГ}$=0,68÷0,85кг/м³, $Q_{Н}^{РПГ}$=28÷46МДж/м³) как в большую, так и меньшую сторону (табл. 1).

Максимальный объемный расход газа, приведенный к нормальным условиям (P=1,033 кгс/см^2, Θ=0°С), через регулирующий орган (РО) определяется уравнением

$$Q_{max} = 535 K_{\vartheta}^{max} \sqrt{\frac{\Delta P_{PO} P_2}{\rho T_1 k'}}, \qquad (1)$$

где $K_{\upsilon\,max}$ – максимальная пропускная способность РО, $\Delta P_{РО}$ – перепад давления на РО, P_2 – давление среды после РО, ρ – плотность газа, T_1 – температура газа перед РО, k' – коэффициент сжимаемости.

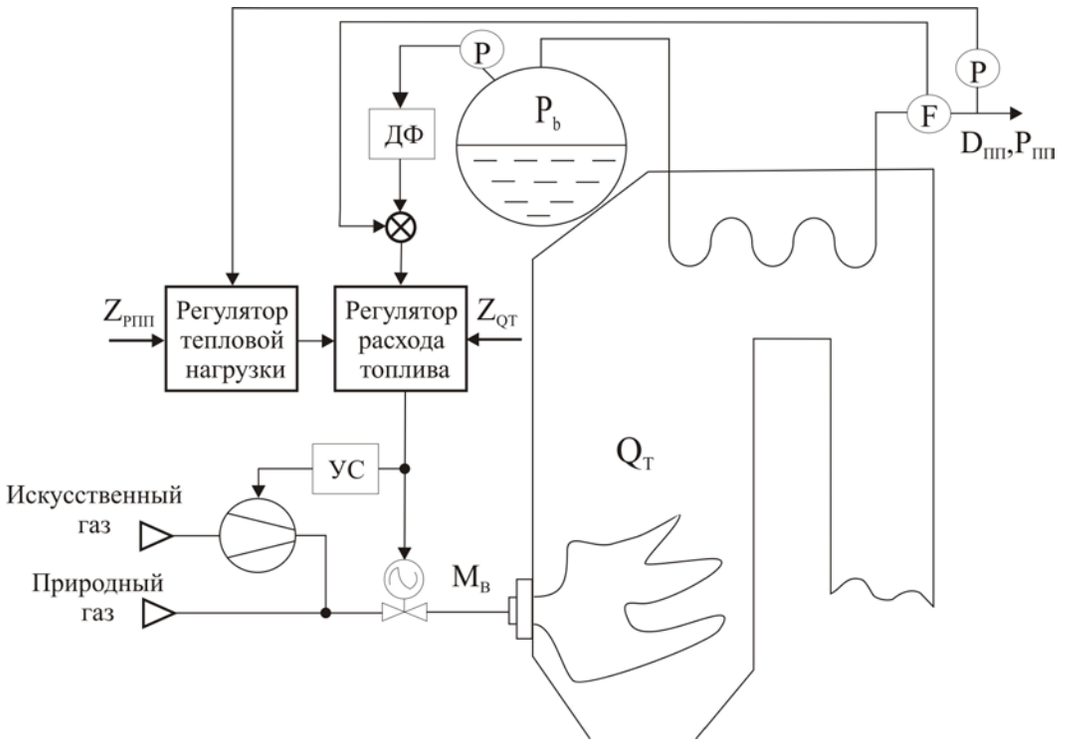


Рис. 1. Принципиальная схема управления тепловой нагрузкой с сигналом по теплоте

Таблица 1

Отношение тепловыделения природного газа к тепловыделению искусственного газа

Газ	Плотность, кг/м³	Теплотворная способность, МДж/м³	$Q_T^{ПГ} / Q_T^{ИГ}$	Превышение пропускной способности, %
Коксовый	0,342	17,58	1,41	21
Сланцевый	1,040	13,85	3,11	191
Генераторный, полученный при паро-кислородном дутье под давлением	0,576	15,70	2,04	84
Газ, полученный путем низкотемпературного коксования из битуминозных углей	0,620	31,90	1,04	–

Поскольку K_{υ}^{max}, P_2, T_1, k' в процессе работы котельного оборудования практически не меняются, то уравнение (1) можно записать в виде

$$Q_{max} = K_{PO}\sqrt{\frac{\Delta P_{PO}}{\rho}}, \qquad (2)$$

где K_{PO} – постоянный коэффициент, определяющий максимальный расход газа на горелочные устройства в зависимости от перепада давления на РО и плотности газа.

С учетом теплотворной способности газа Q_H^P тепловыделение в топочной камере будет определяться уравнением:

$$Q_T = Q_H^P Q_{max} = Q_H^P K_{PO}\sqrt{\frac{\Delta P_{PO}}{\rho}}. \qquad (3)$$

Если принять, что давление газа в газопроводе поддерживается постоянным, то тепловыделение в топочной камере при полностью открытом РО будет зависеть только от плотности газа и его теплотворной способности. Отношение тепловыделения природного газа $Q_T^{ПГ}$ к тепловыделению искусственного газа $Q_T^{ИГ}$ позволяет определить потенциальную возможность использования существующего котельного оборудования для сжигания альтернативного газообразного топлива:

$$Q_T^{ПГ} \Big/ Q_T^{ИГ} = \frac{Q_H^{РПГ}}{Q_H^{РИГ}} \sqrt{\frac{\rho_{ИГ}}{\rho_{ПГ}}} . \quad (4)$$

В табл. 1 представлены результаты расчета отношения (4) для средней плотности ($\rho_{ПГ}$=0,765кг/м³) и среднего тепловыделения природного газа ($Q_Н^{РПГ}$ =37МДж/м³).

Результаты расчета показывают, что только газ, полученный путем низкотемпературного коксования из битуминозных углей, может быть использован вместо природного газа (дополнительное открытие регулирующего органа для обеспечения номинальной генерации пара составит 4 %).

Цель исследования

Таким образом, возникает научно-техническая задача по расширению (в сторону увеличения) диапазона управляющего воздействия автоматической системы управления тепловой нагрузкой с сигналом по теплоте, с целью использования в качестве топлива искусственных газов, когда пропускная способность регулирующего органа не в состоянии обеспечить подачу на горелочные устройства необходимого количества искусственного газа.

Одним из способов увеличения пропускной способности регулирующего органа является увеличение перепада давления на нем. Технически этого можно достичь, если искусственный газ подавать на горелочные устройства с помощью компрессора, который за счет повышения давления газа перед полностью открытым регулирующим органом, увеличивает расход и, таким образом, компенсирует его низкую теплотворную способность и (или) большую плотность.

Для решения поставленной задачи необходимо определить структуру и параметры устройства связи (УС) (рис. 1), которое должно управлять производительностью газового компрессора таким образом, чтобы после исчерпания пропускной способности РО, компрессор увеличил подачу искусственного газа в топочную камеру по сигналу от регулятора расхода топлива и это не привело бы к снижению качества регулирования (увеличению длительности переходного процесса и большим динамическим отклонениям давления $P_{ПП}$ и расхода $D_{ПП}$ перегретого пара). Предполагается, что задачи по оптимальному управлению работой дымососа и дутьевого вентилятора решаются соответствующими типовыми АСУ и их производительности по нагнетанию воздуха в топку и удалению дымовых газов достаточно для решения этих задач.

Изложение основного материала исследования

В рассматриваемом технологическом участке барабанного котла можно выделить следующие структурные элементы – это компрессор и газопровод искусственного газа, регулирующий орган, через который проходит как природный газ, так и искусственный, топочная камера с экранными поверхностями нагрева, барабан котла и паропровод. Регулируемыми параметрами для этого участка являются: давление перегретого пара $P_{ПП}$ и тепловыделение в топочной камере $Q_Т$, управляющим воздействием – положение РО по расходу газообразного топлива $h_{РО}$ или число оборотов привода компрессора n, возмущающими воздействиями – теплотворная способность топлива (внутреннее возмущение) и тепловая нагрузка потребителя пара (внешнее возмущение). Для управления технологическим участком используется двухконтурная схема регулирования с стабилизирующим регулятором расхода топлива и корректирующим регулятором давления перегретого пара (рис. 1).

Основываясь на работах [7, 12] и с учетом особенностей выбранной схемы регулирования, можно записать систему линейных дифференциальных уравнений в отклонениях для регулируемого участка. Уравнение для газового компрессора и участка газопровода от него до топочной камеры:

$$T_{ГП}\Delta\dot{Q}_{ИГ} + \Delta Q_{ИГ} = T_K\Delta\dot{n} + k_K\Delta n , \quad (5)$$

где $T_{ГП}$ – инерционность газопровода, k_k – коэффициент передачи между числом оборотов n и объемным расходом искусственного газа $Q_{ИГ}$.

Уравнение тепловыделения в топочной камере для природного и искусственного газа:

$$\Delta Q_F = Q_T^{ПГ} K_{РО}\Delta h_{РО} + Q_T^{ИГ}\Delta Q_{ИГ} + Q_{ИГ}\Delta Q_T^{ИГ} . \quad (6)$$

Уравнение передачи тепла в топочной камере к пароводяной смеси в экранных поверхностях нагрева:

$$T_T\Delta\dot{Q}_T + \Delta Q_T = k_F\Delta Q_F , \quad (7)$$

где $T_Т$ – инерционность процесса теплопередачи, учитывающая эффект аккумуляции тепла в металлических конструкциях барабана котла, k_F – коэффициент передачи между количеством теплоты, выделившимся при

сжигании газо-воздушной смеси, и количеством тепла воспринятого пароводяной смесью в поверхностях нагрева.

Уравнение зависимости давления пара в барабане котла P_b от количества тепла, полученного пароводяной смесью, и расходом пара к потребителю $D_{ПП}$:

$$T_Б \Delta \dot{P}_b = k_T \Delta Q_T + k_D \Delta D_{ПП}, \quad (8)$$

где $T_Б$ – инерционность процесса генерации пара в барабане котла, k_T, k_D – коэффициенты передачи между тепловосприятием и тепловой нагрузкой соответственно.

Уравнения для паропровода от барабана котла к потребителю:

$$T_{ПП} \Delta \dot{P}_{ПП} + \Delta P_{ПП} = k_{ПП} \Delta P_b; \quad (9)$$

$$T_{ПП} \Delta \dot{D}_{ПП} + \Delta D_{ПП} = k_{ПД} \Delta P_b, \quad (10)$$

где $T_{ПП}$ – инерционность паропровода, $k_{ПП}$, $k_{ПД}$ – коэффициенты передачи между изменением давления в барабане котла и изменением давления и расхода перегретого пара соответственно.

Возмущение изменением калорийности топлива устраняется в типовой АСУ регулятором топлива, использующим в обратной отрицательной связи сигнал по теплоте $\Delta Q_T^{ИЗМ} = C_П \frac{dP_b}{dt} + \Delta D_{ПП}$, где $C_П$ – постоянный коэффициент, характеризующий массовую аккумулирующую способность пароводяной смеси и металла испарительной части котла [11].

Усовершенствованная АСУ тепловой нагрузки барабанного котла должна обеспечить плавный переход на подачу искусственного газа с помощью компрессора, когда регулятор топлива максимально откроет регулирующий орган. В этом случае управляющий сигнал от регулятора топлива, в соответствии с которым до этого происходило перемещение регулирующего органа, должен быть так изменен УС, чтобы его реализация с помощью компрессора не привела к существенному изменению свойств объекта по регулирующему каналу. Отношение передаточной функции участка по каналу "изменение положения регулирующего клапана – тепловыделение в топочной камере" $W_{\Delta h_{РО} \to \Delta Q_F}(S)$ к передаточной функции участка по каналу «изменение производительности компрессора – тепловыделение в топочной камере» $W_{\Delta n \to \Delta Q_F}(S)$ определяет вид УС, когда управление осуществляется только одним барабанным котлом (рис. 1):

$$W_{УС}(S) = \frac{Q_T^{ПГ} K_{РО}(T_{ГП} S + 1)}{Q_T^{ИГ} K_К \left(\frac{T_К}{K_К} S + 1 \right)}. \quad (11)$$

С учетом малой инерционности газовых компрессоров и, располагая компрессор как можно ближе к котельному оборудованию, передаточная функция УС (11) может быть упрощена:

$$W_{УС}(S) \approx Q_T^{ПГ} K_{РО} \Big/ Q_T^{ИГ} K_К. \quad (12)$$

Упрощенная передаточная функция УС является пропорциональным звеном, однако наличие в выражении (12) значений теплотворных способностей природного и искусственного газов накладывают следующие ограничения для использования такой АСУ – в качестве топлива должен использоваться один вид искусственного газа или АСУ должна быть дополнена устройством, определяющим химический состав сжигаемого газа [9].

Выводы

Проведенные исследования показали, что существует возможность использования дешевого низкокалорийного искусственного газа в качестве замены дорогого импортного природного газа на энергетических и тепло-коммунальных предприятиях Украины. Численные расчеты показали, что одним из основных ограничивающих факторов по использованию дешевого топлива без существенной модернизации энергетического оборудования является пропускная способность регулирующего органа.

Решение проблемы достигается путем повышения давления газа в газопроводе с помощью компрессора. Введение в технологическую схему газового компрессора приводит к необходимости модификации типовой АСУ тепловой нагрузки.

Применение методики классической теории автоматического управления позволило определить вид передаточной функции устройства связи между регулятором топлива и компрессором.

Список использованной литературы

1. Рюль К. BP: Прогноз развития мировой энергетики до 2030 года / К. Рюль // Вопросы экономики. – 2013. – № 5. – С.109–128.
2. Tanaka K. Gas turbine combustor technology contributing to environmental conservation / K. Tanaka, K. Nishida, W. Akizuk // Mitsubishi Heavy Industries Technical Review. – 2009. – V. 46, № 2. – P. 6–12.
3. Яковлев В.А. Испытания работы газогорелочного устройства с принудительной подачей воздуха и щелевой камерой / В.А. Яковлев // Фундаментальные исследования. – 2016. – № 9. – С. 299–306.
4. Кудинов А.А. Влияние впрыска водяного пара в камеру сгорания газотурбинной установки на эффективность работы котла-утилизатора / А.А. Кудинов, С.П. Горланов // Промышленная энергетика. – 2014. – № 12. – С. 32–35.
5. Канюк Г.И. Разработка системы автоматического управления паровыми котлами электростанций при сжигании низкосортных топлив / Г.И. Канюк, А.Ю. Мезеря, И.В. Сук, И.А. Бабенко, Е.Н. Близниченко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2016. – № 2(84). – С. 44–51.
6. Потапов В.Н. Анализ схем подачи генераторного газа из биомассы и отходов для сжигания в камерных топках котлов / В.Н. Потапов, В.В. Костюнин, А.С. Ханова, Н.И. Саутченко, И.А. Зимовец, К.В. Очайкин // Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии. – 2012. – № 3(11). – С. 66–72.
7. Dobrovolska T. The Automated Control System of the Burning Fuel Process with a Variable Calorific Capacity for the Refining Industry / T. Dobrovolska, V. Lozhechnikov // Journal of Automation and Information Sciences. 2016. – V. 48. – P. 25–30.
8. Максимов М.В. Модель и метод определения условной формулы углеводородного топлива при сжигании / М.В. Максимов, А.И. Брунеткин, А.В. Бондаренко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – № 6(8). – С. 20–27.
9. Брунеткин А.И. Метод определения состава горючих газов при их сжигании / А.И. Брунеткин, М.В. Максимов // Науковий вісник Національного гірничого університету. – 2015. – № 5. – С. 83–90.
10. Авдеева О.В. Система экстремального регулирования горением топлива в котельной установке / О.В. Авдеева // Вестник Пензенского государственного университета. – 2015. – №. 3 (11). – С. 167–174.
11. Плетнев Г.П. Автоматизация технологических процессов и производств в теплоэнергетике / Г.П. Плетнев. – М.: МЭИ, 2007. – 352 с.
12. Бундюк, А. Н. Моделирование динамики топливно-воздушного тракта когенерационной энергетической установки / А.Н. Бундюк, Е.О. Улицкая, О.С. Ларионова // Праці Одеського політехнічного університету. – 2014. – № 2. – С. 122–129.

УДК 001.57:681.5.015

А.М. МАЦУЙ
Центральноукраїнський національний технічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ РОЗРІДЖЕНОСТІ ПУЛЬПИ У ПІСКОВОМУ ЖОЛОБІ ОДНОСПІРАЛЬНОГО КЛАСИФІКАТОРА ПРИ НЕЗМІННІЙ ВИТРАТІ ВОДИ

Проблема зменшення собівартості магнетитового концентрату в Україні, зокрема, потребує удосконалення математичної моделі односпірального класифікатора, одним з аспектів якої є розрідження пульпи у пісковому жолобі. Встановлено, що при незмінній витраті води в пісковий жолоб, яка нині реалізується, густина пульпи в ньому відносно середнього значення змінюється у вигляді від'ємної і додатної півхвиль тривалістю по 5 с. При цьому створюються як сильно розріджені ділянки потоку, так і занадто згущені, що значно зменшує ефективність подрібнення руди у кульовому млині. Ліквідувати цей недолік і значно підвищити ефективність подрібнення руди кульовим млином можливо подачею змінної витрати води у пісковий жолоб односпірального класифікатора у відповідності з витратою пісків, які надходять.

Ключові слова: класифікатор, пісковий жолоб, подача води, густина пульпи, циклічність зміни, ефективність

А.Н. МАЦУЙ
Центральноукраинский национальный технический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗЖИЖЕНИЯ ПУЛЬПЫ В ПЕСКОВОМ ЖЕЛОБЕ ОДНОСПИРАЛЬНОГО КЛАССИФИКАТОРА ПРИ НЕИЗМЕННОМ РАСХОДЕ ВОДЫ

Проблема уменьшения себестоимости магнетитового концентрата в Украине, в частности, требует усовершенствования математической модели односпирального классификатора, одним из аспектов которой является разжижение пульпы в песковом желобе. Установлено, что при неизменном расходе воды в песковый желоб, который сейчас реализуется, плотность пульпы в нем относительно среднего значения изменяется в виде отрицательной и положительной полуволны длительностью по 5 с. При этом создаются как сильно разжиженные участки потока, так и чрезмерно сгущенные, что значительно снижает эффективность измельчения руды в шаровой мельнице. Ликвидировать этот недостаток и значительно повысить эффективность измельчения руды шаровой мельницей возможно подачей изменяющегося расхода воды в песковый желоб односпирального классификатора в соответствии с расходом поступающих песков.

Ключевые слова: классификатор, песковый желоб, подача воды, плотность пульпы, циклическое изменение, эффективность

A.N. MATSUI
Kirovohrad National Technical University

MODELING OF THE LIQUEFACTION PULP IN THE SAND FAN OF A SINGLE-SPIRAL CLASSIFIER WITH THE UNKNOWN WATER EXPENDITURE

The problem of reducing the cost of magnetite concentrate in Ukraine, in particular, requires improvement of the mathematical model of a single-spiral classifier, one of the aspects of which is pulp liquefaction in the sand channel. It has been established that with a constant flow of water into the sand channel, which is now being realized, the pulp density in it with respect to the mean value changes as a negative and positive half-wave with a duration of 5 seconds. In this case, both highly dilute flow sections and excessively thickened sections are created, which significantly reduces the efficiency of grinding the ore in a ball mill. Eliminate this disadvantage and significantly improve the efficiency of grinding the ore by a ball mill by possibly supplying a grinding flow of water into the gutter of a single-spiral classifier in accordance with the flow of incoming sands.

Keywords: classifier, sand chute, water supply, pulp density, cyclical change, efficiency

Постановка проблеми

Нині магнетитовий концентрат, який отримують збагаченням бідних залізних руд, став основною сировинною складовою чорної металургії. Зокрема, в Україні існує проблема зменшення собівартості магнетитового концентрату. Враховуючи, що технологічний процес, технологічне обладнання і засоби автоматизації вже давно відпрацьовуються, дані задачі розв'язати не зовсім просто. Звертають на себе увагу значні перевитрати у першій стадії подрібнення-класифікації, для зменшення яких можливо знадобиться розв'язувати окремі задачі у різних спрямуваннях. Якщо мову вести про удосконалення систем керування

технологічним процесом, то в першу чергу необхідно мати адекватні реальному процесу математичні моделі. Оскільки дана стаття присвячена отриманню однієї з таких математичних моделей, її тема є актуальною. Актуальність даної публікації підтверджується також Галузевою програмою енергоефективності та енергозбереження на період до 2017р., затвердженої наказом Міністра промислової політики України №152 від 25.02.2009 року в частині гірничо-металургійного комплексу та планами наукової тематики Центральноукраїнського національного технічного університету, зокрема, теми «Моделювання технологічних процесів у механічних спіральних класифікаторах з метою вдосконалення математичних моделей» (0115U003962).

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Автоматизацією першої стадії подрібнення-класифікації руди займаються тривалий час як зарубіжні, так і вітчизняні вчені. Зважаючи на те, що не досягнута бажана ефективність цих процесів, такі дослідження продовжуються і нині. Так, в публікації [1], стверджується, що автоматизація першої стадії подрібнення, класифікації та магнітної сепарації є реальним шляхом підвищення ефективності збагачення залізних руд. В [2] акцентується увага на відсутності надійних засобів контролю необхідної точності та на значній їх вартості. Недостача інформаційних засобів відмічається в роботі [3]. В останні роки розроблені ефективні ультразвукові інформаційні засоби [4], ефективними у збагачувальних технологіях можуть стати алгоритмічні методи визначення параметрів [5] та підхід вимірювання продуктивності механічного односпірального класифікатора [6]. В той же час розробці математичних моделей односпірального класифікатора приділяється порівняно мало уваги. В роботі [7] показано, що при незмінній витраті води у пісковий жолоб односпірального класифікатора можливо гарантувати надійний рух пульпи за будь-яких умов роботи циклу подрібнення-класифікації. Дослідження розрідженості пульпи у пісковому жолобі односпірального класифікатора в умовах незмінної витрати води ніхто не здійснював. Тому дана публікація присвячена розв'язанню цієї задачі.

Мета дослідження

Метою роботи було моделювання розрідженості пульпи у пісковому жолобі механічного односпірального класифікатора при незмінній витраті води з встановленням закономірностей зміни густини рухомих пісків, впливу їх на кульовий млин та умов покращення роботи циклу подрібнення-класифікації.

Викладення основного матеріалу дослідження

У пісковий жолоб механічного односпірального класифікатора подають додаткову воду для перетворення піскового продукту в пульпу. Густина пульпи визначається продуктивністю розвантажених пісків і витратою води в пісковий жолоб. Моделюванням розвантаження пісків у односпіральному класифікаторі отримані їх об'єми в елементарних вертикальних стовпчиках довжиною Δl=0,05 м і висотою Δh=0,0317 м та шириною, що визначаються геометрією піскового тіла (табл.1). Отримані об'єми пісків приведені в табл.1, де висота піскового тіла визначається в одиницях Δh, а при довжині кроку спіралі 1,8 м цикл розвантаження піскового тіла здійснюється впродовж сходження 18 стовпчиків, тобто від 1 по 18. Стовпчики 19, 20 і 21 розвантажуються разом зі стовпчиками 1, 2, 3 наступного піскового тіла.

З даних табл.1 видно, що впродовж циклу розвантаження об'єм пісків у елементарних стовпчиках в залежності від продуктивності класифікатора може змінюватись в значних межах. Зміни об'єму вздовж піскового тіла при певному значенні рівня можуть змінюватися і два-дев'ять разів. Великі зміни об'ємів відбуваються і в залежності від рівня матеріалу між витками спіралі. Такі широкі діапазони змін об'єму пісків при розвантаженні будуть впливати на густину пульпи в пісковому жолобі односпірального класифікатора. Зміну густини пульпи можливо встановити лише в процесі моделювання утворення пульпи. Промоделюємо процес утворення пульпи на руді густиною δ_T=3300 кг/м^3 і за умов, що піски складаються з однакових за розміром сферичних частинок.

Піски класифікатора – це більш крупні фракції подрібненої у кульовому млині руди. Подрібнений матеріал в масиві характеризується коефіцієнтом розпушення, що являє собою відношенням об'єму розпушеного матеріалу до суцільного. Для матеріалу з сферичних частинок однакового розміру, як встановлено, коефіцієнт розпушення дорівнює 1,3514 [8]. Частка незаповненого твердим об'єму складає

$$V_{HO} = d_K^3\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{6}\right), \tag{1}$$

де d_K – діаметр частинки твердого.

Частку незаповненого твердим об'єму можливо визначити за формулою

$$K_H = \frac{V_{HO}}{V_{Z0}} = 1 - \frac{\pi\sqrt{2}}{6}, \tag{2}$$

де V_{Z0} – загальний об'єм пісків, складених з частинок сферичної форми.

Для даного випадку K_H=0,26. Тоді вміст твердого в об'ємі пісків складає 0,74. Для будь-якого об'єму пісків V_P у стовпчику, що розвантажується у пісковий жолоб односпірального класифікатора, об'єм твердого буде V_T=0,74V_{VP}, дм, а маса m_T=0,74$V_{VP}\cdot\delta_T$, де δ_T – густина твердого. Піски містять 12% вологи [9]. Тоді маса води в них буде $m_{BП}$=0,12×0,74$V_{VP}\delta_T$=0,0888$V_{VP}\delta_T$, а об'єм води в пісках V_{BP}=0,0888$V_{VP}\delta_T/\delta_B$,де δ_B – густина води.

Таблиця 1

Об'єми пісків у елементарних стовпчиках довжиною Δl=0,05 м піскового тіла односпірального класифікатора в залежності від їх рівня між витками спіралі за цикл розвантаження, дм^3

Висота піскового тіла в одиницях Δh	Порядковий номер стовпчиків										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	1,9971	1,4424	0,9352	0,4280	0,0476	-	-	-	-	-	0,4755
6	2,7420	2,0288	1,3948	0,7291	0,1426	0,0158	-	-	0,3804	0,6023	1,2838
7	3,5346	2,6786	1,9020	1,0936	0,3646	0,0792	0,3646	0,5548	1,1570	1,5692	2,4568
8	4,3746	3,3760	2,4409	1,4582	0,8559	0,6340	1,0144	1,3790	2,1873	2,7738	3,8357
9	5,2939	4,1527	3,2651	2,3300	1,7118	1,4899	1,9020	2,4409	3,4078	4,1527	5,3732
10	6,5619	5,5634	4,7867	3,9466	3,4078	3,1383	3,5187	4,1052	5,1988	6,0547	7,3861
11	7,9408	7,0057	6,2924	5,5316	5,1196	4,9294	5,3732	5,9913	7,2118	8,1628	9,6051

Продовження таблиці

Висота піскового тіла в одиницях Δh	Порядковий номер стовпчиків									
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
5	0,8084	1,8228	2,3775	2,9640	2,5202	2,1239	0,7450	-	-	-
6	1,8386	3,0590	3,8198	4,2636	3,6772	3,1383	1,6167	-	-	-
7	3,2176	4,6440	5,3732	5,6743	4,9452	4,2478	2,5677	-	-	-
8	4,7867	6,4192	7,1167	7,2752	6,3876	5,5316	6,2608	0,9986	-	-
9	6,4985	8,3212	8,9870	8,9870	7,9408	6,9423	7,4970	2,0764	-	-
10	8,6541	10,5878	11,3803	1,1901	9,9696	8,7809	9,1613	3,5504	1,2838	-
11	10,9840	13,0287	13,9322	13,7895	12,3788	10,9840	11,1901	5,3732	2,9164	1,4265

При обертанні спіралі класифікатора 3 об/хв розвантаження прийнятого стовпчика пісків довжиною 0,05 м відбувається за час Δt=0,5555с. За цей же час в зону змішування матеріалів підійде об'єм води ΔV_{BG}=3,75дм^3, масою $m_{BG}= \Delta V_{BG}\cdot\delta_B$.

З врахуванням сказаного, густину пульпи в пісковому жолобі класифікатора для конкретного зійшовшого стовпчика пісків можна визначити за залежністю

$$\gamma_{PG} = \frac{0{,}8288\delta_T V_{VP} + \delta_B \Delta V_{BG}}{\left(0{,}74 + 0{,}0888\,\delta_T/\delta_B\right)V_{VP} + \Delta V_{BG}}, \qquad (3)$$

де V_{VP} – об'єм пісків у конкретному зійшовшому стовпчику; ΔV_{BG} – константа для даного процесу.

Отже, за відомим об'ємом пісків у зійшовшому через пісковий поріг односпірального класифікатора стовпчику матеріалу можливо визначити густину пульпи у пісковому жолобі, оскільки останні параметри залежності (3) є технологічними константами.

В процесі моделювання за допомогою спеціальної програми із використанням даних табл.1, на персональному комп'ютері визначалися густини пульпи у пісковому жолобі односпірального класифікатора для кожного об'єму пісків (піскового тіла) у послідовно розташованих стовпчиках впродовж циклу розвантаження матеріалу при його різній висоті між витками спіралі. Дані математичного моделювання густини пульпи у пісковому жолобі односпірального класифікатора з подачею незмінної витрати води Q_{VBG} =24,3м^3/год при малих циркулюючих навантаженнях (5Δh, 6Δh, 7Δh) приведені на рис.1. З рис.1 видно, що при малих циркулюючих навантаженнях сходження матеріалу характеризується 18 стовпчиками довжиною Δh=0,05 м. Густина пульпи у пісковому жолобі односпірального класифікатора при цьому відносно середнього значення (прямі суцільні лінії) змінюється у вигляді від'ємної і додатної півхвиль. Додатна півхвиля буде продовжуватись з порушенням форми за рахунок 1, 2 і 3-го початкових стовпчиків матеріалу. У табл.2 приведені характеристики хвильової зміни густини пульпи у пісковому жолобі.

З рис.1 також видно, що закономірність усіх графіків однакова, хоч спостерігається тенденція зменшення густини пульпи в початкових стовпчиках і її зростання у кінцевих стовпчиках циклу розвантаження при збільшенні висоти піскового тіла в межах 5Δh...7Δh. Табличні дані підтверджують зростання найбільшого відхилення густини пульпи у від'ємній півхвилі та зменшення цього показника від 41,50% до 33,12% при зростанні висоти піскового тіла від 5Δh до 7Δh. Сумарна тривалість півхвиль при 5Δh однакова і складає 5 с, а потім дещо порушується в межах незмінного періоду з ростом висоти піскового тіла.

У випадку середніх значень циркулюючих навантажень, що відповідає 8Δh...9Δh, характер зміни кривих густини пульпи за цикл розвантаження матеріалу практично однаковий, як це видно з рис.2. Однак при цьому порівняно з рис.1 підсилюється тенденція зменшення густини пульпи як на початковому, так і

кінцевому етапах розвантаження матеріалу в циклі. Найбільше відхилення густини пульпи у від'ємній півхвилі тут з порушенням початкової закономірності зменшується від 34,18% до 26,42% відносно середнього значення, а у додатній півхвилі, навпаки, продовжується зменшення від 28,17% при 8Δh до 22,47% при 9Δh. Тривалість від'ємних півхвиль складає 5,555 с, а додатних 4,444 с при незмінному загальному періоді 10 с.

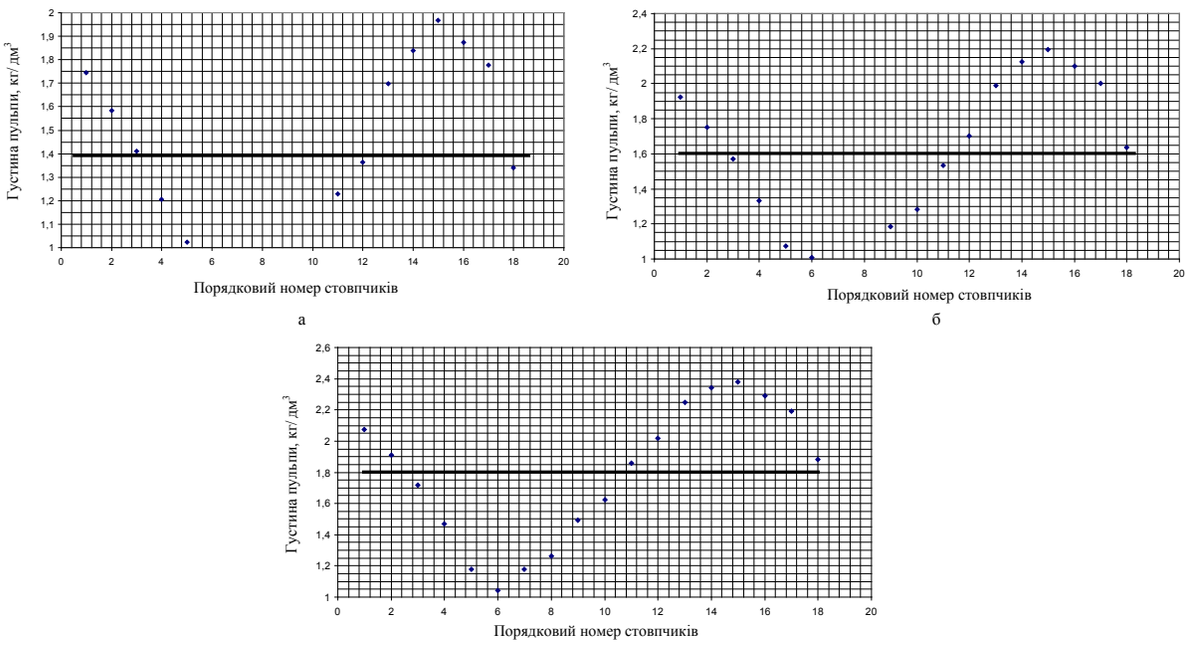


Рис. 1. Зміна густини пульпи у пісковому жолобі односпірального класифікатора при висоті піскового тіла (між витками спіралі) 5Δh (а), 6Δh (б), 7Δh (в) і подачі незмінної витрати додаткової води 24,3 м^3/год на протязі циклу розвантаження матеріалу

Таблиця 2

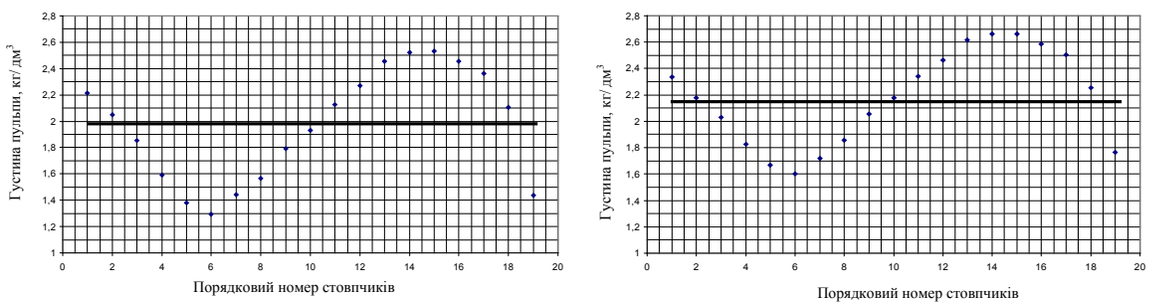
Характеристики хвильової зміни густини пульпи у пісковому жолобі односпірального класифікатора при варіації висоти піскового тіла і подачі незмінної витрати додаткової води 24,3м^3/год

Висота піскового тіла в одиницях Δh	Середнє значення густини пульпи, кг/дм^3	Зміна густини пульпи відносно середнього значення			
		Від'ємна півхвиля		Додатна півхвиля	
		Найбільше (амплітудне) значення, %	Сумарна тривалість півхвилі, с	Найбільше (амплітудне) значення, %	Сумарна тривалість півхвилі, с
5	1,3921	28,2	5,0	41,5	5,0
6	1,5783	36,64	4,61	39,1	5,39
7	1,7868	41,74	4,444	33,12	5,555
8	1,9670	34,18	5,555	28,87	4,444
9	2,1736	26,42	5,555	22,47	4,444
10	2,3628	15,22	5,0	18,29	5,0
11	2,5063	8,7	5,0	15,69	5,0

Зміну густини пульпи у пісковому жолобі односпірального класифікатора при найбільших циркулюючих навантаженнях можливо прослідкувати на рис.3. Характер кривих відповідає рис.2, але підсилюється тенденція зменшення густини пульпи на початку і в кінці циклу розвантаження матеріалу та зростання кількості стовпчиків матеріалу у пісковому тілі. В той час, коли на рис.2 спостерігаємо один – 19-й додатковий стовпчик матеріалу, то на рис.3,*а* зафіксовано їх 20, а на рис. 3,*б* – 21. Як було відмічено, цикл розвантаження матеріалу в межах сходження пісків, що розташовані між витками спіралі при мінімальних циркулюючих навантаженнях містить 18 стовпчиків довжиною Δl=0,05 м. Додаткові стовпчики при зростанні циркулюючого навантаження (збільшенні кількості елементарних шарів Δh) формуються за рахунок геометрії і нахилу витків спіралі. Тому матеріал, що знаходиться у додаткових стовпчиках, слід віднести до пісків, що містяться у перших стовпчиках циклу розвантаження, оскільки сходять вони разом. Це приведе до збільшення тривалості від'ємної півхвилі з деяким викривленням залежності, що можливо прослідкувати на рис.3. В межах зміни висоти піскового тіла 10Δh...11Δh найбільші відхилення густини пульпи від середнього значення як у від'ємних, так і в додатних півхвилях зменшуються. Тривалість півхвиль однакова і складає 5 с.

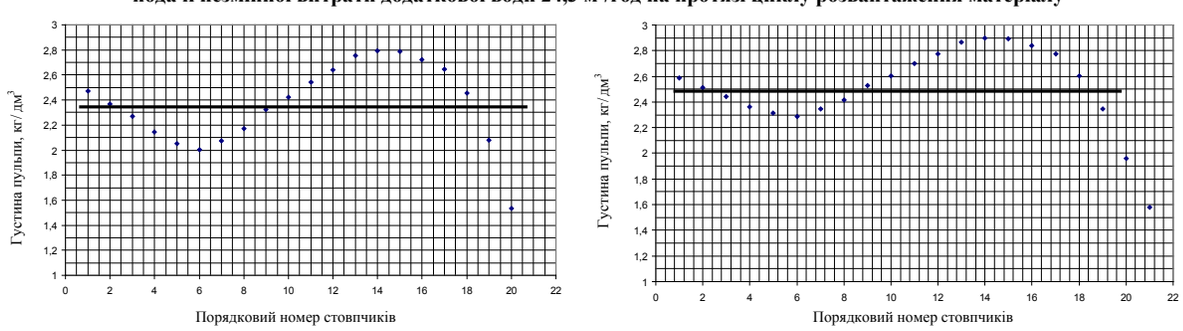
Розглядаючи дані табл.2 в цілому, можливо відмітити, що вибрана константа витрати додаткової води у пісковий жолоб на рівні 24,3 м^3/год не відповідає усьому діапазону об'ємної витрати пісків у односпіральному класифікаторі, оскільки при висоті піскового тіла 5Δh і 6Δh отримуємо сильно розріджену пульпу, а при 11Δh – занадто густу, однак це не спотворює отриманих результатів. З даних табл.2 видно, що

відхилення густини пульпи в процесі розвантаження пісків достатньо великі, мають коливальний характер з різними амплітудами, які в основному зменшуються з ростом висоти піскового тіла. Сумарна тривалість півхвиль не сильно відрізняється при зміні висоти піскового тіла і в середньому дорівнює 5 с. Тому можливо рахувати, що у пісковому жолобі класифікатора при незмінній витраті додаткової води пульпа має змінну густину, що наближено повторює графіки рис.1, 2, 3. Крім того, з рис.1, 2, 3 видно, що навіть при малих і значних середніх густинах пульпи з'являються ділянки як сильно розрідженого матеріалу, так і занадто густого. В цілому наближено 5 с формується розріджений, а наступні 5 с – згущений матеріал зі значними відхиленнями густини від середнього значення. Тобто, формуються послідовно розташовані порції пульпи зі значним розрідженням і згущенням матеріалу. В процесі турбулентного руху пульпи у пісковому жолобі класифікатора відбувається певне осереднення матеріалу, але в основному у межах порцій. Додавання води у приймальний пристрій завиткового живильника не покращує рівномірність розташування твердого в окремих порціях, а, навпаки, може ще погіршити її, зважаючи на те, що розріджені ділянки пульпи більш легко приймуть воду порівняно зі згущеними. При транспортуванні пульпи завитковим живильником вона дещо осереднюється, однак зони нерівномірності зберігаються і в такому стані піски потрапляють у кульовий млин. При роботі кульового млина ефективність подрібнення твердого значно зменшується, оскільки кулі потрапляють або в рідке, або у занадто густе середовище. Виправити такий стан можливо лише замінивши порядок подачі додаткової води у пісковий жолоб односпірального класифікатора. Необхідно підхід $Q_{BG}=const$ замінити підходом, коли густина пульпи у пісковому жолобі односпірального класифікатора $\gamma_{PG}=const$. Тобто, необхідно у відповідності з витратою пісків змінювати витрату води у пісковий жолоб односпірального класифікатора. Для цього обгрунтуємо значення густини пульпи у пісковому жолобі.



а б

Рис. 2. Зміна густини пульпи у пісковому жолобі односпірального класифікатора при висоті піскового тіла 8Δh (а) і 9Δh (б) і подачі незмінної витрати додаткової води 24,3 м^3/год на протязі циклу розвантаження матеріалу



а б

Рис. 3. Зміна густини пульпи у пісковому жолобі односпірального класифікатора при висоті піскового тіла 10Δh (а) і 11Δh (б) та подачі незмінної витрати додаткової води 24,3 м^3/год на протязі циклу розвантаження матеріалу

Пісковий жолоб слугує транспортним засобом для подрібненого мокрого матеріалу. Подрібнення твердого здійснюється у кульовому млині, де густина повинна підтримуватись близько оптимального значення. Тобто, на вході кульового млина повинно бути певне розрідження пульпи, що досягається, коли густина матеріалу у пісковому жолобі дещо більша порівняно з густиною у кульовому млині.

Враховуючи крупність пісків односпірального класифікатора, в пульпі піскового жолоба доцільно прийняти вміст води близько 25%. Тоді тверде буде складати 75%. При густині руди δ_T=3,3 кг/дм^3 густина пульпи γ_{PG} складає 2,095 кг/дм^3. Конкретне значення густини пульпи уточнюється експериментально.

Для досягнення умов стабілізації розрідження пульпи у пісковому жолобі $\gamma_{PG}=const$ необхідно змінювати витрату води синхронно з витратою пісків. Тобто, до кожного об'єму пісків у зійшовшому стовпчику необхідно додати певну кількість води для досягнення $\gamma_{PG}=const$. Використовуючи рівняння (3), запишемо залежність для визначення об'єму доданої води до конкретного об'єму пісків. Вона буде мати наступний вигляд

$$\Delta V_{VBG} = \frac{0{,}8288\delta_T - \left(0{,}74 + 0{,}0888\,\delta_T/\delta_B\right)\gamma_{PG}}{\gamma_{PG} - \delta_B} \cdot V_{VP}\,. \qquad (4)$$

Дана залежність діє в межах сходження елементарного стовпчика пісків довжиною Δl=0,05 м. При здійсненні спіраллю 3 об/хв (0,05об/с), як це звичайно приймають у технологічному процесі, розвантаження матеріалу з елементарного стовпчика відбувається за час Δt=0,5555 с. Поділимо ліву і праву частини рівняння (4) на Δt і запишемо його у об'ємних витратах матеріалів

$$Q_{VBG} = \frac{0{,}8288\delta_T - \left(0{,}74 + 0{,}0888\,\delta_T/\delta_B\right)\gamma_{PG}}{\gamma_{PG} - \delta_B} \cdot Q_{VP}\,, \qquad (5)$$

де Q_{VBG} – об'ємна витрата води у пісковий жолоб односпірального класифікатора; Q_{VP} – об'ємна витрата пісків односпірального класифікатора.

Отже, можливо здійснювати регулювання, при якому буде досягатись умова $\gamma_{PG}=const$ і більш якісне подрібнення твердого у кульовому млині за рахунок більш ефективного осереднення матеріалу.

Висновки

Моделюванням розрідженості пульпи у пісковому жолобі механічного односпірального класифікатора при незмінній витраті води встановлено:

- впродовж циклу розвантаження об'єм пісків, що надходить у пісковий жолоб, в залежності від продуктивності класифікатора (висоти матеріалу між витками спіралі) може змінюватись в значних межах – в два-дев'ять разів, що впливає на густину пульпи;
- при незмінній витраті води у пісковий жолоб густина пульпи в ньому відносно середнього значення змінюється у вигляді від'ємної і додатної півхвиль, тривалість яких наближено однакова і складає 5 с, з формуванням ділянок як з сильно розрідженим, так і занадто згущеним матеріалом;
- ефективність подрібнення руди кульовим млином за таких умов значно зменшується, оскільки кулі потрапляють або в рідке, або у занадто густе середовище, що підтверджує необхідність зміни порядку подачі води у пісковий жолоб односпірального класифікатора, а саме – подавати не постійну, а змінну витрату води для забезпечення незмінної густини пульпи;
- отримана математична модель дозволяє здійснити відповідно заданій густині пульпи автоматичну подачу води у пісковий жолоб односпірального класифікатора за виміряною об'ємною витратою пісків.

Проведені дослідження відкривають перспективу розробки системи автоматизованого керування подрібненням руди у кульових млинах з оптимізацією динаміки розрідження пульпи.

Список використаної літератури

1. Азарян А.А. Автоматизация первой стадии измельчения, классификации и магнитной сепарации – реальный путь повышения эффективности обогащения железных руд / А.А. Азарян, Ю.Ю. Кривенко, В.Г. Кучер // Вісник Криворізького національного університету: зб. наук. праць. – 2014. – Вип. 36. – С. 276-280.
2. Купін А.І. Інтелектуальна ідентифікація та керування в умовах процесів збагачувальної технології / Купін А.І. – Кривий Ріг: Видавництво КТУ, 2008. – 204с.
3. Измельчение. Энергетика и технология / [Пивняк Г.Г., Вайсберг Л.А., Кириченко В.И. и др.]. – М.: Изд. дом "Руда и Металлы", 2007. – 296 с.
4. Ультразвуковой контроль характеристик измельченных материалов в АСУ ТП обогатительного производства / [Моркун В.С., Потапов В.Н., Моркун Н.В., Подгородецкий Н.С.]. – Кривой Рог: Изд. центр КТУ, 2007. – 283 с.
5. Кондратец В.А. Обеспечение идентификации соотношения руда/вода в мельницах с циркулирующей нагрузкой / В.А. Кондратец // Вестник Иркутского Государственного Технического Университета. – 2013. – №11. – С.95-102.
6. Мацуй А.М. Математичне моделювання формування піскового тіла у міжвитковому просторі механічного спірального класифікатора / А.М. Мацуй // Автоматизація технологічних і бізнес-процесів. – 2015. – Т.7. – Вип.4. – С. 9-17.
7. Кондратець В.О. Теоретичне дослідження розрідження пісків односпірального класифікатора джерелом з незмінною витратою води / В.О. Кондратець, О.М. Сербул // Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація: зб. наук. праць КНТУ. – 2013. – Вип. 26. – С. 173-180.
8. Кондратець В.О. Сферична частинка твердого певного розміру як основа процесу моделювання розпушення гірських порід / В.О.Кондратець, А.М. Мацуй // Математичне моделювання: науковий журнал. – 2016. – №2 (33). – С. 55-59.
9. Кондратец В.А. Исследование влагосодержания песков двухспиральных механических классификаторов в промышленных условиях / В.А. Кондратец // Вісник Криворізького національного університету: зб. наук. праць. – 2014. – Вип.36. – С. 206-210.

УДК 535.33

А.В. МАЧУЛЯНСКИЙ, Б.Б. БАБЫЧ, В.А. МАЧУЛЯНСКИЙ
Национальный технический университет Украины “КПИ им. И. Сикорского”

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОКРЫТИЙ

Проведено моделирование эффективности экранирования перфорированных пленочных многофункциональных покрытий в зависимости от их конструктивных и структурных параметров. Изготовлены образцы покрытий на основе перфорированных металлических пленок. Проведено комплексное экспериментальное исследование тестовых образцов. Представлен сравнительный анализ экспериментальных и теоретических исследований многофункциональных покрытий. Даны рекомендации по практическому применению разработанных покрытий.

Ключевые слова: эффективность экранирования, перфорированные покрытия, оптически прозрачные экраны, математическое моделирование, многофункциональные покрытия.

О.В. МАЧУЛЯНСЬКИЙ, Б.Б. БАБИЧ, В.О. МАЧУЛЯНСЬКИЙ
Національний технічний університет України "КПІ ім. І. Сікорського"

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОФУНКЦІОНАЛЬНИХ ПОКРИТТІВ

Проведено моделювання ефективності екранування перфорованих плівкових багатофункціональних покриттів в залежності від їх конструктивних та структурних параметрів. Виготовлені зразки покриттів на основі перфорованих металевих плівок. Проведено комплексне експериментальне дослідження тестових зразків. Представлено порівняльний аналіз експериментальних і теоретичних досліджень багатофункціональних покриттів. Дано рекомендації щодо практичного застосування розроблених покриттів.

Ключові слова: ефективність екранування, перфоровані покриття, оптично прозорі екрани, математичне моделювання, багатофункціональні покриття.

A.V. MACHULIANSHYI, B.B. BABYCH, V.A. MACHULIANSHYI
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky KPI"

MATHEMATICAL MODELING OF THE MULTIFUNCTION COATINGS

Modeling of the shielding effectiveness of the perforated film multifunction coatings, depending on their design and structural parameters, was conducted. Samples of the coatings based on the perforated metal film were manufactured. A comprehensive experimental study of the test samples was conducted. The comparative analysis of the experimental and theoretical investigations of the multifunction coatings was presented. The recommendations for the practical application of the developed multifunction coatings were proposed.

Keywords: shielding effectiveness, perforated coatings, optically transparent screens, mathematical modeling, multifunction coatings.

Введение. Анализ исследований и публикаций. Постановка проблемы

Необходимым условием эффективной работы электронных устройств отображения и защиты информации, аппаратов космического назначения, объектов авиации типа «Стэлс», а также светопрозрачных дисплеев является применение многофункциональных покрытий, которые позволяют одновременно решать несколько задач [1, 2]. Например, такие покрытия должны быть: прозрачными в видимой области спектра и выполнять функцию экранирования электромагнитного излучения в СВЧ диапазоне. Среди известных методов реализации таких покрытий, обладающих вышеупомянутыми свойствами, основным является применение перфорированных проволочных экранов. Однако недостатками таких экранов являются несовместимость с микроэлектронной технологией производства электронных устройств, невысокая прочность, потеря эффективности в процессе использования, нарушение электрического контакта в узлах сетки, сложность применения в устройствах с развитым рельефом [1, 3].

Указанных недостатков можно избежать путем использования экранов в виде пленочных токопроводящих покрытий, нанесенных на прозрачную подложку. Такие экраны могут быть реализованы в виде сплошного металлического покрытия, перфорируемого методом литографии [2, 4, 5].

По сравнению с традиционными экранами использование тонких металлических пленок имеет ряд преимуществ: такие покрытия практически не увеличивают массу и габариты экранируемого устройства, повторяют форму его корпуса; легко перфорируются при помощи литографии; процесс вакуумного напыления изначально обеспечивает достаточную герметичность экрана по отношению к утечке

электромагнитного излучения. Технология вакуумного осаждения позволяет наносить в виде тонких пленок различные материалы (металлы, диэлектрики, полупроводники), что позволяет не только получать экранирующие пленки разного состава и структуры, но и наносить защитные слои, повышающие их эксплуатационные свойства [4, 6].

В то же время некоторые положения, связанные с особенностями использования пленочных покрытий, не достаточно освещены в литературе, посвященной теории электромагнитного экранирования [1, 3, 7]. К примеру, в работах [1, 2, 5] утверждается, что использование многослойных покрытий из различных материалов позволяет увеличить эффективность экранирования в широком диапазоне частот. Проведенные авторами исследования посвящены исследованию условий одновременного проявления эффектов прозрачности и экранирования в разных частотных диапазонах, которые зависят от различных параметров.

Цель исследования

Целью данной работы является математическое моделирование эффективности экранирования многофункциональных покрытий, прозрачных в видимой области спектра и экранирующих в СВЧ диапазоне электромагнитного излучения, в зависимости от конструктивных и структурных параметров.

Моделирования перфорированного пленочного покрытия

Рассмотрим влияние на эффективность экранирования конструктивных параметров перфорируемых пленочных покрытий, считая, что они состоят из идеально проводящего материала. К конструктивным параметрам относятся: период решетки – a, ширина лент – $2h$ и расстояние между ними – $2l$ (рис. 1). Так как присутствует допущение, что используется идеальный металл, в расчетах толщина пленки d не учитывается.



Рис. 1. Структура перфорированного пленочного покрытия

Производными параметрами являются:
коэффициент заполнения

$$g = \frac{2h}{a}, \tag{1}$$

коэффициент прозрачности

$$K_n = \frac{S_n}{S}, \tag{2}$$

где S_n – площадь прозрачной части решетки, а S – полная площадь экранируемой поверхности.

Из (1) и (2) следует, что

$$K_n = (1-g)^2 \tag{3}$$

Для моделирования перфорированного пленочного покрытия рассмотрим случай нормального падения электромагнитной волны длиной λ на поверхность. При этом коэффициенты отражения R и прохождения T равны [3]

$$R = -\frac{1}{1+y} \tag{4}$$

$$T = \frac{1}{1+y} \tag{5}$$

где $y = \frac{2ia}{\lambda}\ln\left[\frac{1}{\sin\left(\frac{h\pi}{a}\right)}\right]$.

В общем случае эффективность экранирования определяется

$$k_{экр} = 20\log\frac{1}{|T|} = 20\log\frac{\lambda}{2a\ln\left(\frac{1}{\sin\left(\frac{h\pi}{a}\right)}\right)}, \text{ [дБ]} \quad (6)$$

Таким образом, из выражения (6) следует, что при заданных значениях λ и a, эффективность экранирования растет с уменьшением периода решетки со скоростью 20 дБ/дек, но при этом уменьшается коэффициент прозрачности в видимом диапазоне.

Одним из путей решения данной проблемы является использование экрана, в котором пленочное покрытие нанесено с обеих сторон прозрачной подложки. Анализ подобной структуры показывает, что решетки в таком экране не совмещены. Для того чтобы коэффициент прозрачности структуры не уменьшался по сравнению с одной решеткой, необходимо при том же периоде решетки уменьшить коэффициент заполнения в два раза *(g'=g/2* или *h'=h/2* при *a*=const). Коэффициент экранирования двухслойного пленочного покрытия $k^0_{экр}$ можно определить из выражения [3]

$$k^0_{12экр} = \frac{k^0_{1экр}k^0_{2экр}}{1 - R_1R_2} \quad (7)$$

где $k^0_{1экр} = \frac{1}{|T_1|}$ – коэффициент экранирования первого слоя, аналогично $k^0_{2экр} = \frac{1}{|T_2|}$ – второго слоя.

Подставив выражения (4) и (5) в (7), получим

$$k_{12экр} = 60\log\frac{\lambda}{2a\ln\left(\frac{1}{\sin\left(\frac{h\pi}{2a}\right)}\right)} - 20\log 2, \text{ [дБ]} \quad (8)$$

Из сравнения выражений (4) и (6) видно, что эффективность двухстороннего пленочного покрытия равна

$$k_{12экр} \approx 3k_{экр} - 6, \text{ [дБ]} \quad (9)$$

Таким образов, эффективность экранирования двухстороннего перфорированного пленочного покрытия имеет более выраженную зависимость от периода решетки (или длины падающей волны).

Промоделируем, используя выражения (3) и (6), изменения эффективности экранирования перфорированного пленочного покрытия в зависимости от значения параметра *a* и ответствующих ему значений коэффициента прозрачности при фиксированной длине волны.

Результаты расчета сведены в таблицу 1, где $\Delta k_{экр}$ – изменение эффективности экранирования относительно величины $k_{экр}$ вычисленной при $k_п = 0{,}5$.

Таблица 1

Изменение эффективности экранирования в зависимости от периода решетки перфорированного пленочного покрытия

$k_п$, %	a, mm	$\Delta k_{экр}$, dB	$k_п$, %	a, mm	$\Delta k_{экр}$, dB
35	0.408	3.96	65	0.194	-3.42
40	0.367	2.53	70	0.163	-4.56
45	0.329	1.23	75	0.134	-5.70
50	0.293	0	80	0.106	-6.91
55	0.258	-1.18	85	0.078	-8.30
60	0.225	-2.32	90	0.051	-9.86

В таблице 2 представлены расчетные значения эффективности экранирования перфорированного пленочного покрытия с прозрачностью 50%, для различных частот электромагнитного излучения, полученные по формуле (6). Отметим, что для вычисления эффективности экрана с другой прозрачностью можно использовать значения поправок из таблицы 2.

Для оценки эффективности экранирования реально используемого перфорированного пленочного покрытия, необходимо учитывать сопротивление пленки [7].

Таблица 2

Расчетные значения эффективности экранирования перфорированного пленочного покрытия с прозрачностью 50%

a, mm / *f, MHz*	*0.5*	*1*	*2*	*4*
3	101.8	95.8	89.7	83.7
10	91.4	85.3	79. 3	73.3
30	81.8	75.8	69.7	63.7
100	71.4	65.3	59. 3	53.3
300	61.8	55.8	49. 8	43.7
1000	51.4	45.3	39.3	33.3

Теоретические исследования показали, что максимальной эффективностью экранирования электромагнитного поля обладает однослойное покрытие, изготовленное из металла с высокой магнитной проницаемостью и низким удельным сопротивлением [1]. Так как в реальных однослойных покрытиях невозможно обеспечить указанные выше свойства материалов, то применяют многослойные покрытия, состоящие из чередующихся ферромагнитных и высокопроводящих слоев. Тем не менее, в этом случае необходимо учитывать как технологические, так и экономические факторы [2, 5].

Следует также отметить, что хотя теоретические модели экранирования пленочными покрытиями и позволяют получить качественно верные зависимости, но они не дают достаточно точных количественных результатов.

Исходя из этого, были изготовлены экспериментальные образцы пленочных многофункциональных покрытий, прозрачных в видимом диапазоне спектра (в виде перфорированных металлических пленочных покрытий) и исследована их эффективность экранирования электромагнитного поля. Перечень экспериментальных тестовых образцов электромагнитных экранов и их конструктивные параметры представлены в табл. 3.

Для оценки эффективности экранирования на примере многослойных покрытий были изготовлены образцы двухслойных пленочных структур. В частности, использовались сочетания слоев высокопроводящих и ферромагнитных металлов. В качестве высокопроводящего материала использовалась медь, а ферромагнитного – никель. Кроме того никель используется как барьерный слой для устранения эффектов деградации. Пленочные покрытия наносили на оптически прозрачную подложку из силикатного стекла. Период перфорированной решетки составлял 400 мкм, ширина полос – 200 мкм.

Таблица 3

Структура и параметры тестовых образцов

№ образца	**Материал подложки**	**Материал покрытия**	**Толщина покрытия**	**Период сетки**
1	стекло	Cu	2 мкм	400 мкм
2	–	Фольга Cu	50 мкм	400 мкм
3	стекло	Cu + Ni	2 мкм + 1 мкм	400 мкм

Результаты измерений эффективности экранирования тестовых пленочных образцов представлены в табл. 4.

Таблица 4

Эффективность экранирования электромагнитного поля

№ образца	**Частота, МГц**									
	1	3	5	10	30	100	300	500	800	1000
1	26	20	21	18	15	16	14	16	18	16
2	45	43	40	38	32	24	20	21	22	20
3	28	21	22	20	18	19	18	21	21	24

Как видно из табл. 4, значения эффективности экранирования (более 20 дБ) соответствуют напыленной пленке меди на частотах до 30 МГц, в то время как для медной фольги (толщиной 50 мкм) эта частота выше.

Причина такого отличия заключается в структурных особенностях пленки, полученной при вакуумном напылении. Электронно-микроскопические исследования показали, что пленочные покрытия обладают дисперсной структурой и состоят из мелких зерен, размеры которых зависят от различных факторов, влияющих на осаждение металла на подложку [6, 10]. В среднем размер зерна может колебаться от единиц до десятков микрометров. В процессе роста пленки, зерна входят в соприкосновение. Однако на

поверхностях соприкосновения периодичность кристаллической структуры металла нарушается и между зернами образуется потенциальный барьер, который препятствует протеканию тока между зернами.

На основе исследуемых металлических покрытий на оптически прозрачной подложке можно создавать оптические фильтры с энергосберегающими и экранирующими свойствами, а также использовать их в соответствии с практическими рекомендациями, представленными нами в [11].

Выводы

Выполнено моделирование эффективности экранирования перфорированных пленочных электромагнитных экранов в зависимости от их конструктивных параметров. Определено, что эффективность экранирования двухстороннего перфорированного покрытия имеет более выраженную зависимость от периода решетки (или длины падающей волны), чем одностороннего. Изготовлены экспериментальные образцы многофункциональные покрытия. Представлены расчетные зависимости коэффициента экранирования перфорированного многофункциональные покрытия с прозрачностью 50 %, для различных частот электромагнитного излучения.

Список использованной литературы

1. Henry W. Ott. Electromagnetic Compatibility Engineering. New York, I. Wiley & Sons, 2009. 862 p.
2. Machuliansky Aleksandr, Pilinsky Vladimir, Telychkina Oksana, Rodionova Maria, Joskiewicz Zbigniew M., Wieckowski Tadeusz W. Application of Nanostructured Materials Ensuring the Electromagnetic Compatibility of Power Electronic. Int. Symposium EMC Europe, 13-17 September, 2010,Wroclaw, Poland, 2010, pp. 814-817.
3. Крылов Т. В. Юрченкова А. И. Защита от электромагнитных излучений. – М.: Сов. радио, 1972. – 216 с.
4. А.В. Мачулянский Электромагнитные характеристики нанокомпозитов на основе наноразмерных металлических включений.// Технічна електродинаміка.-2012.-ч.2.-С.193-197.
5. Borisova, A. Machulyansky, M. Rodionov, Y. Yakimenko, V. Bovtun, M. Kempa, B.Bondar “Conductivity of Metal (Al, Cu)-Dielectric Composites and Modeling of the Single- and Multi-layer Composite Coatings for Microwave Applications” – IEEE XXXIV International Scintific Conference “Electronics and Nanotechnology” (April, 16-19th, 2014) – p.164-167.
6. Borisova, A. Machulyansky, M. Rodionov, Y. Yakimenko, B. Babych “Properties of Aluminum Oxynitride Films Prepared by Reactive Magnetron Sputtering ” – IEEE XXXIV International Scientific Conference “Electronics and Nanotechnology” (April, 16-19th, 2014) – p.122-125.
7. Конструирование экранов и СВЧ – устройств/ А. М. Чернушенко, Б. В. Петров, Л. Г. Малорацкий и др.; Под ред. А. М. Чернушенко. – М.: Радио и связь. 1990.-352 с.
8. Золотухин И.В., Калинин Ю.В., Ситников А.В. Нанокомпозитные структуры на пути в наноэлектронику // Природа - 2006, № 1.- с.11-19.
9. Методика измерения эффективности экранирования электромагнитного поля плоскими экранирующими материалами. ИСКШ. 032 П. 0102.95. Разработка НИИ ЭМП, г. Киев. 1996 г.
10. Бондарь Е. А.,. Мачулянський А. В. Динамическая поляризуемость ультрадисперсных частиц никеля// Оптика и спектроскопия. – 1990.- Т. 69. – вып. 4. – с. 876-880.
11. Borisova, B. Babych, V. Verbitskiy, A. Machulyansky, M. Rodionov, Y. Yakimenko, “Energy-Efficient Optically Transparent Coating Based on a Metal-Dielectric Composites”, IEEE 35th International Scientific Conference Electronics and Nanotechnology (ELNANO), pp. 93-96, Kyiv, Ukraine, April 21-24, 2015.

УДК 004.58

Д.С. МІРОНЕНКО
ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет»

АЛГОРИТМИ ФОРМУВАННЯ РЕКОМЕНДАЦІЙ ВИБОРУ УСПІШНИХ ПАРТНЕРСЬКИХ ПРОГРАМ

Розглянуті алгоритми формування рекомендацій для вибору ефективної партнерської програми на Інтернет ресурсах партнерських мереж. Розроблена модель формування рекомендацій для вибору партнерської програми на підставі графа інтересів.

Ключові слова: автоматизована рекомендаційна система, рекомендації, алгоритм, партнерська програма, рекламна кампанія, маркетолог, граф інтересів

Д.С. МИРОНЕНКО
ГВУЗ «Приазовский государственный технический университет»

АЛГОРИТМЫ ФОРМИРОВАНИЯ РЕКОМЕНДАЦИЙ ВЫБОРА УСПЕШНЫХ ПАРТНЕРСКИХ ПРОГРАММ

Рассмотрены алгоритмы формирования рекомендаций для выбора эффективной партнерской программы на Интернет ресурсах партнерских сетей. Разработана модель формирования рекомендаций для выбора партнерской программы на основании графа интересов.

Ключевые слова: автоматизированная рекомендательная система, рекомендации, алгоритм, партнерская программа, рекламная кампания, маркетолог, граф интересов

D.S.MIRONENKO
Pryazovskyi State Technical University

ALGORITHMS FOR FORMATION RECOMMENDATIONS OF SELECTING SUCCESSFUL PARTNER PROGRAMS

The algorithms of the formation of recommendations for choosing an effective affiliate program on Internet resources of partner networks are considered. The model of the formation of recommendations for the choice of the affiliate program, based on the graph of interests, is developed.

Keywords: automated recommendation system, recommendations, algorithm, affiliate program, advertising campaign, marketer, interest graph

Постановка проблеми

Основною складовою електронної комерції є інтернет-маркетинг, який включає такі частини, як: медійна реклама; контекстна реклама; пошуковий маркетинг в цілому і SEO зокрема; просування в соціальних мережах: SMO і SMM; прямий маркетинг з використанням email, RSS і т.п.; вірусний маркетинг; партизанський маркетинг; інтернет-брендинг; email-маркетинг, партнерський маркетинг [1].

Партнерський маркетинг перетинається з іншими методами інтернет-маркетингу, і включає дії учасників (рекламодавців, маркетологів, веб-майстрів, які виступають повноправними партнерами у цьому виді бізнесу), які наведені нижче [2-4].

Рекламодавець розміщує партнерську програму на інтернет ресурсі партнерської мережі, в наведених формах якої він заповнює відомості про партнерську програму: опис, мету програми, тариф (комісія рекламодавця за успішно досягнуту дію мети), тривалість обробки результатів виконаних дій, типи трафіку (дозволені види залучення користувачів), рекламні матеріали (лендінги, заготовлені банери, фото, медіа, тощо), таргетинг (виділення цільової аудиторії). Після розміщення партнерська програма проходить перевірку коректності менеджером (модератором інтернет ресурсу).

Маркетолог передбачає вибір з каталогу партнерських програм однієї поточної програми для запуску рекламної кампанії. Дана програма повинна відповідати потребам ринку на поточний момент часу, показники прогнозованої прибутковості повинні бути високими. Після цього він запускає рекламну кампанію, основна мета якої привести якомога якісніший цільовий трафік потенційних клієнтів та інших партнерів на сайт рекламодавця продукту або послуги. Всі зусилля маркетолога укладено у формуванні постійного потоку цільового трафіку через рекламні майданчики вебмайстрів партнерів на сайт партнерського продукту або послуги. Чим більше цільового трафіку і чим більше він якісний, тим більше продажів і тим більше заробіток в партнерській програмі.

Але як вибрати прибуткову програму, яка програма є найбільш потрібною для цієї пори року, для цього регіону, для цієї цільової аудиторії. Маркетолог проводить вибір програм на основі свого власного

багатого досвіду, а чи не можливо використати цей попередній досвід і приймати рішення за допомогою автоматизованої рекомендаційної системи. Саме тому розробка веб-орієнтованих автоматизованих рекомендаційних систем є актуальною задачею на теперішній час.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Найбільш поширені підходи побудови рекомендаційних систем – загальна фільтрація (Collaborative Filtering), часткова фільтрація (Content-based recommending) та гібридні підходи (Hybrid Approaches) [5].

Загальна фільтрація полягає у формуванні списку рекомендованих об'єктів на підставі думок (оцінок) користувачів, які мають такі ж вподобання як і вихідний. Існують два основні підходи до загальної фільтрації: засновані на схожості користувачів (user-based) і схожості об’єктів (item-based). Схожість розраховується як коефіцієнт кореляції між багатовимірними векторами, векторами-рейтингами об’єктів для user-based і векторами рейтингів об’єкту у різних користувачів для item-based методів. Для цього може використовуватись коефіцієнт кореляції Пірсона [6].

Методи, засновані на частковій обробці, дають рекомендації після порівняння інформації про предмет рекомендації з уявленнями про те, що цікаво користувачеві. Тобто користувачу рекомендуються ті об’єкти, які схожі на попередні, які він вже обирав [7].

Методи, засновані на об'єднанні попередніх алгоритмів отримали назву гібридні методи. Виділення схожих об'єктів в групи на основі матриці оцінки [8].

Аналіз публікацій показує, що залишається ряд принципових проблем побудови рекомендаційних систем, які вимагають розробки нових алгоритмів, специфічних для цього класу систем обробки даних. До основних проблем можна віднести: розрідженість даних, холодний старт, масштабованість, синонімія и шахрайство.

Мета дослідження

В ході дослідження необхідно розробити алгоритм формування рекомендацій вибору партнерських програм на основі графа інтересів, який враховує попередній досвід запуску рекламних кампаній і формує рекомендацію «запускати» чи «не запускати» поточну партнерську програму.

Викладення основного матеріалу дослідження

Перебрати усі програми представлені на майданчику партнерської мережі просто неможливо, саме тому маркетолог обирає категорію партнерських програм і опцію сортувати програми, які рекомендовані, в результаті на екрані представлено перелік програм позначених як «запускати». Це суттєво звужує можливості вибору рекламних кампаній (партнерських програм).

Автоматизована рекомендаційна система для кожної програми знаходить подібну їй, яка була запущена раніше, і оцінює її ефективність, після чого формує своє рішення.

Для оцінки ефективності рекламної кампанії проводиться обчислення таких критеріїв: конверсія, дохід від рекламної кампанії, окупність інвестицій.

Конверсія *Cr* – це відношення числа відвідувачів сайту, що виконали на ньому які-небудь цільові дії (приховані або прямі вказівки рекламодавців, продавців, творців контенту – покупку, реєстрацію, підписку, відвідування певної сторінки сайту, перехід по рекламному посиланню), до загального числа відвідувачів сайту, виражене у відсотках.

$$Cr = \frac{S_1}{S_2} \cdot 100\%, \quad (1)$$

де S_1 – кількість результативних відвідувачів (відвідувач стає результативним після виконання поставленої мети, певної дії); S_2 – кількість відвідувачів цільового інтернет ресурсу.

Дохід від рекламної кампанії розраховується з урахуванням конверсії:

$$\mathrm{S_4} = (\sum \mathrm{D}) * \mathrm{Cr}, \quad (2)$$

де $\sum D$ – сумарна комісія за виконані дії; Cr – конверсія.

Окупність інвестицій ROI (від англ. Return on investment) – фінансовий коефіцієнт, який ілюструє рівень прибутковості або збитковості бізнесу, враховуючи суму зроблених в цей бізнес інвестицій. ROI виражається у відсотках.

$$ROI = \frac{S_4 - S_5}{S_3} \cdot 100\%, \quad (3)$$

де S_4 – дохід від рекламної кампанії; S_5 – витрати на виготовлення реклами; S_3 – загальна сума вкладених коштів у рекламну кампанію.

Якщо $ROI > 100\%$ – значить, рекламна кампанія приносить прибуток.

Якщо $ROI = 100\%$ – рекламна кампанія працює в собівартість.

Якщо $ROI < 100\%$ – вкладення в рекламу не окупаються.

Протягом рекламної кампанії грає роль час доби, вихідні це чи ні. Припустимо, якщо взяти період часу за тиждень, то може бути кампанія успішна і ефективна, але якщо взяти за період кожен окремий день, то можна виявити, що рекламна кампанія не ефективна цілодобово. Конверсія може бути більше ввечері або

більше у вихідний. Відповідно не вигідно платити за рекламу більше, коли вона не ефективна і навпаки, вигідно більше вкладати, коли конверсія за рекламу має високе значення.

Для пошуку подібної рекламної кампанії використовується алгоритм обходу графа інтересів. Вершини графа розподілені по шарам (рис.1). на шарі L_1 представлені рекламні кампанії. На шарі L_2 представлені параметри рекламних кампаній. Ребра графа бувають трьох видів:

– E^P – «параметр – параметр» – показують відношення зв'язку між параметрами. Наприклад, параметр «країна виробник» пов'язана з параметром «регіон розповсюдження»;

– E^{AC} – «рекламна кампанія – рекламна кампанія» – показує, що дані дві рекламні кампанії є схожими між собою. Наприклад, рекламна кампанія продажу мобільного телефону і рекламна кампанія продажу його нової моделі.

– E^{ACP} – «рекламна кампанія – параметр» – показує, що даний параметр використовувався при проведенні рекламної кампанії продукту або послуги відповідно.

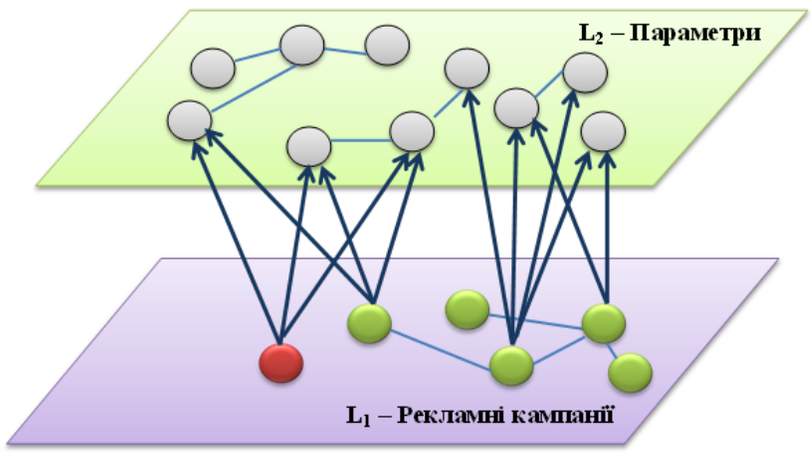


Рис. 1. Граф інтересів

Граф інтересів може бути представлений у вигляді зваженого графа, в цьому випадку вага ребра означає силу взаємозв'язку між вершинами. Граф інтересів заданий у вигляді інформаційної структури (4):

$$G = \left(V_{L_1}^{AC},\ E_{L_1}^{AC},\ V_{L_2}^{P},\ E_{L_2}^{P},\ E^{ACP}\right), \tag{4}$$

де $V_{L_1}^{AC}$ – множина вершин (рекламних кампаній) на рівні L_1; $E_{L_1}^{AC}$ – множина ребер на рівні L_1; $V_{L_2}^{P}$ – множина вершин (параметрів рекламних кампаній) на рівні L_2; $E_{L_2}^{P}$ – множина ребер на рівні L_2; E^{ACP} – множина ребер між рекламними кампаніями й параметрами.

Пошук подібної (аналогічної) рекламної кампанії здійснюється на підставі нижченаведеного алгоритму, представленого на псевдокоді.

Algorithm 1 FindAnalogAC(newAC, G)
Вхід: newAC – нова рекламна кампанія; G – граф інтересів
Вихід: bool – результат пошуку (true або false);
oldAC – завершена рекламна кампанія, яка є аналогом нової.
Початок

1. Вибираємо з множини вершин графа G, підмножину вершинG_{L_1}, які відносяться до рівня L_1
2. Перебираємо всі вершини графу G_{L_1},
3. Поточну вершину графа, позначимо як u.
4. Запускаємо процедуру dfs(u)
   - помічаємо вершину u як пройдену
   - перевірити, чи має дана вершина такий же набір параметрів як і поточна рекламна кампанія newAC;
     - якщо так, то процес пошуку припиняємо і повертаємо true
     - дану вершину повертаємо в змінній oldAC;
   - для кожної суміжної вершини, які не пройшли (назвемо її v) запускаємо dfs(v);
5. Переходимо до кроку 2, поки всі вершини не виявляться пройденими;
6. Повертаємо false.

Кінець

На графі інтересів рекламні кампанії, які є аналогами, пов'язані між собою ребрами, тому встановивши одну з вершин можна пройти по всьому ланцюгу і обчислити прогноз успішності нової рекламної кампанії. Для цього необхідно знайти максимальне значення ROI серед усіх рекламних кампаній ланцюга (`Algorithm 2 GetMaxROI (oldAC, G)`) і зробити підрахунок кількості рекламних кампаній, які мають значення показника ROI близьке до максимального ROI (`Algorithm 3 GetCountACNearMaxROI (oldAC, G, delta)`).

Algorithm 2 *GetMaxROI (oldAC, G)*
Вход: *oldAC* – завершена рекламна кампанія, що є аналогом нової;
G – граф інтересів;
Вихід: *maxROI* – максимальне значення ROI для всіх рекламних кампаній ланцюга.
Початок

1. Перебираємо всі вершини ланцюга, починаючи з *oldAC*, позначити поточну вершину як *u*;
2. Запускаємо процедуру *dfs(u);*
   - помічаємо вершину u як пройдену;
   - порівнюємо значення показника рентабельності вкладень з *maxROI;*
     - якщо так, то максимальне значення *maxROY* встановлюємо рівним поточному значенню показника;
3. для кожної суміжної вершини, які не пройшли (назвемо її v) запускаємо dfs(v);
4. Переходимо до кроку 1, поки всі вершини ланцюга не опиняться пройденими;
5. Повертаємо максимальне значення *maxROI*.

Кінець

Algorithm 3 *GetCountACNearMaxROI (oldAC, G, maxROI, delta)*
Вход: *oldAC* – завершена рекламна кампанія, що є аналогом нової;
G – граф інтересів;
maxROI – максимальне значення ROI для всіх рекламних кампаній ланцюга;
delta – допуск
Вихід: *CountAC* – кількість рекламних кампаній ланцюга, які мають значення показника ROI близьке до *maxROI*.
Початок

1. Перебираємо всі вершини ланцюга, починаючи з *oldAC*, позначити поточну вершину як *u*.
2. Запускаємо процедуру *dfs(u)*
   - помічаємо вершину u як пройдену;
   - перевірка умови*: maxROI-delta ≤ currentROI ≤ maxROI+delta* – чи знаходитися значення показника рентабельності вкладень поблизу *maxROI;*
     - якщо так, то збільшуємо лічильник *CountAC на 1;*
   - для кожної суміжної вершини, які не пройшли (назвемо її *v*) запускаємо *dfs(v);*
3. Переходимо до кроку 1, поки всі вершини ланцюга не опиняться пройденими;
4. Повертаємо значення лічильника *CountAC.*

Кінець

Прогноз успішності рекламної кампанії U_{AC} оцінюється на підставі наступного показника (5):

$$U_{AC} = \frac{CountAC}{C} \cdot 100\%, \quad (5)$$

де $CountAC$ – кількість рекламних кампаній ланцюга, які мають значення показника ROI близьке до *maxROI*; *C* – загальна кількість аналогічних рекламних кампаній в ланцюзі.

Якщо $U_{AC} \leq 50\%$, то поточна рекламна кампанія не може бути рекомендована як успішна і рекомендаційна система рекомендує цю рекламну кампанію відхилити.

Якщо $U_{AC} > 50\%$, то можна припустити, що поточна рекламна кампанія є успішною і рекомендаційна система рекомендує цю рекламну кампанію до запуску.

Якщо маркетолог підтверджує запуск рекламної кампанії, то вона автоматично додається на граф інтересів в ланцюжок аналогів, при цьому відбувається попередня оцінка її ефективності, яка в ході рекламної кампанії постійно уточнюється.

У рекомендаційній системі є опція стеження за зміною конверсії на рекламу, у разі зміни конверсії виконується наступний алгоритм коригування ціни:

Algotithm CorrectPrice *(currentTime, currentCR, startCR, CostAC)*
Вхід: *currentTime* – поточний час; *currentCR* – конверсія
startCR – початкове значення конверсії, *CostAC* – ціна на рекламу
Вихід: *CostAC* – нова ціна на рекламу.
Початок

1. Розрахунок процентної зміни конверсії: $PercentChanges = \frac{(currentCR - startCR)}{startCR} \cdot 100\%$
2. Перевірка умови: $PercentChanges < -30\%$
   - Якщо так, то знижуємо ціну: $CostAC = CostAC \cdot |\frac{PercentChanges}{100}|;$
3. Перевірка умови: $PercentChanges > 30\%$
   - Якщо так, то підвищуємо ціну: $CostAC = CostAC \cdot 1{,}05;$
4. Повертаємо значення *CostAC*.

Кінець.

Висновки

Розроблена модель формування рекомендації з вибору партнерської програми, на підставі графа інтересів, наведені основні алгоритми: пошук подібної (аналогічної) рекламної кампанії, пошук максимального значення ROI в ланцюзі подібних рекламних кампаній, підрахунок кількості рекламних кампаній, які мають значення показника ROI близьке до максимального. Дані алгоритми дають можливість оцінити прогноз успішності рекламної кампанії і сформувати відповідну рекомендацію. Розроблені алгоритми дозволять збільшити прибуток за рахунок зниження витрат на рекламну кампанію, грамотно стимулюючи попит. У той час як маркетологи, в ряді випадків, намагаються стимулювати попит тих рекламних кампаній, де його і так достатньо, тим самим конкуруючи з безліччю інших рекламних кампаній, що призводить до високих витрат на рекламу і зниження прибутку.

Список використаної літератури

1. Голик В.С. Эффективность интернет-маркетинга в бизнесе / В.С. Голик. – М.: «Диалектика». – 2008. – с. 196.
2. Heitzman A. Best Affiliate Marketing Promotional Methods. HigherVisibility. [Електронний ресурс] : [Веб-сайт]. – Режим доступу: http://www.highervisibility.com/7-best-affiliate-marketing-promotional-methods/
3. Milanov D. Affiliate Internet marketing: Concept and Application Analysis. / D. Milanov, M. Ivković // Education and Management Technology (ICEMT), International Conference (2-4 Nov. 2010). – Cairo, Egypt, 2010. – P. 319 – 323.
4. Edelman B. Risk, Information, and Incentives in Online Affiliate Marketing / B. Edelman, W. Brandi // Journal of Marketing Research. – 2015. – No 1.– P.1–12.
5. Melville P. Recommender systems. / P. Melville, V. Sindhwani // Encyclopedia of Machine Learning. – Springer publishing, 2010. Chapter No: 00338. – P.1-9.
6. Королева Д.Е. Анализ алгоритмов обучения коллаборативных рекомендательных систем / Д.Е. Королева, М.В. Филиппов // Инженерный журнал: наука и инновации, 2013. Вып. 6. – С. 1-8.
7. Bell, R. Matrix factorization techniques for recommender systems / Bell, R., Koren, Y., Volinsky, C. // IEEE Computer, 2009. Vol. 42 (8).– P.30 – 37.
8. Claypool, M. Combining content-based and collaborative filters in an online newspaper / Claypool, M., Gokhale, A., Miranda, T. // In Proceedings of the SIGIR-99 workshop on recommender systems: algorithms and evaluation, 1999.

УДК 513.5

С.І. ОСАДЧИЙ, Д.М. ЛУЖКОВ, В.О.ЗУБЕНКО
Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький (Україна)

ШЛЯХИ ОПТИМІЗАЦІЇ ЕНЕРГОСПОЖИВАННЯ ХОЛОДИЛЬНОГО УСТАТКУВАННЯ З ОДНИМ ТЕРМОРЕГУЛЮВАЛЬНИМ ВЕНТИЛЕМ

В статті розроблений алгоритм визначення ефективності виробництва та використання холоду у холодильному обладнанні супермаркету. Для оцінки термодинамічної ефективності випарника при пропусканні повітря (як складової загальної ефективності холодильної установки) запропонована методика розрахунку значення холодильного коефіцієнту з врахуванням адитивної суміші детермінованої та випадкової складових зміни температури повітря на вході та виході випарника.

Ключові слова: холодильне обладнання, температура повітря, холодильний коефіцієнт.

С.И. ОСАДЧИЙ, Д.М. ЛУЖКОВ, В.А.ЗУБЕНКО
Центральноукраинский национальный технический университет, г. Кропивницкий (Украина)

ПУТИ ОПТИМИЗАЦИИ ЕНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ ХОЛОДИЛЬНОГО ОБОРУДОВАНИЯ С ОДНИМ ТЕРМОРЕГУЛИРУЮЩИМ ВЕНТИЛЕМ

В статье разработан алгоритм определения эффективности производства и использования холода в холодильном оборудовании супермаркета. Для оценки термодинамической эффективности испарителя при пропускании воздуха (как составляющей общей эффективности холодильной установки) предложена методика расчета значения холодильного коэффициента с учетом аддитивной смеси детерминированной и случайной составляющих изменения температуры воздуха на входе и выходе испарителя.

Ключевые слова: холодильное оборудование, температура воздуха, холодильный коэффициент.

S.I. OSADCHIJ, D.M. LUSHKOV, V.A. ZUBENKO
Central Ukrainian National Technical University, Kropivnitsky (Ukraine)

WAYS TO OPTIMIZE THE ENERGY CONSUMPTION OF REFRIGERATING EQUIPMENT WITH ONE THERMOREGULATING VENTYL

The article describes the algorithm for determining the efficiency of production and use of cold in the refrigeration equipment of a supermarket. To evaluate the thermodynamic efficiency of the evaporator when air is passed (as a component of the overall efficiency of the refrigeration unit), a technique is proposed for calculating the value of the refrigeration coefficient, taking into account the additive mixture of the deterministic and random components of the change in air temperature at the inlet and outlet of the evaporator.

Keywords: refrigeration equipment, air temperature, refrigeration coefficient.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Проблема енергозбереження є однією з тих стратегічних задач, розв'язання яких визначає національну безпеку й економічну незалежність України. Відомо [4], що витрата енергії на привід холодильних установок різного технологічного призначення становить до 8 % від усієї електричної енергії, що виробляється в Україні. Тому навіть відносно невелике підвищення енергетичної ефективності холодильних систем може дати істотний по абсолютній величині економічний ефект. Особливо в наш час, коли ціни на енергоносіїї постійно зростають.

Аналіз показників ефективності виробництва та використання холоду [1,2,3], показав, що всі вони розраховані на використання в умовах, коли параметри теплоносія, холодоагенту, компресору та інших елементів холодильного устаткування є постійними. Однак практичні дослідження холодильних установок показали, що навіть в усталених режимах роботи спостерігаються випадкові коливання зазначених параметрів.

Тому задача визначення впливу коливання різних температур на ефективність виробництва та використання холоду є актуальною.

Мета дослідження

Мета дослідження полягає у розробці алгоритму визначення ефективності виробництва та використання холоду у холодильному обладнанні супермаркету.

Постановка проблеми

Спостереження за роботою холодильної установки, (рис. 1, рис. 2) розташованих у торгівельному приміщенні супермаркету, дозволило визначити, що регулювання температури повітря в холодильних камерах відбувається в умовах дії декількох груп неконтрольованих збурень (ψ_1, ψ_2, ψ_3).

Перша група збурень ψ_1 виникає в результаті коливань тиску холодоагенту при проходженні крізь вентиль та викликає коливання сигналу OD навколо заданого положення. Друга група ψ_2 з'являється у камері зберігання продуктів за рахунок коливань температури продукту при зміні його кількості, за рахунок потоків теплого та холодного повітря у приміщенні, а також за рахунок руху людей крізь зону охолодження. Збурення третьої групи позначені ψ_3. Вони виникають у випарнику під час випарювання та впливають на температуру холодоагенту.

В якості об'єкта дослідження було обрано холодильне обладнання фірми Danfoss [5], загальний вигляд якого наведений на рис. 1, та рис. 2. В якості датчиків контролю за станом холодильної установки, встановлені первинні вимірювачі, які визначають наступні параметри: Pe: температуру кипіння; S2: температуру пари на виході з випарника (T_2); S3: температуру повітря на вході у випарник (T_3); S4: температуру повітря на виході з випарника (T_4); S5: температуру закінчення відтайки (T_4); S6: температуру продукту (T_6).

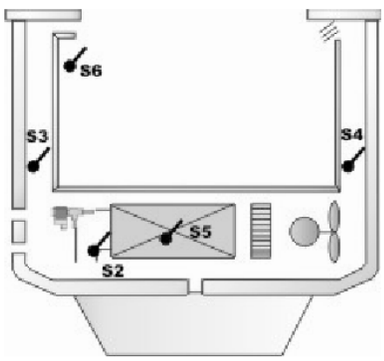


Рис. 1. Загальний вигляд холодильної установки (холодильної вітрини) з датчиками контролю.

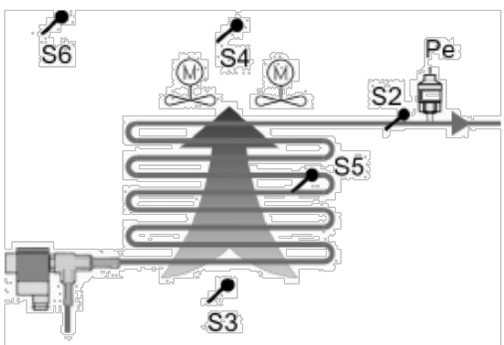


Рис. 2 Структура роботи холодильної установки з датчиками.

Будемо вважати, що завдяки дії зазначених збурень (ψ_1, ψ_2, ψ_3) температури повітря на вході до випарника (рис. 3) T_3 та на його виході T_4 можуть бути представлені у вигляді адитивної суміші детермінованої та випадкової складових

$$T_4 = T_{40} + T_{4\sim}; \quad (1)$$

$$T_3 = T_{30} + T_{3\sim}; \quad (2)$$

де T_{40}, T_{30} – математичні сподівання зміни відповідних температур, $T_{3\sim}$, $T_{4\sim}$ - стаціонарні центровані випадкові відхилення відповідних температур від їх математичних сподівань. В такому разі задача дослідження полягає у визначенні зв'язку між значенням холодильного коефіцієнту

$$\varepsilon_k = \frac{T_4}{T_3 - T_4} \quad (3)$$

та числовими характеристиками випадкових процесів зміни температур T_3, T_4.

Рішення проблеми. Температура повітря в холодильній установці вимірюється одним або двома датчиками температури, які встановлюються в повітряному потоці перед випарником (S3, T_3) або після нього (S4,T_4).

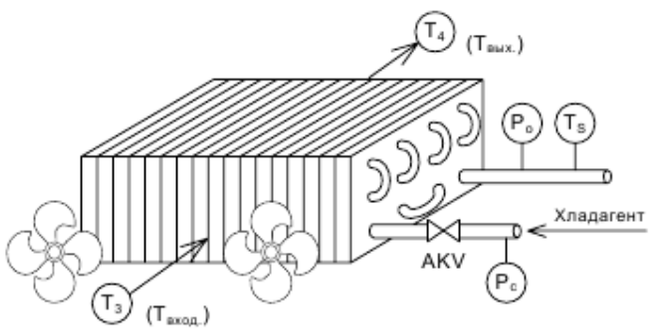


Рис. 3. Функціональна схема випарника

За умовою задачі дослідження холодильний коефіцієнт також має дві складові

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{k0} + \varepsilon_{k\sim}, \quad (4)$$

де ε_{k0} – постійна складова холодильного коефіцієнту; $\varepsilon_{k\sim}$ - змінна складова холодильного коефіцієнту ε_k, викликана коливаннями температур. В такому разі, визначити зв'язок між складовими

холодильного коефіцієнту (4) та складовими температур повітря (1), що проходять крізь випарник (2), можна скориставшись методом лінеаризації [6].

У відповідності з методом [6] функцію (3) розкладено у ряд Тейлора навколо температур T_{40} та T_{30} і отримано наступний результат без урахування величин другого порядку малості

$$\varepsilon_k = \frac{T_{40}}{T_{30} - T_{40}} + \frac{T_{30}}{(T_{30} - T_{40})^2} T_{4\sim} - \frac{T_{40}}{(T_{30} - T_{40})^2} T_{3\sim}. \quad (5)$$

Порівняння виразів (4) та (5) дозволяє визначити, що

$$\varepsilon_{k0} = \frac{T_{40}}{T_{30} - T_{40}}, \quad (6)$$

$$\varepsilon_{k\sim} = \frac{T_{30}}{(T_{30} - T_{40})^2} T_{4\sim} - \frac{T_{40}}{(T_{30} - T_{40})^2} T_{3\sim}. \quad (7)$$

Якщо змінні складові сигналів $T_{4\sim}$ та $T_{3\sim}$ є стаціонарними випадковими процесами, то як зазначено у монографії [7] для розрахунку значення холодильного коефіцієнту, яке відповідає дійсності з імовірністю 75%, необхідно виконати наступне правило

$$\varepsilon_k = \sqrt{\varepsilon_{k0}^2 + \left\langle \varepsilon_{k\sim}^2 \right\rangle}, \quad (8)$$

де <*> - символ знаходження математичного сподівання.

Зв'язок між дисперсією зміни холодильного коефіцієнту та його спектральною щільністю [10] характеризує наступне співвідношення

$$\left\langle \varepsilon_{k\sim}^2 \right\rangle = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} S_{\varepsilon\varepsilon} ds, \quad (9)$$

де j – комплексна одиниця; Sεε - спектральна щільність випадкової складової зміни холодильного коефіцієнту; s – комплексна змінна. Для знаходження спектральної щільності Sεε доцільно переписати вираз (7) у векторно-матричній формі

$$\varepsilon_{k\sim} = T_{10} T_1, \quad (10)$$

де T_{10} – матриця чутливості коефіцієнту до зміни температур повітря

$$T_{10} = \left[\frac{T_{30}}{(T_{30} - T_{40})^2} \quad \frac{T_{40}}{(T_{30} - T_{40})^2} \right];$$

T_1 – вектор зміни температур повітря

$$T_1 = \begin{bmatrix} T_{4\sim} \\ T_{3\sim} \end{bmatrix}$$

та скористатися теоремою Вінера-Хінчина [8]. В результаті отримано наступне рівняння зв'язку між експериментальними даними та спектральною щільністю Sεε

$$S'_{\varepsilon\varepsilon} = T_{10} \begin{bmatrix} S_{44} & S_{34} \\ S_{43} & S_{33} \end{bmatrix} T'_{10}, \quad (11)$$

в якому S_{44} – спектральна щільність зміни температури холодильного середовища; S_{33} – спектральна щільність середовища, яке охолоджується; S_{34} взаємна спектральна щільність між температурами, які оцінені в результаті статистичної обробки результатів експерименту.

Основні результати та висновки

Таким чином, для оцінки термодинамічної ефективності випарника при пропусканні повітря (як складової загальної ефективності холодильної установки) необхідно розрахувати значення холодильного коефіцієнту ε, скориставшись формулою (8), з врахуванням формул (9-11). Отримана залежність (з врахуванням інших складових устаткування) дозволить оцінити економічну доцільність розробляємих автоматизованих систем керування холодильними установками, за умови наявності інформації про числові характеристики випадкових процесів зміни температури повітря на вході то виході випарника.

Список використаної літератури

1. Шляхи модернізації систем автоматики холодильного устаткування з одним терморегулювальним вентилем. С.І. Осадчий, Д.М. Лужков // Збірник наукових праць КНТУ. Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. – Кропивницький: ЦНТУ. – 2017. – № 30 – С.15-23.

2. Катраев М.Ю. Повышение эффективности работы холодильной установки. Выбор алгоритма управления терморегулирующим вентилем / Ю.М. Катраев // Холодильная техника – 2011. - №4. – с.4-5

3. Эрлихман В.Н. Разработка принципов повышения эффективности технологических процессов холодильных производств: автореф. дис. … доктор техн. наук: 05.18.04, 05.18.12 / Эрлихман Владимир Наумович; Калининградский гос. техн. ун-т. – Калининград, 2005. – 49с.

4. Циклы холодильных машин и методы анализа их эффективности: учебное пособие / Г. Н. Злотин, Е. А. Захаров, А. А. Буров, В. А. Ожогин, Е. А. Федянов – ВолгГТУ, Волгоград, 2006. – 50 с.

5. АК-СС550—Контроллер испарителя. Руководство пользователя. – Danfoos – RS.8E.N1.50. – 44 с.

6. Блохин Л.Н., Житецкий Л.С. Нелинейные оптимальные системы схастической стабилизации // Кибернетика и вычислительная техника. – 2003. – Вып. 139.-С.12-23.

7. Блохин Л.Н., Осадчий С.И., Дидык А.К., Рудюк Г.И. Технологии конструирования современных конкурентоспособных комплексов управления стохастическим движением объектов.- Кировоград:издатель – Лисенко В.Ф., 2015 – 284 с.

8. Блохін Л.М., Буриченко Н.Ю. Статистична динаміка систем управління. Підручник для ВНЗ. – К.:НАУ. -2003. -208 с.

УДК 621.397

Е.В. ОШАРОВСКАЯ, Н.А. ПАТЛАЕНКО
Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова
И.В. ОШАРОВСКИЙ, Н.П. ГУРЧЕНКО
Одесский национальный политехнический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОКОННЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ВЫСОКОЙ ЧЕТКОСТИ

В работе методами моделирования исследуются способы улучшения границ переходов яркостей в горизонтальном, вертикальном и диагональном направлениях. Целью моделирование в среде Matlab было сравнение оконных функций, устраняющих явление Гиббса и окантовки границ, но не приводящих к заметному размытию изображения. Сформулированы критерии выбора оконной функции по количеству отсчетов, приходящихся на полосу спектра сигнала между зоной пропускания и зоной задержания, Проведен теоретический анализ процесса формирования спектров сигналов изображений методами двумерного преобразования Фурье. Определено влияние основных параметров оконных функций на формирование энергии главного лепестка и уровня подавления боковых лепестков. Оптимальность определяется по максимальному значению отношения сигнала к помехе на границах изображения.

Ключевые слова: цифровое изображение, оконная функция, явление Гиббса, отношение сигнала к помехе на границах изображения.

О.В. ОШАРОВСЬКА, М.О. ПАТЛАЄНКО
Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова
І.В. ОШАРОВСЬКИЙ, Н.П. ГУРЧЕНКО
Одеський національний політехнічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ВІКОННИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ОБРОБКИ ЦИФРОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ ВИСОКОЇ ЧІТКОСТІ

В роботі методами моделювання досліджуються способи поліпшення границь переходів яскравості у горизонтальному, вертикальному і діагональному напрямках. Метою моделювання в середовищі Matlab було порівняння віконних функцій, що усувають явище Гіббса і окантовки границь, але не призводять до помітного розмиття зображення. Сформульовано критерії вибору віконної функції за кількістю відліків, що припадають на смугу спектра сигналу між зоною пропускання і зоною затримання, Проведено теоретичний аналіз процесу формування спектрів сигналів зображень методами двовимірного перетворення Фур'є. Визначено вплив основних параметрів віконних функцій на формування енергії головної пелюстки і рівня придушення бічних пелюсток. Оптимальність визначається за максимальним значенням відношення сигналу до перешкоди на кордонах зображення.

Ключові слова: цифрове зображення, віконна функція, явище Гіббса, відношення сигналу до шуму на кордонах зображення.

O.V. OSHAROVSKA, M.O. PATLAENKO
O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications
I.V. OSHAROVSKIYI, N.P. GURCHENKO
Odessa national polytechnic university

MODELING WINDOW FUNCTIONS FOR PROCESSING DIGITAL HIGH-DEFINITION IMAGES

In the modeling techniques are investigated ways to improve the brightness transition edges in the horizontal, vertical and diagonal directions. The purpose of modeling in the Matlab environment was to compare the window functions that eliminate the Gibbs phenomenon and border edges, but do not lead to a noticeable blur of the image. The criteria for the selection of the window function based on the number of samples per band of the signal spectrum between the transmission band and the retention zone are formulated. A theoretical analysis of the process of formation of the image signal spectra by the methods of the two-dimensional Fourier transform is carried out. The influence of the main parameters of the window functions on the formation of the energy of the main lobe and the level of suppression of the side lobes is determined. Optimality is determined by the maximum value of the signal-to-noise ratio at the edges of the image.

Key words: digital image, window function, Gibbs phenomenon, signal-to-noise ratio at image edges.

Постановка проблемы

Изображения высокой и сверхвысокой четкости в настоящее время находят широкое применение и в телевидении, и в мультимедийных приложениях, и в медицине [1, 2]. Качество таких изображений

обеспечивается методами цифровой обработки на всех этапах создания, передачи и воспроизведения. Одним из критичных параметров субъективного оценивания качества изображений является его четкость, которая может снижаться в тракте передачи из-за ограничения пропускной способности. Применение фильтров позволяет отсечь шумы, но приводит к переходным процессам, получившим название эффекта Гиббса. На изображениях переходные процессы проявляются как оконтуривание границ. Разработка фильтров изображений, которые не приводят к появлению контуров, но и не размазывают границы является одной из актуальных задач.

Анализ последних исследований и публикаций

В работе исследуются методы улучшения передачи границ переходов яркостей в горизонтальном, вертикальном и диагональном направлениях. Наибольший интерес при проектировании таких предварительных фильтров представляет область перехода от полосы пропускания к полосе задержания. Если амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) в этой области будет иметь резкий переход, то в изображении неизбежно возникают искажения на границах, сопровождающиеся выбросами и колебательными процессами, и единственным признанным методом для телевидения стандартной четкости, методом уменьшения такого рода искажений является формирование склона АЧХ косинус подобной формы. Сформировать такой склон можно путем умножения двумерной частотной характеристики фильтра, являющейся двумерным преобразованием Фурье импульсной характеристики фильтра, на одну из оконных функций [3–5].

Цель исследования

Целью моделирования является сравнение оконных функций, устраняющих явление Гиббса и окантовки границ, но не приводящих к заметному размытию изображения. Моделирование обработки изображения осуществляется в среде Matlab и на Simulink. Поставлена задача выбрать и обосновать критерии выбора оконных функций, обеспечивающих наилучшее субъективное качество передачи границ изображения, построения математической модели формирования переходной области и проведения численного решения уравнений двумерной свертки, описывающей процесс обработки изображений оконными функциями в пространственной области с последующим спектральным преобразованием для разных значений параметров оконных функций.

Изложение основного материала исследования

Из значительного числа оконных функций нами были исследованы функции Хэмминга, Кайзера и Блэкмана. Окно Кайзера (1) формируется на основе модифицированной функции Бесселя первого рода нулевого порядка $I_0(\beta)$:

$$w_{Kaizer} = \frac{\left[I_0\left(\beta\sqrt{1-\left(\frac{2\pi - N + 1}{N-1}\right)}\right)^2\right]}{\left|I_0(\beta)\right|}, \tag{1}$$

где β – коэффициент, определяющий долю энергии, сосредоточенной в главном лепестке спектра оконной функции, N количество отсчетов, n – текущий номер отсчета.

Окно Хэмминга задается формулой (2):

$$w_{Hem} = 0.53836 - 0.46164 \times \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right). \tag{2}$$

Окно Блэкмана может быть задано в пространственной области в виде (3):

$$h_{Bl} = \begin{cases} 0, & \text{если } \dfrac{\xi}{\Delta\xi} < -\varsigma; \\ \dfrac{1}{2}\cdot\left[1 + \dfrac{1}{\varsigma}\cdot\dfrac{\xi}{\Delta\xi} + \dfrac{1}{\pi}\cdot\dfrac{\sin\dfrac{\pi}{\varsigma}\cdot\dfrac{\xi}{\Delta\xi} - \alpha\cdot\sin\dfrac{2\pi}{\varsigma}\cdot\dfrac{\xi}{\Delta\xi}}{1-2\alpha}\right], & \text{если } -\varsigma < \dfrac{\xi}{\Delta\xi} < \varsigma; \\ 1, & \text{если } \dfrac{\xi}{\Delta\xi} > \varsigma. \end{cases} \tag{3}$$

где ξ - временная координата или связанная с ней координата в плоскости изображения по горизонтали, $\Delta\xi$ – шаг дискретизации по координате ξ; ς - длительность импульсного отклика, выраженная количеством шагов дискретизации, которую в Рекомендации ITU-R BT.801-1 принято равной $\varsigma = 3$, α - параметр функции Блэкмана, который в соответствии с ее определением равен 0,08.

При $\Delta\xi = 1$ координата ξ представляет собою номер $i = \xi \in \overline{0, N_\alpha - 1}$ отсчета, т.е. сигнал яркости (цветности) соответствующего элемента изображения в активной части строки, который изменяется в интервале $\overline{0, (N_\alpha - 1)\cdot \Delta\xi}$, где N_α – количество элементов изображения в активной части строки в системе с количеством активных строк z_a.

Ниже приведен фрагмент программы, реализующей функцию Блэкмана (3) в Matlab

```
function [h] = h_blackman(alpha,lambda,delta)

% Функция задания импульсной характеристики системы, описываемая функцией
% окна Блэкмана
%
% Входные переменные:
%
%   alpha  - параметр, определяющий форму отклика,
%   lambda - параметр протяженности
%   delta  - относительный шаг задания сигнала
%
% Выходные переменные:
%
%   p - массив отсчетов импульсной характеристики h(k),
%       1<=k<=2*lambda+1
%   Индекс центрального отсчета соответствует k=lambda/delta+1
%   Индексы отсчетов фронта характеристики принимают значения
%   между k=1 и k=2*lambda/delta+1
%
% Обращение
%
%   [h]=h_blackman_t(alpha,lambda,delta)

kmax=round(2*lambda/delta+1);
h=zeros(1,kmax);

for k=1:1:kmax;
    deltak=round(k-lambda/delta-1);
    if deltak<=-round(lambda/delta);
       h(k)=0;
    end
    if abs(deltak)<round(lambda/delta);
       tau=deltak*delta;
       p=(pi/lambda)*tau;
       h(k)=0.5*(1+p/pi+(1/pi)*(sin(p)-alpha*sin(2*p)/(1-2*alpha)));
    end;
    if deltak>=round(lambda/delta);
       h(k)=1;
    end;
end;
```

Процесс обработки изображений оконной функцией в исходной пространственной области математически описывается двумерной дискретной сверткой изображения с функцией окна (4):

$$I_{wind}(x,y) = \sum\sum I_a(x,y)\cdot h_{Bl}(\xi - x, \zeta - y), \tag{4}$$

где $I_{wind}(x,y)$ — изображение, свернутое с функцией окна Блэкмана; $I_a(x,y)$ — исходное изображение в активной части кадра.

Для оценки формы АЧХ результат свертки подвергался двумерному преобразованию Фурье и нахождения модуля комплексной функции в области пространственных частот. Количество отсчетов в спектральной области, которое пришлось на переходную часть АЧХ, и представляет объект исследования.

На рис.1 представлен вариант окна Блэкмана, заданное в пространственной области 160 отсчетами, и вид АЧХ такого окна. Для данного варианта выбросы в спектральной области отсутствуют, окантовки не возникают, но время обработки при таком количестве отсчетов в окне не достаточное для обработки в реальном времени.

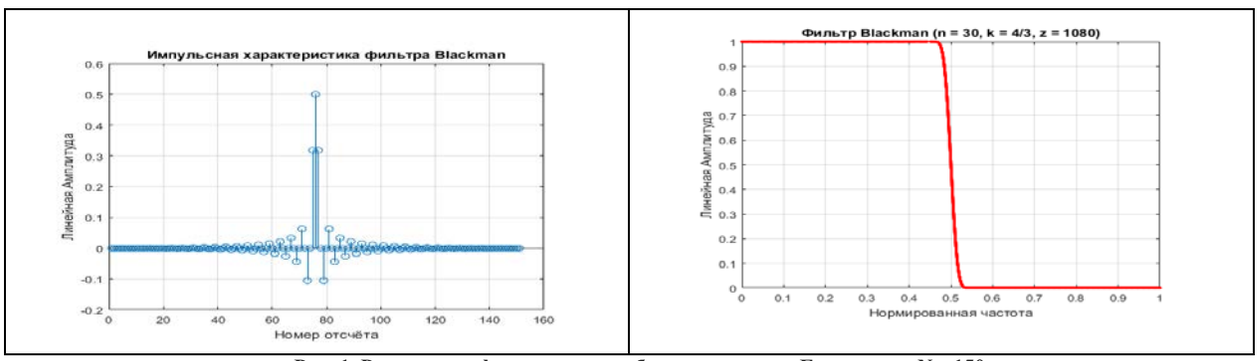


Рис. 1. Результаты фильтрации изображения окном Блэкмана с $N = 150$

На рис. 2 представлена детальная последовательность перехода от импульсной характеристики окна Блэкмана во временной области (рис. 2, а), его АЧХ при использовании метода частотной выборки (рис.2, б) и нормализованная АЧХ (рис. 2, в). Обращаем внимание, что при преобразовании Фурье возникают отрицательные и положительные частоты, сдвиг отсчётов выборок позволяет получить центрированную нормализированную АЧХ. Количество отсчетов составляет 70, уже заметны выбросы и колебательный процесс АЧХ, приводящие к окантовкам.

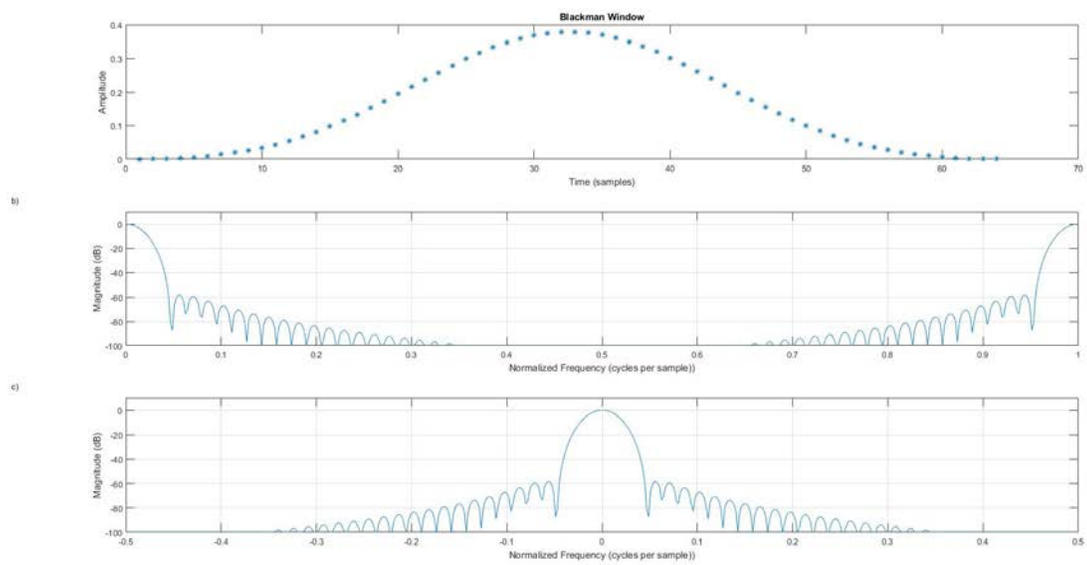


Рис. 2. Форма окна Блэкмана – (а), его АЧХ – (б) и нормализованная АЧХ – (в)

На рис. 3 представлена центральная часть импульсной характеристика фильтра в пределах двенадцати элементов изображения, по которой можно определить время переходного процесса в 0,875 элемента изображения, что можно считать приемлемым для реального времени.

Оценку качества цифрового изображения можно проводить и объективными методами в параметрах среднеквадратичного отклонения (СКО) между восстановленным и исходным изображением, а также показателем отношения сигнала к шуму на границах или цветовых переходах изображения (EPSNR).

В табл. 1 приведены количественные показатели для указанных трех видов оконных функций.

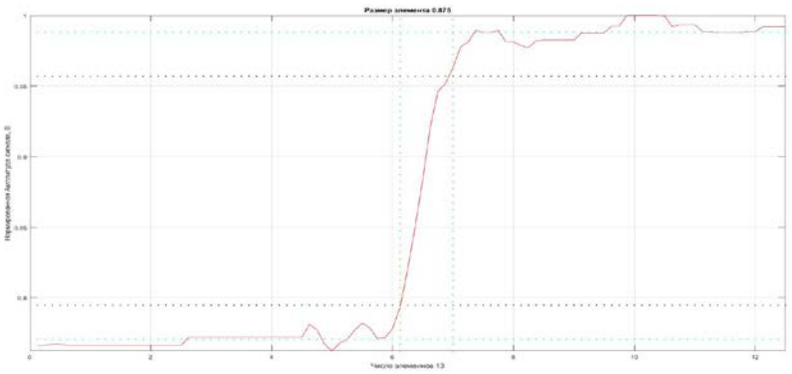


Рис. 3. Форма переходного процесса для окна Блэкмана

Таблица 1

Зависимость показателей качества от типа оконной функции

Тип окна	$N = 20$		$N = 150$		$N = 300$	
	СКО	EPSNR, дБ	СКО	EPSNR, дБ	СКО	EPSNR, дБ
Блэкмана	0,0428	37,8	0,0640	35,9	0,0667	35,8
Кайзера	0,0558	36,6	0,0666	35,8	0,0678	35,8
Хэмминга	0,0468	37,4	0,0650	35,9	0,0667	35,8

Выводы

В роботе проведен теоретический анализ и моделирование процесса формирования требуемой амплитудно-частотной характеристики фильтра с заданной формой переходной части от полосы пропускания к полосе задержания путем формирования исходной формы оконной функции во временной области и последующим дискретным преобразованием Фурье. Сформулированы критерии выбора оконной функции по количеству отсчетов, приходящихся на полосу спектра сигнала между зоной пропускания и зоной задержания, Предложена математическая модель формирования переходной области и проведено численное решение систем матричных уравнений двумерной свертки, которая описывает процесс обработки изображений оконными функциями в пространственной области с последующим спектральным преобразованием для разных значений параметров оконных функций. Полученные результаты моделирования трех оконных функций показали преимущества использования окна Блэкмана, дающего наименьшее СКО и наибольшее отношение сигнала к шуму на яркостных и цветовых переходах.

Список использованной литературы

1. Значения параметров стандартов ТВЧ для производства программ и международного обмена программами Рекомендация МСЭ-R BT.709-6 // ITU-R. –2015 г.– 7 с.
2. Значения параметров для систем ТСВЧ для производства программ и международного обмена ими. Рекомендация МСЭ-R BT2020-2 // ITU-R. –2015 г.– 6 с.
3. Басий В.Т. Новые методы измерения параметров ТВ трактов при цифровой обработке / В.Т. Басий, Л.Б. Березовская, Д.И. Выхот, О.В. Гофайзен // Техника кино и телевидения. –1990.–№ 5. – С. 22–24.
4. Gofaizen Oleg. Test Signals for Assessment Image Quality in HD and UHD TV Video Path / Oleg Gofaizen, Olena Osharovska, Mikola Patlaenko, Volodimir Pyliavskyi // 8th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS) (Odessa, September 5-11, 2016). – Odessa: IEEE, 2016. – P. 42–46.
5. Патлаенко Н.А. Предфильтрация ТВ изображений высокой четкости. / Н.А. Патлаенко, Е.В. Ошаровская // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. –2016. – №2. – С. 144–152.

УДК 534.075.8

І.М. СІВАК[1], В.Т. КРАВЧУК[2], М.Г. ДІКТЕРУК[2], Ю.В. ЧОВНЮК[1,2]
[1]Національний університет біоресурсів і природокористування України
[2]Київський національний університет будівництва і архітектури

АНАЛІЗ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ ТА РЕЗОНАНСІВ У ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ УЩІЛЬНЕННЯ ҐРУНТІВ І СУМІШЕЙ: ОДНОВИМІРНА ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНА МОДЕЛЬ ЗА НЕЛІНІЙНОЇ ВІДНОВЛЮВАНОЇ СИЛИ

У межах одновимірної дискретно-континуальної моделі за наявності у вібраційної системи ущільнення ґрунтів та сумішей нелінійної відновлюваної сили проведений аналіз вимушених коливань та резонансів, що виникають у ній. Визначені основні кінематичні та динамічні характеристики таких коливань в умовах виникнення у системі основних, супергармонічних та субгармонічних коливань.

Ключові слова: аналіз, вимушені коливання, резонанси, вібросистеми, ущільнення, ґрунти, суміші, нелінійна відновлювана сила, супергармонічні коливання, субгармонічні коливання, основні коливання.

И.Н. СИВАК[1], В.Т. КРАВЧУК[2], М.Г.ДИКТЕРУК[2], Ю.В. ЧОВНЮК[1,2]
[1]Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины
[2]Киевский национальный университет строительства и архитектуры

АНАЛИЗ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ И РЕЗОНАНСОВ В ВИБРАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ УПЛОТНЕНИЯ ГРУНТОВ И СМЕСЕЙ: ОДНОМЕРНАЯ ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ ВОССТАНАВЛИВАЮЩЕЙ СИЛЕ

В рамках одномерной дискретно-континуальной модели при наличии у вибрационной системы уплотнения грунтов и смесей нелинейной восстанавливающей силы проведен анализ вынужденных колебаний и резонансов, которые возникают в ней. Определены основные кинематические и динамические характеристики таких колебаний в условиях возникновения в системе основных, супергармонических и субгармонических колебаний.

*Ключевые слова***:** *анализ, вынужденные колебания, резонансы, вибросистемы, уплотнение, грунты, смеси, нелинейная восстанавливающая сила, супергармонические колебания, субгармонические колебания, основные колебания.*

I.N. SIVAK[1], V.T. KRAVCHYUK[2], M.G. DIKTERYUK[2], Y.V. CHOVNYUK[1,2]
[1]National University of Bioresources and Life Sciences of Ukraine
[2]Kyiv National University of Construction and Architecture

ANALYSIS OF FORCED VIBRATIONS AND RESONANCES AT VIBRATION SYSTEMS FOR SEALING OF SOILS AND MIXTURES: ONE-DIMENSIONAL DISCRETE AND CONTINUAL MODEL WITH NONLINEAR RESTORING FORCE

With the help of the one-dimensional discrete and continual model at the presence in vibration system for the sealing of soils and mixtures of so-called nonlinear restoring force, the analysis of forced oscillations and resonances appeared in it is presented. The main kinematical and dynamical characteristics of such oscillations are determined at the conditions of existence in the system of super-, sub harmonic vibrations and main oscillations,as well.

Key words: analysis, forced oscillations, resonances, vibration systems, sealing, soils, mixtures, nonlinear restoring force, super harmonic oscillations, sub harmonic oscillations, main vibrations.

Постановка проблеми

Сутність процесу глибинного вібраційного ущільнення зернистого середовища (бетонної/будівельної суміші, піщаного ґрунту тощо) – руйнування структури цього середовища й розжиження його з метою видалення затиснутого повітря і забезпечення щільного укладання зерняток.

Послідовної закінченої теорії глибинного віброущільнення зернистих середовищ поки що не існує [1]. Відомості про основні особливості механізму розжиження зернистого незв'язного середовища можна знайти у роботах [2-8]. Параметри глибинних віброущільнювачів обирають головним чином на основі виробничого досвіду й деяких залежностей, отриманих різними фахівцями при проведенні експериментальних досліджень [3-5].

Вібраційні машини для глибинного ущільнення ґрунтів за своїм улаштуванням аналогічні підвісним глибинним віброущільнювачам у циліндричному корпусі з вбудованим електродвигуном для бетону [1]. Процес ущільнення відбувається за одночасного впливу на ґрунт вібрації й потоку води, у результаті

чого зменшується зчеплення між часточками ґрунту й потоку води і відбувається їх перерозподіл у більш щільну структуру. У зв'язку з необхідністю подачі води у ґрунт у процесі його ущільнення у корпусі віброущільнювача передбачені канали, причому при зануренні корпусу у ґрунт вода випускається з каналу, який закінчується у наконечнику, а при вилученні – з протилежного кінця корпусу. Таким чином, можна здійснювати ущільнення ґрунту поблизу існуючих споруд без їх руйнування, а також виконувати підводне ущільнення без пошкоджень останніх. Найбільш ефективно застосовувати ці машини при ущільненні водонасичених піщаних ґрунтів. Продуктивність робіт по ущільненню піщаних ґрунтів на глибині до 5м у 3-4 рази вища, ніж при використанні будь-яких інших способів ущільнення.

Зазвичай для ущільнення водонасичених ґрунтів застосовують просторовий віброущільнювач, котрий занурюється і представляє собою металеву колону, до якої рівномірно по висоті зварюванням приєднані пластини, а у верхній частині закріплений віброзбуджувач, який генерує вертикально спрямовані коливання.

Склад й фізико-механічні властивості ґрунтів, основ доріг та покриттів й інших ущільнених середовищ доволі різноманітні. Різні також і вимоги до ущільнення, умови його реалізації, масштаб та організація робіт. Це призвело до появи ущільнюючих машин багатьох типів й різновидів, котрі відрізняються характером взаємодії з середовищем, яке ущільнюється, конструктивними схемами й розмірами [1,3,5].

За характером сил взаємодії виконавчого/робочого органу з середовищем, яке ущільнюється, всі ущільнюючі машини поділяють на машини статичної дії (пресування, вкатування) й динамічної дії (без ударні, вібраційні, ударно-вібраційні, ударні). В принципі одна й та ж вібраційна машина для ущільнення ґрунту може працювати або у без ударному вібраційному режимі, або в ударно-вібраційному, що залежить від статичного моменту маси й кутової швидкості дебалансів, маси машини, складу і властивостей (у тому числі степеня ущільнення) ґрунту. Однак при проектуванні призначають параметри машини, які забезпечують її ефективну роботу у певному режимі.

За способом передачі силового впливу оброблюваному середовищу розрізняють поверхневі ущільнюючі машини (наприклад, котки, трамбувальники) й глибинні (ті, що занурюються у середовище, яке ущільнюється).

При дії робочого органу (РО) вібраційної машини на ґрунт, дорожню основу, покриття чи інше середовище, яке ущільнюється, у граничному прошарку останнього з'являється напруження, хвиля котрого розповсюджується в середовищі, яке ущільнюється, викликаючи деформацію останнього. Динамічну реакцію, яка сприймається РО машини, для створення доволі простої розрахункової моделі можна схематично подати у вигляді трьох адитивних компонент: пружної, напрямок котрої протилежний деформації граничного прошарку середовища; інерційної, напрямок котрої протилежний прискоренню РО (котрому зазвичай приписують властивості незмінного твердого тіла); дисипативної, напрямок якої протилежний швидкості РО. Дисипативна компонента, у свою чергу, може складатись з двох доданків – в'язкого й пластичного. У ґрунтів й цементобетонних сумішей пластична складова має переважне значення. У асфальтобетонних сумішей в'язкий опір, зазвичай дещо більший за пластичний.

Вказана вище схематизація дозволяє пояснити деякі суттєві явища при ущільненні ґрунту й інших середовищ, наприклад, наявність залишкової і пружної складових деформації та залежність деформації від закону руху РО. Оскільки до складу ґрунту, дорожніх основ та покриттів входять тверді зерна, які дотикаються одне до одного, при доволі значній інтенсивності динамічних впливів відбувається їх взаємне проковзування, яке призводить до вібраційного зниження сухого тертя й прийнятному розжиженню середовища, яке ущільнюється. Одночасно розміщений між зернами зв'язуючий склад, який утримує у собі колоїдно-дисперсні часточки глини чи цементу, під дією вібрації розжижується завдяки зниженню структурної в'язкості й появі тиксотропії [3].

Ґрунти за кількістю зв'язуючої речовини (глини) розділяють на незв'язні із вмістом менше 4% глини, малозв'язні із вмістом від 4 до 11% глини й зв'язні, які мають у своєму складі більше 11% глини. Чим більше зв'язний ґрунт, тим більш складно його ущільнювати. Ущільнюваність ґрунту суттєво залежить від його вологості. Зазвичай для кожного заданого ущільнюючого впливу найбільша щільність ґрунту досягається при певній вологості, яка називається оптимальною. З посиленням ущільнюючого впливу знижується оптимальна вологість й зростає досягнута при цій вологості щільність ґрунту [3,5].

Не зважаючи на все згадане вище, процедура моделювання процесів ущільнення ґрунтів та сумішей, на думку авторів даного дослідження, вимагає подальшого уточнення й вдосконалення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

З метою вдосконалення існуючих моделей ущільнення бетонних/будівельних сумішей та ґрунтів автори [9-11] враховують вплив оброблюваного середовища у межах дискретно-континуальних моделей. Проте явища супер- й субгармонічних коливань, які неминуче виникають у РО вібромашини за наявності у ній нелінійної відновлюваної сили, до сих пір не досліджені. Щодо моделювання вказаних коливань й резонансів можна використати підходи, розвинуті у [12,13].

Мета роботи

Мета роботи полягає у обґрунтуванні одновимірної дискретно-континуальної моделі вібраційної системи (машини) для ущільнення ґрунтів і сумішей, яка адекватно описує основні властивості й характеристики вимушених коливань (основного типу), суб- та суперрезонансів, що виникають, за наявності у складі

РО машини нелінійної пружності (котра зводить свій вплив до виникнення у системі «вібраційна машина (РО) – оброблюване середовище» т.з. нелінійної відновлюваної сили). При цьому враховані дискретні властивості самого РО й континуальні – оброблюваного середовища.

Слід зазначити, що у даній роботі використані частково результати, викладені у [9-13].

Викладення основного матеріалу дослідження

Розглянемо систему, зображену на Рис. 1, яка моделює процесс ущільнення ґрунтів/сумішей (бетонних чи будівельних), і є, по своїй суті, вібраційною системою з нелінійною відновлюваною силою, котра має дискретно-континуальні властивості (оскільки враховані властивості РО – дискретні й континуальні властивості об'єкта, що знаходиться у полі впливу вібрації). Зазначимо також, що задача має одновимірну постановку. Вертикальна вимушена сила Q типу:

$$Q(t) = A \cdot \sin \omega t, \tag{1}$$

де A – амплітуда, ω – кругова частота, t – час, діє на тіло маси m, котре спирається на систему нелінійних пружин і в'язких демпферів; c – коефіцієнт (лінеаризований) жорсткості системи пружин; b – коефіцієнт в'язкості демпферів.

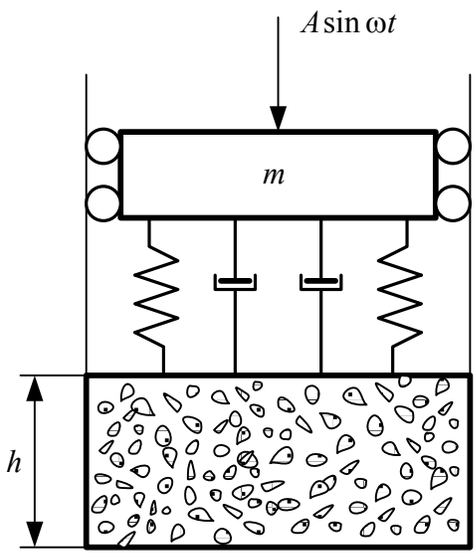


Рис. 1. Розрахункова схема задачі

Спочатку визначимо амплітуду сили, яка передається на основу пружинами та демпферами. Шукана сила, яка передається на основу, котрою є ґрунт/суміш, що ущільнюється (товщиною h), визначається виразом:

$$N = b \cdot \dot{q} + c \cdot q, \tag{2}$$

у якому q – вертикальне переміщення тіла m (РО вібраційної системи), яке відраховується від стану рівноваги. Нехай характеристика відновлюваної сили має вид:

$$F(q) = c_0 \cdot q + \beta \cdot q^3, \tag{3}$$

причому $\beta > 0$ (для жорсткої характеристики сили), $\beta < 0$ (для м'якої характеристики сили), c_0 – лінійна складова жорсткості пружини. Використовуючи метод прямої лінеаризації [13], нелінійна характеристика $F(q)$ замінюється еквівалентною лінійною, тому диференціальне рівняння руху системи набуває вигляду:

$$m \cdot \ddot{q} + b \cdot \dot{q} + c \cdot q = A \cdot \sin \omega t, \tag{4}$$

де після введення позначення:

$$\tilde{h} = \frac{b}{2m}, \quad k^2 = \frac{c}{m}, \tag{5}$$

приходимо до рівняння у наступній формі:

$$\ddot{q} + 2\tilde{h}\dot{q} + k^2 q = \frac{A}{m} \cdot \sin \omega t. \tag{6}$$

Його загальний розв'язок має вид:

$$q = e^{-\tilde{h}t} \cdot \left(C_1 \cdot \sin k_* t + C_2 \cdot \cos k_* t\right) + \frac{A \cdot \sin(\omega t - \gamma)}{m \cdot \sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4\tilde{h}^2 \omega^2}}, \tag{7}$$

де

$$k_* = \sqrt{k^2 - \tilde{h}^2} \tag{8}$$

є частота затухаючих коливань системи, а кут γ характеризує відставання фази переміщення від фази сили, й визначається виразом:

$$tg\gamma = \frac{2\tilde{h}\,\omega}{k^2 - \omega^2}. \tag{9}$$

Постійні C_1 й C_2 знаходимо з початкових умов задачі.

Перша частина отриманого розв'язку представляє собою коливання з частотою k_*, котрі з плином часу затухають й після початку процесу стають практично несуттєвими. Основне значення має друга частина загального розв'язку:

$$q = \frac{A \cdot \sin(\omega t - \gamma)}{m \cdot \sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4\tilde{h}^2\omega^2}}, \tag{10}$$

що описує незатухаючі усталені коливання, які відбуваються з частотою збудження ω.

Зазначимо, що у формулах (4), (5) під c розуміємо [12,13]:

$$c = c_0 + \frac{5\beta \cdot \tilde{A}^2}{7}, \tag{11}$$

де $\tilde{A}$ – амплітуда усталених коливань.

При цьому встановлення стаціонарного коливного процесу з частотою ω може відбуватись за одним з трьох наведених нижче, сценаріїв: 1) $\omega << k$, на початку руху основні коливання частоти ω супроводжуються затухаючими коливаннями більшої частоти; 2) $\omega >> k$ - на основні коливання з частотою ω накладаються затухаючі коливання з меншою частотою k ; 3) $\omega \approx k$ – рух має характер биття, котре поступово затухає.

Амплітуда усталених коливань $\tilde{A}$ визначається виразом:

$$\tilde{A} = \frac{A}{\sqrt{(c_0 + \frac{5\beta\tilde{A}^2}{7} - m\omega^2)^2 + 4\tilde{h}^2\omega^2 m^2}}, \tag{12}$$

яке після заміни $Z = \tilde{A}^2$ зводиться до кубічного рівняння:

$$\left(\frac{5\beta}{7}\right)^2 \cdot Z^3 + 2(c_0 - m\omega^2) \cdot \frac{5\beta}{7} \cdot Z^2 + \left\{\left(c_0 - m\omega^2\right)^2 + 4\tilde{h}^2\omega^2 m^2\right\} \cdot Z - A^2 = 0. \tag{13}$$

Рівняння (13) можна розв'язати за допомогою загально відомої формули Кардано. Відношення амплітуди $\tilde{A}$ до статичного переміщення $q_{cm} = A/c$ дорівнює:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2}\right)^2 + \frac{4\tilde{h}^2\omega^2}{k^4}}} = \frac{c}{\sqrt{(c - m\omega^2)^2 + 4\tilde{h}^2\omega^2 m^2}}. \tag{14}$$

Отже, коефіцієнт динамічності μ (14) у даному випадку є функцією $\tilde{A}$:

$$\mu = \frac{c_0 + \frac{5\beta}{7} \cdot \tilde{A}^2}{\sqrt{(c_0 + \frac{5\beta}{7} \cdot \tilde{A}^2 - m\omega^2)^2 + 4\tilde{h}^2\omega^2 m^2}}. \tag{15}$$

Тоді для N (після заміни $b = 2\tilde{h}c/k^2$) маємо:

$$N = \mu A \cdot [\sin(\omega t - \gamma) + \frac{2\tilde{h}\,\omega}{k^2} \cdot \cos(\omega t - \gamma)]. \tag{16}$$

Максимальне значення сили N дорівнює:

$$N_{\max} = \mu A \cdot \sqrt{1 + \frac{4\tilde{h}^2\omega^2}{k^4}} = \mu A \cdot \sqrt{1 + \frac{4\tilde{h}^2\omega^2 m^2}{c^2}}. \tag{17}$$

Безрозмірне співвідношення $N_{\max}/A$, яке називається зазвичай коефіцієнтом передачі сили [13], визначає, у скільки разів найбільша сила, яка передається основі, що ущільнюється (ґрунт/суміш), більше амплітуди заданої вимушеної сили A; воно дорівнює:

$$\mu_* = \frac{N_{\max}}{A} = \mu \cdot \sqrt{1 + \frac{4\tilde{h}^2\omega^2}{k^4}} = \sqrt{\frac{c^2/m^2 + 4\tilde{h}^2\omega^2}{(c/m - \omega^2)^2 + 4\tilde{h}^2\omega^2}}. \tag{18}$$

Отже, $\mu_* = \mu_*(c) = \mu_*(\tilde{A})$. Аналіз залежності $\mu_*(\omega/k)$ при різних значеннях $2\tilde{h}/k$ свідчить про те, що всі такі криві, незалежно від коефіцієнта в'язкості $\tilde{h}$, перетинаються у точці з координатами $(\sqrt{2};1)$ на площині $\{\mu_*;\omega/k\}$. Отже, при $\omega/k < \sqrt{2}$ в'язкість демпферів сприяє зниженню загальної сили, яка передається на основу (об'єкт обробки вібраційним полем), а при $\omega/k > \sqrt{2}$ (як це буває у добре амортизованих системах – цю силу збільшує). Граничне значення амплітуди $\tilde{A}_{гр}$ при цьому визначається зі співвідношення:

$$\omega/k = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\omega\cdot\sqrt{m}}{\sqrt{c}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\omega^2\cdot m}{c} = 2 \Leftrightarrow c = \frac{\omega^2 m}{2}. \tag{19}$$

Або:

$$c_0 + \frac{5\beta}{7}\cdot \tilde{A}_{гр}{}^2 = \frac{\omega^2 m}{2} \Leftrightarrow \tilde{A}_{гр}{}^2 = \frac{\omega^2 m/2 - c_0}{(5\beta/7)}. \tag{20}$$

Значення $\tilde{A}_{гр}{}^2$ повинно бути додатнім, тому:

$$\begin{aligned} &а)\ \ \beta > 0,\ \ \omega^2 m/2 - c_0 > 0; \\ &б)\ \ \beta < 0,\ \ \omega^2 m/2 - c_0 < 0. \end{aligned} \tag{21}$$

Розглянемо далі дію різних видів сил $Q(t)$ і будемо визначати закони $q(t)$ й $\dot{q}(t)$, котрі, у свою чергу, за співвідношенням (2) визначають N. Скористаємось при цьому підходами роботи [13].

1. Дія довільної вимушеної сили $Q(t)$.

У цьому випадку:

$$\begin{cases} q(t) = e^{-\tilde{h}t}\left(\dfrac{\dot{q}_0 + \tilde{h}q_0}{k_*}\cdot\sin k_* t + q_0\cos k_* t\right) + \dfrac{1}{mk_*}\cdot\int\limits_0^t Q(\xi)e^{-\tilde{h}(t-\xi)}\cdot\sin k_*(t-\xi)d\xi; \\ \dot{q}(t) = e^{-\tilde{h}t}\left(-\dfrac{k_*{}^2 q_0 + \tilde{h}\dot{q}_0}{k_*}\cdot\sin k_* t + \dot{q}_0\cos k_* t\right) + \dfrac{1}{m}\cdot\int\limits_0^t Q(\xi)e^{-\tilde{h}(t-\xi)}\cdot\cos k_*(t-\xi)d\xi - \dfrac{\tilde{h}}{mk_*}\cdot L, \end{cases} \tag{22}$$

де $(q_0, \dot{q}_0)$ – початкові (при $t = 0$) умови для координати q та її першої похідної по часу t, а величина $L = \int\limits_0^t Q(\xi)e^{-\tilde{h}(t-\xi)}\cdot\sin k_*(t-\xi)d\xi$.

2. Функція $Q(t)$ диференційована по t, а початкові умови нульові ($q_0 = \dot{q}_0 \equiv 0$).

У цьому випадку (і наступному) наводимо формулу лише для $q(t)$.

$$q(t) = \frac{1}{c}\cdot\left\{Q(t) - Q(0)\cdot e^{-\tilde{h}t}\left(\cos k_* t - \frac{\tilde{h}}{k_*}\cdot\sin k_* t\right) - \int\limits_0^t \dot{Q}(\xi)\cdot e^{-\tilde{h}(t-\xi)}\left[\cos k_*(t-\xi) + \frac{\tilde{h}}{k_*}\cdot\sin k_*(t-\xi)\right]d\xi\right\}. \tag{23}$$

3. Сила $Q(t)$ має скінчені розриви $\Delta Q_1, \Delta Q_2, \ldots$ у задані моменти часу $\xi_1, \xi_2, \ldots$ (тобто ΔQ_i).

$$q(t) = \frac{1}{c}\cdot\left\{Q(t) - \int\limits_0^t \dot{Q}(\xi)e^{-\tilde{h}(t-\xi)}\left[\cos k_*(t-\xi) + \frac{\tilde{h}}{k_*}\sin k_*(t-\xi)\right]d\xi - W\right\}, \tag{24}$$

де $W = \sum\limits_{i=0}^{r}\Delta Q_i\cdot e^{-\tilde{h}(t-\xi_i)}\cdot\left[\cos k_*(t-\xi) + \dfrac{\tilde{h}}{k_*}\cdot\sin k_*(t-\xi_i)\right]$.

4. Сила $Q(t)$ періодична, з періодом T, тобто $Q(t+T) = Q(t)$.

$$q(t)=\frac{e^{-\tilde{h}T}}{mk_*\cdot\left(1-2e^{\tilde{h}T}\cos k_*T+e^{2\tilde{h}T}\right)}\cdot\begin{Bmatrix}\left[e^{\tilde{h}T}\cdot\left(C_*\cdot\sin k_*T-S_*\cdot\cos k_*T\right)+S_*\right]\cdot\cos k_*t+\\+\left[e^{\tilde{h}T}\cdot\left(C_*\cdot\cos k_*T+S_*\cdot\sin k_*T\right)-C_*\right]\cdot\sin k_*t\end{Bmatrix}+$$
$$+\frac{1}{mk_*}\cdot\int_0^t Q(\xi)\cdot e^{-\tilde{h}(t-\xi)}\cdot\sin k_*(t-\xi)d\xi, \quad (25)$$

де

$$\begin{cases}C_*=\int_0^T Q(\xi)\cdot e^{\tilde{h}\xi}\cdot\cos k_*\xi d\xi,\\ S_*=\int_0^T Q(\xi)\cdot e^{\tilde{h}\xi}\cdot\sin k_*\xi d\xi.\end{cases} \quad (26)$$

$$\dot{q}(t)=\frac{e^{-\tilde{h}T}}{m\cdot\left(1-2e^{\tilde{h}T}\cos k_*T+e^{2\tilde{h}T}\right)}\cdot\begin{Bmatrix}-\left[e^{\tilde{h}T}\cdot\left(C_*\cdot\sin k_*T-S_*\cdot\cos k_*T\right)+S_*\right]\cdot\sin k_*t+\\+\left[e^{\tilde{h}T}\cdot\left(C_*\cdot\cos k_*T+S_*\cdot\sin k_*T\right)-C_*\right]\cdot\cos k_*t\end{Bmatrix}+$$
$$+\frac{1}{mk_*}\cdot\int_0^t Q(\xi)\cdot\left\{-\tilde{h}\cdot e^{-\tilde{h}(t-\xi)}\cdot\sin k_*(t-\xi)+e^{-\tilde{h}(t-\xi)}\cdot k_*\cdot\cos k_*(t-\xi)\right\}d\xi. \quad (27)$$

Слід зазначити, що вирази (25)-(27) описують закон руху системи й силу $N(t)$ у інтервалі часу $t\in[0,T]$. Цей закон потім повторюється у наступних інтервалах часу: $[T,2T]$, $[2T,3T]$ і т.д. [13]. Якщо побудований графік $\{q(t),\dot{q}(t),N(t)\}$ за формулами (25)-(27) й (2), тоді зміщуючи його на період, два періоди і т.д. матимемо графіки $\{q(t),\dot{q}(t),N(t)\}$ для наступних (чи попередніх) інтервалів часу.

5. У якості вимушеної сили $Q(t)$ виступають односторонні періодичні імпульси S.

Саме таким чином можна моделювати віброударні (ударні) системи ущільнення ґрунтів/сумішів. Період імпульсів T та значення коефіцієнтів m,b та c будемо вважати заданими.

Сумістимо початок відліку часу з моментом, який наступає одразу після прикладання якогось імпульсу, тоді за формулами (26) матимемо, що $C_*=S,\ S_*=0$. При цьому вираз (25) набуває виду:

$$q(t)=\frac{S\cdot e^{-\tilde{h}(T-t)}\cdot\left[\sin k_*(T-t)+e^{\tilde{h}T}\cdot\sin k_*t\right]}{mk_*\cdot\left(1-2e^{\tilde{h}T}\cdot\cos k_*T+e^{2\tilde{h}T}\right)}. \quad (28)$$

Для $\dot{q}(t)$ замість (27) маємо:

$$\dot{q}(t)=\frac{S\cdot\left\{\tilde{h}e^{-\tilde{h}(T-t)}\left[\sin k_*(T-t)+e^{\tilde{h}T}\sin k_*t\right]+e^{-\tilde{h}(T-t)}\left[-k_*\cos k_*(T-t)+e^{\tilde{h}T}k_*\cos k_*t\right]\right\}}{mk_*\left(1-2e^{\tilde{h}T}\cos k_*T+e^{2\tilde{h}T}\right)}. \quad (29)$$

За малого відношення періода T імпульсів до власного періоду $2\pi/k_*$ системи (т.з. збудження високої частоти) залежність $q(t)$ стає такою, що за один період T встигає реалізуватись лише частина одного циклу вільних коливань системи й роль в'язкого тертя відносно невелика. У протилежному випадку, коли $T/(2\pi/k_*)>>1$ (т.з. збудження низької частоти), залежність $q(t)$ стає такою, що за один період T відбувається більше одного циклу вільних коливань й стає суттєвою роль в'язкого тертя. Тобто, якщо $T/(2\pi/k_*)<<1$, тоді $\tilde{h}\to 0$; якщо $T/(2\pi/k_*)>>1$, тоді $\tilde{h}$ – немала величина, її треба враховувати у всіх співвідношеннях.

Особливо важливим стає випадок резонансу, коли період T імпульсів у ціле число разів більше періоду $2\pi / k_*$ вільних коливань. Позначимо вказане число буквою r, тоді маємо $T = 2\pi r / k_*$. У цьому випадку $\sin k_* T = 0,\ \cos k_* T = 1$ й рух описується виразами:

$$\begin{cases} q(t) = \dfrac{S \cdot e^{-\tilde{h}t} \cdot \sin k_* t}{m k_* \cdot \left(1 - e^{-\tilde{h}T}\right)}; \\ \dot{q}(t) = \dfrac{S \cdot e^{-\tilde{h}t} \cdot \left\{-\tilde{h} \sin k_* t + k_* \cos k_* t\right\}}{m k_* \cdot \left(1 - e^{-\tilde{h}T}\right)}. \end{cases} \quad (30), (31)$$

Відомо [13], що однократний імпульс викликає рух за наступними законами:

$$\begin{cases} q_1(t) = \dfrac{S}{m k_*} \cdot e^{-\tilde{h}t} \cdot \sin k_* t; \\ \dot{q}_1(t) = \dfrac{S}{m k_*} \cdot \left\{-\tilde{h} \cdot e^{-\tilde{h}t} \cdot \sin k_* t + e^{-\tilde{h}t} \cdot k_* \cdot \cos k_* t\right\}. \end{cases} \quad (32), (33)$$

Знаходимо, що у випадку резонансу, який викликаний періодичними ударами, рух описується тим самим виразом, але з додатковим коефіцієнтом:

$$\begin{cases} q(t) = q_1(t) \cdot \dfrac{1}{\left(1 - e^{-\tilde{h}T}\right)}; \\ \dot{q}(t) = \dot{q}_1(t) \cdot \dfrac{1}{\left(1 - e^{-\tilde{h}T}\right)}. \end{cases} \quad (34), (35)$$

Множник $1/\left(1 - e^{-\tilde{h}T}\right)$ характеризує вплив процесу повторення ударів (при ущільненні грунтів чи сумішей). Для цього множника наближено можна записати [13]:

$$\tilde{\beta} = \frac{1}{1 - e^{-\tilde{h}T}} \approx \frac{1}{\tilde{h}T} = \frac{k_*}{2\pi r \tilde{h}}. \quad (36)$$

При $\omega = 2\pi / T$, маємо:

$$\tilde{\beta} \cong \frac{1}{2\pi r\left(\tilde{h} / k_*\right)} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\omega}{k_*} \cdot \frac{1}{\left(\tilde{h} / k^*\right)} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\omega}{k_*} \cdot \frac{k}{\tilde{h}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\tilde{h}^2}{k^2}}. \quad (37)$$

Тоді вираз для $\tilde{\beta}$ (36) в уточненій формі можна подати наступним чином:

$$\tilde{\beta} = \left\{1 - \exp\left[-\frac{2\pi \cdot \left(\tilde{h} / k\right)}{\sqrt{1 - \dfrac{\tilde{h}^2}{k^2}}} \cdot \left(\frac{\omega}{k_*}\right)^{-1}\right]\right\}^{-1}. \quad (38)$$

Враховуючи ту обставину, що $\dfrac{\omega}{k_*} = \dfrac{1}{r}$, формули (37) й (38) можна подати наступним чином:

$$\begin{cases} \tilde{\beta}_{набл.} = \dfrac{k}{\tilde{h}} \cdot \sqrt{1 - \tilde{h}^2 / k^2} \ / (2\pi r); \\ \tilde{\beta}_{точн.} = \left\{1 - \exp\left[-\dfrac{2\pi \cdot \left(\tilde{h} / k\right) \cdot r}{\sqrt{1 - \tilde{h}^2 / k^2}}\right]\right\}^{-1}. \end{cases} \quad (39)$$

Нижче, у Таблиці наведені значення $\widetilde{\beta}_{набл.}$ й $\widetilde{\beta}_{точн.}$ для $\left(\widetilde{h}/k\right)=0{,}1$ при різних значеннях r. До речі, якщо $r>1,$ це відповідає ситуації субрезонансів ударів (їх частоти) по відношенню до власної частоти системи k_*. При $0<r<1$ – ситуації суперрезонансів ударних частот по відношенню до власної частоти системи k_*.

Таблиця 1

Залежність $\widetilde{\beta}$ від r при $\left(\widetilde{h}/k\right)=0{,}1$

r	**Тип ударного резонансу**	$\frac{\omega}{k_*}=\frac{1}{r}$	$\widetilde{\beta}_{точн.}$	$\widetilde{\beta}_{набл.}$
1	**Основний**	**1**	**2,136**	**1,584***
2	**Субрезонанс 2-го порядку**	**1/2**	**1,394**	**0,792**
3	**Субрезонанс 3-го порядку**	**1/3**	**1,177**	**0,528**
4	**Субрезонанс 4-го порядку**	**1/4**	**1,087**	**0,396**
5	**Субрезонанс 5-го порядку**	**1/5**	**1,044**	**0,317**
0,5(1/2)	**Суперрезонанс 2-го порядку**	**2**	**3,693**	**3,167**
0,25(1/4)	**Суперрезонанс 4-го порядку**	**4**	**6,847**	**6,334**

***Примітка.** Автор [13] визначає $\widetilde{\beta}_{набл.}$ для $r=1,$ яке співпадає з отриманим у даній роботі. Всі інші результати, як і графік $\widetilde{\beta}=\widetilde{\beta}(\omega/k_*)$ ((Рис. 6.6), с. 132 [13]) – **помилкові.**

Використаємо далі метод гармонічного балансу й вважатимемо, що характеристика нелінійної відновлюваної сили (3) симетрична відносно $q,$, а у вібраційній системі можливі супер- та субгармонічні (як і основні) коливання. Згідно [12,13] маємо:

а) для супергармонічних коливань-

$$q(t)=A_1\cdot\sin\omega t+A_3\cdot\sin 3\omega t; \tag{40}$$

б) для субгармонічних коливань –

$$q(t)=A_1\cdot\sin\omega t+A_{1/3}\cdot\sin\frac{\omega t}{3}. \tag{41}$$

Нехтуючи в'язким тертям (у випадку визначення амплітуд A_3 й $A_{1/3}$, а також A_1), тобто вважаючи $\widetilde{h}\to 0,$ можна отримати:

$$A_1=\frac{A}{m\cdot\left(c/m-\omega^2\right)};\quad A_3=\frac{\beta\cdot {A_1}^3}{4m\cdot\left(c/m-9\omega^2\right)}. \tag{42}$$

Слід зазначити, що амплітуда супергармонічних коливань A_3 мала у порівнянні з амплітудою A_1 основних коливань ($A_1\equiv\widetilde{A}$), звичайно, при умові, що не мала різниця $\left(c/m-9\omega^2\right)$.

Аналогічно до (42), у випадку (41) для субгармонічних коливань матимемо:

$$A_1=\frac{A}{m\cdot(c/m-\omega^2)};\quad A_{1/3}=\frac{A_1}{2}\cdot\left[1\pm\sqrt{\frac{16(\omega^2-9{k_0}^2)\cdot m}{27A^2\cdot\beta}-7}\right];\quad {k_0}^2=c/m. \tag{43}$$

Зазначимо, що для виконання умови про дійсне значення розв'язку, необхідно (при $\beta>0$) :

$$\omega>3k_0\cdot\sqrt{1+\frac{21}{16}\cdot\frac{\beta}{c}\cdot{A_1}^2}, \tag{44}$$

тобто субгармонічні коливання можливі лише при досить великих (відносно основної частоти вільних коливань (k_* чи k)) частотах збудження. Якщо $\beta<0,$ тоді:

$$A_{1/3}=\frac{A_1}{2}\cdot\left[1\pm\sqrt{\frac{16(\omega^2-9{k_0}^2)\cdot(\omega^2-{k_0}^2)^2\cdot m^3}{27A^2\cdot\beta}-7}\right]. \tag{45}$$

Для виконання умови про дійсне значення розв'язку, необхідно (при $\beta < 0$):

$$\omega < 3k_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{21}{16} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot {A_1}^2}. \tag{46}$$

Таким чином, субгармонічні коливання у системі вібраційного типу для ущільнення ґрунтів/бетонних (чи будівельних) сумішей з жорсткою ($\beta > 0$) чи м'якою ($\beta < 0$) характеристикою відновлюваної сили можливі лише при достатньо великих (для $\beta > 0$) або при достатньо малих (для $\beta < 0$) значеннях частоти ω вимушеної сили.

Слід також зазначити, що субгармонічні коливання виникають тоді, коли A_1 перевищує певні «порогові» значення $A_{порог.}$:

$$A_1 \geq A_{порог.} = \sqrt{\frac{\left(\omega^2 - 9c_0 / m\right)}{\left(\beta / m\right) \cdot 18{,}24}}, \quad \beta < 0, \tag{47}$$

а супергармонічні коливання виникають тоді, коли, крім умови (44), виконується ще й така:

$$A_1 \leq A_{порог.}, \quad \beta > 0. \tag{48}$$

Якщо субгармонічні коливання у вібраційній системі виникли (виконані умови (44), (48) для $\beta > 0$, або (46), (47) для $\beta < 0$), тоді їх амплітуди $A_{1/3}$ можуть суттєво перевищувати амплітуди основних коливань, які відбуваються з частотою ω (тобто A_1). Дійсно, при $0 < \beta << 1$ з (43) матимемо:

$$\left|\frac{A_{1/3}}{A_1}\right| \approx \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{16(\omega^2 - 9{k_0}^2) \cdot m}{27A^2 \cdot \beta} - 7}. \tag{49}$$

Якщо врахувати сили тертя, то вони зменшують амплітуди суб- та супергармонічних коливань, але й здатні при їх достатній інтенсивності – повністю знищити коливання.

Далі, використовуючи результати робіт [9-11], встановимо закони руху середовища, яке ущільнюється, а також одночасно взаємодіє з РО вібраційної системи. Як у [9], вважаємо, що рух середовища, яке ущільнюється, описується координатою переміщення X, котра, взагалі кажучи, є матрицею з $\dim[2 \times 1]$:

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_H(t) \\ x_\infty(t) \end{bmatrix}, \tag{50}$$

де $H-$ довжина (товщина) середовища (ґрунту чи суміші), яка має скінчене значення, а $x_\infty(t)-$ описує переміщення середовища, яке ущільнюється, для випадку нескінченого значення по вісі Ox його товщини/довжини ($H \to \infty$). (Відповідно, при H скінченому переміщення середовища, яке ущільнюється, описується $x_H(t)$). Введемо позначення роботи [9] (верхні – відносяться до $H-$ скінченого, а нижні – до $H \to \infty$):

$$M = \begin{Bmatrix} m^{**} \\ m^{*} \end{Bmatrix}; \quad B = \begin{Bmatrix} \overline{\mu} \cdot \dfrac{S}{H} \\ \overline{\mu} \cdot \sqrt{S} \end{Bmatrix}; \quad C = \begin{Bmatrix} c^{**} \\ c^{*} \end{Bmatrix}; \quad \overline{N}(t) = \begin{Bmatrix} N(t) \\ N(t) \end{Bmatrix}, \tag{51}$$

де $M-$ матриця інерційних (масових) коефіцієнтів, $B-$матриця коефіцієнтів в'язкості оброблюваного вібрацією середовища, $C-$матриця його коефіцієнтів жорсткості. Континуальні властивості оброблюваного середовища зведені до поверхні контакту ґрунту/суміші з РО вібросистеми. У (51) $\overline{\mu}-$ коефіцієнт в'язкості оброблюваного середовища, $S-$площа контактної зони ґрунту/суміші з РО. Тоді рівняння руху системи дискретно-континуального типу (РО + оброблюване вібрацією середовище) можна звести до наступного матричного рівняння:

$$M \cdot \ddot{X} + B \cdot \dot{X} + C \cdot X = \overline{N}(t). \tag{52}$$

Введемо позначення:

$$H_1 = \frac{B}{2M}; \quad {K_1}^2 = \frac{C}{M}; \quad K_{1*} = \sqrt{{K_1}^2 - {H_1}^2}. \tag{53}$$

Тоді (52) можна подати наступним чином:

$$\ddot{X} + 2H_1 \cdot \dot{X} + {K_1}^2 \cdot X = \overline{N}(t). \tag{54}$$

Загальний розв'язок (54) у матричному виді має наступний вигляд:

$$X(t) = e^{-H_1 t} \cdot \left\{\overline{C}_1 \sin K_{1*} t + \overline{C}_2 \cos K_{1*} t\right\} + \frac{1}{MK_{1*}} \cdot \int_0^t \overline{N}(t) \cdot \exp\left\{-H_1 \cdot (t-\xi)\right\} \cdot \sin\left\{K_{1*} \cdot (t-\xi)\right\} d\xi. \quad (55)$$

Константи $\overline{C}_1$ й $\overline{C}_2$ слід визначати з початкових умов задачі. Зазвичай, початкові умови нульові ($\overline{C}_1 = \overline{C}_2 \equiv 0$), тоді вираз для $X(t)$ (55) суттєво спрощується:

$$X(t) = \frac{1}{M \cdot K_{1*}} \cdot \int_0^t \overline{N}(t) \cdot \exp\left\{-H_1 \cdot (t-\xi)\right\} \cdot \sin\left[K_{1*} \cdot (t-\xi)\right] d\xi. \quad (56)$$

Слід зазначити, що сила $N(t)$, яка передається від РО до середовища, яке ущільнюється, залежить від частоти його коливань ω. Тому, у залежності від того, на якій частоті функціонування ($\omega_ф$) системи збуджується вібрація (основна- $\omega_ф = k_*$, $\widetilde{A} = A = A_1$; субрезонансу- $\omega_ф = \omega_{sub}$, $\widetilde{A} = A_{1/3}$; суперрезонансу- $\omega_ф = \omega_{\sup er}$, $\widetilde{A} = A_3$), коефіцієнт передачі сили є функцією $\omega_ф$, а не тільки функцією $\widetilde{A}$, тобто $\mu_* = \mu_*(\omega_ф, \widetilde{A})$.

Висновки

1. Обгрунтована одновимірна дискретно-континуальна модель вібраційної системи ущільнення ґрунтів і сумішей (бетонних/будівельних) за наявності у РО вказаної системи нелінійної пружини (або нелінійної відновлюваної сили), яка у подальшому застосована для аналізу вимушених коливань (основного типу), супер- та субрезонансів, виникаючих при цьому.
2. Визначені умови, амплітуди та частоти, за яких існують коливання основного типу, а також супер- та субрезонанси аналітичним методом. Для ударних вібраційних систем ущільнення ґрунтів/сумішей детерміновані амплітуди коливань при наявності ударних супер- та субрезонансів.
3. Отримані у роботі результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку вібраційних систем ущільнення ґрунтів та сумішей (бетонних/будівельних), як на стадіях їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

Список використаної літератури

1. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 4. Вибрационные процессы и машины/Под ред. Э.Э. Лавендела. 1981. -509с.
2. Савинов О.А. О реологических моделях бетонной смеси/О.А. Савинов, И.У. Альберт//Изв. ВНИИГС. – Ленинград, 1974. – Т. 105. – С. 145-147.
3. Вибрационные машины в строительстве и производстве строительных материалов/Справочник/Под ред. В.А. Баумана, И.И. Быховского, Б.Г. Гольдштейна. – М.: Машиностроение, 1976. – 548с.
4. Савинов О.А. Вибрационное уплотнение бетонных смесей/О.А. Савинов, Е.В. Лавринович, А.Я. Лускин, Н.Я. Цукерман. – Ленинград: Энергия, 1973. – 53с.
5. Бауман В.А. Вибрационные машины и процессы в строительстве/В.А. Бауман, И.И. Быховский. – М.: Высшая школа, 1977. – 255с.
6. Гольдштейн Б.Г. Глубинные вибраторы для уплотнения бетона/Б.Г. Гольдштейн, Л.П. Петрунькин. – М.: Машиностроение, 1966. – 171с.
7. Карманов И.В. Исследование работы плоскостного глубинного уплотнителя и выбор его оптимальных параметров/И.В. Карманов//Известия ВНИИГС. – Ленинград, 1976. – Т. 114. – С. 103-108.
8. Савинов О.А. Практическая методика расчёта параметров плоскостного глубинного уплотнителя/О.А. Савинов, Е.В. Лавринович, И.В. Карманов//Известия ВНИИГС. – Ленинград, 1978. – Т. 121. – 100с.
9. Ловейкін В.С. Ідентифікація механічних властивостей ґрунтів сільськогосподарського призначення шляхом дослідження коливань їх зразків/В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, Л.А. Дяченко//Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2011. – Вип.. 45. – С. 103-109.
10. Маслов А.Г. Исследование взаимодействия виброплощадки с бетонной смесью/А.Г. Маслов, О.О. Колесник//Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського. – Кременчук, 2016. – Вип. 1(96). – С. 51-57.
11. Маслов А.Г. Исследование взаимодействия вибрационной плиты рабочего органа с уплотняемой бетонной смесью/А.Г. Маслов, Ю.С. Саленко, И.И. Жовтяк//Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського. - Кременчук, 2016. – Вип. 5(100). – С. 51-57.
12. Ландау Л.Д. Механика. Т. 1/Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1965. – 204с.
13. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний/Я.Г. Пановко. – М.: Наука, 1991. – 256с.

УДК 629.12.066(076)

А.С. СОЛОВЕЙ, А.П. БЕНЬ, С.А. РОЖКОВ
Херсонская государственная морская академия

ВЫБОР ЗАКОНА РЕГУЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧЕ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ ГРУЗОВЫХ МОРСКИХ СУДОВ

В статье представлен анализ определения закона регулирования в задаче позиционирования специализированного грузового морского судна, предназначенного для перевозки крупногабаритных грузов. При описании объекта использованы одномерная и многомерная линейные модели и показано, что закон регулирования определяется только порядком системы.

Ключевые слова: ПИД-регулятор, моделирование, многомерный объект управления, управление динамическим позиционированием, упреждающее управление

О.С. СОЛОВЕЙ, А.П. БЕНЬ, С.О. РОЖКОВ
Херсонська державна морська академія

ВИБІР ЗАКОНУ РЕГУЛЮВАННЯ В ЗАДАЧІ ПОЗИЦІОНУВАННЯ СПЕЦІАЛІЗОВАНИХ ВАНТАЖНИХ МОРСЬКИХ СУДЕН

У статті представлений аналіз визначення закону регулювання в завданні позиціонування спеціалізованого вантажного морського судна, призначеного для перевезення великогабаритних вантажів. При описі об'єкта використані одновимірна і багатовимірна лінійні моделі та показано, що закон регулювання визначається тільки порядком системи.

Ключові слова: ПІД-регулятор, моделювання, багатовимірний об'єкт управління, управління динамічним позиціонуванням, випереджаюче управління

O.S. SOLOVEY, A.P. BEN, S.O. ROZHKOV
Kherson State Maritime Academy

SELECTION OF THE CONTROL LAW IN THE POSITIONING TASK OF SPECIALIZED SEA FREIGHTERS

The article presents a defining analysis of the control law in the positioning task of specialized sea freighter intended for transportation of bulky cargo / oversize cargo. In the description of the object, one-dimensional and multidimensional linear models are used and it is shown that the control law is determined only by the order of the system.

Keywords: PID controller, simulation, multidimensional control object, dynamic positioning control, proactive control.

Постановка проблемы

Задачи динамического позиционирования судна отличаются от других задач управления движением прежде всего тем, что объект (судно) в режиме позиционирования имеет незначительные собственные скорости, а гидродинамические силы на корпусе и руле оказывают незначительные воздействия на динамику процессов управления. В практике управлении продольным, боковым, вращательным движениями корпуса судна различают следующие задачи динамического позиционирования: простое позиционирование – Dynamic Positioning (DP); изменение позиции – Dynamic Position's Alteration (DA); удержание на траектории – Dynamic Tracking (DT). Основные режимы позиционирования современных DP/DT–системы (Dynamic Positioning and Dynamic Tracking Systems) описаны в [14, 19, 20, 23]. Сложность задачи построения системы управления обусловливает значительный интерес к базовым вопросам построения судовых систем автоматического регулирования. Однако при этом следует учитывать тот факт, что работа главных двигателей в режимах малого хода недостаточна для компенсации основных внешних возмущений: сил ветрового воздействия, течения, волнового волнения и средств управления [2, 20, 23].

В данной статье проводится анализ задачи выбора закона управления при линейном представлении модели, как часть проблемы управления динамическим позиционированием морского грузового судна и предлагается метод определения закона управления и параметров настройки регулятора.

Анализ последних исследований и публикаций

В общем случае известны различные математические методы анализа и синтеза систем управления, каждый из которых применим для определенного класса систем и задач. Совершенствованию решения задач математического моделирования управления движением судна с применением автоматизированных систем посвящены работы: Александрова В.Л., Вагущенко Л.Л., Воронова А.А., Снопкова В.И., Суевалова Л.Ф., Karl J. Astrom, Tore Hagglund (2006), Perez T. (2005), Sorensen J.A. (2011), Thor I. Fossen (2011), Wills J. (2007) и др. [1-3, 14, 16, 19-21, 23].

Решение задачи регулирования, как задачи стабилизации параметров технологического процесса, требует определения подходящего закона управления известными методами [16, 17, 19, 21]. При этом известны множество попыток построения регуляторов, которые были бы лучше, чем принцип действия ПИД-регулятора (пропорционально-интегрально-дифференциального) [4, 8, 11-13].

Однако существуют задачи с повышенными требованиями к системам регулирования (авиация, морской транспорт, др.), где в случае значительного риска необходимо, прежде всего, определиться с методом выбора закона управления.

Для этого рассмотрим выбор закона управления от простых одномерных объектов до оптимальных систем регулирования с многомерными объектами. Особенностью рассматриваемой задачи выбора закона регулирования при позиционировании судна является достаточное количество публикаций и предлагаемых методов [1-3, 16, 19, 21, 23]. На сегодняшний день, благодаря развитию средств вычислительной техники, основной метод анализа и синтеза систем управления может быть, например, в пространстве состояния [5, 7, 10], при этом именно ошибка в методике построения системы управления часто приводит к негативным последствиям [3, 14, 16, 20]. Таким образом, попытка обоснования единого подхода к выбору закона регулирования вполне оправдана и актуальна.

Цель работы

Анализ и обоснование методов при выборе законов регулирования для линейных объектов.

Основная часть

Рассмотрим задачу регулирования от простейших объектов до оптимальных систем управления многомерными системами исходя из многообразия объектов управления, их представления и размерности.

Рассмотрим простейшую задачу управления пропорциональным, безинерционным объектом (рис. 1).

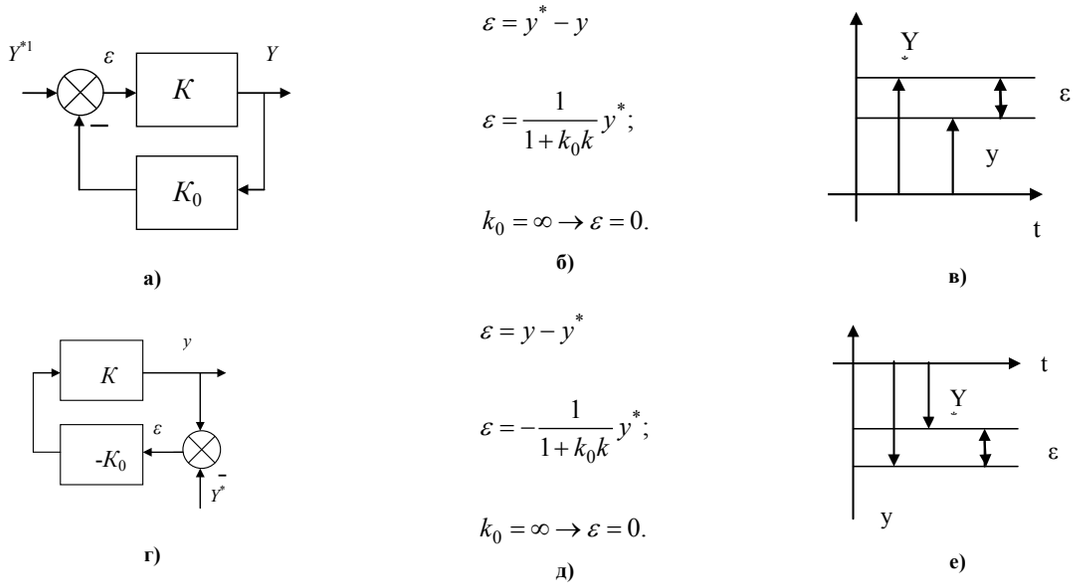


Рис. 1. .Формирование ошибки статизма: а, г) структура системы; б, д) отклонение; в, е) ошибка

В любом случае, при безинерционном объекте и безинерционном регуляторе, принципиально существует ненулевая ошибка ε, и как следствие, необходимо перейти от задачи стабилизации – регулирования к задаче управления [4, 5, 9, 10, 11]. При этом известно, что вопрос устранения ошибки ограничивается известным фактом, что чем выше точность регулирования, тем больше затраты энергии на регулирование [11-13]. Таким образом, решение задачи управления может быть найдено как компромисс между точностью и временем регулирования, и, следовательно, в цепи обратной связи может присутствовать интегрирующее звено, и может быть получен интегральный регулятор. Применение интегратора в обратной связи иллюстрируется на рис. 2.

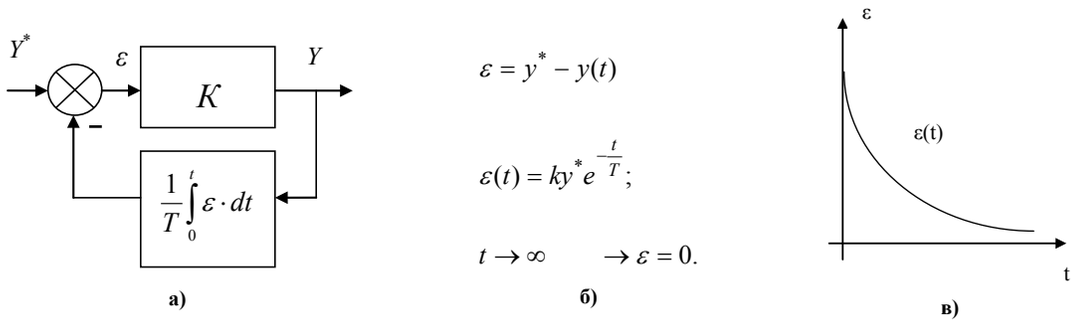


Рис. 2. Устранение ошибки статизма: а) структура системы; б) отклонение; в) ошибка

В общем случае, для безинерционного объекта управления необходим интегральный регулятор (И - регулятор), однако следует учитывать, что постоянная интегрирования не задана, поэтому время переходного процесса может быть выбрано произвольно и применение другой цепи в обратной связи может быть связано со специальными требованиями.

Рассмотрим вопрос связи порядка линейной системы и закона регулирования и выбор регулятора для инерционного звена первого порядка. Так как использование интегрирующей составляющей необходимо начинать с нулевого порядка, рассмотрим регулятор как корректирующее звено (рис. 3) [9, 11].

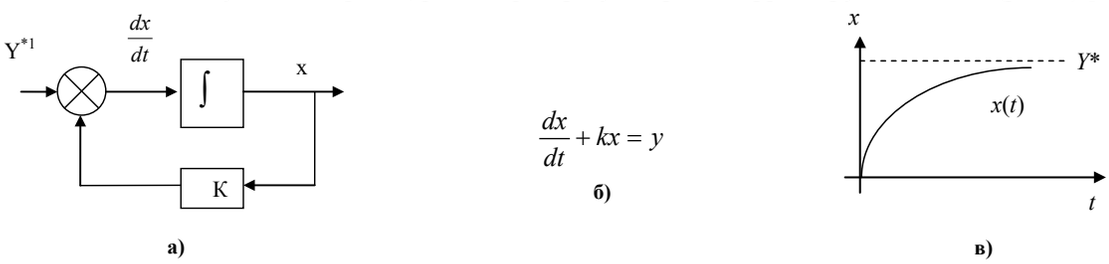


Рис. 3. Инерционное звено первого порядка: а) структура системы; б) отклонение; в) ошибка

Учитывая интегральную составляющую, разделим систему на объект и регулятор (рис.4):

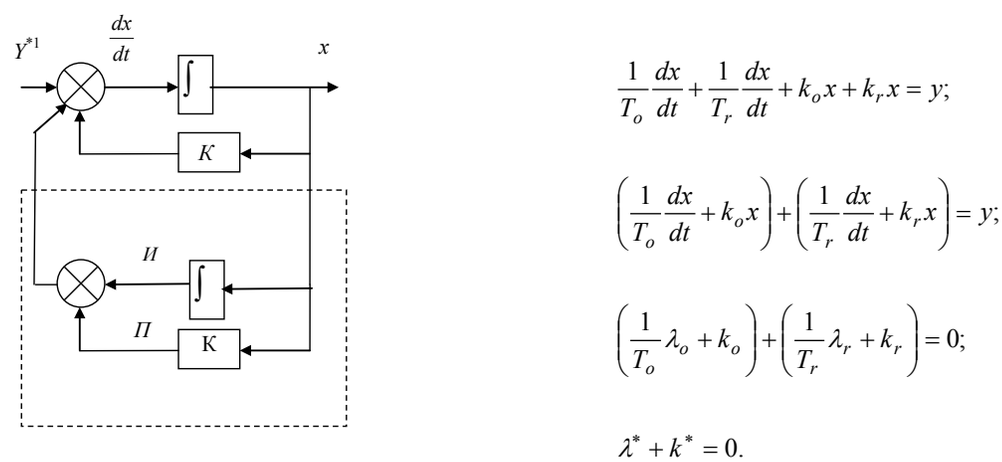


Рис. 4. Регулирование объекта первого порядка: а) структура системы; б) отклонение

Таким образом, получаем ПИ-регулятор, причем для нулевого порядка имеем И-регулятор, а для первого порядка ПИ-регулятор. Сохраняя интегральную составляющую для линейного объекта второго порядка, выделим контуры регулятора, принимая, что система имеет максимальное быстродействие при апериодическом переходном процессе. Так как в этом случае $\lambda_1^* = \lambda_2^*$, получаем следующие настройки регулятора (рис. 5).

$$\frac{d^2x}{dt^2}+(a_1+a_1^*)\frac{dx}{dt}+(a_o+a_0^*)x=y^*;$$

$$\lambda^2+(a_1+a_1^*)\lambda+(a_o+a_0^*)=0;$$

$$\lambda_1^*=\lambda_2^*;$$

$$\left.\begin{aligned}a_1^*&=-2\lambda^*-a_1\\ a_0^*&=\lambda^{*2}-a_0\end{aligned}\right\}$$

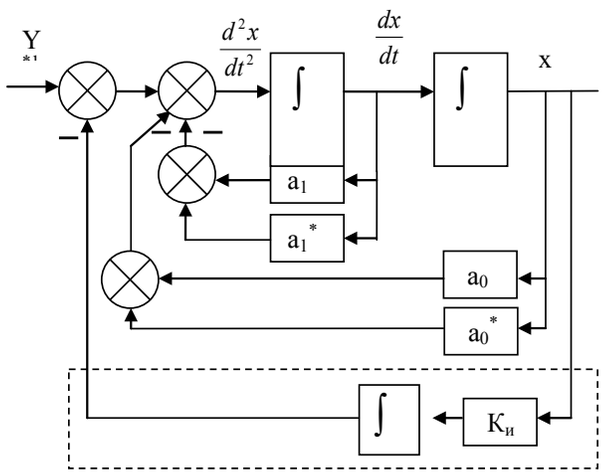


Рис. 5. Декомпозиция системы второго порядка

Для устранения ошибки статизма при настройке регулятора введена И-составляющая, которая определяется требуемым временем регулирования. После преобразования получаем стандартный вид ПИД-регулятора (рис. 6).

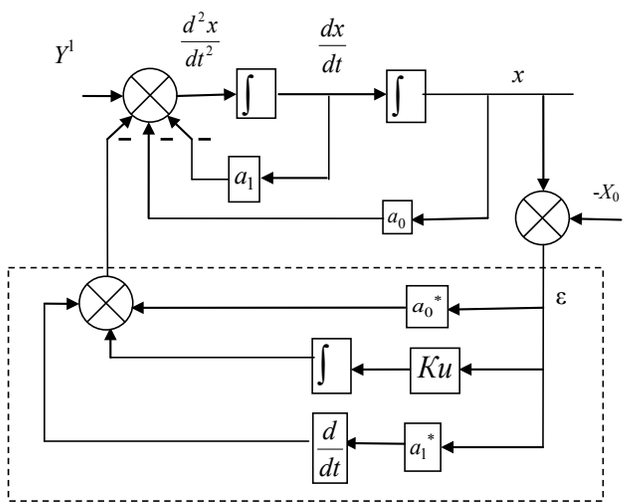


Рис. 6. ПИД регулятор для объекта второго порядка

Собственно, далее для линейного одномерного объекта нулевого порядка выбирают И-регулятор, для одномерного объекта первого порядка ПИ-регулятор, для одномерного объекта второго порядка ПИД-регулятор, для одномерного объекта третьего порядка – ПИДД^2 и т.д. Таким образом, закон регулирования для линейного объекта определяется только порядком объекта, при этом выбор настроек регулятора свободен и зависит только от требований к переходному процессу [5, 8, 12, 13].

С другой стороны, анализируя свойства компонент регулятора можно отметить, что пропорциональная компонента не зависит от спектра сигнала и соответствует измерению текущего значения переменной. Интегральная компонента имеет резко спадающую частотную характеристику и выделяет нижние частоты, что в коррекции модели соответствует учету прошлого поведения объекта. В свою очередь Д-составляющая учитывает верхнюю часть спектра и обеспечивает прогноз развития движения системы. Таким образом, закон управления линейным объектом сводится к анализу прошлого состояния объекта, учёту состояния в настоящем и прогнозировании результатов управления, т.е. сводится к ПИД-закону управления.

Анализ поведения системы управления при дальнейшем увеличении порядка производной в регуляторе большого выигрыша не приносит, так как для форсированного управления необходим запас управления, а его, как правило, нет [3, 4, 7]. Таким образом, можно сделать вывод, что закон регулирования для линейной одномерной системы определяется только ее порядком.

Возникает вопрос о справедливости этого утверждения для многомерных систем. Для современных методов управления характерно использование векторного представления объекта в пространстве состояния - метрическом пространстве, где каждый элемент полностью определяет состояние рассматриваемой системы [5, 10, 19-21].

Рассмотрим простейший случай многомерного динамического объекта. Модель линейного многомерного динамического объекта, в простейшем случае, в пространстве состояний принимает вид:

$$\dot{\mathbf{x}} = A(t)\mathbf{x} + B(t)\mathbf{q} \qquad (1)$$

Выделим в (1) матрицу объекта A_0 и корректирующую матрицу пропорционального регулятора A_p, исходя из желаемых собственных чисел. Для обеспечения отсутствия ошибки статизма введем матрицу K_u и интеграторы, образуя цепь И-компоненты регулятора:

$$\dot{\mathbf{x}} = A(t)\mathbf{x} + B(t)\left(\mathbf{q} - A_p(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) - K_u\int_0^t(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)dt\right). \qquad (2)$$

Вид такой системы (2), реализующую ПИ-регулятор, показан на рис. 7.

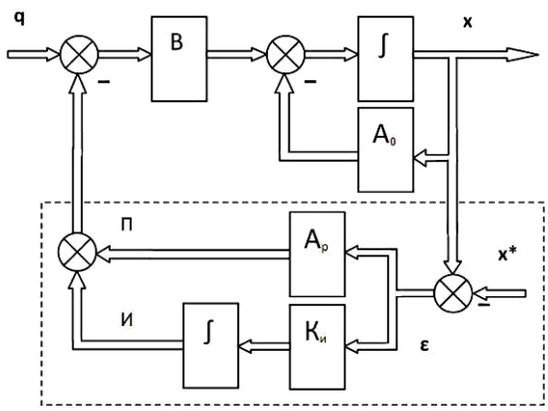


Рис. 7. Регулятор многомерной линейной системы

Собственно, если система многомерная, то необходимо определить прогнозную модель при ограничениях линейным приближением. Включив в описание модели старшие производные, например, до вторых приближений, получаем:

$$\ddot{\mathbf{x}} = A_1(t)\dot{\mathbf{x}} + A_0\mathbf{x} + B(t)\mathbf{q}. \qquad (3)$$

Таким образом, модель (3) отображает увеличение точности воспроизведения процесса $\ddot{\mathbf{x}}$, и получаем многомерный ПИД-регулятор (рис. 8).

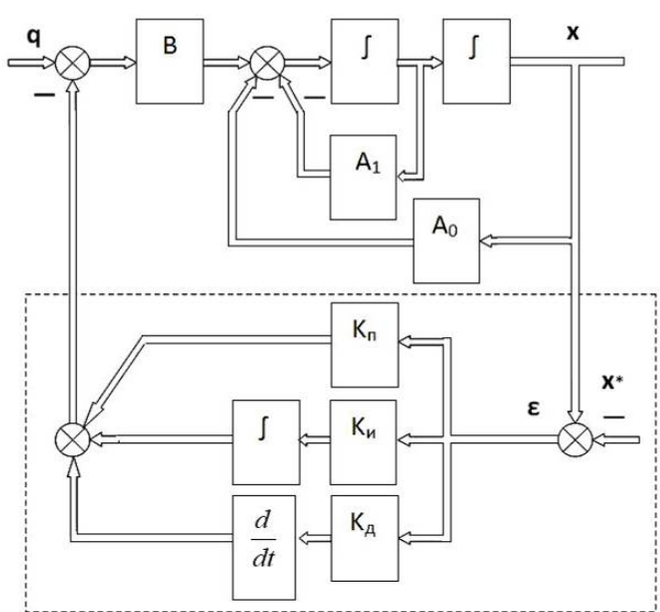


Рис. 8. Многомерный ПИД-регулятор

Система в этом случае описывается моделью (4):

$$\ddot{\mathbf{x}} = A_1(t)\dot{\mathbf{x}} + A_0\mathbf{x} + B(t)\left(\mathbf{q} - A_p\boldsymbol{\varepsilon} - K_u\int_0^t \boldsymbol{\lambda}dt - K_d\frac{d\boldsymbol{\lambda}}{dt}\right). \quad (4)$$

Таким образом, справедливо утверждение (4) об определении закона регулирования порядком объекта для одномерных и многомерных систем. Исходя из представления сигнала временным рядом можно утверждать о точности, основываясь на остатке ряда, при этом получаем оценку ошибки в виде выражения (5)

$$\Delta\mathbf{x} = \sum_n^{\infty} A_i(t)\frac{d^i\mathbf{x}}{dt^i}. \quad (5)$$

Стремление уменьшить ошибку представления переменной состояния приводит к повышению порядка объекта, и как следствие, к повышению глубины прогноза поведения объекта. Таким образом, можно сделать вывод о том, что для многомерных систем регулирования сохраняется зависимость закона регулирования от порядка системы.

Выводы

На основе проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

- для линейной системы закон регулирования однозначно определяется порядком системы;
- для многомерной системы, представленной канонической формой, соответствует ПИ-регулятор и введение Д-составляющих связано с ошибкой в линеаризации системы;
- существует простое соответствие между прогнозом, измерением, фильтрацией и компонентами закона регулирования.

Список использованной литературы

1. Александров В.Л. Интеллектуальные системы в морских исследованиях и технологиях / В.Л. Александров, А.П. Матлах, Ю.И. Нечаев, В.И. Поляков, Д.М. Ростовцев. Под ред. Ю.И. Нечаева. – СПб: Изд. центр СПбГМТУ, 2001. – 395 с.
2. Вагущенко Л.Л., Цымбал Н.Н. Системы автоматического управления движением судна. – 3-е изд., перераб. и доп.- Одесса: Фенікс, 2007. – 328 с.
3. Воронов А.А. Введение в динамику сложных управляемых систем. – М.: Наука, 1985. – 352 с.
4. Денисенко В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации. Ч.2. //СТА, 2007. –№1. – С.78-88. Электронный ресурс: http://www.cta.ru/cms/f/342946.pdf
5. Егупов Н. Д. Методы классической и современной теории автоматического управления. / Под ред.. Н. Д. Егупова, К. А. Пупкова: Учебник. В 5 т. Том 5. Синтез регуляторов систем автоматического управления. – М.:МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 616 с.
6. Золотов В.В., Фрейдзон И.Р. Управляющие комплексы сложных корабельных систем: Учебное пособие. – Л.: Судостроение, 1986. –232 с.
7. Красовский А.А. Справочник по теории автоматического управления. – М.: Наука, 1987. – 711 с.
8. Ладанюк А.П. Показатели функционирования и устойчивости систем с многопараметрическими регуля-торами / А.П. Ладанюк, Д.О. Кроникoвский // Проблемы управления и информатики, 2011. –№ 2. – С.122-129.
9. Макаров И. М. Линейные автоматические системы (элементы теории, методы расчета и справочный мате-риал). /И. М. Макаров, Б. М. Менский 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1982. – 504 с.
10. Методы робастного, нейро-нечёткого и адаптивного управления: Учебник / Под ред. Н.Д. Егупова, 2-е изд. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. – 744 с.
11. Ротач В.Я. Теория автоматического управления: Учебник для вузов / В. Я. Ротач 2-е изд., перераб. и доп. – М.:МЭИ, 2004. – 400 с.
12. Ротач В. Я. К расчету оптимальных параметров ПИД-регуляторов по экспертным критериям / В. Я. Ротач // Промышленные АСУ и контроллеры, 2006. – №02. –С 22-29.
13. Смирнов Н.И.Чувствительность и робастная настройка ПИД-регуляторов с реальным дифференцированием/ Н.И. Смирнов, В.Р. Сабанин, А.И. Репин // Теплоэнергетика № 10 2007. –С.15-23.
14. Снопков В.И. Технология перевозки грузов морем: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. –СПб.: АНО НПО Мир и семья, 2001. – 560 с.
15. Суевалов Л.Ф. Справочник по расчетам судовых автоматических систем. – Л.: Судостроение, 1977. – 376 с.
16. Чижиумов С. Д. Основы динамики судов на волнении: учеб. пособие / С. Д. Чижиумов. – Комсомольск-на-Амуре : ГОУВПО «КнАГТУ», 2010. − 110 с.

17. Штейнберг Ш. Е. Проблемы создания и эксплуатации эффективных систем регулирования / Ш. Е. Штейнберг, Л. П. Сережин, И. Е. Залуцкий и др. // Промышленные АСУ и контроллеры, 2004. – №7. – С 1-7.
18. Karl J. Astrom, Tore Hagglund (2006). Advanced PID Control. ISA - Instrumentation, Systems, and Automation Society. – 460 p.
19. Perez T. Ship Motion Control. Monograph. – Berlin: Springer, 2005. – 300 pp.
20. Sorensen J.A. Survey of dynamic positioning control systems//Annual Reviews in Control 35 (2011) P.123–136.
21. Thor I. Fossen. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control. First Edition (2011). John Wiley & Sons Ltd. –575 p.
22. Wade, Harold L. Basic and advanced regulatory control: system design and application / Harold L. Wade. – 2nd Edition. Research Triangle Park, NC: ISA, The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2004. – 387 pp.
23. Wills J. Dynamic Positioning Simulator, Interim report / J.D. Wills. – Netherlands, 2007. – 79 p.

УДК 004.942

Р.О. СУХОМЛИН, О.І. МИХАЛЬОВ
Національна металургійна академія України
Н.С. ПРЯДКО, К.В. ТЕРНОВА
Інститут технічної механіки НАНУ і ГКАУ

ДОСЛІДЖЕННЯ МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ДЕКОМПОЗИЦІЇ SSA ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ГРАНУЛОМЕТРИЧНОГО СКЛАДУ МАТЕРІАЛУ

В роботі розглянуто задачу визначення структури суміші матеріалів, що подрібнюється в газоструменевому млині УСІ-20, яка складається з декількох фракцій. Завдання вирішується за допомогою порівняння стандартного відхилення спектральної щільності потужності діапазону характерних частот акустичних сигналів, що був виділений за допомогою методу SSA, окремих фракцій з сигналами суміші.

Ключові слова: газоструменевий млин, стандартне відхилення, спектральна щільність потужності, SSA.

Р.А. СУХОМЛИН, А.И. МИХАЛЕВ
Национальная металлургическая академия Украины
Н.С. ПРЯДКО, Е.В. ТЕРНОВАЯ
Институт технической механики НАНУ и ГКАУ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЕКОМПОЗИЦИИ SSA ДЛЯ ОЦЕНКИ ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКОГО СОСТАВА МАТЕРИАЛА

В работе рассмотрена задача определения структуры смеси материалов, измельчаемых в газоструйной мельнице УСИ-20, которая состоит из нескольких фракций. Задача решается с помощью сравнения стандартного отклонения спектральной плотности мощности диапазона характерных частот акустических сигналов, который был выделен с помощью метода SSA, отдельных фракций с сигналами смеси.

Ключевые слова: газоструйная мельница, стандартное отклонение, спектральная плотность мощности, SSA.

R.A. SUKHOMLIN, A.I. MIKHALEV
National Metallurgical Academy of Ukraine
N.S. PRYADKO, E.V. TERNOVA
Institute of Technical Mechanics NASU & SSAU

STUDY OF THE USE OF SSA DECOMPOSITION FOR THE ESTIMATION OF THE PARTICLE SIZE DISTRIBUTION OF THE MATERIAL

The task of determining the structure of a mixture of materials crushed in a gas-jet mill USI-20, which consists of several fractions. The problem is solved by comparing the standard deviation of the power spectral density of the characteristic frequency range of the acoustic signals, which was isolated using the SSA method, of the individual fractions with the signals of the mixture.

Keywords: gas-jet mill, standard deviation, power spectral density, SSA.

Постановка проблеми

В роботі досліджувалися акустичні сигнали газоструменевого млина УСІ-20 продуктивністю 20 кг/год.

Струменевий млин УСІ-20 призначений для вивчення газодинамічних процесів в проточних трактах апаратів, що реалізують подібний спосіб подрібнення. Крім того, з використанням цього приладу проводився пошук нових технічних рішень, що забезпечують підвищення ефективності процесу струменевого подрібнення сипучих матеріалів. Установка УСІ-20 дозволяє проводити дослідження з подрібнення сипучих матеріалів, що відрізняються своїми фізико-механічними властивостями.

При вимірюванні акустичних сигналів використовувався апаратний комплекс, який включає два великі блоки: апаратура для реєстрації сигналів і комплекс апаратури і програм для аналізу одержуваної інформації.

Дослідження проводилися над акустичними сигналами, які вимірювалися двома п'єзокерамічними датчиками (частота реєстрації 200 кГц), встановленими в помольній камері млина і в трубопроводі, на виході з класифікатора. Загальний вигляд камери з датчиком і елемента реєструючого комплексу (хвилевід і датчик).

Використовуючи млин УСІ-20 в роботі вирішувалося завдання визначення структури суміші матеріалу в процесі подрібнення лише за отриманими акустичними сигналами. Для цього необхідно порівняти сигнали суміші з сигналами окремих фракцій матеріалу, які були отримані в результаті експериментів. У теорії, якщо таким чином порівняти проміжки з характерними частотами, то сигнали з фракціями, які переважають в суміші, будуть більш схожі з сигналами цієї ж суміші. Але проблема полягає в тому, що сигнали подрібнення складаються не тільки з несучих частот, але і з шумових компонент, які необхідно відокремити, до того ж сигнали нестаціонарні. Для декомпозиції сигналів і виділення характерних проміжків частот був використаний метод SSA, який добре зарекомендував себе в схожих дослідженнях.

Актуальність обумовлена тим, що рішення даного завдання дозволить збільшити якість одержуваного продукту подрібнення газоструменевих млинів.

Мета дослідження

Мета дослідження: визначити, які саме фракції входять до складу суміші матеріалів, подрібнюваної в газоструменевому млині УСІ-20.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Підхід до вирішення поставленого завдання було взято з робіт [1-3], де вирішувалося завдання визначення схожості структури двох сигналів за допомогою схожих методів. У даній роботі методи були змінені – додано стандартне відхилення, що пов'язано зі складною структурою спектру, а також SSA для фільтрування потрібного проміжку частот.

Базовий алгоритм SSA. SSA може бути використаний без попереднього завдання моделі ряду для аналізу довільних, в тому числі, нестаціонарних, рядів [4]. Основна мета SSA - розкласти ряд в суму інтерпретованих компонент, таких як тренд, періодичні компоненти, шум. При цьому знання параметричної форми цих компонент не потрібно.

Розглянемо матеріально-значний ряд $X = (x_1,...,x_N)$ довжини N. Нехай L $(1 < L < N)$ — деяке ціле число, зване довжина вікна, і $K = N – L + 1$.

Крок 1: Вкладення.

Будується LxK траєкторна матриця ряду X слідуючим чином:

$$X = [X_1 : ... : X_K] = (x_{ij})_{i,j=1}^{L,K} = \begin{bmatrix} x_1 & ... & x_K \\ ... & ... & ... \\ x_L & ... & x_N \end{bmatrix} \quad (1)$$

де $X_i = (x_i,...,x_{i+L-1})^T$ $(1 \le I \le K)$ — вектора вкладення довжини L. Матриця X є ганкелевою, тобто X має однакові елементи x_{ij} на анти-диагоналях $i+j=const$.

Крок 2: Сингулярне розкладання (SVD).

Проводиться сингулярне розкладання (SVD) траєкторної матриці X. Покладемо $S = XX^T$ і позначимо $\lambda_1,...,\lambda_L$ власні числа S, взяті в незростаюча порядку $(\lambda_1 \ge ... \ge \lambda_L \ge 0)$, і $U_1,...,U_L$ ортонормовану систему власних векторів матриці S, відповідних власним числам.

Покладемо $d=rankX=max\{i: \lambda_i>0\}$ (зауважимо, що в реальності, як правило, $d=L$) і $V_i=X^TU_i / \sqrt{\lambda_i}$ $(i=1,...,d)$. У цих позначеннях сингулярне розкладання траєкторної матриці X може бути записано як $X=X_1+...+X_d$, де матриці $X_i=\sqrt{\lambda_i}\ U_iV_i^T$ мають ранг 1 і називаються елементарними матрицями. Набір ($\sqrt{\lambda_i}\ U_iV_i$) називається i-й власної трійкою (коротко — ET від eigentriple) сингулярного розкладання. Вектори U_i і V_i називаються лівими і правими, відповідно, сингулярними векторами матриці X, числа $\sqrt{\lambda_i}$ — сингулярні числа (вони складають сингулярних спектр X, що і дало назву Singular Spectrum Analysis методу), вектори $\sqrt{\lambda_i}\ V_i= X^TU_i$, за аналогією з аналізом головних векторів, називаються векторами головних компонент.

Крок 3: Угруповання власних трійок.

Безліч всіх індексів $\{1,...,d\}$ розбивається на m непересічних підмножин $I_1,...,I_m$.

Нехай $I = \{i_1,...,i_p\}$. Тоді результуюча матриця X_I, відповідна групі I, визначається як $X_I = X_{i1} + ... + X_{ip}$. Результуючі матриці обчислюються за групами $I = I_1,...,I_m$ і згруповане SVD розкладання матриці X може бути записано як $X=X_{I1}+...+X=X_{Im}$.

Крок 4: Діагональне усереднення.

Кожна матриця X_{I1} згрупованного розкладання ганкелізується (усереднюється по анти-діагоналям) і потім отримана ганкелева матриця трансформується в новий часовий ряд довжини N на основі взаємно-однозначної відповідності між ганкелевими матрицями і тимчасовими рядами. Діагональне усереднення,

застосоване до кожної результуючої матриці X_{Ik}, виробляє відновлені ряди $\widetilde{X}^{(k)} = (\widetilde{x}_1^{(k)},...,\widetilde{x}_N^{(k)})$. Таким чином, вихідний ряд $x_1,...,x_N$ розкладається в суму m відновлених рядів:

$$x_n = \sum_{k=1}^{m} x_n^{(k)} (n = 1,2,...,N). \quad (2)$$

Дане розкладання є головним результатом алгоритму SSA для аналізу часового ряду. Це розкладання має сенс. якщо кожна з його компонент може бути інтерпретованих як або тренд, або коливання (періодики), або шум.

Викладення основного матеріалу дослідження

Як вже зазначалося, в роботі порівнювалися сигнали окремих фракцій з сигналами суміші. Опис сигналів наведено в таблицях.

Таблиця 1

Позначення сигналів

Позначення сигналу	**Опис сигналу**
d_s01	Сигнал окремої фракції розміром 0,01
d_s016	Сигнал окремої фракції розміром 0,016
d_s02	Сигнал окремої фракції розміром 0,02
d_s0315	Сигнал окремої фракції розміром 0,0315
d_s04	Сигнал окремої фракції розміром 0,04
d_sm	Сигнал суміші фракцій

Таблиця 2

Склад суміші

Склад суміші	**Вага, %**
d_s01	1,96
d_s016	11,2
d_s02	78,8
d_s0315	7,4
d_s04	0,64

Для спектрів всіх сигналів обчислена спектральна щільність потужності (СЩП) і побудована її огинаюча. Потім стандартне відхилення огинаючої СЩП окремих фракцій накладено на сигнал суміші. На графіках наведено накладення на проміжку характерних частот [0-60] кГц, яке було отримане за допомогою методу SSA (довжина вікна $L=10$).

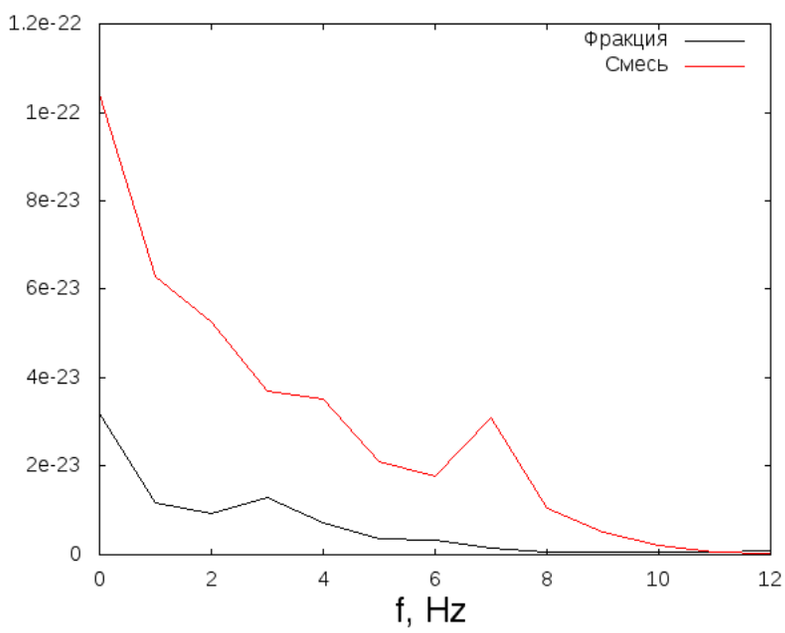


Рис. 1. Стандартне відхилення СЩП суміші і d_s01

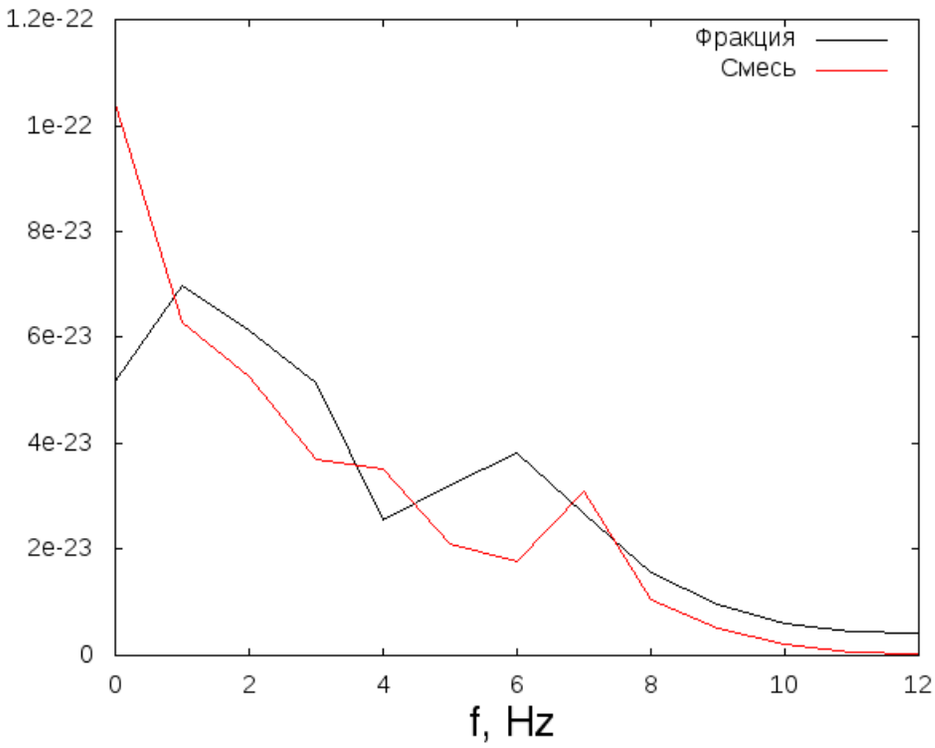


Рис. 2. Стандартне відхилення СЩП суміші і d_s016

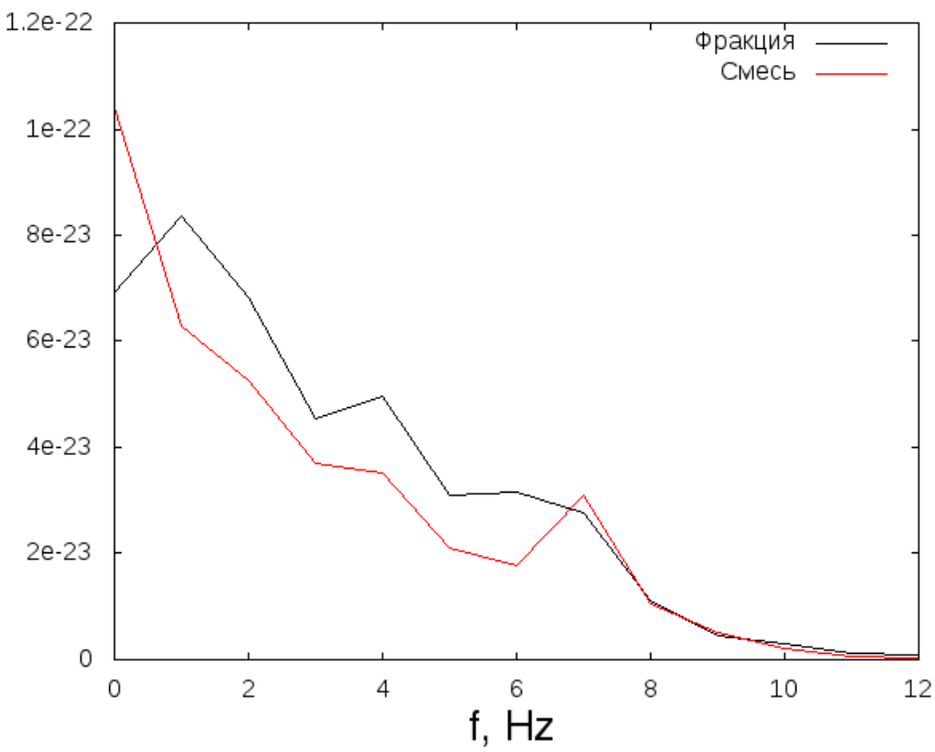


Рис. 3. Стандартне відхилення СЩП суміші і d_s02

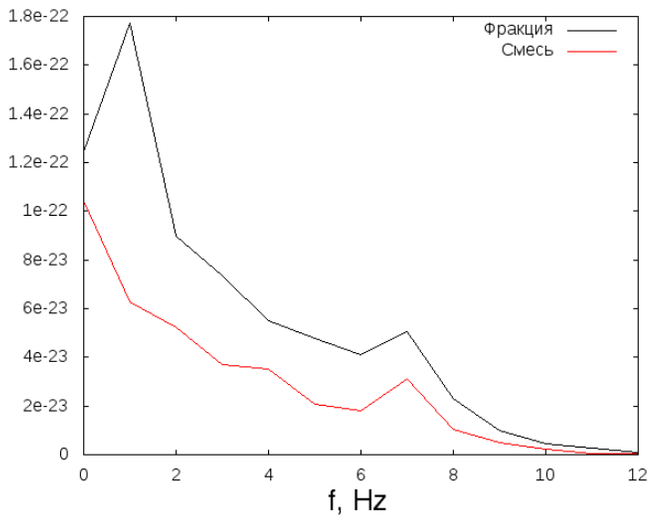


Рис. 4. Стандартне відхилення СЩП суміші і d_s0315

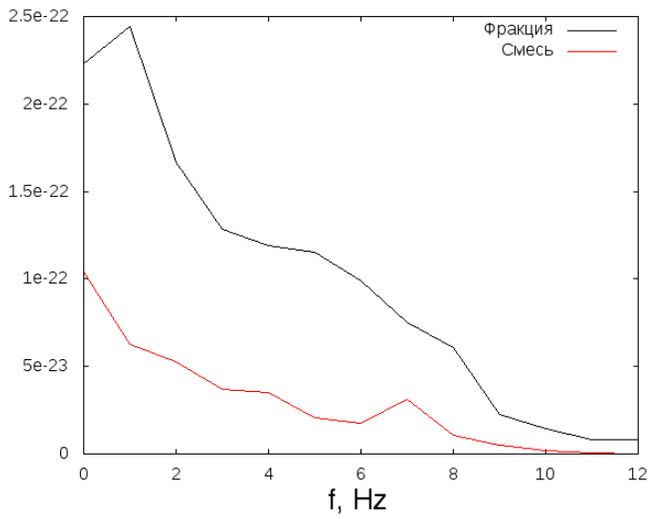


Рис. 5. Стандартне відхилення СЩП суміші і d_s04

Висновки

Якщо проаналізувати графіки, то можна помітити, що структури стандартного відхилення сигналів фракцій і суміші приблизно збігаються (див. рис. 2-3), саме у фракцій з найбільшим відсотком ваги (див. табл. II). Застосування SSA дозволило швидко знайти проміжки з характерними частотами і відокремити їх від шумовий складової, а також взяти до уваги нестаціонарність вихідного сигналу. Найкращий результат виходить при застосуванні SSA з довжиною вікна 10, яким було виділено проміжок частот [0-60] кГц. Отже, використовуючи методи аналізу наведені в статі, можна визначити основні фракції, що входять у суміш, що дозволить поліпшити якість продукту подрібнення.

Список використаної літератури

1. Опис до патенту України на корисну модель UA 53772 U МПК(2009) B02C 25/00. Спосіб безперервного контролю гранулометричного складу матеріалу, що подрібнюється у кульовому млині / А.В. Рябушко, В.І. Пермяков, О.О. Кулаєнко.

2. Носатенко П.Я. Экспериментальное определение акустических нагрузок при пусках РН «Стрела» и расчетное определение режимов экспериментальной отработки выводимых космических аппаратов / П. Я. Носатенко, А. В. Бобров, М. Л. Баранов [и др.] // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – Самара : Самарский государственный аэрокосмический университет, 2010. – № 2. – С. 112-123.

3. Михалев А.И. Оценка возможности замены испытаний космического аппарата на стойкость к акустическим нагрузкам испытаниями широкополосной вибрацией / А.И. Михалев, А.П. Алпатов, А.И. Гуда, Р.А. Сухомлин // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. – Выпуск 3 (110). – Днепр, 2017. – С. 84-96.

4. Голяндина Н.Э. Метод "Гусеница"-SSA: анализ временных рядов: Учебное пособие/ Голяндина Н.Э. - СПб.:Издательство СПбГУ, 2004. - 76с.

УДК 621.434.432

Б.Г. ТИМОШЕВСЬКИЙ, М.Р. ТКАЧ, Д.О. ШАЛАПКО
Національний університет кораблебудування ім. адмірала Макарова

ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДОДАВАННЯ ВОДНЮ НА ЛІНІЇ ВИСОКОГО ТИСКУ ПАЛИВНОЇ АПАРАТУРИ

Розглянуто основні положення математичної моделі процесу абсорбції водню дизельним паливом, при додаванні водню в паливопровід високого тиску. Даний процес обумовлений хвильовими коливаннями в лінії високого тиску.

Ключові слова: водень, абсорбція, водневі добавки, двигун внутрішнього згоряння.

Б.Г. ТИМОШЕВСКИЙ, М.Р. ТКАЧ, Д.О. ШАЛАПКО
Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДОБАВЛЕНИЯ ВОДОРОДА НА ЛИНИИ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ ТОПЛИВНОЙ АППАРАТУРЫ

Рассмотрены основные положения математической модели процесса абсорбции водорода дизельным топливом, при добавлении водорода в топливопровод высокого давления. Данный процесс обусловлен волновыми колебаниями в линии высокого давления.

Ключевые слова: водород, абсорбция, водородные добавки, двигатель внутреннего сгорания.

B.G.TYMOSHEVSKYY, M.R.TKACH, D.O. SHALAPKO
National University of Shipbuilding them. Admiral Makarov

SUMMARY MATHEMATICAL MODEL OF HYDROGEN ADDITION TO LINE HIGH PRESSURE FUEL EQUIPMENT

The main provisions of the mathematical model of the process of absorption of hydrogen diesel fuel, while adding hydrogen in the fuel pressure. This process is due to wave fluctuations in line pressure.

Keywords: hydrogen, absorption, hydrogen supplements the internal combustion engine.

Постановка проблеми:

Розчинення - складний гетерогенний процес. Його швидкість залежить від багатьох факторів, причому, як правило, характер зміни цих факторів у ході самого розчинення підпорядковується складним закономірностям. Сучасний стан теорії розчинення дає можливість уявити собі фізико-хімічну картину багатьох існуючих елементів процесу розчинення.

Процес розчинення є результатом дії Ван-дер-Ваальсових сил взаємного тяжіння між молекулами речовини, що розчиняється і розчинника та залежить від хімічної будови останніх.

Головним джерелом сил зв'язку є електричні заряди молекул. Молекула водню являє собою електричний диполь, тому процес впливу взаємного тяжіння двоякого роду.

1. Електрична взаємодія жорстких диполів, що орієнтуються один до одного протилежними зарядами (орієнтаційний ефект).

2. Вплив жорстких диполів молекул водню на молекули дизельного палива і індукування в них диполів, що грає в принципі меншу роль (індукційний ефект).

Третім джерелом сил Ван-дер-Ваальса може бути взаємне тяжіння електронів квантово-механічного характеру під дією коливання. Воно може з'являтися у молекул, побудованих симетрично і позбавлених дипольного моменту.

При переміщенні молекул газоподібного водню в рідку фазу дизельного палива на поверхні контакту фаз і в безпосередньому наближенні з нею відбуваються такі явища, які можуть мати істотний вплив на кількісний ефект процесу. Пов'язані вони з поверхневими силами. Ці сили, що виникають в шарі рідини біля поверхні товщиною менше радіуса сфери їх дії, втягують молекули всередину. Сили ці викликають напругу на поверхні. Залежить вона як від роду рідини, так і від природи граничного з нею середовища [1].

Проходження молекул між фазами вимагає подолання міжмолекулярних сил і пов'язане з енергетичними змінами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Це питання розглядали Вард і Бруку, користуючись поняттям бар'єру вільної енергії молекули. Ця енергія близько поверхні контакту досягає максимуму. Вест допускає можливість існування на поверхні контакту рідкої фази з газом межфазного бар'єру, побудованого з молекул, і приписує йому великий вплив

на передачі маси. Такий бар'єр утворюють молекули з різним ступенем орієнтації, розташовані по одну сторону контакту. Орієнтовані молекули можуть утворювати шар деякої товщини, який надає опір проходженню через нього молекулам розчиненої речовини, більше ніж невпорядковані молекули в глибині рідини. Бар'єр може пропускати тільки такі молекули розчиненої речовини, кінетична енергія яких більша за середню, або молекули, котрі потрапляють в отвір в упорядкованій системі.

Існує два види абсорбції - фізична і хімічна. Вид абсорбції залежить від хімічного складу речовини, що розчиняється і розчинника, та зовнішніх умов, при яких відбувається абсорбція. У більшості випадків розчинення газу рідиною мають місце обидва види абсорбції, які протікають, як правило, з певними швидкостями реакцій. Наявність двох видів абсорбції показана в роботах І.І. Іоффе, Л.М. Пимена. З подальшим зростанням температури рівновага хімсорбції оборотної екзотермічної реакції зміщується в бік десорбції речовини з поверхні, що зображується правою низхідною гілкою ізобари абсорбції. Ця гілка відповідає істинній рівновазі.

Мета дослідження

Дослідження дифузії водню в нерухому рідину представляє самостійний інтерес, так як теоретичні і експериментальні дослідження, проведені в умовах практично нерухомої рідини, дозволяють отримати багато корисної інформації щодо газо-рідинних реакцій. У той же час відправною точкою для моделей процесу абсорбції рідинами, що перемішуються є випадок з нерухомою рідиною. Розглянемо дифузію водню в нерухому рідину, в якій відсутні конвективні перемішування маси, що сприяють переносу розчиненого газу. Надалі будемо виходити з того, що рідина має вільну поверхню розділу з воднем. Приймемо, що ця поверхня рівна, так як сили поверхневого натягу для мікрооб'єму рідини перевищують сили внутрішнього рідинного тертя, тому можливо вважати, що контактна поверхня рідини фізично однорідна, з постійною геометрією. З огляду на те, що товщина поверхні розділу неспівмірно менше товщини стовпа рідини, можна вважати, що рідина має практично нескінченну глибину, тобто протягом часу, що розглядається, дифузійний процес не призводить до помітних змін концентрації водню в масі рідини [2].

Викладення основного матеріалу дослідження

Загальні положення математичної моделі. Розглянемо абсорбцію водню при змішуванні з дизельним паливом, при якій розчинений газ транспортується від поверхні конвективними потоками рідини. Перемішування дизельного палива може здійснюватися по-різному.

Обстановка в будь-якій реальній змішаній гетерогенній системі досить складна. Концентрації різних компонентів, виміряні через короткі інтервали часу або через ділянки певної довжини, не залишаються постійними. Одночасно протікають процеси молекулярної дифузії, турбулентної масопередачі і хімічної взаємодії. Природа конвективних переміщень газу в рідині вивчена недостатньо, тому спроба строго описати таку систему зустрічається з непереборними труднощами. Щоб робити будь-які прогнози щодо поведінки розглянутих систем, необхідно використовувати спрощені моделі, які в головному відображали б реальну картину досить добре для практичних цілей і одночасно не вимагали б введення великого числа важких до визначення параметрів.

Найбільший інтерес являє модель оновлення поверхні.

У цій моделі розглядається дискретне в часі заміщення елементів рідини біля поверхні, рідиною з глибинних шарів, які мають локальний склад, який відповідає середньому складу основної маси. Поки елемент рідини знаходиться біля поверхні і стикається з газом, абсорбція газу рідиною відбувається при таких же умовах, як якщо б він був нерухомий і мав нескінченну глибину заміщення рідини біля поверхні свіжою речовиною основного складу [4]. В цьому разі заміщення може здійснюватися за допомогою турбулентних пульсацій.

Модель відновлення поверхні, запропонована Хігбі [2], постулює наступні положення: кожен елемент поверхні стикається з газом перед заміною рідиною основного складу протягом одного і того ж проміжку часу $\tau_к$. За цей час елемент рідини абсорбує одиницею своїй поверхні один і той же кількість Q газу, що відповідає умовам нерухомою рідини і нескінченності її глибини. Цю величину можна розглядати і як швидкість абсорбції R, віднесену до одиниці площі і усереднену по поверхні розділу фаз на представницькій ділянці абсорбції, на якій склад маси рідини статично однорідний.

$$Q = \int_0^{\tau} R d\tau = 2(K^* - K^0)\sqrt{\frac{D_c \tau}{\pi}} .$$

Час контакту $\tau_к$ визначається гідродинамічною обстановкою і є єдиним параметром моделі поновлення, необхідним для обліку впливу гідродинаміки на коефіцієнт масовіддачі. Відповідно до вище наведеного рівняння, при розчиненні водню в конвективному потоці рідини отримаємо наступні рівняння для кількості абсорбованого водню Q і швидкості абсорбції R.

$$Q = 2(K^* - K^0)\sqrt{\frac{D_c \tau}{\pi}};$$

$$R = \frac{Q}{\tau} = \int_0^{\tau} Rd\tau = 2(K^* - K^0)\sqrt{\frac{D_c\tau}{\pi}}.$$

Таким чином, виконаний теоретичний аналіз процесів сорбції в гетерогенній двофазній нестаціонарній системі «водень-дизельне паливо» показав, що швидкість абсорбції і кількість абсорбованого дизельним паливом водню в загальному випадку визначається концентрацією водню на поверхні K* і в середовищі дизельного палива K^0, коефіцієнтом дифузії D_c. і часом контакту $\tau_к$, яке і буде визначатися гідродинамічною обстановкою в досліджуваній системі.

Зробимо такі припущення: по-перше, процес розчинення йде безпосередньо в змішувально-акумулюючій камері і в розпилювачі форсунки, і, по-друге, розчинення протікає відповідно до моделі відновлення поверхні, тобто поверхня контакту палива з газом оновлюється з частотою, рівною частоті коливання тиску палива в трубопроводі високого тиску. Ці коливання викликаються в основному посадкою розвантажувального клапана на сідло. Для розрахунку частоти відновлення поверхні визначимо швидкість хвилі, в залежності від тиску у трубопроводі [3].

$$a = \frac{1}{V[\beta + \frac{2}{E}(\frac{r_n^2 + r_\beta^2}{r_n^2 - r_\beta^2}) - \mu_i]\rho};$$

де: β - дійсний коефіцієнт стиснення палива,

E – модуль пружності (модуль Юнга),

$r_{n,}\ r_\beta$ – зовнішній та внутрішній діаметр трубопроводу,

μ_i – коефіцієнт Пуассона,

β - густина палива.

При цьому, знаючи довжину трубопроводу l_t, час проходження однієї хвилі становитиме:

$$\tau = \frac{l_t}{a}.$$

Знаючи частоту обертання колінчастого валу, час τ можна перевести в градусах.

$$\tau^o = 60 \cdot \tau \cdot n.$$

Для розрахунку кількості газу Qц, абсорбованого паливом за період між двома впорскуваннями, цей проміжок часу t розділимо на три етапи. Перший - коливальні рухи в трубопроводі після закінчення уприскування, за цей час відбудеться N коливань і їх амплітуда зменшиться до нуля. Другий t_2 - етап відсутності коливань в трубопроводі і нарешті третій - етап - безпосередньо саме уприскування. Отже, кількість газу q, абсорбованого одиницею поверхні розділу фаз, також буде складатися з трьох доданків q_1, q_2, q_3.

$$q_1 = 2\sqrt{\frac{D_c\tau}{\pi}}\sum_{i=1}^{K}[K^* - K^o - (i-1)\Delta C_n];$$

$$\Delta C_i = \frac{a(K^* - K^o)(\sqrt{i+2} - \sqrt{i+1})}{1 - a(\sqrt{i^3 + i^2 - (i+1)\sqrt{i+2}})};$$

$$a = \frac{2S_\Sigma}{V}\sqrt{\frac{D_c\tau}{\pi}};$$

$$q_2 = 2(K^* - K^o - \sum_{i=1}^{\kappa}\Delta K_i)\sqrt{\frac{D_c\tau_2}{\pi}};$$

$$q_3 = 2(K^{**} - K^o - \sum_{i=1}^{\kappa}\Delta K_i)\sqrt{\frac{D_c\tau_3}{\pi}}.$$

При розрахунку необхідно враховувати, що вся площа S_Σ братиме участь в процесі розчинення тільки в першій його фазі [6]. Це можна пояснити наступним чином: тому що об’єм розвантажувального клапана дорівнює об’єму змішувально-акумулюючої камери, то в момент посадки клапана на сідло під дією тиску газу відбудеться відтік палива з камери повністю. (Цей момент є першим періодом коливального руху палива в трубопроводі. Відбита хвиля прийшовши в камері буде меншого тиску (через гідравлічні втрати), і паливо заповнить камеру в повному обсязі. У момент, коли коливання затухнуть, паливо буде повністю витіснене з камери.

$$Q_ц = Q_{ц1} + Q_{ц2} + Q_{ц3};$$

$$Q_{ц1} = g_1 S_\Sigma \sum_{i=1}^{k} l^{-213r(i-1)};$$

$$Q_{ц2} = g_2 S_\Sigma;$$

$$Q_3 = g_3 S_\Sigma;$$

$$Q_ц = S_\Sigma (g_1 \sum_{i=1}^{k} l^{-213r(i-1)} + g_2 + g_3).$$

Виходячи з даних розрахунків можна отримати такі залежності (рис. 1, рис. 2).

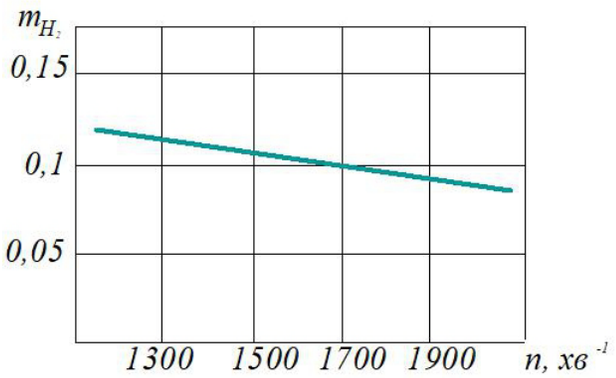


Рис. 1. Розрахункова залежність кількості абсорбованого водню від частоти обертання дизеля

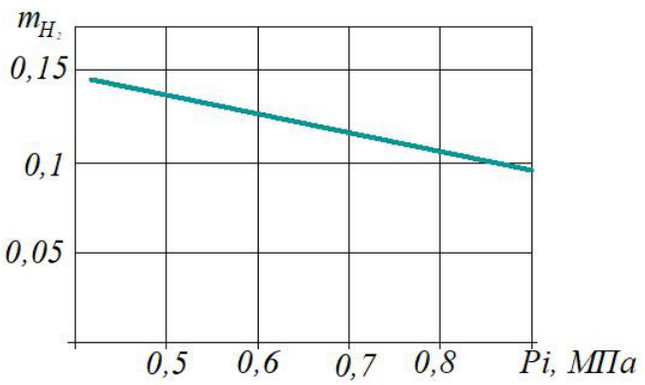


Рис. 2. Розрахункова залежність кількості абсорбованого водню від навантаження дизеля

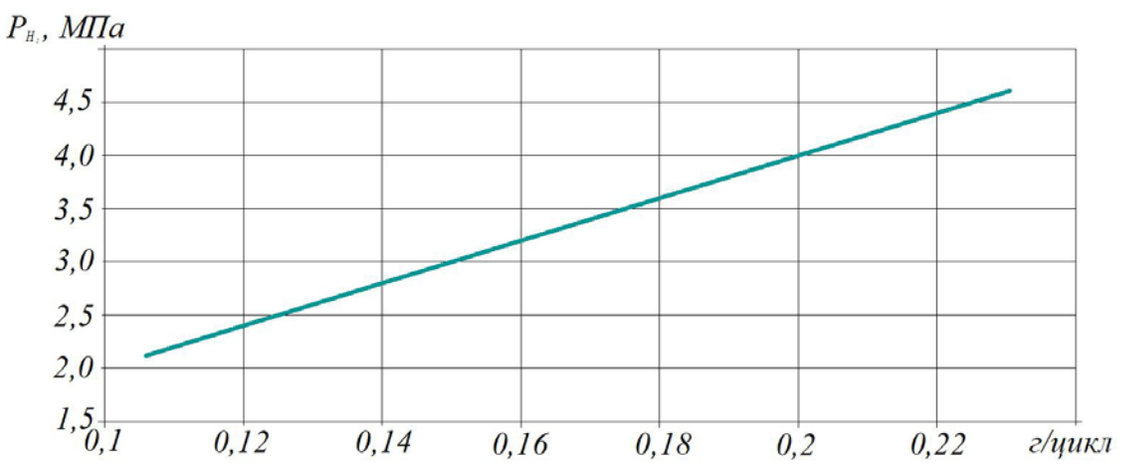


Рис. 3. Розрахункова залежність циклової подачі водню від тиску подачі водню

Висновки

Теоретичне і експериментальне розрахункове дослідження фізичних процесів насичення дизельного палива воднем в умовах роботи паливної апаратури дизеля дозволили прийти до наступних висновків:

1. При насиченні дизельного палива воднем процес протікає головним чином за механізмом фізичної абсорбції, швидкість процесу визначається концентрацією водню K* на поверхні контакту, коефіцієнтом D_c і часом контакту τ.

2. Проведені розрахункові дослідження та запропонована математична модель насичення дизельного палива воднем в умовах роботи паливної апаратури дизеля дозволяють виконувати аналогічне визначення характеристик розчинення з точністю 5-7%.

3. Виявлено кількісний зв'язок між процесом уприскування дизельного палива і характеристиками розчинення водню дизельним паливом. Встановлено, що навантажувальний і швидкісний режим роботи дизеля надають однаковий якісний вплив на процес насичення дизельного палива воднем.

Список використаної літератури

1. Gomes Antunes J.M, Mikalsen R., Roskilly A.P. An experimental study of a direct injection compression ignition hydrogen engine // International Journal of Hydrogen Energy, Volume 34, Issue 15, August 2009, Pages 6516-6522.

2. Вагнер В.А, Пути использования водорода как топлива для дизелей. - В. кн.: Молодые учёный и специалисты Алтая - народному хозяйству. - Барнаул, 1983. - 88 с.

3. Видгорчик Е.М,, Штейн А.Б. Математическое моделирование непрерывных процессов растворения. - М.: Химия, 1971. - 245с.

4. Szwaja S, Grab-Rogalinski K. Hydrogen combustion in a compression ignition diesel engine. Int. J. Hydrogen Energy (2009), doi: 10.1016/2009.03.020.

5. Шкаликова В.П., Патрахальцев Н.Н. Применение нетрадиционных топлив в дизелях: Монография. Изд. 2-е, доп. – М.: Изд-во РУДН, 1993. – 64 с.

6. Патрахальцев Н.Н. Повышение экономических и экологических качеств двигателей внутреннего сгорания на основе применения альтернативных топлив: Учеб. пособие. – М.: РУДН, 2008. – 248 с.

7. Керимов З.Х. Математическое моделирование неустановившихся процессов в двухфазном потоке в системе впрыска топлива дизельного двигателя // Азербайджанское нефтяное хозяйство. - Баку. – 2003. – № 7. – С. 42–47.

8. Керимов З.Х. Математическое моделирование гидродинамических процессов с учетом двухфазной среды в граничных полостях дизельной системы впрыска топлива// Авиационно-космическая техника и технология. – 2004. – № 8(16). – С. 63-69.

9. Патрахальцев Н.Н., Савастенко А.А., Виноградский В.Л. Регулирование начального давления топлива – методы и средства повышения экономичности и эффективности работы дизелей // Автомобильная промышленность. – 2002. – № 3. – С. 8–19. [Patrahalsev N.N. i dr. Regulirovanie nathalnogo davlenija topliva — methody i sredstva economical effectivity // Automobile promyshlennost. — 2002. – N 3. – S. 8–19.]

10. Донквертс П.В. Газо-жидкостные реакции. - М.: Химия, 1973. - 295 с.

УДК 532.3

В.В. УДОВЕНКО, Е.А. СТРЕЛЬНИКОВА
Институт проблем машиностроения А.Н. Подгорного НАН Украины

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЗАКРЫЛКА ГЕРНИ ПРИ ОБТЕКАНИИ НЕСУЩЕГО ПРОФИЛЯ И СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

В работе предложен метод расчета аэродинамических характеристик профилей, основанный на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье-Стокса. Изучено влияние закрылка Герни . Рассматривается стационарное турбулентное двухмерное обтекание исследуемого объекта вязким сжимаемым газом. Проведено сравнение численных результатов с натурными экспериментами в аэродинамической трубе при различных углах атаки с использованием закрылка Герни, которое свидетельствует о достоверности разработанного метода и эффективности работы закрылка Герни для стандартных несущих профилей на малых скоростях.

Ключевые слова: аэродинамические характеристики, нестационарные уравнения Навье-Стокса, осреднение по Рейнольдсу, закрылки Герни

В.В. УДОВЕНКО, О.О. СТРЕЛЬНІКОВА
Інститут проблем машинобудування А.М.Підгірного НАН України

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЗАКРИЛКА ГЕРНІ ПРИ ОБТІКАННІ НЕСУЧИХ ПРОФІЛІВ І ПОРІВНЯННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ З ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИМИ ДАНИМИ

В роботі запропоновано метод розрахунку аеродинамічних характеристик профілів, заснований на усереднених по Рейнольдсу рівняннях Нав'є-Стокса. Вивчено вплив закрилка Герні. Розглядається стаціонарне турбулентний двомірне обтікання досліджуваного об'єкту в'язким стисливим газом. Проведено порівняння чисельних результатів з натурними експериментами в аеродинамічній трубі при різних кутах атаки з використанням закрилка Герні, яке свідчить про достовірність розробленого методу і ефективності роботи закрилка Герні для стандартних несучих профілів на малих швидкостях .

Ключові слова: аеродинамічні характеристики, нестаціонарні рівняння Нав'є-Стокса, осереднення по Рейнольдсу, закрилки Герні

V. UDOVENKO, E. STRELNIKOVA
A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF THE GURNEY FLAP ON THE FLOW OF THE MAIN ROTOR AND COMPARISON OF THE RESULTS OF NUMERICAL SIMULATION WITH EXPERIMENTAL DATA

The method of numerical simulation of the profile aerodynamic characteristics is developed. The method is based on RANS equations. The influence of the Gurney flap was studied. The stationary turbulence 2D flow of the research object by viscid compressible fluid was investigated. The comparison was accomplished of results obtained with pilot experiments in wind tunnel that has been validated the reliability of the proposed method and efficiency of sing the Gurney flap.

Key words: aerodynamic characteristics, Navier - Stockes non-stationary equations, Reynolds average equations, Gurney flap.

Актуальность проблемы

С развитием численного моделирования позволяющего резко сократить стоимость и затраты времени на исследование аэродинамических характеристик стандартных несущих профилей, в инженерной практике прекратился фактический рост аэродинамического качества профилей для всех специфических направлений применения винтокрылой несущей системы. Дальнейшее исследование обтекания несущих систем заключается в применении статичных геометрических образований, таких как предкрылки и закрылки.

Цель исследования

Целью данного исследования является расчет эффективности закрылка Герни при обтекании широко распространенного профиля AV 216. Исследование было проведено с помощью решения задачи высокорейнольдсового трансзвукового обтекания профиля и дальнейшее сравнение полученных

результатов с натурными трубными экспериментами. Решение такой задачи позволит определить целесообразность применения закрылка Герни для увеличения качества профиля, а также позволит убедиться в адекватности ранее созданной математической модели, основанной на осреднённых по Рейнольдсу нестационарных уравнениях Навье-Стокса, описывающих нестационарное обтекание профиля.

Изложение основного материала исследования

Метод решения. Для расчета максимально полных аэродинамических характеристик, то есть при высокорейнольдсовом трансзвуковом обтекании, рассматривается стационарное турбулентное двухмерное обтекание исследуемого объекта вязким сжимаемым газом.

Такое течение может быть описано системой осредненных по Рейнольдсу нестационарных уравнений Навье-Стокса, записанных, в общем случае, в локальной криволинейной вращающейся с постоянной скоростью Ω системе координат

$$\frac{\partial QJ}{\partial t}+\frac{\partial F^j}{\partial \xi^j}=H\,, \qquad (1)$$

где Q – вектор консервативных переменных в декартовой системе координат;

$F^j=F_i\xi_i^j J$ – вектор потоков в криволинейной системе координат;

F_i – вектор потоков в декартовой системе координат;

t– время;

ξ^j – криволинейные координаты;

ξ_i^j – метрические коэффициенты;

J – якобиан преобразования координат.

Численные результаты. Сравнение с экспериментом. Исследования проводились для широко известного симметричного профиля AV 216. Условия численного эксперимента заключались в расчете обтекания при числе Маха 0.1; углах атаки от α=-2° до α=10°; числе Рейнольдса, рассчитанных по формуле Re=8*M*10^6. Закрылок Герни представляет собой перпендикулярные к средней линии профиля наплывы, находящиеся на выходной кромке, обладающие следующими относительными размерами: 5% хорды профиля вниз и 2.5% хорды вверх рис.1

Аэродинамические характеристики профиля AV 216, полученные численными методами и в трубном эксперименте, сравнивались, как по значениям суммарных характеристик коэффициента подъемной силы и качества $C_y(\alpha), C_y(C_x)$, так и по виду распределения давления по нижней и верхней поверхностям профиля $Cp=f(x)$.

Для сравнения результатов численного эксперимента были выбраны трубные эксперименты, проведенные в ходе нашего исследования в аэродинамической трубе ТАД-2, находящейся в ГП «Антонов». На рис. 2 - 5 показано сравнение распределения давления по верхней и нижней поверхности в зависимости от наличия закрылка Герни, полученные численно и экспериментально, при заданных углах атаки. Полученные данные свидетельствуют о влиянии закрылка Герни, выражающееся, в увеличении коэффициента подъемной силы. Однако одно лишь изменение коэффициента подъемной силы не говорит об улучшении качества профиля и его срывных характеристик, поэтому так же были изучены отношения коэффициента подъемной силы к коэффициенту сопротивления (качества профиля) рис.6 – 7. и картина течения вокруг исследуемого профиля, а именно скорости потока. Несмотря на то, что картина обтекания исследуемого профиля вместе с закрылком Герни показывает наличие псевдо нестационарного течения, выражающееся, в отрывах потока от самого закрылка с установившимся периодом, мы наблюдаем неоспоримое увеличение качества профиля. Так же картина скоростного потока вокруг профиля показывает отклонение спутного следа вдоль средней линии профиля в отличие от привычного направления вдоль вектора набегающего потока. Данная особенность непременно приводит к большей срывной устойчивости профиля, что так же является неоспоримым преимуществом, однако требует дальнейшего детального исследования для больших скоростей обтекания.

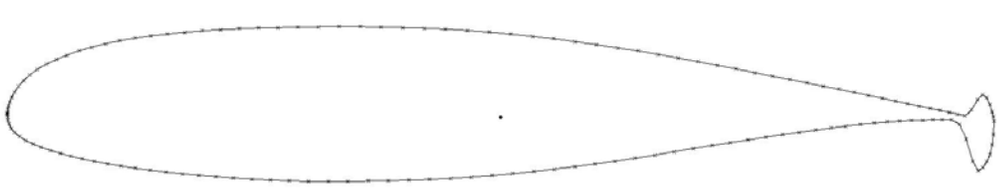


Рис. 1. Демонстрация расчетной схемы профиля AV 216 с закрылком Герни

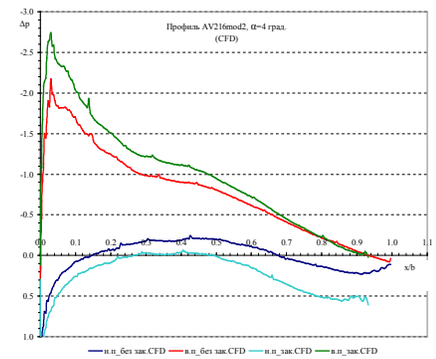


Рис. 2. $Cp = f(x)$ **в зависимости от наличия закрылка для α=4°(численный метод)**

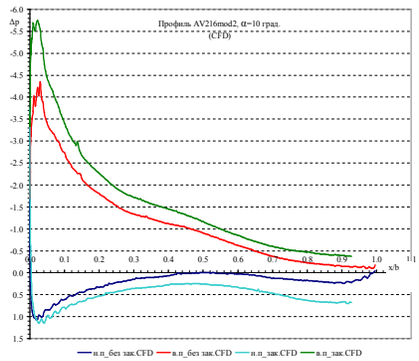


Рис. 3. $Cp = f(x)$ **в зависимости от наличия закрылка для α=10°(численный метод)**

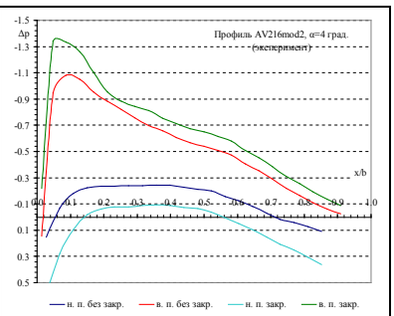


Рис. 4. $Cp = f(x)$ **в зависимости от наличия закрылка для α=4°(эксперимент)**

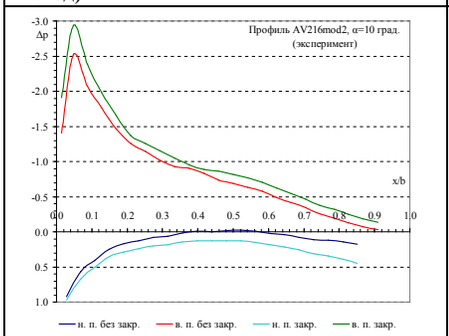


Рис. 5. $Cp = f(x)$ **в зависимости от наличия закрылка для α=10°(эксперимент)**

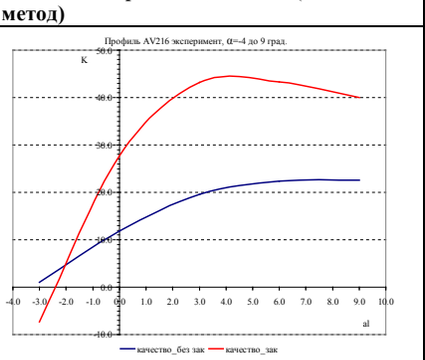


Рис. 6. качество профиля в зависимости от применения закрылка для α=-4-9°(эксперимент)

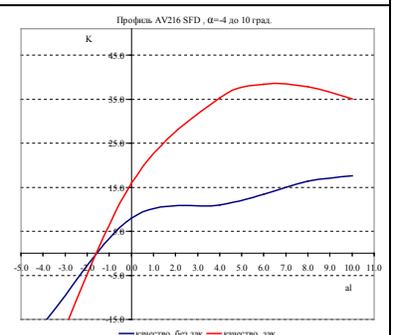


Рис. 7. качество профиля в зависимости от применения закрылка для α=-4-10°(SFD)

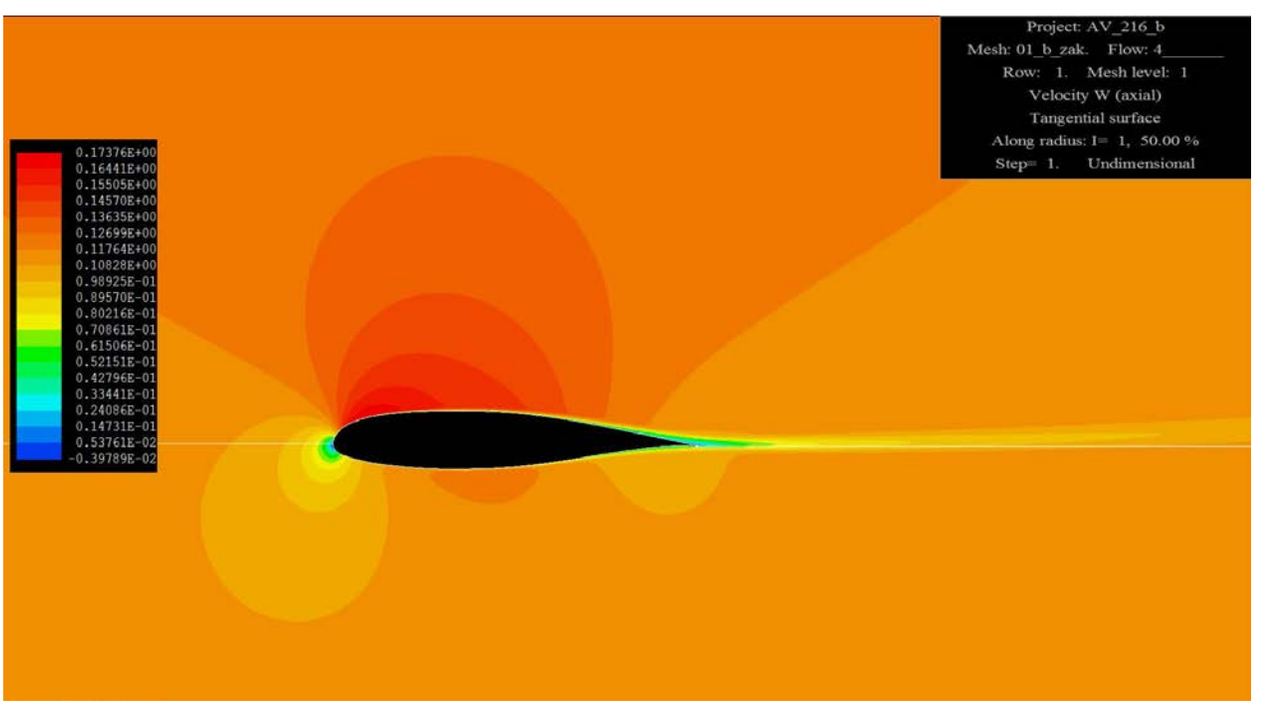


Рис. 8. Демонстрация моментального поля скорости вокруг профиля AV 216 без закрылка Герни и $\alpha = 4^{\circ}$

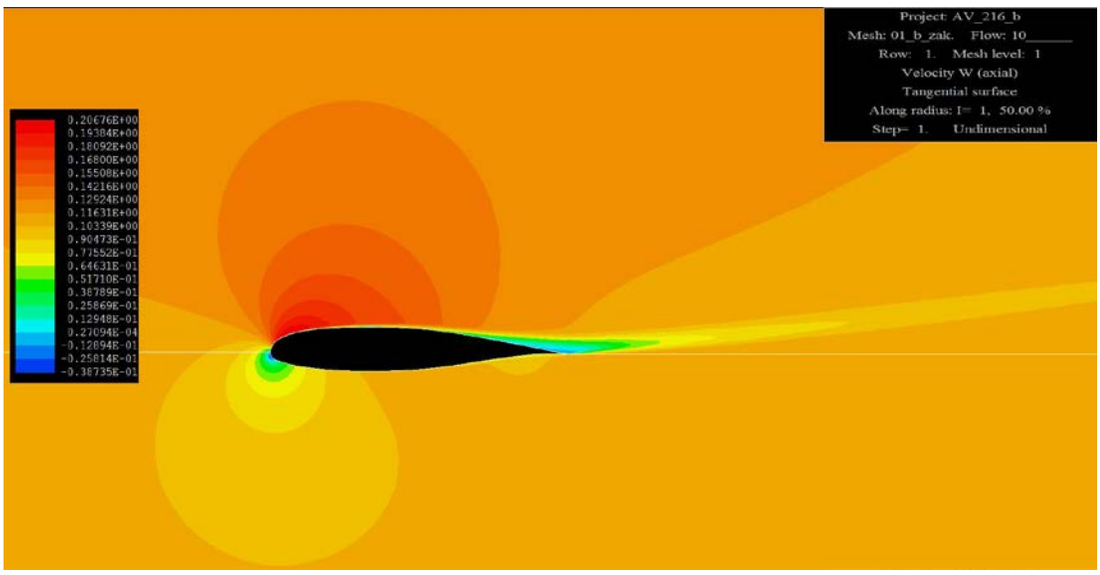


Рис. 9. Демонстрация моментального поля скорости вокруг профиля AV 216 без закрылка Герни и $\alpha = 10^{\circ}$

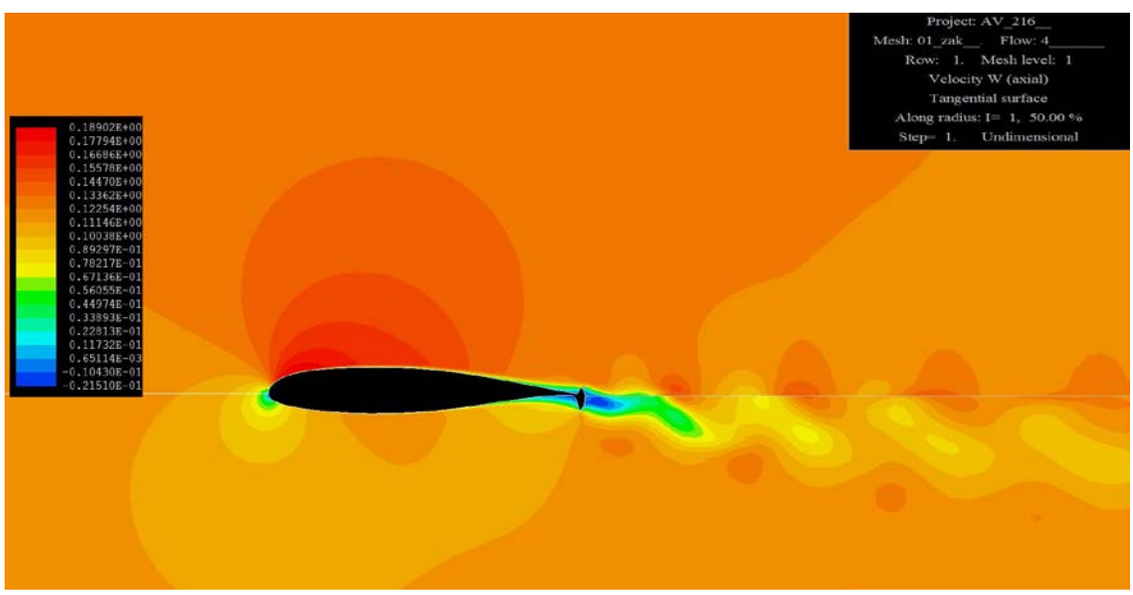


Рис. 10. Демонстрация моментального поля скорости вокруг профиля AV 216 с закрылком Герни и $\alpha = 14^{\circ}$

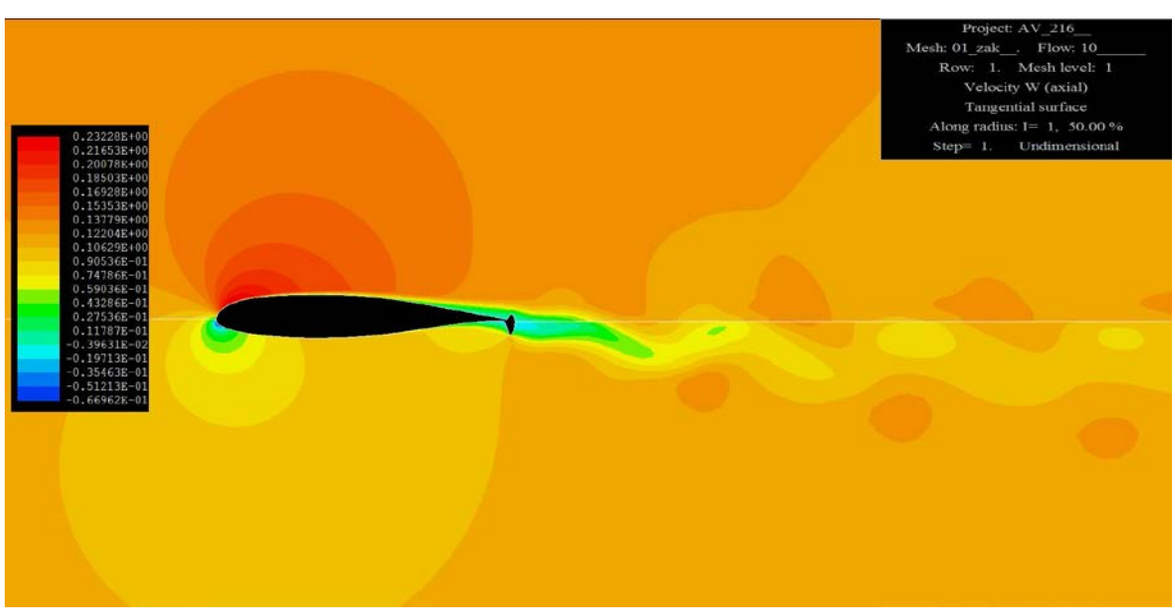


Рис. 11. Демонстрация моментального поля скорости вокруг профиля AV 216 с закрылком Герни и $\alpha = 10^{\circ}$

Выводы

Рассмотрено стационарное турбулентное двухмерное обтекание профиля AV 216 вязким сжимаемым газом. Проведено сравнение численных результатов с натурными экспериментами в аэродинамической трубе при различных углах атаки, которое свидетельствует о эффективности применения закрылка Герни для повышении качества профиля, работающего на невысоких скоростях, а так же о достоверности и эффективности разработанного численного метода, ранее предложенного в [3].

Список используемой литературы

1. Миль М.Л., Некрасов А.В., Браверманн А.С. и др. Вертолеты. Расчет и проектирование.- М.: Машиностроение, 1966.- Кн. 1- 456 с.
2. Harris,C.D.,Two-Dimensional Aerodynamic Characteristics Of The NACA 0012 Airfoil In the Langley 8-Foul Transonic Pressure Tunnel, NASA TM-81927 (1981)
3. Удовенко В.В., Стрельникова Е.А. Сравнение экспериментальных аэродинамических характеристик профилей с результатами численного моделирования для режима трансзвукового обтекания, Вестник ХНТУ. –Херсон: ХНТУ, №58, 2016.

УДК 514.182: 004.15

В.Г. УСЕНКО, Д.Ф. ПОГОРІЛИЙ, І.С. УСЕНКО
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

СТРУКТУРНА НАДІЙНІСТЬ ТРИКІЛЬЦЕВОЇ МЕРЕЖІ З РІЗНОЮ НАДІЙНІСТЮ ЕЛЕМЕНТІВ

Висвітлено результати аналітичного опису ймовірності зв'язності резервованих структур з трьома кільцями, що застосовуються у моделюванні надійності різних складних систем. Рівняння систематизовано в порядку збільшення складності та числа елементів. Установлено особливості будови рівнянь, які дозволяють складати вирази ймовірності зв'язності структур у процесі їх побудови. На прикладах показано утворення формул та їх структурних частин. Використано величину співвідношення значення ненадійності елемента структури мережі та його надійності, що скорочує громіздкість точних виразів ймовірності зв'язності структур мереж й суттєво підвищує компактність рівнянь.

Ключові слова: структурне моделювання, ймовірність зв'язності, надійність системи з різною надійністю елементів.

В.Г. УСЕНКО, Д.Ф. ПОГОРЕЛЫЙ, И.С. УСЕНКО
Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

НАДЕЖНОСТЬ ТРИКОЛЬЦЕВОЙ СТРУКТУРЫ СЕТИ С РАЗНОЙ НАДЕЖНОСТЬЮ ЭЛЕМЕНТОВ

Отражены результаты аналитического описания вероятности связности резервируемых структур с тремя кольцами, которые применяются в моделировании надежности сложных систем. Уравнения систематизировано в порядке увеличения сложности и числа элементов. Установлены особенности строения уравнений, которые позволяют составлять выражения вероятности связности структур в процессе их построения. На примерах показано образование формул и их структурных частей. Использована величина соотношения значения ненадежности элемента структуры сети и его надежности, которая сокращает громоздкость точных выражений вероятности связности структур сетей и существенно повышает компактность уравнений.

Ключевые слова: структурное моделирование, вероятность связности, надежность системы с разной надежностью элементов.

V.G USENKO, D.F. POGORILY, I.S. USENKO
Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University

THE STRUCTURAL RELIABILITY OF THE TRICLE NETWORK WITH DIFFERENT RELIABLE ELEMENTS

The results of the analytical description of the probability of the connection of redundant structures with three rings, used in modeling the reliability of various complex systems, are described. The equation is systematized in order of increasing the complexity and number of elements. The peculiarities of the structure of equations are established, which allow us to conveniently formulate expressions of the probability of the connectivity of structures in the process of their construction. The examples show the formation of formulas and their structural parts. The value of the relationship between the unreliability of the element of the network structure and its reliability is used, which reduces the cumbersomeness of the exact expressions of the probability of the network structure's connectivity and greatly increases the compactness of the equations.

Keywords: structural modeling, connectivity probability, the reliability of a system with different reliability of elements.

Постановка проблеми

З розвитком сучасних технологій широко застосовуються різні технічні системи у всіх галузях виробництва. Рівень якісних властивостей складових частин технічних систем постійно підвищується. Однак проблема їх надійності сьогодні зостається однією з найбільш важливих. У процесі проектування та оновлення різних комунікацій в містобудуванні, водопровідних, теплових, газових мереж та інших інженерних мереж знаходження ймовірності зв'язності є актуальним питанням [1].

Складність та комплексність проблеми надійності технічних систем визначає необхідність спільної взаємодії різних наукових напрямів для успішного її вирішення. Результати проведених досліджень вказують на те [2], що окремі розрізнені засоби, методи, моделі, алгоритми не дають можливості суттєво підвищити рівень надійності технічних систем.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Наукові джерела висвітлюють методи обчислення надійності структур різних систем з ділянками, що мають рівні значення надійності [3]. У роботах [1, 3] обґрунтовано, що властивості надійності та економічності діючих технічних систем є протилежними. Підвищення рівня надійності складних систем потребує додаткових вкладень коштів і цим зменшується відповідно їх економічність.

У [7] показано основні причини недостатнього опрацювання задач надійності резервованих інженерних мереж. Запропоновано поняття інтервалу та границь ефективного підвищення рівня надійності структури резервованої інженерної мережі. У роботі [8] розроблено модель ймовірності безвідмовної роботи технічної системи. У публікаціях [5–6] опрацьовано спосіб раціонального нормування надійності в системах з паралельними та паралельно-послідовними структурами.

Мета дослідження

Існує необхідність точного визначення надійності структур систем з різною надійністю елементів. Тому є актуальним виведення формул ймовірності зв’язності трикільцевих структур мереж з ділянками, що мають різну надійність. На етапах проектування та реконструкції складних резервованих систем ця модель буде корисною для прийняття оптимальних рішень.

Викладення основного матеріалу дослідження

Форма мережі суттєво впливає на її структурну надійність. Важливою є зв’язність структури, яка є топологічною властивістю мережі як складної системи. У визначенні структурної надійності використовується поняття працездатного стану, в якому усі вузли структури з’єднані між собою [3]. Складним мережевим системам властивий структурний резерв (надлишковість), який утворюється замкненими зв’язками між їх складовими частинами у формі циклів (кілець). Порушення працездатності мережевої системи відбувається внаслідок втрати зв’язку з одним із вузлів структури.

Розглянемо моделювання надійності структури з трьома кільцями. Вважатимемо, що ділянки мають різну надійність: $r_1^d \neq r_2^d \neq ... \neq r_n^d$, надійність вузлів вважатимемо абсолютною $r_1^v = r_2^v = ... = r_n^v = 1$. Змінні величини надійності елементів утворюють багатовид як геометричну модель у просторі станів об’єкта дослідження. Аналітичний опис цього багатовиду представляється функцією структурної надійності кожної окремої структури системи.

Поєднаємо чотири ділянки так, щоб структура системи була замкненою. Структури систем з паралельно поєднаних елементів мають структурний резерв та високу надійність. Зі збільшенням числа ділянок у цьому з’єднанні нелінійно збільшується рівень структурної надійності системи. У замкненої в цикл структури ділянки мають спільні кінці. Утворюється структурний резерв системи, коли вузли поєднані чотирма зв'язками. Рівняння надійності для резервованої структури із чотирьох ділянок різної надійності $\boldsymbol{r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq r_4}$, у формі паралельного з'єднання двох вузлів $\boldsymbol{v_1}$ та $\boldsymbol{v_2}$ має вигляд [2]

$$R = 1 - \prod_{i=1}^{4} (1 - r_i), \qquad i = 1,2,\ldots,4, \tag{1}$$

а для n паралельних зв’язків

$$R = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - r_i), \qquad i = 1,2,\ldots,n. \tag{2}$$

На рис. 1 показано множину неповторних станів найпростішої резервованої структури із чотирьох ділянок та двох вузлів. Штрихові лінії позначають втрату зв’язків, що мають надійність r_i , i=1, 2, 3, 4 між вузлами.

Рівняння ймовірності з’вязності структури S^4 із чотирьох паралельних ділянок має вигляд:

$$R = -\prod_{i=1}^{4} r_i + \prod_{i=1}^{3} r_i + r_1 \prod_{i=3}^{4} r_i + r_4 \left(\prod_{i=1}^{2} r_i + \prod_{i=2}^{3} r_i \right) - r_1 \sum_{i=2}^{4} r_i - r_2 (r_3 + r_4) - r_3 r_4 + \sum_{i=1}^{4} r_i \tag{3}$$

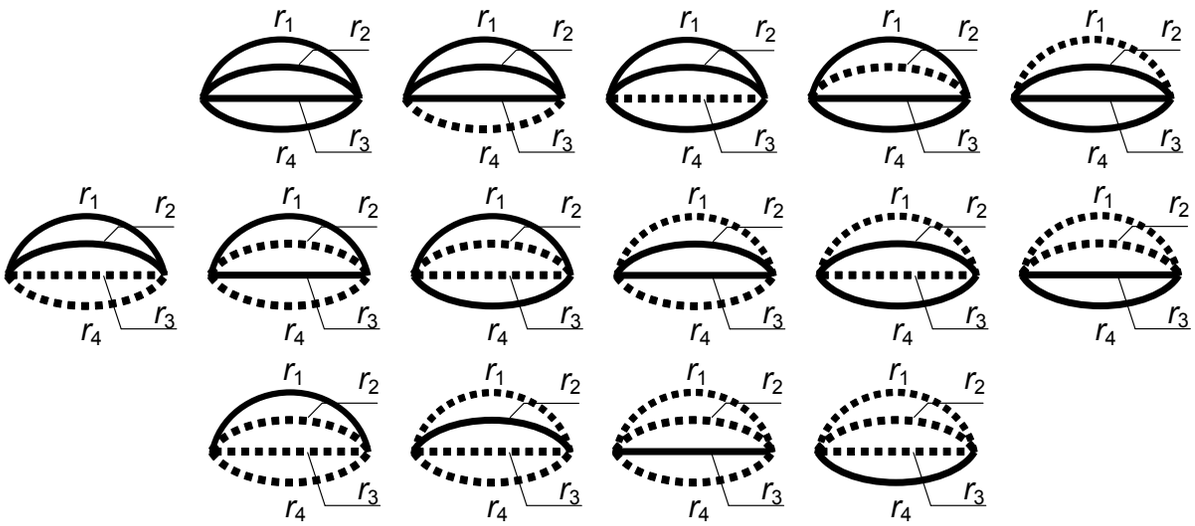


Рис. 1. П'ятнадцять різних працездатних станів резервованої структури S^4 із 4-х ділянок r_1,r_2,r_3,r_4

Позначимо ймовірні відмови ділянок структури порядковими номерами ряду натуральних чисел. Використаємо алгоритм побудови множини станів структури мережі [4]. Рівняння ймовірності зв'язності структури представляється:

$$R = M \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^{4} e_i + (e_1 + e_2)(e_3 + e_4) + e_1 e_2 (1 + e_3 + e_4) + e_3 e_4 (1 + e_1 + e_2) \right), \qquad (4)$$

де r_i – надійність ділянки структури, $e_i = \dfrac{1 - r_i}{r_i}$ – відношення значень ненадійності та надійності елементів,

$M = \prod_{i=1}^{4} r_i$ – добуток надійності ділянок структури.

Збільшимо складність структури S^p та додамо до неї одну ділянку, що має надійністю $\boldsymbol{r_5}$ в цикл $\boldsymbol{C^1}$ та новий вузол $C_1^2 \bigcup d_3 = C_1^3$. Зі збільшенням числа ділянок та вузлів у структурі $S^4 \to S^5$ з трьома циклами $C_1^i, i = 1, 2, 3$ змінюється її рівняння ймовірності зв'язності:

$$R = M \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^{4} e_i + (e_1 + e_2)(e_3 + e_4) + e_1 e_2 (1 + e_3 + e_4) + e_3 e_4 (1 + e_1 + e_2) \right) + F, \qquad (5)$$

де F – адитивна складова частина нового рівняння, що утворюється після додавання нової ділянки d_3 та вузла v_3 : $F = e_5 \cdot \left(e_4 + (1 + e_4) \left(\sum_{i=1}^{3} e_i + e_2 e_3 + e_1 (e_2 + e_3) \right) \right)$.

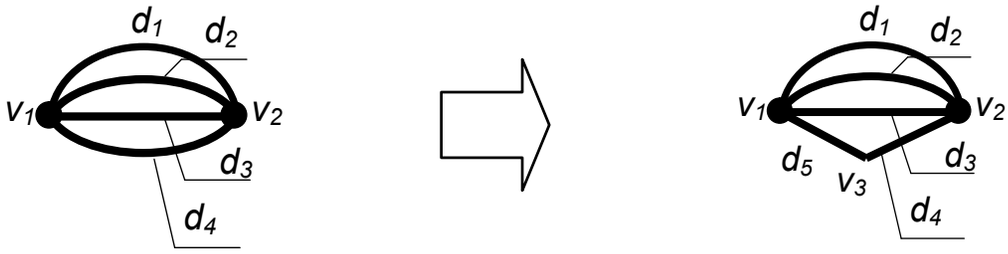


Рис. 2. Уведення до елементарної резервованої структури S^4 із 4-х ділянок нового вузла v_3 та нової ділянки d_5

Загальне рівняння ймовірності зв'язності для резервованих структур, що мають три цикли $S \subset C_i^p$, $i = 1, 2, 3$ з $\boldsymbol{n}$ ділянок має вигляд:

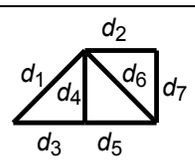
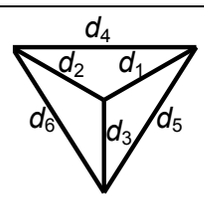
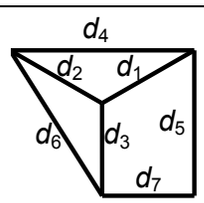
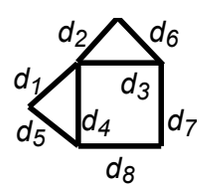
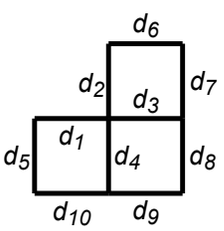
$$R=M\cdot\left(1+\sum_{i=1}^{n}e_i+F\right), \tag{6}$$

де $e_i=\frac{1-r_i}{r_i}$, $M=\prod_{i=1}^{n}r_i$, F – адитивна складова з табл. 1, r_i – значення надійності i-ої ділянки структури S^p, n – число ділянок в структурі, j – число ділянок у першому циклі C_1^l, v – число циклів, l – число ділянок у i-ому циклі.

До табл. 1 занесені різні графічні моделі структур з трьома циклами C^p та з числом ділянок n<10 та відповідні їм адитивні вирази F, що утворюються з додаванням до структури нових вузлів та ділянок.

Таблиця 1

Формули ймовірності зв'язності структур мереж з трьома кільцями

	$F=(e_4+e_5+e_4e_5)\left(\sum_{i=1}^{3}e_i+e_6+e_7\right)+e_4e_5+e_3(e_1+e_6+e_7)+(e_1+e_2(1+e_5)+e_3e_4)(e_6+e_7)+$ $+e_2(e_3(e_5+e_6+e_7)+e_4(e_6+e_7))+e_1(e_5(e_3+e_6+e_7)+(e_3+e_4)(e_6+e_7))+e_2e_3$
	$F=\left(e_5e_6+e_4((e_3(e_2+e_5)+e_5e_6)+e_3(e_4(1+e_6)+e_5+e_6)+\right.$ $\left.+e_2\cdot\left(\sum_{i=3}^{6}e_i+e_5(e_4+e_6)+e_3(e_5+e_6)\right)+e_1\cdot\left(\sum_{i=2}^{6}e_i+e_2\sum_{i=4}^{6}e_i+e_3(e_4+e_5)+e_6\cdot\left(\sum_{i=3}^{5}e_i\right)\right)\right.$
	$F=e_5e_6+e_4((e_3(e_2+e_5)+e_5e_6)+e_3(e_4(1+e_6)+e_5+e_6)+e_2\cdot\left(\sum_{i=3}^{6}e_i+e_5(e_4+e_6)+e_3(e_5+e_6)\right)+$ $+e_1\cdot\left(\sum_{i=2}^{6}e_i+e_2\sum_{i=4}^{6}e_i+e_3(e_4+e_5)+e_6\left(\sum_{i=3}^{5}e_i\right)\right)+e_7((e_1+e_4)(e_3+e_6)+(1+e_2)(e_1+e_3+e_4+e_6))$
	$F=e_1(e_2+e_6)+e_5(1+e_2)+e_6(1+e_5))(e_7+e_8)+e_5e_6+(e_4+e_4)\sum_{i=5}^{8}e_i+$ $+(e_2(1+e_4)+e_4e_6)\sum_{i=5}^{8}e_i+e_3(e_4+e_5)\sum_{i=6}^{8}e_i+e_3e_4(1+e_5)+e_2(e_4+e_3(1+e_4+e_5))+$ $+e_1(\sum_{i=6}^{8}e_i(1+e_3)+e_4(1+e_6)+e_3(1+e_4)+e_2(1+e_3+e_4))$
	$F=e_{10}\cdot\left(\sum_{i=2}^{4}e_i+\sum_{i=6}^{9}e_i\right)+e_7\cdot\left(e_1+\sum_{i=3}^{5}e_i+e_8+e_9\right)+e_6(e_{10}(e_9+e_8)+e_1+e_3+e_4)+$ $+(e_9+e_8)(e_7e_{10}+\sum_{i=1}^{6}e_1+e_5(\sum_{i=2}^{4}e_i+e_6)+(e_6+e_7)\left(e_5(e_8+e_9)+e_4\cdot\left(e_5+\sum_{i=8}^{10}e_i\right)\right)+$ $+e_3(\left(\sum_{i=6}^{9}e_i(e_4+e_5+e_{10})+e_4(1+e_5+e_{10})\right)+e_2((e_5+e_{10})(e_8+e_9)+(e_3+e_4)(1+e_5+e_{10})+$ $+e_4(e_3+e_9+e_8))+e_1((e_6+e_7)(e_4+e_8+e_9)+e_4+(e_2+e_3)(1+e_4+e_8+e_9)+e_3(e_2+e_6+e_7))$

Висновки

Змінні параметри надійності елементів утворюють багатовид як геометричну модель у просторі станів об’єкта дослідження. Отримано вирази ймовірності зв’язності структури мережі як функції багатьох змінних для структур, що мають три цикли. Вони можуть використовуватись для моделювання структурної надійності інженерних мереж. Визначено можливості зміни розмірності структури системи та функції структурної надійності.

Список використаної літератури

1. Райншке К. Оценка надежности систем с использованием графов / К. Райншке, И.А. Ушаков. – М.: Радио и связь, 1988. – 209 с.
2. Надежность технических систем: Справочник / Под ред. И.А. Ушакова – М.: Радио и связь, 1985. – 606 с.
3. Новохатній В.Г. Порівняльний аналіз надійності і топології структур водопровідних мереж / В.Г. Новохатній, І.С. Усенко // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ ім. Юрія Кондратюка, 2002. – Вип. 10. – С. 50-55.
4. Усенко В.Г. Алгоритм побудови множини станів структури комунікаційної мережі зв'язками / В.Г.Усенко // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2010. – Вип. 85. – С. 216-220.
5. Усенко В.Г. Метод раціонального розподілу надійності між елементами системи з паралельними зв'язками / В.Г.Усенко // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 89. – С. 358-363.
6. Усенко В.Г. Раціональне нормування надійності елементів в системах з паралельно-послідовними структурами / В.Г.Усенко // Містобудування та територіальне планування. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 46. – С. 578-582.
7. Усенко В.Г. Границы эффективности повышения структурной надежности в резервируемых инженерных сетях / В.Г. Усенко, И.С. Усенко // Сборник научных трудов SWorld. – Иваново: МАРКОВА АД, 2013. Вып. 4. – Том 13. – С. 78-83.
8. Усенко В.Г. Модель ймовірності безвідмовної роботи технічної системи з рівними значеннями надійності її елементів / В.Г.Усенко // Геометричне та комп’ютерне моделювання: зб. наук. пр. / – Харків: ХДУХТ, 2011 – Вип. 29. – С. 57-62.

УДК 621.372.5

Л.С. ФОНАР
Одеський національний політехнічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНОГО КОЕФІЦІЄНТА ПЕРЕДАЧІ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ ЧЕБИШОВА

Досліджено роботу фільтрів Чебишова третього порядку як фільтрів з високою вибірковістю в динамічному режимі без використання аналогових прототипів. Визначені частотно-часові характеристики цифрових фільтрів Чебишова, які необхідні для аналізу динамічних режимів їх роботи та визначення їх динамічних похибок. Змодельований двомірний динамічний коефіцієнт передачі та проведено аналіз графіків.

Ключові слова: цифрові фільтри, динамічний коефіцієнт передачі, часові характеристики.

Л.С. ФОНАРЬ
Одесский национальный политехнический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕДАЧИ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ ЧЕБЫШЕВА

Исследована работа фильтров Чебишева третьего порядка как фильтров с высокой избирательностью в динамическом режиме без использования аналоговых прототипов. Определены частотно-временные характеристики цифровых фильтров Чебышева для анализа динамических режимов их роботы и определения динамических погрешностей. Смоделирован двумерный динамический коэффициент передачи и проведен анализ графиков.

Ключевые слова: цифровые фильтры, динамический коэффициент передачи, временные характеристики.

L.S. FONAR
Odessa National Polytechnic University

MODELING OF THE DYNAMIC TRANSMISSION COEFFICIENT OF DIGITAL CHEBYSHEV FILTERS

The work of third-order Chebishev filters as a filter with high selectivity in a dynamic mode without the use of analog prototypes is investigated. Chebyshev's frequency-time characteristics for the analysis of dynamic modes of their operation and determination of dynamic errors are determined. A two-dimensional dynamic transmission coefficient is simulated and a graph analysis is performed.

Keywords: digital filters, dynamic transmission coefficient, time characteristics

Постановка проблеми

Цифрова фільтрація є найважливішою областю цифрової обробки сигналів. В першу чергу, цифрові фільтри відрізняються високою якістю формування частотної характеристики, стабільністю параметрів, простотою зміни параметрів амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) і можливістю адаптації параметрів фільтру. Якнайповніше ці переваги використовуються в таких областях, як зменшення різного роду шумів і перешкод, розпізнавання мови та ін..

У будь-якій лінійній системі з обмеженою смугою пропускання виникають динамічні похибки, що веде до зменшення завадостійкості прийому сигналів і, в першу чергу, сигналів зі стрибкоподібно змінними параметрами. Визначення сигналів на виході ланцюга з тією чи іншою динамічною характеристикою отримало широкий розвиток в радіотехніці, розроблено безліч методів вирішення цих завдань, наприклад, запропоновано загальний метод аналізу динаміки лінійних кіл та проаналізовані стрибки амплітуди і частоти при амплітудній та кутовій маніпуляціях.

Боротьба з динамічними похибками досі є актуальним, але складним завданням. Вирішення цього завдання пов'язане із зменшенням тривалості перехідних процесів, тобто з ослабленням або навіть усуненням вільної складової відгуку

Для сучасних радіотехнічних систем і пристроїв, які працюють у реальному масштабі часу при параметрах вхідних сигналів, що постійно змінюються, особливо важливим завданням є розробка методів і засобів аналізу нестаціонарних процесів. При сучасному рівні розвитку техніки необхідне дотримання підвищених вимог до швидкодії та ефективності проведених вимірювань при змінах параметрів сигналів і кіл. Нестаціонарність проявляється практично при

всіх змінах параметрів кіл і сигналів. Таким чином, в електричних фільтрах при подачі на вхід сигналу перехідний процес повинен закінчитися в момент t_0, в той час, як при одиничному стрибку амплітуди на вході фільтра $1(t)$ тривалість перехідного процесу t_y визначається постійною часу кола $\tau_к = 1/\alpha$ і становить $3t_c$ або 4,6 t_c залежно від загасання вільної складової α.

Динамічні режими обмежують швидкодію систем і можуть стати причиною динамічних спотворень при обробці сигналів по мірі їх надходження (у реальному часі). Тому необхідно проводити аналіз динамічних процесів у радіотехнічних колах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

При цифровій обробці використовується представлення сигналів у вигляді послідовностей чисел або символів. Мета такої обробки може полягати в оцінці характерних параметрів сигналу або в перетворенні сигналу у форму, яка в деякому розумінні зручніша. Формули класичного чисельного аналізу широко використовуються у методах цифрової обробки сигналів. Наявність швидкодіючих цифрових ЕОМ сприяла розвитку все більш складних і раціональних алгоритмів обробки сигналів; останні ж успіхи в технології інтегральних схем обіцяють високу економічність побудови дуже складних систем цифрової обробки сигналів [1-2].

На практиці як для аналогових, так і для цифрових фільтрів існують свої проблеми. Для перших – це проблеми стабільності і точності елементів; другі мають абсолютно точні елементи, але значення величин в цих фільтрах може бути тільки квантованими, і кожне складання і множення може стати джерелом помилок округлення, тобто шуму [3]

Проведений огляд показав, що, незважаючи на важливість відомих напрямків аналізу нестаціонарних сигналів і корекції динамічних спотворень, на сьогоднішній день не отримали належного розвитку методи оцінки частотно-часових характеристик цифрових фільтрів за допомогою метода динамічного коефіцієнта передачі (ДКП) [4-6]. При синтезі по аналоговому прототипу методом інваріантної імпульсної характеристики виникає ряд недоліків: неможливість отримати нескінченно малу смугу пропускання, виникнення ефекту накладення спектрів на краях діапазону за рахунок дискретизації та інші. У роботі застосовано метод z-перетворення частотних характеристик [7], який дозволяє виключити зазначені недоліки.

Мета дослідження

Метою роботи є розвиток моделей і методів аналізу частотно-часових характеристик цифрових фільтрів без аналогових прототипів для підвищення ефективності цифрової обробки сигналів.

Для досягнення поставленої мети вирішуються такі задачі:

1. Розвиток загального підходу до синтезу цифрових фільтрів без аналогових прототипів.
2. Побудова частотно-часових характеристик високовибіркових цифрових фільтрів.
3. Дослідження роботи цифрових фільтрів у динамічному стані.

Викладення основного матеріалу дослідження

Проведено аналіз роботи фільтрів Чебишова третього порядку як фільтрів з високою вибірковістю в динамічному режимі без використання аналогових прототипів. Фільтр Чебишова третього порядку описується операторним коефіцієнтом передачі

$$K_3(p)=1/(4p^3+2.4p^2+3.7p+1). \quad (1)$$

У цих виразах в якості коефіцієнта p використовується нормована частота $p=j\omega/\omega_c$.

Графік амплітудно-частотної характеристики фільтру, що розрахована у відповідності до формули (1), показаний на рис. 1.

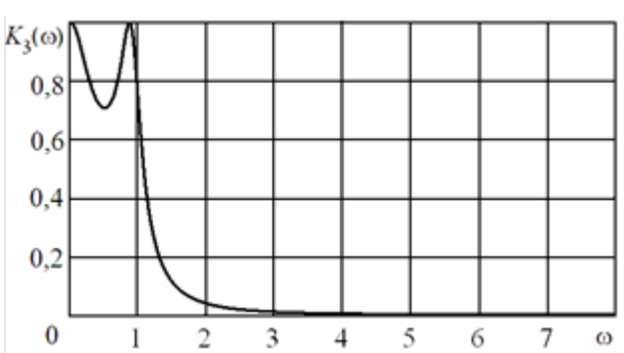


Рис. 1. АЧХ фільтру Чебишова третього порядку

Як показує моделювання, навіть на частоті $\omega = 8\omega_c$ характеристика має залишкове значення: K_3= 0,0004944. Для цифрових фільтрів з аналоговими прототипами хвіст характеристики відсікається, тобто

діапазон обмежують частотою $\omega_m = \frac{1}{2}\omega_T$, де $\omega_T = \frac{2\pi}{T}$ – частота Найквіста, T – період дискретизації, що призводить до похибок подальших розрахунків. Щоб уникнути накладення спектрів, пропонується використовувати z-перетворення [8]. Для цього спочатку денормуємо коефіцієнти передачі $K_3(p)$ та отримаємо вираз:

$$K_3(p)=\omega_c/(4p^3+2.4p^2\omega_c+3.7p\omega_c{}^2+\omega_c{}^3), \quad (2)$$

де ω_c – частота зрізу фільтра.

Для переходу до z-перетворення зробимо заміну у формулі (2) $p=(2(1-z^{-1}))/(T(1+z^{-1}))$, де T – період дискретизації.

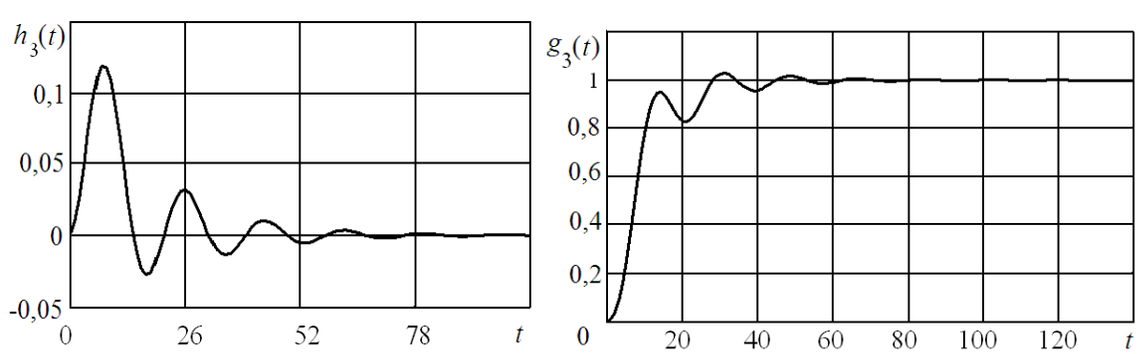
У результаті визначено вираз для дискретного фільтру Чебишова третього порядку:

$$K_3(z)=\frac{1+3\cdot z^{-1}+3\cdot z^{-2}+z^{-3}}{4\cdot R^3+2.4\cdot R^2+3.7R+1-(12\cdot R^3+2.4\cdot R^2-3.7\cdot R-3)\cdot z^{-1}+(12\cdot R^3-2.4\cdot R^2-3.7R+3)\cdot z^{-2}-(4\cdot R^3-2.4\cdot R^2+3.7\cdot R-1)\cdot z^{-3}}.$$

У розрахунках використовується коефіцієнт $R=(\omega T)/(\pi\omega_c)$, який пов'язує тактову частоту ω_T з частотою зрізу фільтра через кількість вибірок частотної характеристики N, а через r - кількість вибірок в межах смуги пропускання, тоді $R=N/(\pi r)$. Щоб перейти від z-перетворення до частотної площини, проведемо заміну $z = e^{j\omega T}$. За допомогою оберненого дискретного перетворення Фур'є (ОДПФ) по частотним характеристикам фільтрів були обчислені їх часові характеристики – імпульсна $h(t)$ (рис. 2, а) і перехідна $g(t)$ (рис.2, б). Перехідна характеристика розрахована за формулою $g_k = \sum_{k=0}^{k} h_k$.

Пряме і оберненого ДПФ розраховуються за допомогою матриць ДПФ і ОДПФ [4]. У першому випадку визначається стаціонарна частотна характеристика $K(jn\Omega)$, а в другому – імпульсна характеристика фільтра $h(t)$. Для аналізу роботи фільтра в динамічному режимі необхідно провести усічення матриці прямого ДПФ, тобто залишити останню вибірку імпульсної характеристики h_k на рівні 0, 0.01, 0.001 і т.д.

В динамічному режимі для аналізу відгуку фільтра на сигнал з частотою $n\Omega$ проводиться порядкове обчислення n-ого рядка, а для визначення амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) в динамічному режимі – усічення, починаючи з k-ого стовпця.



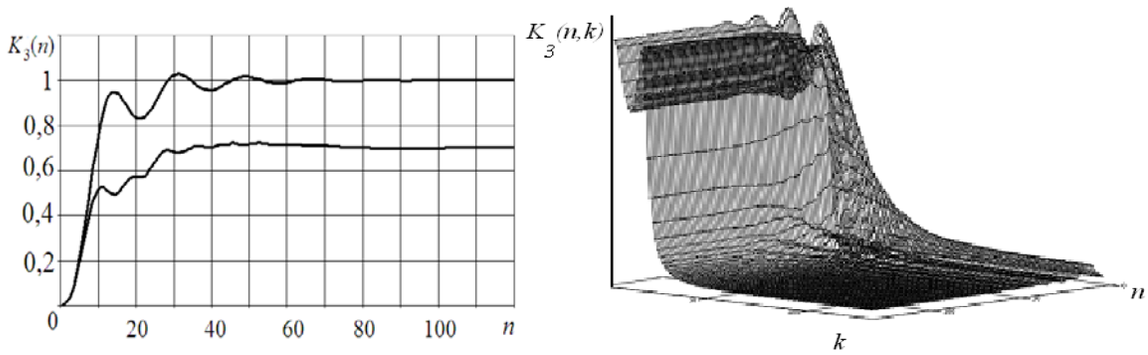
а) б)

Рис. 2. Імпульсна (а) та перехідна (б) характеристики фільтру Чебишова третього порядку

Для аналізу роботи фільтра у динамічному режимі розглянемо графіки обвідної фільтру (рис.3,а), та динамічного коефіцієнту передачі (рис.3,б), який описується виразом:

$$K(jn\Omega,kT)=\sum_{k=0}^{kT} h_k e^{-\frac{j2\pi nk}{N}}, \quad (3)$$

де $\Omega = \frac{2\pi}{T_c}$, T_c – час існування сигналу, h_k – вибірки імпульсної характеристики, n=1, 2…N–1, k=1, 2…N–1, $N = \frac{T_c}{T}$ – кількість вибірок часовій і частотній характеристик кола.



а) б)

Рис. 3 Зміна обвідної (а) на резонансній частоті (1) і на границі смуги пропускання (2) та ДКП (б).

Висновки

По отриманим результатам можна зробити такі висновки: для визначення динамічних характеристик цифрових фільтрів після обчислення вибірок імпульсного відгуку слід використовувати усічену матрицю ДПФ; при частоті Ω = 0 динамічні коефіцієнти передачі цифрових Чебишова приймають вид перехідних характеристик; динамічний коефіцієнт передачі цифрових фільтрів Чебишова як функція часу при $t \to \infty$ монотонно прямує до стаціонарного значення. Отримав подальший розвиток метод ДКП у межах синтезу цифрових фільтрів без аналогових прототипів і аналізу їх роботи в динамічному режимі. Визначені і побудовані двовимірні частотно-часові характеристики цифрових фільтрів без аналогових прототипів. Отримані частотно-часові характеристики цифрових фільтрів Чебишова, які, на відміну від існуючих, враховують динамічний стан фільтрів, що дозволило скоротити час перехідних процесів.

Список використаної літератури

1. Лобачев, Г.А. Подсистема САПР устройств обработки сигналов / Г.А. Лобачев, П.В. Плотников; Под ред. С.С. Садыкова // Обработка информации: методы и системы. – М.: Горячая линия – Телеком, 2003. –С. 188-194.
2. Солонина, А.И. Основы цифровой обработки сигналов / А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева : Изд. 2-е испр. и перераб. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 768 с.
3. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов / Р. Лайонс. – М.:Бином, 2006. – 357 с.
4. Філіпський Ю.К. Динаміка сигнальних перетворень / Ю.К. Філіпський. – Одеса: ОДПУ, 2006. – 89 с.
5. Фонарь Л.С. Динамические характеристики цифровых фильтров без аналоговых прототипов / Л.С Фонарь // Вісник Хмельницького національного університету. – 2013. – №5 (205). – С. 171-176.
6. Фонарь Л.С. Частотно-временной анализ цифровых гауссовых фильтров / Ю.К. Филипский, Л.С Фонарь // Труды Одесского политехн. ун-та. – 2013. – Вып. 2(41). – С. 257-260.
7. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: 2-е изд. / А.Б. Сергиенко. – СПб.: Питер. – 2007. – 751 с.
8. Гадзиковский В.И. Методы проектирования цифровых фильтров / В.И. Гадзиковский. – М.: Телеком, 2007. – 416 с.

УДК 534.075.8

Ю.В.ЧОВНЮК[1,2], В.Т. КРАВЧУК[2], М.Г. ДІКТЕРУК[2]
[1]Національний університет біоресурсів і природокористування України
[2]Київський національний університет будівництва і архітектури

АНАЛІЗ ПАРАМЕТРИЧНИХ ЗБУДЖЕНЬ ТА РЕЗОНАНСІВ ЗА ПЕРІОДИЧНИМ КУСКОВО-ПОСТІЙНИМ ЗАКОНОМ В УДАРНО-ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ УЩІЛЬНЕННЯ БЕТОННИХ/БУДІВЕЛЬНИХ СУМІШЕЙ

Визначені умови виникнення та існування параметричних резонансів в ударно-вібраційних системах ущільнення бетонних/будівельних сумішей при періодичному кусково-постійному законі зміни жорсткості робочого органу.

Ключові слова: аналіз, параметричний резонанс, ударно-вібраційні системи, ущільнення, бетонна/будівельна суміш, періодичність, кусково-постійний закон зміни, жорсткість.

Ю.В. ЧОВНЮК[1,2], В.Т. КРАВЧУК[2], М.Г.ДИКТЕРУК[2]
[1]Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины
[2]Киевский национальный университет строительства и архитектуры

АНАЛИЗ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ВОЗБУЖДЕНИЙ И РЕЗОНАНСОВ ПО ПЕРИОДИЧЕСКОМУ КУСОЧНО-ПОСТОЯННОМУ ЗАКОНУ В УДАРНО-ВИБРАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ УПЛОТНЕНИЯ БЕТОННЫХ/СТРОИТЕЛЬНЫХ СМЕСЕЙ

Определены условия возникновения и существования параметрических резонансов в ударно-вибрационных системах уплотнения бетонных/строительных смесей при периодическом кусочно-постоянном законе изменения жесткости рабочего органа.

Ключевые слова: анализ, параметрический резонанс, ударно-вибрационные системы, уплотнение, бетонная/строительная смесь, периодичность, кусочно-постоянный закон изменения, жёсткость.

Y.V.CHOVNYUK[1,2], V.T. KRAVCHYUK[2], M.G. DIKTERYUK[2]
[1]National University of Bioresources and Life Sciences of Ukraine
[2]Kyiv National University of Construction and Architecture

ANALYSIS OF PARAMETRICAL DISTURBANCES AND RESONANCES DURING TO PERIODIC PIECEWISE-CONSTANT LAW IN VIBROIMPACT SYSTEMS FOR SEALING OF CONCRETE/BUILDING MIXTURES

The conditions of beginning and existence of parametrical resonances in vibroimpact systems for sealing of concrete/building mixtures due to periodic piecewise-constant law of changes of working organ's stiffness are determined.

Key words: analysis, parametrical resonance, vibroimpact systems, sealing, concrete/building mixture, periodicity, piecewise-constant law of changes, stiffness.

Постановка проблеми

Останнім часом ударно-вібраційний принцип дії застосовують для низки технологічних процесів з метою їх інтенсифікації (наприклад, ущільнення бетонних/будівельних сумішей). Розрахунок цих машин суттєво відрізняється від розрахунку інших вібромашин. Після обрання схеми вібраційної машини задачами розрахунку є: 1) вибір параметрів схеми, яка забезпечує необхідну (найкращу) кінематику, тобто швидкість, частоту та інші кінематичні показники ударного вузла; 2) визначення сил і відповідних напружень.

При розрахунку ударно-вібраційних машин необхідно: 1) визначити закони руху $x(t)$ всіх деталей машини; 2) перевірити, чи є обрані $x_i(t)$ достатньо стійкими; 3) визначити, чи можна з реальних початкових умов здійснити запуск ударно-вібраційної машини таким чином, щоб вона працювала у необхідному режимі; 4) знайти динамічні сили. У практиці застосовують три алгоритми розрахунку: а) використання відомих результатів аналізу розв'язків рівнянь руху; б) моделювання на ПЕОМ (АОМ); в) використання методів наближеного синтезу [1].

Зазвичай у вібраційних машинах виникають параметричні коливання та резонанси, викликані різноманітними причинами: 1) під дією періодичного поздовжнього збурення змінюються висота циліндричної гвинтової пружини та її еквівалентні жорсткісні й масові характеристики; 2) використання нелінійно-параметричних властивостей пружних елементів та нелінійного збурення дозволяє генерувати суб- та супергармонічні стійкі резонансні коливання; 3) у циліндричних пружинах параметричні властивості має поздовжня жорсткість k_x, й робочі коливання приведеної маси описуються рівнянням Матьє з правою частиною, у

яку входить питома (на одиницю приведеної маси системи) електромагнітна або інерційна вимушена сила [1]. Задля оптимізації процесу ударно-вібраційного формування (й ущільнення) бетонних/будівельних сумішей можна реалізувати параметричні збудження та резонанси за періодичним кусково-постійним законом зміни жорсткості робочого органу (РО) ударно-вібраційної машини. При цьому обов'язково необхідно врахувати дискретно-континуальні властивості такої ударно-вібраційної машини, котрі впливають на характеристики (амплітуда, частота, зона стійкості) параметричних резонансів, що неминуче виникають у подібних системах. На думку авторів даного дослідження, такі підходи до сих пір не реалізовані, й потреба у проведенні розрахунків параметрів вказаних типів параметричних коливань/резонансів є актуальною, а вирішення проблеми адекватного моделювання подібних ударно-вібраційних систем є нагальною задачею сьогодення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Параметричні збудження за періодичним кусково-постійним законом при відсутності тертя й з урахуванням лінійного (в'язкого) тертя досліджені автором [2]. Проте, у цій роботі розглядається дискретна система, тобто система із зосередженими параметрами, яка знаходиться під впливом вказаного збудження.

При об'ємному формуванні/ущільненні бетонних/будівельних сумішей (як при вібраційному, так і при ударно-вібраційному впливі) виникає перехід їх у стан тиксотропії, у результаті чого суміш стає більш рухливою, з неї видаляється більша частина повітря, здійснюється обмащування мінеральних часточок в'яжучим, заповнюються в'яжучим найменші за розміром тріщини, руйнуються дефектні агрегати суміші, відбувається переорієнтація мінеральних часточок з утворенням більш щільного пакування [4]. Для визначення технологічних параметрів вібраційного впливу на суміш, яка ущільнюється, й на основні параметри (ударно-)вібраційної машини необхідно, на думку авторів [4], досліджувати взаємодію у вертикальному напрямку форми з укладеною у неї бетонною/будівельною сумішшю, котру у розрахунковій динамічній системі зазвичай представляють реологічною моделлю. При цьому найбільшу точність у описі взаємодії РО з середовищем, яке ущільнюється, дають реологічні моделі, у котрих оброблюване вібрацією середовище представлене саме у вигляді системи з розподіленими параметрами, фізико-механічні характеристики котрих знаходять з виразів, отриманих для опису закону розповсюдження хвиль деформацій у середовищі, що ущільнюється, при вібраційному впливі на нього [3,4]. Тому, для визначення основних параметрів вібраційного майданчика необхідно досить точно визначити його силову взаємодію з бетонною/будівельною сумішшю.

При поверхневому формуванні/ущільненні бетонної/будівельної суміші необхідно дослідити взаємодію вібраційної плити РО (який працює в ударно-вібраційному режимі) з об'єктом впливу (сумішшю) [5]. Слід зазначити, що при цьому дослідженні саме фізико-механічні характеристики середовища, яке ущільнюється, багато у чому визначають поведінку динамічної системи ударно-вібраційної машини й суттєво впливають на визначення її основних параметрів. Доволі точне виявлення фізико-механічних властивостей середовища, яке ущільнюється, дозволяє встановити раціональний закон руху й стійкий режим роботи такої ударно-вібраційної машини, правильно обрати технологічні параметри удару й вібраційного впливу на оброблюване середовище, використання котрих забезпечує ефективне ущільнення з малою енергомісткістю.

Зазвичай, при поверхневому (як і при об'ємному) формуванні/ущільненні бетонної/будівельної суміші ударно-вібраційним способом фізико-механічні характеристики деформованого середовища, взаємодіючого з ударно-вібраційним РО, представляють у вигляді дискретно-континуальної реологічної моделі: а) пружної моделі Гука; б) в'язко-пружного тіла [3-5] у вигляді моделі Кельвіна – Фойгта чи Максвелла; в) в'язкого тіла, яке описується моделлю Ньютона; г) моделі в'язко-пластичного тіла Шведова – Бінгама. При цьому слід зазначити, що найбільш точний опис взаємодії РО ударно-вібраційної машини для поверхневого ущільнення вказаних вище сумішей дає представлення середовища, що ущільнюється, у вигляді системи з розподіленими параметрами, яка враховує пружні та в'язкі його властивості [3-5]. Саме таке представлення оброблюваного середовища дозволяє досить точно визначити раціональні параметри ударно-вібраційної машини й режими ударно-вібраційного впливу на суміш, яка формується, оскільки враховує вплив змінних фізико-механічних характеристик середовища, що ущільнюється, а саме: його частоту й амплітуду ударів та вібраційного впливу, товщину ущільнюваного прошарку у процесах ударно-вібраційного поверхневого/об'ємного ущільнення/формування бетонних/будівельних сумішей.

У цитованих вище роботах було прийняте суттєве обмеження (умова), що полягає у наступному: суміш, яка ущільнюється, має однорідну структуру та її коливання під дією ударно-вібраційного збурення можна описувати відповідним хвильовим рівнянням. Крім того, враховуються сили тертя, що виникають всередині суміші між окремими її складовими при переорієнтації мінеральних часточок та їх зближенні, деформації, перерозподілі в'яжучого. Тому для обґрунтування раціональних параметрів ударно-вібраційної машини й визначення необхідного режиму ударно-вібраційного впливу слід враховувати дію виникаючих сил опору суміші при ударах/коливаннях РО машини.

Результати робіт [2-5] частково використані у даному дослідженні. Слід зазначити, що параметричні збудження та резонанси, що виникають у будівельних/бетонних сумішах при їх ударно-вібраційному формуванні/ущільненні до сих пір детально не досліджені. Тому ця робота присвячена саме цій проблемі й пропонує її розв'язок.

Мета роботи

Мета даної роботи полягає у обґрунтуванні дискретно-континуальної моделі, яка адекватно описує процеси формування/ущільнення бетонних/будівельних сумішей, й виявляє основні закономірності/умови виникнення (і стійкості) параметричних збуджень/резонансів у середовищі, яке ущільнюється, при застосуванні ударно-вібраційних способів впливу на нього. При цьому основною причиною виникнення параметричних явищ в ущільнюваній таким способом суміші є зміна у часі за періодичним кусково-постійним законом жорсткості РО машини.

Викладення основного матеріалу дослідження

1. Аналіз стійкості коливань віброударної системи за відсутності тертя.

Позначимо $q = q(t)$ збурення основного коливання віброударної системи (ВУС) об'ємного/поверхневого способу ущільнення суміші. Використовуючи результати робіт [3-5] для випадку, коли квадрат частоти основного коливання системи змінюється за періодичним кусково-постійним законом (за рахунок зміни жорсткості РО ВУС), (Рис. 1), можна записати диференціальне рівняння для $q(t)$, що описує варіацію стаціонарного режиму коливань й визначає стійкість (умови стійкості) коливань основного типу:

$$\ddot{q} + {k_0}^2 \cdot (1 \pm \mu) \cdot q = 0, \tag{1}$$

де: $\mu = \dfrac{\Delta k^2}{{k_0}^2}$, ${k_0}^2 = \dfrac{c + c_{np}}{M + m_{np}}$, $c -$ жорсткість (основна) РО ВУС, $M -$ маса форми з сумішшю, (c_{np}, m_{np}) – відповідно, жорсткість й маса (приєднані) суміші, котрі розраховуються методами, викладеними у [3-5]. У зв'язку з тим, що протягом кожного напівперіоду $T/2 = \pi / k_0$ диференціальне рівняння має постійні коефіцієнти, можна використати спосіб припасовування, викладений у [2]. Введемо позначення: $k_1 = k_0 \cdot \sqrt{1+\mu}$, $k_2 = k_0 \cdot \sqrt{1-\mu}$. стійкість чи не стійкість основного коливання ВУС визначається значеннями модуля λ, які можна знайти з наступного квадратного рівняння:

$$\lambda^2 - 2A\lambda + 1 = 0, \tag{2}$$

де для зручності позначено:

$$A = \cos\left(\frac{k_1 T}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{k_2 T}{2}\right) - \frac{\left({k_1}^2 + {k_2}^2\right)}{2k_1 k_2} \cdot \sin\left(\frac{k_1 T}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{k_2 T}{2}\right) = \cos\left\{\pi\alpha\sqrt{1+\mu}\right\} \cdot \cos\left\{\pi\alpha\sqrt{1-\mu}\right\} -$$
$$- \frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} \cdot \sin\left(\pi\alpha\sqrt{1+\mu}\right) \cdot \sin\left(\pi\alpha\sqrt{1-\mu}\right), \tag{3}$$

причому $\alpha = k_0 \cdot T/(2\pi) -$ є відношення середнього значення k_0 власної частоти ВУС до частоти пульсації параметра (жорсткості ВУС, а саме, її РО).

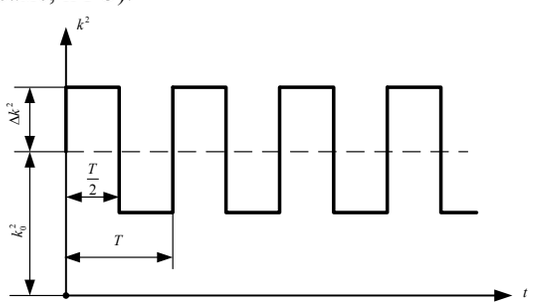


Рис. 1. Зміна параметра ВУС (жорсткості) відповідає періодичному кусково-постійному закону

Корені рівняння (2) наступні:

$$\lambda_1 = A - \sqrt{A^2 - 1}, \quad \lambda_2 = A + \sqrt{A^2 - 1}. \tag{4}$$

Вважаємо, що числа $\lambda_{1,2}$ повинні бути дійсними [2], як це й передбачається за змістом задачі, котра розв'язується. (Параметр λ введений таким чином, щоб стверджувати наступне: після закінчення розглядуваного періоду T координата q й узагальнена швидкість $\dot{q}$ змінюються у λ разів). Тоді:

$$|A| > 1, \tag{5}$$

тобто або $A > 1$, або $A < -1$. Але у обох цих випадках модуль одного з коренів (4) більше одиниці:

$$\begin{cases} якщо\ \ A>1,\ \ тоді\ \ \lambda_2>1; \\ якщо\ \ A<-1,\ \ тоді\ \ |\lambda_1|>1. \end{cases} \tag{6}$$

Отже, при виконанні нерівності (5) коливання ВУС з кожним новим періодом T будуть збільшуватись. Нерівність (5) представляє собою не тільки умову дійсності множника λ, але одночасно й умову виникнення у ВУС параметричного резонансу (за відсутності у системі тертя). Оскільки значення A залежить від двох постійних системи α й μ, тоді їх значення повністю визначають умови стійкості ВУС.

На рис. 2 подана побудована за допомогою умови (5) діаграма стійкості ВУС, вподовж висей котрої відкладені значення $4\alpha^2$ й $2\mu\alpha^2$. У не заштрихованих областях значення параметрів α та μ такі, що умова (5) виконується, тобто ВУС нестійка (у системі виникає параметричний резонанс). Заштриховані області діаграми відповідають стійким станам ВУС (параметричні резонанси відсутні). За допомогою такої діаграми (рис. 2) можна одразу з'ясовувати стійкість ВУС за даними значеннями α та μ без всіляких інших додаткових обчислень.

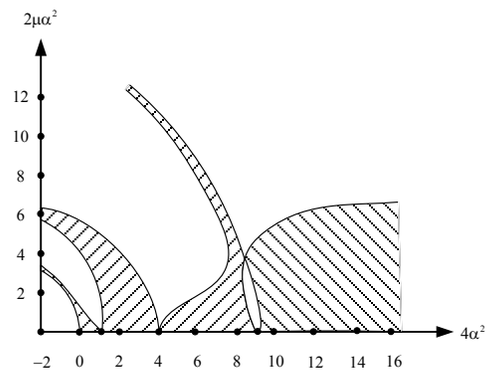


Рис. 2. Діаграма стійкості віброударної системи (при відсутності тертя) у площині ($4\alpha^2$; $2\mu\alpha^2$): а) заштриховані області відповідають стійким станам; б) не заштриховані області відповідають параметричним резонансам

Перш за все звернемо увагу на ті зони областей нестійкості ВУС, котрі розміщені поблизу горизонтальної осі, тобто відповідають малим значенням параметра μ. Як видно, у цих зонах $4\alpha^2 \approx n^2$, тобто:

$$\alpha \approx n/2 \ \ (n=1,2,....). \tag{7}$$

Те ж саме можна знайти з (3), поклавши $\mu=0$. Дійсно: $A=\cos^2\pi\alpha-\sin^2\pi\alpha=\cos(2\pi\alpha)$, тобто при довільних значеннях α маємо $|A|\le 1$. Рівність $|A|=1$, яка відповідає виникненню параметричного резонансу, можлива при умові, що аргумент $2\pi\alpha$ задовольняє рівності:

$$2\pi\alpha=\pi\cdot n,\ \ (n=1,2,...), \tag{8}$$

з котрої також випливає співвідношення (7).

Таким чином, якщо виконується умова (7), тоді параметричний резонанс ВУС виникає за будь-якої малої глибини пульсації μ (по суті, жорсткості РО ВУС). При цьому основне значення має випадок $n=1$, коли $\alpha=1/2$, тобто коли середнє значення власної частоти ВУС вдвічі менше частоти параметричного збудження. При значній глибині пульсації й суттєвій відмінності μ від нуля параметричний резонанс ВУС виникає у цілих областях значень α, розміщених поблизу значень (7); чим більше задане значення μ, тим більш широкими є ці області. З цієї причини відстроювання від параметричного резонансу ВУС важче, ніж від звичайного резонансу; параметричний резонанс ВУС більш небезпечний, ніж звичайний резонанс, ще й з тієї причини, що лінійне демпфування (яке взагалі вище не враховувалось) лише дещо звужує області нестійкості функціонування ВУС, але не здатне обмежити зростання амплітуд коливань у цих областях. (Слід зазначити, що при дії нелінійно-в'язких сил тертя амплітуди коливань виявляються обмеженими) [2].

2. Аналіз стійкості коливань ВУС при наявності в'язкого тертя.

За наявності в'язкого тертя у ВУС замість диференціального рівняння (1) матимемо:

$$\ddot{q}+2h\dot{q}+k_0{}^2\cdot(1\pm\mu)\cdot q=0, \tag{9}$$

у якому $h=b/(2a)$, де $b-$ коефіцієнт в'язкості; $a=M+m_{пр}$.

Використовуючи метод припасовування [2] коефіцієнт λ тепер знаходимо з умови:

$$\det\|U\|=0, \tag{10}$$

де $\|U\|-$ матриця $\dim\|U\|=[4\times 4]$, елементи котрої мають наступний вид:

$$u_{11}=\sin\left(\frac{k_1^{*}\cdot T}{2}\right);\ u_{12}=\cos\left(\frac{k_1^{*}\cdot T}{2}\right);\ u_{13}=-\sin\left(\frac{k_2^{*}\cdot T}{2}\right);\ u_{14}=-\cos\left(\frac{k_2^{*}\cdot T}{2}\right);$$

$$u_{21}=\left[-h\sin\left(\frac{k_1^{*}\cdot T}{2}\right)+k_1^{*}\cdot\cos\left(\frac{k_1^{*}\cdot T}{2}\right)\right];\ u_{22}=\left[-h\cos\left(\frac{k_1^{*}\cdot T}{2}\right)-k_1^{*}\cdot\sin\left(\frac{k_1^{*}\cdot T}{2}\right)\right];$$

$$u_{23}=\left[h\sin\left(\frac{k_2^{*}\cdot T}{2}\right)-k_2^{*}\cdot\cos\left(\frac{k_2^{*}\cdot T}{2}\right)\right];\ u_{24}=\left[h\cos\left(\frac{k_2^{*}\cdot T}{2}\right)+k_2^{*}\cdot\sin\left(\frac{k_2^{*}\cdot T}{2}\right)\right];$$

$$u_{31}=0;\ u_{32}=\lambda;\ u_{33}=-e^{-hT}\cdot\sin(k_2^{*}\cdot T);\ u_{34}=-e^{-hT}\cdot\cos\left(k_2^{*}\cdot T\right);$$

$$u_{41}=\lambda\cdot k_1^{*};\ u_{42}=-\lambda\cdot h;\ u_{43}=e^{-hT}\cdot\left[h\sin(k_2^{*}\cdot T)-k_2^{*}\cdot\cos(k_2^{*}\cdot T)\right];\ u_{44}=e^{-hT}\cdot\begin{bmatrix}h\cos(k_2^{*}\cdot T)+\\+k_2^{*}\cdot\sin(k_2^{*}\cdot T)\end{bmatrix}.$$

(11)

У (11) прийняті позначення:

$$k_1^{*}=\sqrt{k_1^{2}-h^{2}}=\sqrt{(1+\mu)\cdot k_0^{2}-h^{2}},\ \ k_2^{*}=\sqrt{k_2^{2}-h^{2}}=\sqrt{(1-\mu)\cdot k_0^{2}-h^{2}}.\qquad(12)$$

Слід зазначити, що у [2] наведені вирази типу (11), але є помилки у визначенні деяких u_{ij}, $(i,j)=\overline{(1,4)}$. У даній роботі ці недоліки усунуті.

Якщо розгорнути визначник $\|U\|$, тоді матимемо квадратне рівняння для λ:

$$\lambda^{2}-2A_1\cdot\lambda+B_1=0,\qquad(13)$$

де введені наступні позначення:

$$A_1=-\frac{I_2}{2I_1};\ \ B_1=\frac{I_3}{I_1};\ \ I_1=(-k_1^{*})\cdot\begin{vmatrix}u_{13}&u_{14}\\u_{23}&u_{24}\end{vmatrix};\ \ I_2=(u_{43}+u_{33}\cdot h)\cdot\begin{vmatrix}u_{11}&u_{14}\\u_{21}&u_{24}\end{vmatrix}-(u_{44}+u_{34}\cdot h)\cdot\begin{vmatrix}u_{11}&u_{13}\\u_{21}&u_{23}\end{vmatrix}+$$

$$+k_1^{*}\cdot\left\{u_{33}\cdot\begin{vmatrix}u_{12}&u_{14}\\u_{22}&u_{24}\end{vmatrix}-u_{34}\cdot\begin{vmatrix}u_{12}&u_{13}\\u_{22}&u_{23}\end{vmatrix}\right\};\ \ I_3=\left(u_{33}\cdot u_{44}-u_{34}\cdot u_{43}\right)\cdot\begin{vmatrix}u_{11}&u_{12}\\u_{21}&u_{22}\end{vmatrix}.$$

(14)

У кожному конкретному випадку за заданими значеннями k_0,μ,h,T можна обчислити значення A_1 та B_1, а потім визначити корені λ_1 та λ_2 квадратного рівняння (13):

$$\lambda_{1,2}=A_1\pm\sqrt{A_1^{2}-B_1}.\qquad(15)$$

Ознакою нестійкості слугує дійсне значення коренів $\lambda_{1,2}$ для даної ВУС й нерівність $|\lambda|>1$ для найбільшого за модулем кореня.

Для існування нестійкості ВУС даного типу необхідно, щоб виконувалась умова:

$$|A_1|>\sqrt{B_1},\qquad(16)$$

яка є більш жорсткою, ніж умова $|A|>1$, отримана вище для випадку відсутності тертя у ВУС. Зокрема, при $h>0$ й $\mu\to 0$ умова (16) не виконується, тобто параметричний резонанс неможливий. Це означає, що для виникнення параметричного резонансу необхідна деяка, досить велика, глибина пульсації (коефіцієнта жорсткості ВУС) μ. У цілому тертя справляє стабілізуючу дію й призводить до деякого звуження областей нестійкості ВУС.

Слід зазначити й умови існування інших станів ВУС.

А. Якщо виконується умова:

$$\left|A_1\pm\sqrt{A_1^{2}-B_1}\right|<1,\qquad(17)$$

тоді коливання у ВУС затухають з плином часу.

Б. Якщо виконується умова:

$$\left|A_1 \pm \sqrt{{A_1}^2 - B_1}\right| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} {A_1}^2 = B_1; \\ \left|A_1\right| = 1; \;\; B_1 = 1, \end{cases} \tag{18}$$

тоді у ВУС існують стаціонарні коливання.

В. «Порогові» значення $h_{пор.}$, за яких у ВУС, при наявності тертя, можливі параметричні явища та резонанси визначається з умови:

$$\begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} \\ 0 & 1 & u_{33} & u_{34} \\ k_1^* & -1 & u_{43} & u_{44} \end{vmatrix} = 0. \tag{19}$$

Для існування параметричних резонансів у ВУС повинна виконуватись умова: $h > h_{пор.}$. Зрозуміло, що $h_{пор.}$ залежить від μ, k_0, T.

При аналізі вимушених коливань ВУС (вище у дослідженні вивчались лише її власні коливання) і за наявності нелінійних властивостей жорсткості (типу нелінійного закону Гука для пружини РО) виникають ще й супер- та субрезонанси, які накладаються на параметричні резонанси системи. При цьому виникає залежність частоти коливань ВУС (ω) від їх амплітуди (A), зображена на рис. 3 (для «жорсткої» характеристики відновлюваної сили пружини РО), а зміна частоти коливань при її зростанні ($\omega_1 \to \omega_2$) та при її падінні ($\omega_2 \to \omega_1$) відбувається стрибкоподібно і за різними траєкторіями.

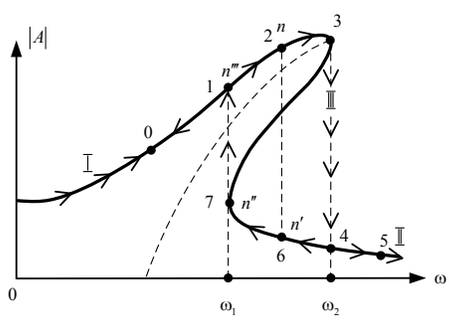


Рис. 3. Залежність $|A|$ від ω: а) при $\omega_1 \to \omega_2$ (1-2-3-4-5); б) при $\omega_2 \to \omega_1$ (4-6-7-1-0)

Висновки

1. Обґрунтована модель для аналізу параметричних збуджень та резонансів за періодичним кусково-постійним законом зміни у часі жорсткості ВУС ущільнення бетонних/будівельних сумішей при об'ємному/поверхневому способі їх формування, яка є дискретно-континуальною по своїй суті.
2. Встановлені умови виникнення параметричних явищ у ВУС даного типу при відсутності та за наявності тертя (в'язкого типу).
3. Отримані у даній роботі результати можуть у подальшому слугувати для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку ВУС для формування/ущільнення бетонних або будівельних сумішей об'ємним чи поверхневим способом, в яких враховані їх дискретні та континуальні властивості.

Список використаної літератури

1. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 4. Вибрационные процессы и машины/Под ред. Э.Э. Лавендела. 1981. -509с.
2. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний/Я.Г. Пановко. – М.: Наука, 1991. – 256с.
3. Ловейкін В.С. Ідентифікація механічних властивостей ґрунтів сільськогосподарського призначення шляхом дослідження коливань їх зразків/В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, Л.А. Дяченко//автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2011. – Вип.. 45. – С. 103-109.
4. Маслов А.Г. Исследование взаимодействия виброплощадки с бетонной смесью/А.Г. Маслов, О.О. Колесник//Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського. – Кременчук, 2016. – Вип. 1(96). – С. 51-57.
5. Маслов А.Г. Исследование взаимодействия вибрационной плиты рабочего органа с уплотняемой бетонной смесью/А.Г. Маслов, Ю.С. Саленко, И.И. Жовтяк//Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського. - Кременчук, 2016. – Вип.. 5(100). – С. 51-57.

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 629.735.083.06

АЛИ АЛЬ-АММОРИ, Х.А. АЛЬ-АММОРИ, А.Е. КЛОЧАН, И.Н. ВЕРХОВЕЦКАЯ
Национальный транспортный университет, Киев, Украина

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ ЗАГРУЗКИ МИКРОПРОЦЕССОРА В ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

Предлагаются два способа решения задачи оптимальной загрузки микропроцессора в режиме реального времени: графический метод последовательного выбора режимов работы микропроцессора с несколькими темпами и классический метод, который основан на выборе методом Гаусса-Зейделя оптимального значения квадратичной функции из ряда ее экстремальных значений.

Ключевые слова: информационно-управляющая система, графический метод, метод Гаусса-Зейделя, эшелонирование, микропроцессор, оптимальная загрузка.

АЛІ АЛЬ-АММОРІ, Х.А. АЛЬ-АММОРІ, А.Е. КЛОЧАН, І.М. ВЕРХОВЕЦЬКА
Національний транспортний університет, Київ, Україна

ВИБІР ОПТИМАЛЬНОЇ ЗАГРУЗКИ МІКРОПРОЦЕСОРА В ІНФОРМАЦІЙНО-УПРАВЛЯЮЧИХ СИСТЕМАХ

Пропонуються два способи вирішення завдання оптимального завантаження мікропроцесора в режимі реального часу: графічний метод послідовного вибору режимів роботи мікропроцесора з декількома темпами і класичний метод, який полягає в виборі за допомогою методу Гаусса-Зейделя оптимального значення квадратичної функції з ряду її екстремальних значень.

Ключові слова: інформаційно-керуюча система, графічний метод, метод Гаусса-Зейделя, ешелонування, мікропроцесор, оптимальне завантаження.

ALI AL-AMMOURI, H.A. AL-AMMORY, A.E. KLOCHAN, I.N. VERKHOVETSKAYA
National Transport University, Kiev, Ukraine

CHOOSING THE OPTIMUM LOADING OF THE MICROPROCESSOR IN INFORMATION-CONTROL SYSTEMS

Two ways to solve the problem of the microprocessor's optimum loading in real-time mode are proposed: a graphical method for sequential selection of microprocessor's working modes with several temps and a classical method based on the choosing the optimal value of the quadratic function from a number of its extreme values by used of Gauss-Seidel method

Keywords: information-control system, graphical method, Gauss-Seidel method, echelonment, microprocessor, optimum loading.

Постановка проблемы

Для обеспечения управления сложными технологическими процессами в информационно-управляющих системах (ИУС) микропроцессорная система должна работать в большом количестве режимов роботы с разными темпами выполнения операций. При этом необходимо решать очень сложную задачу оптимального распределения времени занятости микропроцессора (МП) в различных режимах работы с разными темпами их выполнения с учетом быстродействия МП [1]. Такая задача, как правило, будет многоэкстремальной. Суть ее решения заключается в создании алгоритма выбора оптимального варианта работы МП в режиме реального времени, иными словами, необходимо выбрать наиболее оптимальный вариант из числа возможных вариантов.

Анализ последних исследований и публикаций

Вопрос оптимизации работы микропроцессора в системах управления рассматривается в следующих источниках. В работе [2] рассматриваются вопросы применения интегральных схем для проектирования цифровых устройств, а также архитектура, система команд, шинные приемопередатчики, проектирование микроконтроллеров на микропроцессорах, разработка программного обеспечения. В работах [3, 4] приведена классификация микропроцессоров и микропроцессорных комплексов больших интегральных микросхем и сведения о микропроцессорных комплексах универсального назначения. Приводятся данные о структуре, и системах команд микропроцессоров, временных соотношениях сигналов.

В работе [5] рассматривается вопрос выбора микроконтроллера с точки зрения минимизация затрат средств и времени на основе 8-разрядного микроконтроллера AVR корпорации Atmel. Показаны все этапы разработки устройств на микроконтроллерах. Особое внимание уделено связи предлагаемых схемных решений с программным обеспечением разрабатываемых устройств. В работе [6] представлена обобщенная структурная схема системы управления на базе микроконтроллеров (МК), рассмотрены архитектурные принципы построения МК, их процессорного ядра, системы памяти и современной номенклатуры периферийных устройств. В работе [7] рассмотрены вопросы организации работы микропроцессорных средств, функциональные возможности и характеристики аппаратных средств микроконтроллеров, особенности программирования на ассемблере, приведены примеры программ для выполнения типовых функций, даны краткие рекомендации по технической реализации алгоритмов управления. Анализ исследований и публикаций показывает, что вопрос выбору оптимальной загрузки микропроцессора в информационно-управляющих системах в режиме реального времени рассматривался не в полной мере.

Цель исследования

Основная цель работы заключается в выборе оптимального режима работы МП, для обеспечения управления сложными технологическими процессами в современных информационно-управляющих системах (ИУС), где микропроцессорная система, как правило, работает в режиме реального времени, то есть выполнять большое количестве различных операций с разными темпами их выполнения. При этом необходимо решать очень сложную задачу оптимального распределения времени занятости микропроцессора (МП) в разных режимах работы с учетом быстродействия МП для организации приоритетного обслуживания в ИУС.

Основная часть

Для обеспечения качественного и своевременного управления работой ИУС микропроцессор должен работать в режиме реального времени, сущность которого можно объяснить с помощью диаграмм (рис.1).

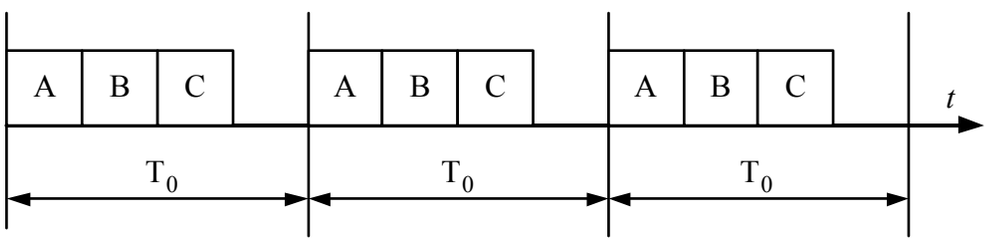


Рис. 1. Диаграмма работы МПС в режиме реального времени

Согласно графику МП работает с заданным темпом T_0, циклически повторяя выполнение программ: А – ввода данных, В – обработки данных, С – вывода результатов обработки на индикатор и устройство управления [8].

Основной недостаток такого способа работы МП заключается в том, что после выполнения программы С, МП обязательно должен простаивать, ожидая прихода очередного временного сигнала с интервалом T_0 для его переключения в режим А. В противном случае, временной сигнал переключения с интервалом T_0 придёт только тогда, когда МП выполнит программу С, а это будет означать, что МП не справляется с работой в режиме реального времени.

С другой стороны, систематические простои МП являются экономическим расточительством вычислительных ресурсов. Для повышения экономической эффективности целесообразно организовать работу МП в многозадачном режиме реального времени, как это показано на рис.2. На диаграмме (рис.2) показана работа МП с тремя темпами выполнения вычислительных задач.

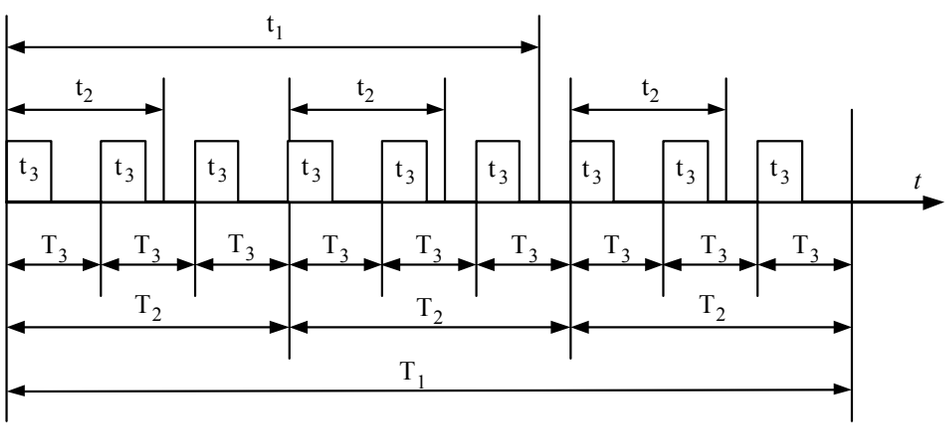


Рис. 2. Диаграмма работы МП в режиме реального времени с тремя темпами T_1, T_2, T_3

В соответствии с диаграммой (рис.2) МП работает в трех темпах выполнения вычислительных задач. При этом с темпом T_3 выполняются задачи за время t_3, с темпом T_2, - соответственно, за время t_2, после того, как выполнялись задачи с темпом T_3, а с темпом T_1 выполняются задачи за время t_1, после того как выполнились задачи с темпами T_3 и T_2. Между темпами T_1, T_2, T_3 существуют постоянные соотношения:

$$\left.\begin{aligned} n &= T_1 / T_2 \\ m &= T_2 / T_3 \\ k_i &= T_i / t_i \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

На основании диаграммы (рис.2.) и соотношений (1) можно определить следующие зависимости:

$(T_3 - E_3 - t_3)\times m$ – резерв времени для работы МП с темпами T_2 и T_1;

$(T_3 - t_3)\times m \times n + (T_2 - t_2)\times n$ – резерв времени для работы МП с темпом T_1;

$(T_3 - t_3)\times m \times n + (T_2 - t_2)\times n + T_1 - t_2$ – свободное неиспользуемое время.

В общем виде, функцию $F(t_1, t_2, t_3)$ неиспользуемого резерва времени можно записать в следующем виде:

$$F(t_1, t_2, t_3) = T_3 \times m \times n - t_3 \times m \times n - t_2 \times n - t_1 > 0 \quad (2)$$

Функция $F(t_1, t_2, t_3)$ должна быть всегда положительная. В противном случае МП не будет справляться с работой в режиме реального времени.

Резерв $R(t_1, t_2, t_3)$ реального времени можно записать также и в таком виде:

$$R(t_1, t_2, t_3) = T_1 - t_3 \times m \times n - t_2 \times n - t_1 > 0 \quad (3)$$

Если учитывать быстродействие МП, то есть число V операций, которые выполняются за 1 сек., а также необходимое число операций K_1, K_2, K_3, которые должны быть выполнены в сроки t_1, t_2, t_3, то неравенство (3) можно записать в следующем виде:

$$R(K_1, K_2, K_3) = V \times T_1 - K_3 \times m \times n - K_2 \times n - K_1 > 0 \quad (4)$$

С помощью формулы (2), которая определяет функцию $F(t_1, t_2, t_3)$, можно составить номограмму, которая показана на рисунке 3.

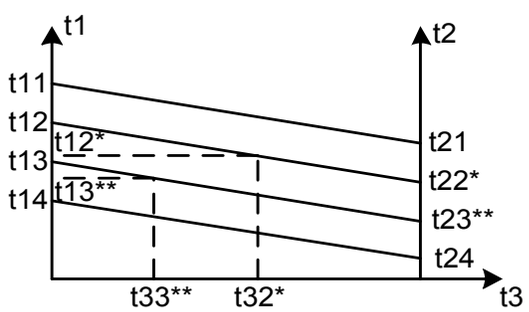


Рисунок 3. Номограмма оценок интервалов t_1, t_2, t_3 выполнения задач в МП в режиме реального времени

Номограмма (рис.3) позволяет наглядно определить оптимальный процесс загрузки МП в режиме реального времени. Если, например, МП занят в течение времени $t22*$ работает с темпом T_2 и на протяжении времени $t32*$ работает с темпом T_3, то в режиме реального времени с темпом T_1 он может работать не больше, чем интервал $t13$.

Предложенный метод определения необходимой загрузки МП, который работает с тремя темпами работы T_1, T_2, T_3 в соответствии с номограммой (рис.3), можно расширить путем увеличения необходимых темпов T_i работы в режиме реального времени способом эшелонирования [8].

На рисунке 4 показана возможность увеличения числа темпов роботы с трех (T_1, T_2, T_3) до пяти $(T_1, T_2, T_3, T_4, T_5)$. На диаграмме темп T_1, содержит темпы T_2, и T_3. При этом диаграмма на рисунке 4 дополняет диаграмму на рисунке 2.

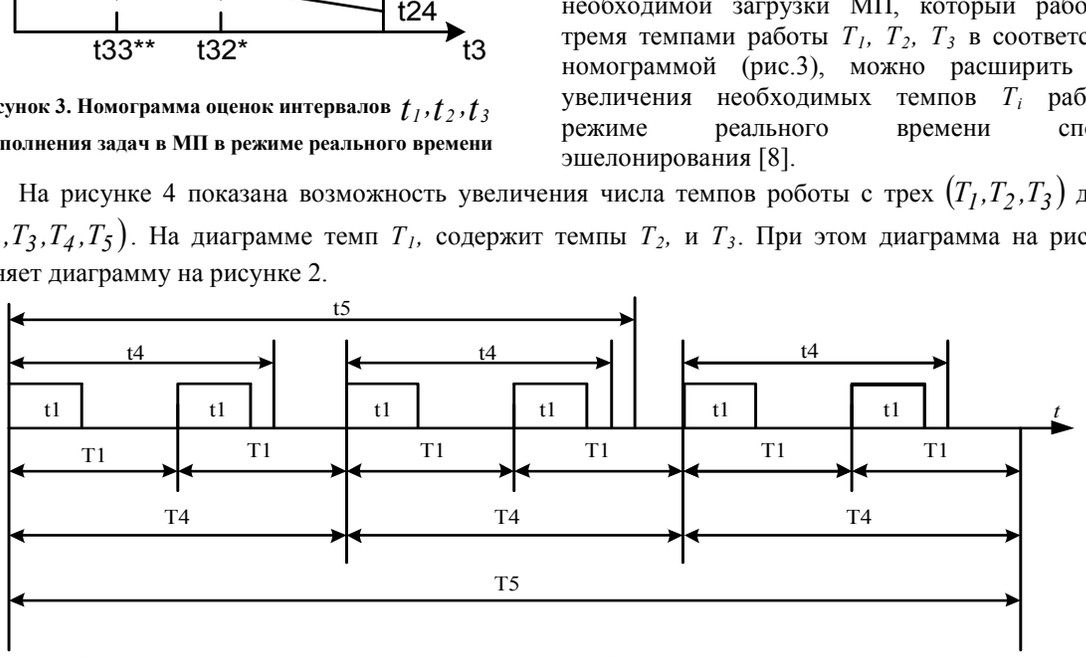


Рис. 4. Диаграмма возможности расширения числа темпов работы с трех до пяти в режиме реального времени

При этом соотношения (2) можно легко расширить с целью учета темпов T_4, и T_5, соответственно получим следующую формулу:

$$F(t_1,t_2,t_3,t_4,t_5)=T_3\cdot m\cdot n\cdot m_1\cdot n_1-t_3\cdot m\cdot n\cdot m_1\cdot n_1-t_2\cdot n\cdot m_1\cdot n_1-t_1\cdot m_1\cdot n_1-t_1\cdot n_1-t_3>0 \quad (5)$$

где m_1,n_1 - коэффициенты соотношения между темпами T_4, и T_5, соответственно, и определяются следующими выражениями:

$$m_1=T_4/T_1$$
$$n_1=T_5/T_4$$

Аналогично номограмме (рис.3), можно составить номограмму оценки интервалов времени t_1,t_4,t_5 для решения задач обеспечения оптимального процесса загрузки МП в режиме реального времени. В соответствие с новой номограммой можно определить зависимость времени работы t_5 , если заданы интервалы работы t_1 и t_4 . Потом на втором этапе эшелонирования в соответствии с номограммой (рис.3) можно определить временные интервалы t_2,t_3 . Такой метод эшелонирования поиска оптимальной загрузки МП является точным, но сложным и недостаточно удобным. Этот метод решения задачи оптимальной загрузки МП в режиме реального времени называется графическим методом последовательного выбора работы МП с несколькими темпами.

Другой метод решения задачи оптимальной загрузки МП в режиме реального времени - это классический метод, который основан на выборе методом Гаусса-Зейделя оптимального значения квадратичной формулы из ряда ее экстремальных значений. Рассмотрим детальнее этот метод.

Из курса алгебры [9, 10, 11] известно такое важное понятие, как квадратичная форма (КФ), которую можно представить формулой:

$$\varphi(t,f)=\left|f3 \quad f2 \quad f1\right|\cdot T\cdot\begin{vmatrix}f3\\f2\\f1\end{vmatrix}, \quad (6)$$

где $\left|f_3 \quad f_2 \quad f_1\right|$ - вектор частот потоков требований для работы МП в одном из трех соответствующих режимов; частота потока $f_i=\frac{1}{T_i}$; T - квадратная матрица вида:

$$T=\begin{vmatrix}T_3-t_3 & \frac{t_2}{m} & \frac{t_1}{n\cdot m}\\ m\cdot t_3 & T_2-t_2 & \frac{t_1}{n}\\ m\cdot n\cdot t_3 & n\cdot t_2 & T_1-t_1\end{vmatrix} \quad (7)$$

Известно [10, 11], что КФ (6) может иметь минимальное значение $КФ_{min}$, если матрица T положительно определена. Это будет иметь место тогда, когда определитель матрицы T будет положительным. В свою очередь, этот определитель $|T|$ может быть положительным при выполнении условия, когда в каждой строке диагональный элемент матрицы T будет больше суммы недиагональных элементов, т.е.

$$\left.\begin{aligned}T_3-t_3&>\frac{t_2}{m}+\frac{t_1}{n\cdot m}\\ T_2-t_2&>m\cdot t_3+\frac{t_1}{n}\\ T_1-t_1&>m\cdot n\cdot t_3+n\cdot t_2\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

При выполнении условия (8) легко найти минимальное значение квадратичной формы (6).

Например, методом Гаусса-Зейделя [1, 9] последовательного перебора в пространстве изменений аргументов $f_1,f_2,...,f_n$ можно составить алгоритм и определить экстремальное значение в соответствии с задачей оптимальной загрузки МП, работающего в режиме реального времени, с реальными темпами работы.

Рассмотрим алгоритм решение задачи выбора оптимальной загрузки микропроцессора в ИУС с помощью программной среды Mathcad,

1. Задание входных данных: m=3; n=4; t_3 = 10; t_2=20; t_1=180.
2. Вычисление минимальных оптимальных темпов выполнения вычислительных задач:

$$T_3 = \frac{t_2}{m} + \frac{t_1}{m \cdot n} + t_3 + 1; \quad T_2 = m \cdot t_3 + \frac{t_1}{n} + t_2 + 1; \quad T_1 = m \cdot n \cdot t_3 + n \cdot t_2 + t_1 + 1.$$

$$T_3 = 36; \quad T_2 = 106; \quad T_1 = 421.$$

3. Вычисление частот потоков требований для роботы МП в соответствующем режиме:

$$f_3 = \frac{1}{T_3}; \quad f_2 = \frac{1}{T_2}; \quad f_1 = \frac{1}{T_1}.$$

$$f_3 = 0{,}028; \quad f_2 = 0{,}0094; \quad f_1 = 0{,}0024.$$

4. Задание квадратной матрицы Т.

5. Вычисление значение квадратичной формы : $\varphi(t, f) = \left| f_3 \quad f_2 \quad f_1 \right| \cdot T \cdot \begin{vmatrix} f_3 \\ f_2 \\ f_1 \end{vmatrix}$.

$$\varphi(t, f)_{min} = 0{,}051$$

Выводы

1. Результаты исследования показывают, что как графический, так и классический методы имеют свои положительные и отрицательные стороны выбора оптимального режима работы МП.
2. Графический метод является трудоемким, с помощью такого метода не всегда удается найти наиболее оптимальный режим работы. Этот метод целесообразно применять в таких условиях, когда число разных темпов работы МП невелико.
3. Классический метод позволяет автоматизировать процесс решения задачи с помощью компьютера, но при этом может иметь место недостаточная точность выбора оптимального режима работы МП, т.е. могут иметь место нежелательные несовпадения режимов работы.

Список литературы

1. Гуров В.В. Микропроцессорные системы: учебник / В.В. Гуров. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 336 с.
2. Нарышкин А.К. Цифровые устройства и микропроцессоры. / А.К. Нарышкин. – М.: Академия, 2006. – 320 с.
3. Шахнов В.А. Микропроцессоры и микропроцессорные комплекты интегральных микросхем. Справочник в 2-х томах. Том 1 / В.А. Шахнов. – М.: Радио и связь, 1988. – 368 с.
4. Шахнов В.А. Микропроцессоры и микропроцессорные комплекты интегральных микросхем. Справочник в 2-х томах. Том 2 / В.А. Шахнов. – М.: Радио и связь, 1988. – 368 с.
5. Баранов В.Н. Применение контроллеров AVR: схемы, алгоритмы программы. / В.Н. Баранов. – М.: Издательский дом «Додэка XXI», 2004. – 288 с.
6. Васильев А. Е. Микроконтроллеры. Разработка встраиваемых приложений: Учеб. пособие / Васильев А.Е. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008. – 304 с.
7. Иванов Ю.И., Югай В.Я. Микропроцессорные устройства систем управления: Учебное пособие. / Ю.И. Иванов, В.Я. Югай - Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005. - 133 с.
8. Патент 94250 UA, МПК G07F 19/00, G06F 17/00, B64D 47/00 (2014/01) Спосіб розрахунку методом ешелонування / Синєглазов В.М., Аль-Амморі Алі, Соченко П.С, Кеменяш Ю.М., Кульбака А.В., Калмикова Л.М., Власюк І.І.; заявник Національний авіаційний університет. – № 201404054; заявл. 16.04.2014; опубл. 10.11.2014, Бюл. № 21, 2014 р.
9. Корн Г., Справочник по математике (для научных работников и инженеров). / Г. Корн, Т. Корн. - М.: Наука, 1977. - 832 с.
10. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики. / Б. П. Демидович, И. А Марон. – М.: Наука, 1970.- 664 с.
11. Ефимов. Н.В. Квадратичная форма и матрицы. / Н.В. Ефимов. - М.: Наука, 1972. – 160 с.

УДК 004.93

Л.Г. АХМЕТШИНА, А.А. ЕГОРОВ
Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

УЛУЧШЕНИЕ СЛАБОКОНТРАСТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ АДАПТИВНОЙ НЕЧЕТКОЙ ГИПЕРБОЛИЗАЦИИ ГИСТОГРАММЫ

Данная работа посвящена описанию метода адаптивной нечеткой гиперболизации гистограмм, который применяется для повышения контраста. Предложенный метод благодаря использованию статистических характеристик текущего окна преобразования и всего изображения в целом позволяет обеспечить более высокий уровень повышения как контраста, так и яркости. Представлены результаты экспериментальных исследований возможностей предложенного метода на примере обработки полутоновых медицинских изображений различной физической природы.

Ключевые слова: обработка изображений, повышение контраста, нечеткие преобразования, адаптивный расчет управляющего параметра.

Л.Г. АХМЕТШИНА, А.О. ЄГОРОВ
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

ПОКРАЩЕННЯ СЛАБКОКОНТРАСТНИХ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ АДАПТИВНОЇ НЕЧІТКОЇ ГІПЕРБОЛІЗАЦІЇ ГІСТОГРАМ

Ця робота присвячена опису метода адаптивної нечіткої гіперболізації гістограм, що застосовується для підвищення контрасту. Запропонований метод завдяки використанню статистичних характеристик поточного вікна перетворення та всього зображення в цілому дозволяє забезпечити більш високий рівень підвищення як контрасту, так і яскравості. Наведено результати експериментальних досліджень можливостей запропонованого алгоритму, що підтверджують його ефективність на прикладі обробки напівтонових медичних зображень різної фізичної природи.

Ключові слова: обробка зображень, підвищення контрасту, нечіткі перетворення, адаптивний розрахунок керуючого параметру.

L.G. AKHMETSHINA, A. A. YEGOROV
Dneprovsk National University named by Oles Honchar

THE ENHANCEMENT OF LOW-CONTRAST IMAGES BASED ON ADAPTIVE FUZZY HISTOGRAM HYPERBOLIZATION

This article is devoted to description of the adaptive fuzzy histogram hyperbolization algorithm for the contrast enhancement. This algorithm allows getting higher level of contrast and brightness enhancing owing to using the current transformation windows and whole image statistical characteristics. The experimental researches of the proposed algorithm abilities confirm its efficiency for processing of grayscale medical images of the different physical nature.

Keywords: image processing, contrast enhancement, fuzzy transformations, the adaptive calculation of the control parameter.

Постановка проблемы

Повышение качества изображений является сложной и многоплановой задачей. Ее сложность заключается в разнообразии целей обработки (в частности, для визуального или машинного анализа) и характеристик исходных изображений, а также в отсутствии универсальных критериев оценки качества полученных результатов [1, 2], что затрудняет выбор соответствующих методов.

При улучшении качества изображений нередко приходится осуществлять и повышение контраста. Решение этой задачи может существенно усложняться недостаточным уровнем яркости исходного изображения, наличием областей с высоким и низким контрастом в пределах одного снимка, шумом и другими факторами. Существующие методы повышения контраста, к сожалению, не обладают универсальностью: эффективность их применения существенно зависит от типа обрабатываемого изображения. Кроме того, нередко используемые методы имеют управляющие параметры, которые требуют ручной настройки при обработке разных изображений и оказывают существенно влияние на получаемые результаты. Таким образом, разработка новых или модификация существующих методов является актуальной задачей.

Анализ публикаций по теме исследования

В настоящее время для повышения качества (в частности, яркости и контраста) изображений используются различные методы, включая гистограммные, пространственные и нечеткие преобразования. Среди них особого внимания заслуживают алгоритмы, осуществляющие коррекцию гистограммы, а также нечеткие методы. Первые интересны высокой скоростью работы, т.к. манипулируют уровнями яркости изображения в целом, а не каждого его пикселя. Примерами таких методов могут служить эквализация гистограммы и адаптивная эквализация гистограммы [1]. Нечеткая обработка, характеризующаяся более высокой адаптивностью, предполагает переход в новое пространство признаков (фаззификацию), выполнение определенных нечетких операций и дефаззификацию (предполагает снова переход в другое пространство признаков). Представителем семейства таких алгоритмов является метод, основанный на применении усиливающего оператора, который описан в работе [3, 4]. Особый интерес представляет также объединение этих двух подходов в рамках одного алгоритма, примером чего может служить метод нечеткой гиперболизации гистограмм, описанный в работе [5].

Цель статьи

В данной статье описывается алгоритм улучшения слабоконтрастных изображений на основе адаптивной нечеткой гиперболизации гистограммы, который благодаря использованию статистических характеристик текущего окна преобразования и всего изображения в целом позволяет обеспечить более высокий уровень повышения контраста и яркости.

Основная часть

Предложенный в данной работе алгоритм состоит из следующих шагов.

1. Масштабирующее преобразование каждого цветового канала исходного изображения на $[0,1]$.
2. Каждый цветовой канал исходного изображения разбивается на неперекрывающиеся окна заданного размера (рекомендуется использовать размеры окон от 3x3 до 6x6 пикселей, после чего становится визуально различимым «оконный эффект»).
3. Для пикселей текущего окна $w_{x,y}$ формируется значение функции принадлежности $\mu_{x,y}$ по следующей формуле:

$$\mu_{x,y} = \left(w_{x,y} - w'_{\min}\right) / \left(w'_{\max} - w'_{\min}\right), \tag{1}$$

где, $w'_{\max}$ и $w'_{\max}$ вычисляются так:

$$w'_{\max} = w_{\max} \cdot K_w + I_{\max} \cdot \left(1 - K_w\right), \tag{2}$$

$$w'_{\min} = w_{\min} \cdot K_w + I_{\min} \cdot \left(1 - K_w\right), \tag{3}$$

$$K_w = \max\left(\left|\overline{w} - \overline{I}\right| \cdot \left|\overline{w} - 0.5\right| - \overline{w}' + \overline{I}, 0\right), \tag{4}$$

$$\overline{w}' = \left(\overline{w} + \overline{I} + 0.5\right) / 3, \tag{5}$$

причем $w_{\min}$, $\overline{w}$, $w_{\max}$ и $I_{\min}$, $\overline{I}$, $I_{\max}$ − минимальные, средние и максимальные значения для текущего окна и выбранного цветового канала исходного изображения, соответственно. Использование коэффициента K_w позволяет, с одной стороны, адаптивно учитывать характеристики текущего окна преобразования при вычислении значений функции принадлежности, а с другой – минимизировать появление на выходном изображении «оконного эффекта» (визуальную различимость стыков соседних окон преобразования).

4. Пиксели текущего окна подвергаются следующему преобразованию:

$$w^1_{x,y} = \frac{\left(1 - 1/256\right) \cdot \left(w_{x,y}\right)^{1 - \left(w_{x,y} + \overline{w}'\right)/2}}{e^{-w_{x,y}} - w_{x,y}} \cdot \left(e^{\left(-\mu_{x,y}\right)^{\beta}} - w_{x,y}\right), \tag{6}$$

где β − фаззификатор, значение которого оказывает существенное влияние на получаемый результат. Это преобразование также осуществляет повышение яркости, т.к. данный метод малоэффективен при работе с темными изображениями. Одной из особенностей предложенного алгоритма является автоматическое (в отличие от исходного метода) адаптивное вычисление значения β на основе среднего значения яркости как текущего окна преобразования, так и всего изображения в целом по следующей формуле:

$$\beta = \overline{I} + \overline{w}' + \left(\overline{w} - \overline{I}\right) \cdot \left(1 - \left(\overline{w} - \overline{I}\right) - \left(\overline{I} - 0.5\right)\right). \tag{7}$$

5. На последнем шаге происходит пропорциональное повышение яркости и контраста на основе степенных преобразований:

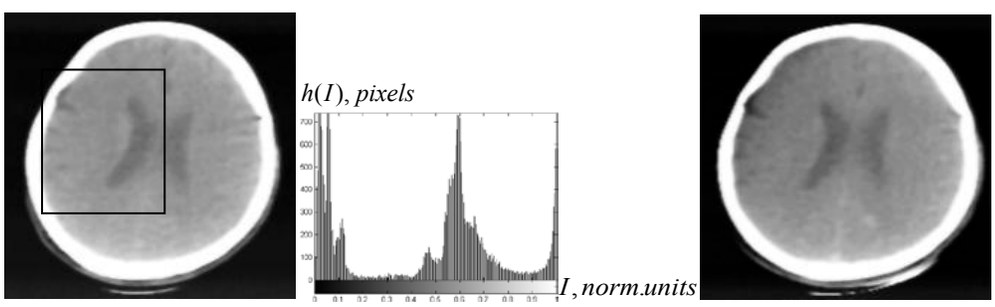
$$w_{x,y}^{2} = \left(w_{x,y}^{1}\right)^{1-\left(w_{x,y}^{1}\cdot\left(1-\bar{w}'\right)^{1+\bar{I}}\right)^{1-\left(w_{x,y}^{1}+\bar{w}'\right)/2}}. \quad (8)$$

Необходимость последнего шага также обусловлена тем, что данным методом после выполнения преобразования (6) (при использовании функции принадлежности, описанной выражением (1)) не обеспечивается достаточное повышение яркости для визуального анализа исходно темных изображений.

Экспериментальные результаты. Предложенный в данной статье алгоритм был применен при обработке различных полутоновых изображений, примерами которых могут служить медицинские снимки, представленные на рис.1 и 2.

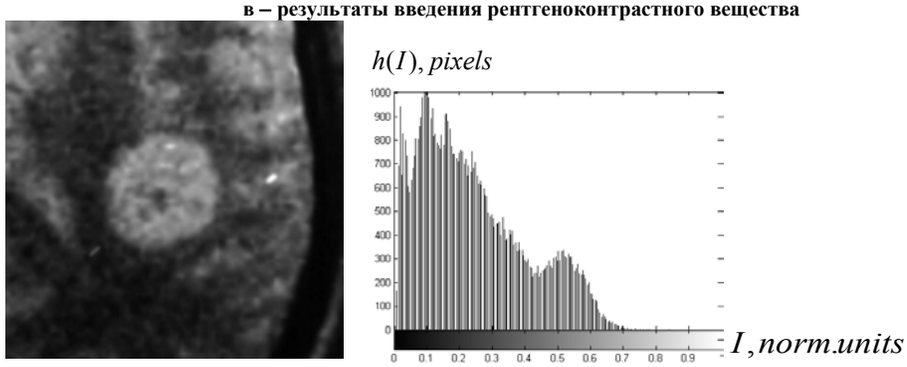
На рис. 1 а приведено полутоновое медицинское изображение, которое представляет собой томограмму головного мозга, выполненную с целью диагностики наличия гематомы, а также определения области ее влияния в случае выявления. По гистограмме исходного изображения (рис. 1 б) можно сделать вывод о том, что, в целом, изображение не является низкоконтрастным. Однако диагностирование гематомы по исходному снимку затруднено из-за ее расположения на низкоконтрастном участке изображения (фрагмент, обведенный прямоугольником), а область ее влияния визуально неразличима. Введение рентгеноконтрастного вещества (рис. 1 в) хоть и позволяет более четко выделить гематому, однако не выявляет области ее влияния.

На рис. 2 а представлена спин-решетчатая Т1 релаксация ЯМР (ядерного магнитного резонанса) участка головного мозга, из гистограммы которой (рис. 2 б) следует, что данное изображение является темным.



а **б** **в**

Рис. 1. Рентгеновская томограмма головного мозга: а – исходный полутоновой снимок (204x201); б – гистограмма; в – результаты введения рентгеноконтрастного вещества

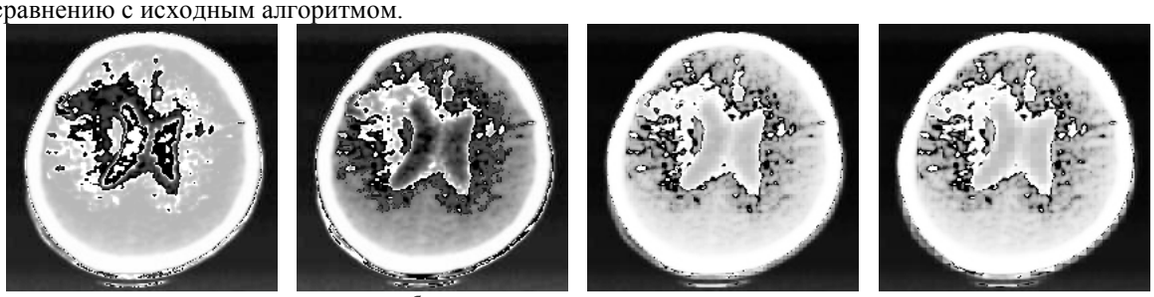


а **б**

Рис. 2. Спин-решетчатая Т1 релаксация ЯМР участка головного мозга: а – исходный полутоновой снимок (256x256); б – его гистограмма

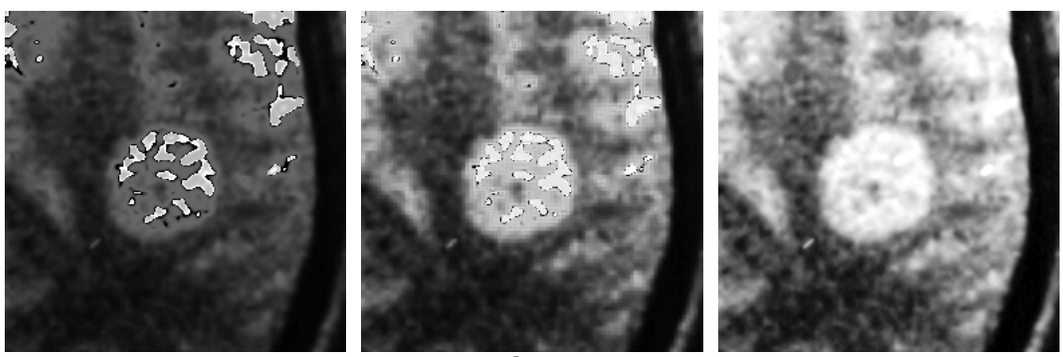
На рис. 3 приведены результаты обработки исходного изображения (рис. 1 а) исходным и предложенным в данной работе методами. Повышение контраста на основе исходного метода нечеткой гиперболизации гистограммы (рис. 3 а, б) не позволяет выделить гематому, а только область ее влияния. При этом недостаточно четко выделяется структура изображения. Особо стоит отметить, что при использовании исходного алгоритма возникает необходимость ручного подбора параметра β. Как видно из полученных результатов (рис. 3 а, б) изменение этого параметра оказывает существенное влияние на результат: значения, меньшие 1, приводят к «осветлению» изображения, а большие − к «затемнению». Применение предложенного в данной работе алгоритма (рис. 3 в, г) позволяет выделить все объекты интереса, а также структуру изображения. При этом не возникает необходимости в ручном подборе значения параметра β. Следует также отметить, что с увеличением размерности окна становится несколько более визуально различимым «оконный» эффект.

На рис. 4 приведены результаты обработки изображения, представленного на рис. 2 а. Т.к. это темное изображение, то применение как исходного, так и предложенного методов (рис. 4 а, б) не позволяют получить достаточный для визуального анализа уровень яркости, по сравнению с использованием эквализации гистограммы (рис. 4 в). Однако предложенный метод лучше выделяет структуру объекта и обеспечивает более высокий уровень яркости по сравнению как с исходным алгоритмом, так и с эквализацией гистограммы. Также предлагаемый метод позволяет получить более высокий уровень яркости по сравнению с исходным алгоритмом.



а **б** **в** **г**

Рис. 3. Обработка изображения на рис. 1. а: исходным методом: а – $\beta = 0.9$, б – $\beta = 1.1$; предложенным методом с размером окна: в − 3х3, г − 6х6 пикселей, соответственно



а **б** **в**

Рис. 4. Обработка изображения на рис. 2. а: а − исходным методом ($\beta = 0.9$); б − предложенным методом с размером окна 3х3 пикселей, в − методом эквализации гистограммы

Выводы и перспективы дальнейших исследований

На основании полученных экспериментальных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Предложенный алгоритм адаптивной нечеткой гиперболизации гистограммы:
   - позволяет достичь более высокой степени повышения контраста и яркости по сравнению с исходным алгоритмом;
   - обеспечивает более высокую детализацию результатов обработки по сравнению с применением традиционных гистограммных преобразований;
   - автоматически адаптивно рассчитывает управляющий параметр β;
   - размер окна, является единственным управляющим параметром алгоритма. При этом увеличение размера окна ведет к появлению визуально различимого «оконного эффекта»;
   - при обработке темных изображений предложенный алгоритм не обеспечивает достаточного для визуального анализа уровня повышения яркости.
2. Перспективным направлением исследований является поиск более эффективного способа повышения яркости для темных изображений, что может быть достигнуто путем изменения преобразования (8), а также использованием других функции принадлежности (отношение (1)).

Список использованной литературы

1. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс; [пер. с англ. под ред. П.А.Чочиа]. – М.: Техносфера, 2006. – 1070 с.
2. Pratt W.K. Digital Image Processing / W.K. Pratt – New York; – Chichester; Weinheim; Brisbane: John Wiley and Sons Inc., 2001. – 723 p.
3. Pal Sankar K., Image Enhancement using Smoothing with Fuzzy Sets / Sankar K. Pal, Robert A. King // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. − 1981. − vol. SMC-11, No. 1. − P. 494 − 501.
4. Егоров А. Оптимизация яркости изображений на основе нейро-фаззи технологий / А. Егоров, Л. Ахметшина // Монография. Изд. Lambert. − 2015. − 139 с.
5. Tizhoosh Hamid R., Fochem Manfred Fuzzy Histogram Hyperbolizationfor Image Enhancement / Hamid R. Tizhoosh, Manfred Fochem // Proc. Of EUFIT'95. − 1995 − vol. 3. − P. 1695 – 1698.

UDK 004.048

S.A. BABICHEV
Jan Evangelista Purkině University in Ústi nad Labem, Czech Republic
I.A. LURIE, M.A. VORONENKO
Kherson National Technical Univesity, Ukraine

JAMES-STEIN SHRINKAGE ESTIMATOR OF SHANNON ENTROPY IN WAVELET-FILTRATION SYSTEMS OF COMPLEX DATA

The paper presents the wavelet-filtering technology of complex data, where Shannon entropy, which was calculated based on James-Stein shrinkage estimator is used as a criterion to evaluate the quality of the information processing. The gene expression sequence, which was obtained by microchip experiments, was used as experimental data. It have been developed the algorithm of the studied data wavelet filtering, where the level of wavelet decomposition and the type of the wavelet is determined based on Shannon entropy maximum value of the deleted from data noise component and the thresholding coefficient value is determined based on the entropy minimum value of the filtering data.

Keywords: Shannon entropy, James-Stein shrinkage estimator, wavelet filtering, gene expression sequence, filtering, thresholding

С.А. БАБІЧЕВ
Університет Яна Евангелиста Пуркінє в Усті на Лабі, Чехія
І.А. ЛУР'Є, М.О. ВОРОНЕНКО
Херсонський національний технічний університет, Україна

ОЦІНКА ЕНТРОПІЇ ШЕННОНА НА ОСНОВІ МЕТОДУ СТИСНЕННЯ ДЖЕЙМСА ТА СТЕЙНА У СИСТЕМАХ ВЕЙВЛЕТ-ФІЛЬТРАЦІЇ СКЛАДНИХ ДАНИХ

У статті представлено технологію вейвлет-фільтрації даних складної природи, у якій як критерій оцінки якості обробки інформації використовується ентропія Шеннона, що розрахована на основі методу стиснення Джеймса та Стейна. Як експериментальні дані було використано послідовність експресій генів, що отримана за допомогою мікрочіпових експериментів. Розроблено алгоритм вейвлет-фільтрації даних що досліджуються, у якому рівень вейвлет декомпозиції і тип вейвлету визначається на основі максимуму ентропії виділеної з сигналу шумової компоненти, а значення трешолдінгового коефіцієнту визначається на основі мінімуму ентропії фільтрованих даних.

Ключові слова: ентропія Шеннона, метод стиснення Джеймса-Стейна, вейвлет-фільтрація, послідовність експресій генів, трешолдінг

С.А. БАБИЧЕВ
Университет Яна Евангелиста Пуркине в Усти на Лабе, Чехия
И.А. ЛУРЬЕ, М.А. ВОРОНЕНКО
Херсонский национальный технический университет, Украина

ОЦЕНКА ЭНТРОПИИ ШЕННОНА НА ОСНОВЕ МЕТОДА СЖАТИЯ ДЖЕЙМСА-СТЕЙНА В СИСТЕМАХ ВЕЙВЛЕТ-ФИЛЬТРАЦИИ СЛОЖНЫХ ДАННЫХ

В статье представлена технология вейвлет-фильтрации данных сложной природы, в которой в качестве критерия оценки качества обработки информации используется энтропия Шеннона, рассчитанная на основе метода сжатия Джеймса и Стейна. В качестве экспериментальных данных использовалась последовательность экспрессий генов, полученная посредством микрочиповых экспериментов. Разработан алгоритм вейвлет-фильтрации исследуемых данных, в котором уровень вейвлет-декомпозиции и тип используемого вейвлета определяется на основе максимума энтропии, выделенной с сигнала шумовой компоненты, а значение трешолдингового коэффициента определяется на основе минимума энтропии фильтрованных данных.

Ключевые слова: энтропия Шеннона, метод сжатия Джеймса-Стейна, вейвлет-фильтрация, последовательность экспрессий генов, трешолдинг

Problem statement

Creation of the models of gene regulatory networks based on the gene expression sequences, which are obtained by DNA microchip experiments or by RNA sequencing methods is one of the actual direction of modern bioinformatics. Accuracy of the obtained model work is determined by the quality of the experimental data

preprocessing, one of the steps of which is the filtration of the gene expression sequences, which are obtained by DNA microchip experiments. Scanning process of the DNA microchip data is accompanied by background noise. Partial correction of the noise component is performed by background correction at the stage of gene expression estimation. However, nowadays, it is not possible to remove completely this noise component during gene expression array creation. Owing to the above, there is a necessity to develop the technology of complex high dimensional data filtration based on the modern computing methods of information processing and estimation.

Analysis of recent research and publications

The papers [1,2] are devoted to the questions of visualisation, estimation and preprocessing of high dimensional data. The authors review the common techniques to explore and visualize high dimensional data on examples of gene expression sequences and mass spectrometry protein data. The technology to reduce the uninformativity features in the gene expression array based on the use of the statistical criteria of the studied data estimation is presented in [3]. Implementation of this technology allows reducing of the feature space dimension in the range from 5 to 10%, but it does not solve the problem of noisiness of the remained data. The [4,5] discuss the problem of complex data filtration based on wavelet analyses. The authors proposed the hybrid technology based on complex using the wavelets and Winner filter. However, it should be noted that the problem of the wavelet filter parameters optimisation based on the quantity criteria to estimate the quality of the information processing has not final decision nowadays.

Unsolved parts of the general problem are the absence of the efficient methods of complex high dimension data filtration based on the complex use of modern methods of information processing and quality of the obtained results estimation.

The aim of the paper is development of the technique of high dimensional complex data wavelet filtration, where the estimation of the data processing quality is performed based on Shannon entropy criterion using James-Stein shrinkage estimator.

The presentation of the basis material

Gene expression sequence is a vector the components of which are the expressions of genes, which determine the character of functioning of the appropriate cells of biological organism. Three technologies are actual to determine the gene expression sequences nowadays. These technologies are presented in Fig. 1.

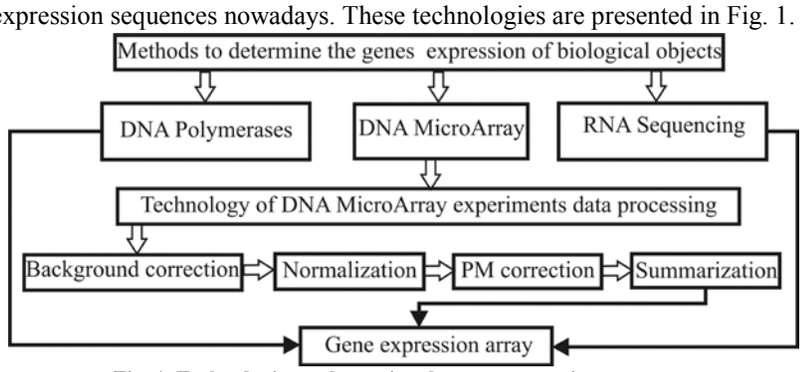


Fig. 1. Technologies to determine the gene expression sequences

DNA polymerises and RNA sequencing technologies are more exact in comparison with DNA microarray technology. The gene expression sequences, which are obtained by these technologies, have significantly lower level of noise component, but these technologies are very expensive. DNA microarray technology allows estimating of the gene expression of tens of thousands genes concurrently. This technology is cheaper but the data of genes expressions include the complexity noise component, which is determined by the processes of microchip creation and reading information from it. An example of gene expression sequence of one of the studied objects, which is obtained by DNA microchip method, is shown in Fig. 2.

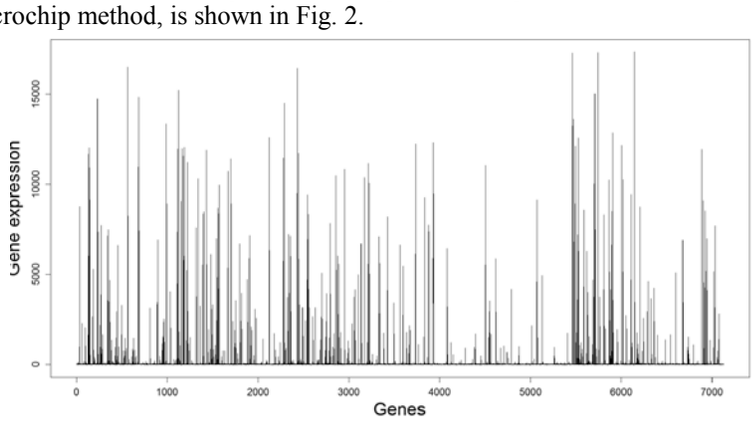


Fig. 2. An example of gene expression sequence

The statistical characteristics of the studied vector are presented in Table 1.

Table 1

Statistical characteristics of the studied gene expression sequences

Minimum	1 Quantile	Median	Mean	3 Quantile	Maximum
–36,19	2,18	11,10	236,91	22,63	17360,00

As it can be seen, the gene expression sequence includes about seven thousand genes, expression of which is changed in the range from -36,19 to 17360. At the same time, the most of the gene expression have low values. Analysis of Fig.2 and Table 1 allows us to conclude also that the range of change of the gene expression of noise component is significantly lower in comparison with range of change of the gene expression sequence. Moreover, the frequency of the noise component most probably is more in comparison with frequency of the useful component of the studied vector. This fact allows us to use the wavelet analysis to solve the problem of studied data filtration. Wavelets are the families of functions $\Psi_{a,b}(t)$, which are generated from the basis of mother wavelets by choosing the parameters a (scale parameter) and b (shift parameters) [6,7]:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{1}$$

The process of wavelet processing for purpose of data filtration is presented in Fig. 3.

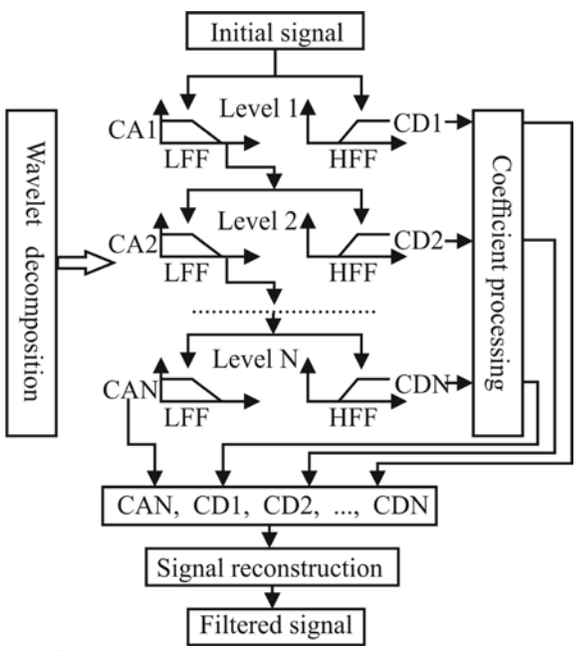


Fig. 3. The scheme of gene expression sequence wavelet processing

Approximation coefficients on N level and detail coefficients on levels from 1 to N are calculated during the wavelet decomposition process. The noise component in the most cases are in the detail coefficients since these coefficients have higher frequency, therefore the detail coefficients are processed at the next step using certain value of the thresholding coefficient. The soft thresholding was used for detail coefficients processing in case of gene expression sequence. If τ – is the thresholding coefficient value and d – is the detail coefficient value, the processing of the detail coessicient in case of the soft thresholding is performed by formula:

$$\begin{cases} d = 0, \ \ if \ d \le \tau, \\ d = d - \tau, \ \ if \ d > \tau. \end{cases} \tag{2}$$

The signal reconstruction is performed based on the approximation coefficient on N level and processed detail coefficient on levels from 1 to N. The analysis of Fig. 3 allows us to conclude that the wavelet prosessing of the studied data involves the following:

- choise of the mother wavelet;
- determination of the wavelet decomposition level;
- choise of the type of the wavelet from the basis of the mother wavelet;
- determination of the thresholding coefficient value.

Each of these steps involves estimation of the processing quality in order to determine the optimal parameters to process the studied data. To estimate the data processing quality Shannon entropy criterion using James-Stein shrinkage estimator was used. If k – is the quantity of cells with probablities $p_1, p_2, ..., p_k$, where $p_i > 0$ and $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$, then Shannon entropy is defined as quantitative measure of the uncertainty of the system state and it is calculated as follow [8]:

$$H = -\sum_{i=1}^{k} p_i \log_2 p_i \tag{3}$$

Two diferent models are the basis of James-Stein shrinkage estimator: a high-dimensional model with low bias and high variance and low-dimensional model with larger bias and lower variance [9]. The probablity of James-Stein shrinkage estimator in i cell is calculated by formula:

$$p_i^{Shrink} = \lambda t_i + (1-\lambda) p_i^{ML}, \tag{4}$$

where $t_i = \frac{1}{n_i}$ – is the target probabbility in i cell or probablity in case what all features in i cell are different; p_i^{ML} – is the probability in i cell calculated by maximum-likelihood method:

$$p_i^{ML} = \frac{n_j}{n_i}, \tag{5}$$

where n_i – is the quantity of features in i cell, $n_j, j = 1,...,k$ – is the quantity of the j-th feature in i cell. λ – is the shrinkage intetsity that takes the values from 0 (no shrinkage) to 1 (full shrinkage) and it is calculated by the formula:

$$\lambda = \frac{1 - \sum_{i=1}^{k} \left(p_i^{ML}\right)^2}{(n-1)\sum_{i=1}^{k} \left(t_i - p_i^{ML}\right)^2}, \tag{6}$$

where n – is the quantity of the studied vector features. Taking into account the hereinbefore, the formula to calculate Shannon entropy using James-Stein shrinkage estimator can be presemted as follow:

$$H^{Shrink} = -\sum_{i=1}^{k} p_i^{Shrink} \log_2 p_i^{Shrink}. \tag{7}$$

Obviously, higher value of Shannon entropy corresponds to lower quantity of useful information in the studied vector. Maximum value of Shannon entropy corresponds to white noise component. Thus, lower value of Shannon entropy of the studied vector or higher value of Shannon entropy of the removed noise component corresponds to better quality of the studied vector processing. The structural block diagram of the wavelet filtration process using James-Stein shrinkage Shannon entropy estimator is presented in Fig. 4.

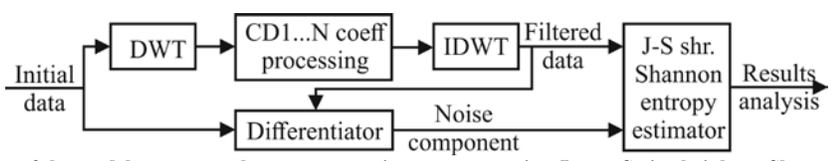


Fig. 4. Block diagram of the model to process the gene expression sequence using James-Stein shrinkage Shannon entropy estimator

Implementation of the hereinbefore process involves the following steps:

1. Choise of the mother wavelet from the list of the avialable ones.
2. Determination of the optimal level of wavelet decomposition based on Shannon entropy maximum value for the selected noise component. At this step we use randomly chosen type of wavelet from the family of the mother wavelet.
3. Determination of type of wavelet from the mother wavelet family based on the maxomum value of Shannon entropy for the selected noise component.

4. Determination of the thresholding coefficient value based on the minimum value of Shannon entropy for filtered data.

The practical implementation of the presented technology was performed based on the family of Daubechy wavelets. Wavelets db1 (or haar)… db45 were used during simulation process. Determination of the thresholding coefficient value was carried out in two ways. The first way involves step by step removing of the noise component using low constant value of the thresholding coefficient. Estimation of Shannon entropy of the filtered data is performed at each step of the filtration process. The duration of the filtration process is limited by quantity of the noise removing steps. The second way involves step by step increase of the threshilding coefficient value from $\tau_{\min}$ to $\tau_{\max}$ with step $d\tau$. The estimation of the filtered data Shannon entropy at each step is performed concurently. The final decision about the optimal step of data processing in both cases is taken out based on the minimum value of Shannon entropy for filtered data. The results of the simulation process for gene expression sequence filtering are shown in Fig. 5. Fig. 6 shows the filtered sequence and the removed from sequence noise component.

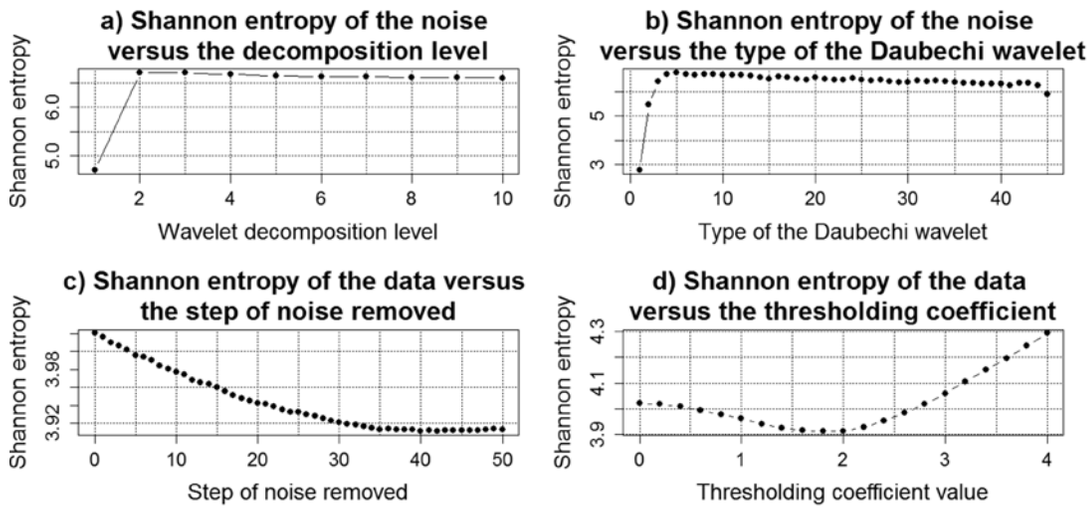


Fig. 5. Charts of James-Stein shrinkage Shannon entropy versus the: a) level of wavelet decomposition; b) type of the Daubechi wavelet; c) step of noise component remove; d) thresholding coefficient value

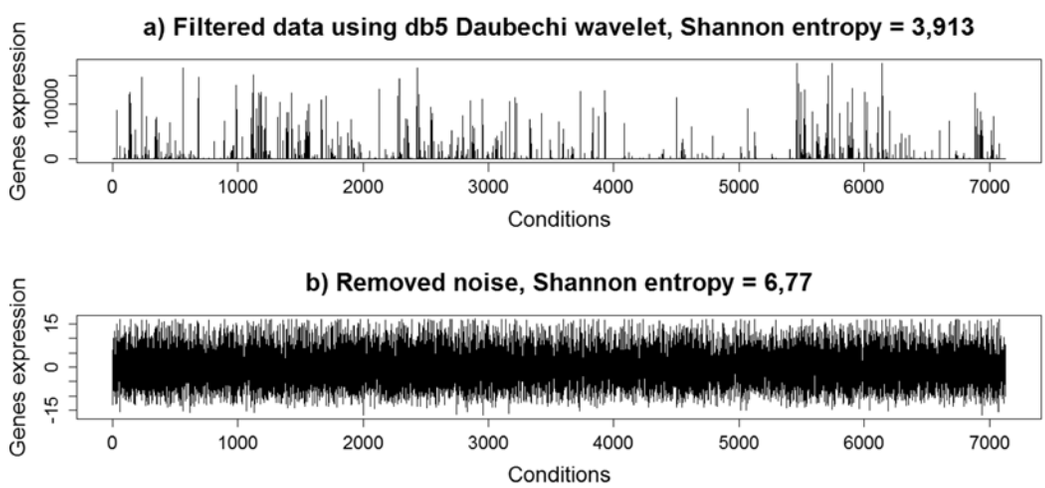


Fig. 6. Results of the simulation: a) filtered gene expression sequence; b) removed noise component

The analysis of the obtained results allows us to conclude that an optimal in terms of Shannon entropy criterion is the gene expression processing using wavelet db5 for two level of wavelet decomposition and thresholding coefficient value 1,8. The comparison of the charts in Fig. 5c and 5d allows us also to conclude that the step by step increase of the thresholding coefficient value with little step of its change is more effective in comparison with step by step removing noise component with constant value of the thresholding coefficient. The local minimum of Shannon entropy value in Fig. 5d is more evident in comparison with local minimum in Fig. 5c.

Conclusion

The paper presents the technology of filtering the gene expression sequence based on the complex use of the wavelet analysis and James-Stein shrinkage estimator. Implementation of this technology allows us to determine the optimal parameters of the wavelet filter in terms of quantitative criterion of the data processing quality estimation. The family of Daubechies wavelet was used during simulation process. The use of James-Stein shrinkage estimator to calculate Shannon entropy is determined by complex character of this method. James-Stein shrinkage estimator takes into account two very diferent models: a high-dimensional model with low bias and high variance and low-dimensional model with larger bias and lower variance. This fact allows us to obtain higher objectivity during estimation of the data processing quality. The wavelet filtering process of the gene expression sequence includes three stages. The first stage involves the level of wavelet decomposition determination. At the second step the choise of Daubechi wavelet type was performed. In these cases the solution is made based on the maximum Shannon entropy value for the removed noise component. The third stage involves the thresholding coefficient value determination based on the minimum Shannon entropy value for the filtered data. Determination of the thresholding coefficient value was carried out in two ways. The first way involves step by step removing of the noise component using low constant value of the thresholding coefficient. Estimation of Shannon entropy of the filtered data is performed at each step of the filtration process. The duration of the filtration process is limited by quantity of the noise removing steps. The second way involves step by step increase of the threshilding coefficient value from $\tau_{\min}$ to $\tau_{\max}$ with step $d\tau$. The results of the simulation show that the step by step increase of the thresholding coefficient value with little step of its change is more effective in comparison with step by step removing of the noise component with constant value of the thresholding coefficient. Moreover, an optimal in terms of Shannon entropy criterion is the gene expression processing using wavelet db5 for two level of the wavelet decomposition and thresholding coefficient value 1,8. The perspective of the autor's research is the creation of the complex technology of the gene expression sequences preprocessing, where the data filtering will be one of the stages of the studied data processing.

References

1. Wu Z. Exploration, visualization, and preprocessing of high-dimensional data / Z. Wu // Methods Molecular Biology, 2010.– Vol. 620. – P. 267-284.
2. Ozsolak F. RNA sequencing: advances, challenges and opportunities / F. Ozsolak, P.M. Milos // Nature Reviews Genetics, 2011**. –** Vol**.**12**. –** P.87-98.
3. Babichev S. Filtration of DNA nucleotide gene expression profiles in the systems of biological objects clustering / S.Babichev, M.A.Taiff, V. Lytvynenko // International Frontier Science Letters. – 2016. – Vol. 8.– P.1-8.
4. Joshi A. Analysis of Adaptive Wavelet Wiener Filtering for ECG Signals: Review / A. Joshi, H.S. Aravind // International Journal of Advanced Research in Electronics and Communication Engineering. – 2014. – Vol. 3. – Issue 4.– P. 395-398.
5. Chandu R. ECG Signal Filtering using an Improved Wavelet Wiener Filtering / R. Chandu. M. Venkateswarlu // International Journal of Advanced Technology and Innovative Research. – 2015. – Vol. 7.– Issue 7.– P. 1242-1247.
6. Daubechies I. The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis / I. Daubechies // IEEE Trans. Inform. Theory. – 1990. – Vol. 36. – P. 961-1005.
7. Coifman R.R. Wavelet Analysis and Signal Processing / R.R. Coifman, Y. Meyer, M.V. Wickerhauser // Wavelets and Their Applications. – Boston Jones and Bartlett, 1992.– P. 153-178.
8. Shannon C.E. A mathematical theory of communication / C. E. Shannon // Bell System Technical Journal, 1948. – V. 27. – P. 379–423, 623–656.
9. Hausser J. Entropy inference and James-Stein estimator, with application to nonlinear gene association networks / J. Hausser, K. Strimmer // Journal of Machine Learning Research. – 2009. – Vol. 10. – P. 1469-1484.

УДК 004.048

І.В.БАКЛАН
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

МАТЕМАТИЧНІ ПОСТАНОВКИ КРОКІВ ПОБУДОВИ ЛІНГВІСТИЧНОЇ МОДЕЛІ

У даній статті розглядається поетапний процес побудови лінгвістичної моделі для системи автентифікації користувача за рухами мишкою. Приведена математична постановка окремих етапів.

Ключові слова: лінгвістичне моделювання, лінгвістична модель.

И.В. БАКЛАН
Национальний технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОСТАНОВКИ ШАГОВ ПОСТРОЕНИЯ ЛИНГВИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

В данной статье рассматривается поэтапный процесс построения лингвистической модели для системы аутентификации пользователя по движениям мышкой. Приводится математическая постановка отдельных этапов.

Ключевые слова: лингвистическое моделирование, лингвистическая модель.

I.V. BAKLAN
National technical university of Ukraine «Kiyv polytechnical institute»

MATHEMATICAL STATEMENTS OF STEPS TO CONSTRUCT A LINGUISTIC MODEL

This paper considers step-by-step to constract linguistic model for user authentication system by movement of computer manipulator. The mathematical statement of each step is given.

Keywords: Linguistic modelling, Hidden Markov models, Overdiscretization, Interpolation, Lagrange polynomial.

Вступ

Система аналізу індивідуальної манери користування Веб-сервісом призначена для дослідження можливості автентифікації користувача за траєкторією руху курсору «мишки».

Головною метою системи аналізу індивідуальної манери користування Веб-сервісом є збільшення надійності процесу автентифікації користувача за допомогою використання біометричної автентифікації на основі траєкторій руху курсору «мишки» користувача даного Веб-сервісу

Для досягнення поставленої мети має бути вирішена задача знаходження лінгвістичного образу траєкторій руху курсору «мишки» користувача, що включає в собі:

а) обчислення різницевих рядів вихідної траєкторії руху курсору «мишки»;

б) вибір критерію інтервалізації різницевих рядів;

в) інтервалізація певного різницевого ряду згідно обраного критерію;

г) знаходження лінгвістичного ланцюжка для певного різницевого ряду;

д) знаходження матриці переходів для кожної можливої пари символів у лінгвістичному ланцюжку певного різницевого ряду.

Вхідними даними для даної задачі є траєкторія руху курсору «мишки» користувача, що являє собою множину пар координат:

– вектор координат по осі абсцис;

– вектор координат по осі ординат.

Вихідними даними для цієї задачі є лінгвістичний образ користувача, що являє собою:

– множину інтервалів, отриману в результаті інтервалізації різницевого ряду певного порядку від ряду вхідних координат по одній з осей (абсцис чи ординат);

– матрицю переходів, побудовану на множині інтервалів(описаній вище) та по ряду вхідних координат по одній з осей (абсцис чи ординат).

Вказаний лінгвістичний образ будується окремо для осі ординат та для осі абсцис, а також окремо для різницевих рядів, вхідного ряду координат, різних порядків [1-3]. Таким чином отримаємо множину лінгвістичних образів, що і є кінцевим результатом задачі для певного користувача.

Автентифікація користувача за траєкторією руху курсору «мишки» може здійснюватися різними способами, як було продемонстровано в огляді наявних аналогів [4-7]. В даній роботі буде розглядатися підхід лінгвістичного моделювання для побудови лінгвістичного образу користування «мишкою» певним користувачем Веб-сервісу.

Постановка проблеми

Завданням даного дослідження є математична формалізація кроків реалізації лінгвістичної моделі. для розпізнавання емоційного стану користувача ПК із застосуванням методів лінгвістичного моделювання.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Вказаний лінгвістичний образ будується окремо для осі ординат та для осі абсцис, а також окремо для різницевих рядів, вхідного ряду координат, різних порядків [1-3]. Таким чином отримаємо множину лінгвістичних образів, що і є кінцевим результатом задачі для певного користувача.

Автентифікація користувача за траєкторією руху курсору «мишки» може здійснюватися різними способами, як було продемонстровано в огляді наявних аналогів [4-7]. В даній роботі буде розглядатися підхід лінгвістичного моделювання для побудови лінгвістичного образу користування «мишкою» певним користувачем Веб-сервісу.

Формулювання цілей статті

Дана стаття має на меті опис методу побудови лінгвістичних моделей динамічних образів емоційного стану користувача інформаційних систем з використанням комп'ютерних маніпуляторів.

Виклад основного матеріалу дослідження

Згідно з етапів побудови лінгвістичної моделі вихідна задача буде розбита на такі підзадачі:

– підзадача отримання різницевих рядів;
– підзадача інтервалізації;
– підзадача лінгвістизації;
– підзадача побудови матриці переходів.

Підзадача отримання різницевих рядів.

Призначенням даної підзадачі є отримання рядів, котрі характеризують динаміку зміни руху курсору «мишки»: швидкість(різницевий ряд 1-ого порядку), прискорення(різницевий ряд 2-ого порядку) і т. д. Таким чином різницеві ряди являються похідними від вихідного ряду.

Дано: Вектор цілих чисел $\bar{X}$ з потужністю $n = |\overline{X}|$.

Результати: Вектор цілих чисел $\overline{D}$ з потужністю $k = |\overline{D}|$.

Обмеження:

$$\forall d_i \in \overline{D} : d_i = x_{i+1} - x_i \tag{1.1}$$

де $i \in [0; n-1)$; $x_{i+1}, x_i \in \overline{X}$

$$k = n - 1 \tag{1.2}$$

Підзадача інтервалізації.

Призначенням даної підзадачі є побудова алфавіту користувача шляхом розбиття відсортованого різницевого ряду на множину інтервалів, кожний елемент якої характеризує певну літеру алфавіту.

Дано:

– гіпотетична потужність алфавіту a;
– вектор цілих чисел $\overline{D}$ з потужністю $k = |\overline{D}|$.

Результати:

Вектор пар цілих значень $\bar{I}$ з потужністю $n = |\bar{I}|$.

Обмеження:

$$\forall x \in \bar{I} : x^1 \le x^2 \tag{1.3}$$

$$\forall x_i \ , x_{i+1} \in \bar{I} : x_i^2 < x_{i+1}^1, \tag{1.4}$$

де $i \in [0; n-1)$

$$n \le a \tag{1.5}$$

$$a \ll k \tag{1.6}$$

$$\exists x \in \bar{I} : \forall d \in \overline{D}, d \in [x^1; x^2] \tag{1.7}$$

$$\forall d_i, d_{i+1} \in \overline{D} : d_i \le d_{i+1}, \tag{1.8}$$

де $i \in [0; k-1)$

$$x_0 \in \overline{I} : \; x_0 = (-\infty; \; x_1^1) \tag{1.9}$$

$$x_n \in \overline{I} : \; x_n = (x_{n-1}^2; +\infty) \tag{1.10}$$

Підзадача лінгвістизації.

Призначенням даної підзадачі є отримання лінгвістичного ланцюжку шляхом знаходження відповідної літери алфавіту для кожного значення різницевого ряду. Літера алфавіту однозначно відповідає певному інтервалу з множини інтервалів, отриманих в результаті розв'язання попередньої задачі.

Дано:

– вектор цілих чисел $\overline{D}$ з потужністю $k = \left|\overline{D}\right|$, що відповідає обмеженню представленому у формулі 1.7;

– вектор пар цілих значень $\overline{I}$ з потужністю $n = \left|\overline{I}\right|$ з обмеженнями, що наведені у формулах 1.3 та 1.4, а також у 1.9 та 1.10.

Результати:

Вектор цілих чисел $\overline{A}$ з потужністю k.

Обмеження:

$$\forall x_i \in \overline{A} : \; \exists d_i \in \overline{D}, \exists y_j \in \overline{I}, d_i \in \left[y_j^1; y_j^2\right], x_i = j, \tag{1.11}$$

де $i \in [0; k), j \in [0; n)$

Підзадача побудови матриці переходів.

Призначенням даної підзадачі є побудова матриці переходів між двома літерами алфавіту в реченні. Алфавіт та його літери визначені у підзадачі інтервалізації, а речення – у задачі лінгвістизації.

Дано:

– вектор цілих чисел $\overline{A}$, що відповідає обмеженню 1.11 з потужністю $k = \left|\overline{A}\right|$;

– потужність множини інтервалів n, отриманої в результаті задачі інтервалізації(див. п. 3.2.2).

Результати:

Квадратна матриця раціональних чисел $\overline{P}$ розмірністю n.

Обмеження:

$$\forall x_{ij} \in \overline{P} : \; x_{ij} \in [0.0; 1.0], \tag{1.12}$$

де $i, j \in [0; n)$

Математична постановка задачі порівняння лінгвістичних образів користувачів.

Призначенням даної задачі є отримання оцінки для двох лінгвістичних образів, котра вказує на їх схожість.

Дано:

– квадратна матриця раціональних чисел $\overline{P_1}$ розмірністю $n_1 = \left|\overline{P_1}\right|$;

– квадратна матриця раціональних чисел $\overline{P_2}$ розмірністю $n_2 = \left|\overline{P_2}\right|$.

Результати:

Раціональне число l.

Обмеження:

$$\forall x_{ij} \in \overline{P_1} : x_{ij} \in [0.0; 1.0], \tag{1.13}$$

де $i, j \in [0; n_1)$

$$\forall x_{ij} \in \overline{P_2} : x_{ij} \in [0.0; 1.0], \tag{1.14}$$

де $i, j \in [0; n_2)$

$$\forall i \in [0, n_1) : \sum_{j=0}^{n_1-1} p_i^j = 1.0 \vee \sum_{j=0}^{n_1-1} p_i^j = 0.0, \tag{1.15}$$

де $p_i^j \in \overline{P_1}$

$$\forall i \in [0, n_2) : \sum_{j=0}^{n_2-1} p_i^j = 1.0 \vee \sum_{j=0}^{n_2-1} p_i^j = 0.0, \tag{1.16}$$

де $p_i^j \in \overline{P_2}$

$$n_1 = n_2 \tag{1.17}$$

$$l \in [0.0, 1.0] \tag{1.18}$$

При чому інтерпретація значення l наступна: чим ближче l до 1.0, тим більш схожими є матриці переходів.

Висновки

В даній статті була сформульована змістовна та математична постановки задачі знаходження лінгвістичних образів траєкторій руху курсору «мишки». Було введено поняття лінгвістичного моделювання та поетапно описано спосіб застосування даного підходу для розв'язання поставленої задач. Також, для більш повного розгляду задачі, були введені додаткові підзадачі, описані їх математичні постановки та наведені приклади їх виконання.

Список використаної літератури

1. Баклан І. В. Аналіз поведінки економічних часових рядів з використанням структурних підходів. Сборник МКММ-2006. — Херсон: ХГТУ, 2006.
2. Баклан І. В. Структурний підхід до розпізнавання образів у системах безпеки. Національна безпека України: стан, кризові явища та шляхи їх подолання. Міжнародна науково-практична конференція (Київ, 7-8 грудня 2005 р.). Збірка наукових праць. — К.: Національна академія управління — Центр перспективних соціальних досліджень, 2005. — С.375-380.
3. Баклан І. В. Лінгвістичне моделювання: основи, методи, деякі прикладні аспекти. Систем. технології. — 2011. — № 3. — С. 10-19
4. Мышкис А. Д. Элементы теории математических моделей. — 3-е изд., испр. — М.: КомКнига, 2007. — 192 с
5. Нарасимхан Р. Лингвистический подход к распознаванию образов. Автоматический анализ сложных изображений. — М.: Мир, 1969.
6. Дуда Р., Харт П., Распознавание образов и анализ сцен. — М.: Мир, 1976.
7. Орлов А. И. Теория принятия решений: учебник. — М.: Экзамен, 2006. — 573 с.

УДК 004.048

І.В. БАКЛАН, О.А. МОРОЗОВА, Є.А. НЕДАШКІВСЬКИЙ
Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут"

ПОРІВНЯННЯ ЛІНГВІСТИЧНИХ ЛАНЦЮЖКІВ ПРИ ПРОГНОЗУВАННІ ЧАСОВИХ РЯДІВ

У даній статті розглядається поетапний процес побудови лінгвістичної моделі для системи автентифікації користувача за рухами мишкою. Приведена математична постановка окремих етапів.

Ключові слова: лінгвістичне моделювання, лінгвістична модель.

И.В. БАКЛАН, А.А. МОРОЗОВА, Е.А. НЕДАШКОВСКИЙ
Национальний технический университет Украины "Киевский политехнический институт"

СРАВНЕНИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ ЦЕПОЧЕК ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

В данной статье рассматривается поэтапный процесс построения лингвистической модели для системы аутентификации пользователя по движениям мышкой. Приводится математическая постановка отдельных этапов.

Ключевые слова: лингвистическое моделирование, лингвистическая модель.

I.V. BAKLAN, O.A. MOROZOVA, Ye.A. NEDASHKOSKYI
National technical university of Ukraine "Kiyv polytechnical institute"

MATHEMATICAL STATEMENTS OF STEPS TO CONSTRUCT A LINGUISTIC MODEL

This paper considers step-by-step to constract linguistic model for user authentication system by movement of computer manipulator. The mathematical statement of each step is given.

Keywords:Linguistic modelling,Linguistic model.

Постановка проблеми

У роботі досліджується новий підхід для представлення часових рядів, застосування лінгвістичного моделювання для задачі прогнозування часових рядів.

Завданням лінгвістичного моделювання є перетворення часових рядів, експериментальних даних до лінгвістичних послідовностей та відновлення за ними формальної граматики мови. В основі лінгвістичного моделювання лежить лема існування ізоморфізму відтворення чисельних даних до лінгвістичних послідовностей, на основі яких може бути побудована мова. Як висновок існування унікальної мови, яка фактично уособлюється наборами чисельних даних.

Побудова лінгвістичних моделей, в тому числі, включає застосування інтервального підходу для розбиття множини значень числового ряду та подальшої побудови відображення множини. Для переходу від множини чисельних даних до символьного вигляду потрібно розбити цю множину на чисельні інтервали. Розбиття відбувається таким чином, щоб кількість елементів різницевих рядів початкового ряду в кожен інтервал потрапляла у відповідності до певного розподілу, тобто частота попадання елементів до інтервалу дорівнювала теоретичній імовірності. Розглядаються такі типи інтервалізації, як рівнозначні інтервали, логарифмічні інтервали, рівноймовірнісні інтервали, інтервали за певним розподілом (Пуассона, нормальним, бета-розподілом).

Завданням даного дослідження є виявлення оптимальних параметрів побудови алгоритму лінгвістичного моделювання та обґрунтування доцільності використання методу для прогнозування часових рядів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Завданням лінгвістичного моделювання є перетворення часових рядів, експериментальних даних до лінгвістичних послідовностей та відновлення за ними формальної граматики мови. Це дозволяє вирішувати такі проблеми, як: прогнозування часових рядів, розпізнання образів [1]. Лінгвістичне моделювання – комплекс методів, методик та алгоритмів, які використовують процес перетворення числових масивів інформації до лінгвістичних послідовностей, на основі яких відновлюється формальна граматика [2]. Цей тип моделювання треба розглядати як специфічний вид математичного моделювання для обробки даних у символьному (не чисельному вигляді) [3]. Лінгвістичне моделювання базується на трьох основних підходах: структурний підхід та математична лінгвістика, інтервальні обчислення та робастні методи, сучасні методи імовірнісного моделювання. [4, 5]. Одним з методів прогнозу є структурний (синтаксичний) підхід. Він базується на деяких принципах розпізнавання образів, який складається з трьох основних частин – блока

попередньої обробки, блока опису об'єкта, блока синтаксичного аналізу [6]. Кожний попередньо опрацьований об'єкт сегментується на власні складові частини на підставі наперед визначених операцій та операцій об'єднання. В свою чергу кожна складова частина об'єкта ідентифікується за допомогою заданого набору зразків. Тепер кожний об'єкт подається набором зразків із визначеними синтаксичними операціями, тобто правилами їх поєднання [7].

Формулювання мети дослідження

Дана стаття має на меті розв'язати наступні завдання: виконати огляд відомих результатів з прогнозування часових рядів; виконати формалізацію задачі побудови граматики мови як основи лінгвістичної моделі; виконати порівняльний аналіз результатів на різних параметрах алгоритму.

Викладення основного матеріалу дослідження

На базі структурного підходу розроблено наступний метод створення лінгвістичної послідовності на базі числового ряду. Слід виконати наступні перетворення: порахувати різниці $\Delta y(i)=y(i)-y(i+1),\ i=\overline{1;N}$, між сусідніми значеннями ряду; виключити дублікати з отриманого ряду; відсортувати ряд за зростанням (чи спаданням); виокремити від'ємну ($a(k)$) та додатну ($b(k)$) послідовність зі значень $\Delta y(i)$.

Відомі різні способи опису мов. Кінцеву мову можна описати простим перерахуванням її ланцюжків. Оскільки формальна мова може бути і нескінченною, потрібні механізми, що дозволяють кінцевим чином представляти нескінченні мови. Можна виділити два основних підходи для такого уявлення: механізм розпізнання та механізм породження (генерації). Механізм розпізнавання є процедурою спеціального виду, яка за заданим ланцюжком визначає, чи належить він мові. Якщо належить, то процедура зупиняється з відповіддю "так", тобто допускає ланцюжок; інакше – зупиняється з відповіддю "ні", або зациклюється. Мова, яка визначається таким чином, є множиною всіх правильно побудованих ланцюжків. Основний спосіб реалізації механізму породження – використання породжуючих граматик, які іноді називають граматиками Хомського.

Алгоритм "дистанція Левенштейна" (Levenshtein distance), так само відома як редакційна відстань або дистанція редагування. Ця "дистанція" – це мінімальна кількість правок одного рядка (під правками маються на увазі три можливі операції: стирання символу, заміна символу і вставка символу), щоб перетворити його в інший. Наприклад: levenshtein ('ABC', 'ABC') = 0 levenshtein ('ABC', 'ABCDEF') = 3 levenshtein ('ABC', 'BCDE') = 3 levenshtein ('BCDE', 'ABCDEF') = 2. Для того, щоб отримати дистанцію Левенштейна між рядками ***s*** і ***t*** (довжиною ***m*** і ***n*** відповідно, індексація починається з нуля) і редакційний припис (які саме правки потрібно вносити), розраховується матриця відстаней *D* (розмірністю (m + 1) × (n + 1)). Кожний елемент матриці *D* [*i*, *j*] містить дистанцію між першими ***i*** символами рядка ***s*** і першими ***j*** символами рядка ***t***. Наприклад, матриця дистанцій Левенштейна для рядків ***s*** = '*ABC*' і ***t*** = '*ABF*':

		A	*B*	*F*
	0	1	2	3
A	1	0	1	2
B	2	1	0	1
C	3	2	1	1

Рис. 1. Матриця дистанцій Левенштейна

Стовпці відповідають підрядкам рядів ***t***, а рядки матриці – підрядкам ***s***. Рядок і стовпець з нульовим індексом відповідають порожнім підрядкам ***s*** і ***t***. Кожений елемент цієї матриці містить відстань між підрядками відповідних йому індексів. Наприклад, *D* [3,2] = 1 – це відстань між *ABC* і *AB* (всього одна правка – видалити *C*). Таким чином, *D* [3,3] = 1 – це і є шукана дистанція між *ABC* і *ABF*. (Заміна *C* на *F*). Крім дистанції ця матриця містить в собі інформацію про ті поправки, які необхідно внести в рядок ***s***, щоб отримати рядок ***t*** – редакційний припис. Побудова матриці дистанцій схожа на прокладання маршруту через лабіринт: починаючи з лівого верхнього кута матриці-карти, ми повинні потрапити в правий нижній кут. Частину матриці можна заповнити без обчислень: стовпець і рядок з нульовими індексами заповнюються числами по порядку, починаючи з нуля. Це просто пояснити тим, що для того, щоб з порожнього рядка отримати якийсь рядок *T* (довжиною ***k***), потрібно рівно ***k*** вставок – по одній на кожний символ. Аналогічно і в зворотний бік: для того, щоб з рядка ***s*** довжиною l отримати порожній рядок, потрібно рівно l вилучення. Таким чином, числа в нульовому рядку і колонці не залежить від вмісту порівнюваних рядків [49].

Для розв'язання даної задачі використовується рекурентне співвідношення:

$$Di.j=\{Di-1,j-1+0(equal,nonchange)\ Di-1,j-1(replace)\ Di-1,j(incert)\ Di,j-1(delete)$$

Найпростішою технікою оптимізації даного алгоритму є кешування розрахованих значень ***Di,j***. Для цього можна скористатись двовимірним масивом. В такому випадку складність алгоритму та вимоги по пам'яті складатимуть O(N^2) [8].

Задача пошуку та порівняння підрядків використовується в різних галузях науки. Наприклад, для пошуку рядків, що містять задані підрядки, для порівняння двох та більше рядків на подібність, для пошуку підрядків, що найчастіше зустрічаються у заданій послідовності, для пошуку інформативних елементів у послідовностях (наприклад, у послідовностях протеїнів та амінокислот).

Опис алгоритму розрахунку помилки тестового прогнозу за відстанню Левенштейна. Вхідні дані алгоритму: Слово для тестового періоду; Прогноз для тестового періоду;

Вихідні дані алгоритму: Значення відстані Левенштейна для вхідних строк.

Послідовність виконання алгоритму:

Крок 1:Нехай M та N – довжини вхідних рядків $S1$ та $S2$, тоді для всіх i від 0 до M та для всіх j від 0 до N підраховуємо $D(i, j)$, та повертаємо $D(M,N)$, де

$$D(i,j)=\{0;\ i=0,\ j=0i;\ j=0,\ i>0j;\ i=0,\ j>0D(i-1,j-1);\ S1[i]=S2[j]min(D(i,\ j-1)+insertcountD(i-1,\ j)+ +deletecountD(i-1,\ j-1)+replacecount\};\ j>0,\ i>0,\ S1[i]\neq S2[j].$$

Min(a,b,c) повертає найменший з аргументів. Ціну вставки, видалення та заміни вважатимемо однаковою та рівною одиниці.

Результати чисельних експериментів

Вхідні дані для експериментів були взяті з world data center (WDC): http://wdc.org.ua/. WDC було створено для архівації та поширення даних, зібраних з наглядових програм. WDC був створений у 1957-1958 роках і він нині включений до 52 центрів в 12 країнах. Представлений алгоритм призначений для оперативного прогнозу зміни тренду ряду, який відстежується. Однак ряду необхідна "історія", за якою формуються правила зміни тренду. Трендом називають невипадкову функцію, яка формується під дією загальних або довгострокових тенденцій, що впливають на часовий ряд. У деяких випадках алгоритм може не мати готового правила виводу, в цьому випадку потрібна експертна оцінка. Такі випадки можуть виникати при відсутності "історії" ряду, за якою формуються правила, та при великій кількості випадкових флуктацій, викидів чи структурних зсувів.

Проведемо експерименти на виборці часових рядів, оцінимо результати експериментів при різних значеннях параметрів алгоритм: різних розмірах вхідного алфавіту, на різних значеннях дельта та при різних розмірностях вхідного ряду.

Для автоматичного послідовного завантаження вхідних даних та запису результатів експериментів було використано програму xstarter.

Експерименти, при яких використовувалися правила вигляду лише "два елементи до одного" і "один до одного" показали низьку якість прогнозу. Даний варіант алгоритму не несе практичного значення і далі не розглядається.

Було проведено ряд експериментів на таких типах розподілу для подальшої інтервалізації, як: нормальний, Пуассона, Лапласа, бета-, Стьюдента. Програмою, створеною в рамках дослідження, не передбачена оцінка параметрів розподілу, тому було використано програмне забезпечення MatLab.

Експерименти з різними розмірностями вхідного файлу

Перевіримо якість прогнозу на різний кількості вхідних даних. За максимальний розмір файлу візьмемо 4000 значень часового ряду. Будемо поступово зменшувати розмір кожного ряду до 200 з кроком 200. В результаті проведення експерименту з параметрами дельта рівне 2 та розміром алфавіту рівним 26, було отримано дані, зображені на рис. 2–3 для стаціонарного часового ряду.

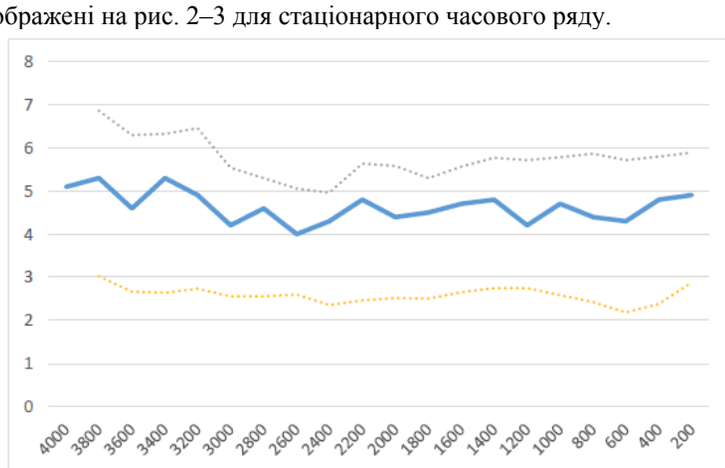


Рис. 2. Зміна кількості успішних прогнозів тренду для різної розмірності вхідного ряду.

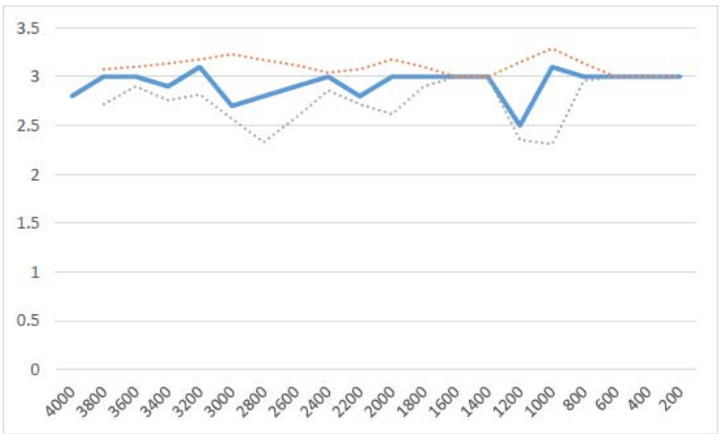


Рис. 3. Зміна кількості успішних прогнозів значень часового ряду для різної розмірності вхідного ряду.

Неперервною лінією позначимо усереднену кількість успішних прогнозів для тестової вибірки, штрихованими лініями – ковзне середнє відхилень від середнього значення прогнозу.

Ковзне середнє або рухоме середнє (процес ковзного (рухомого) середнього) — один із інструментів аналізу випадкових процесів та часових рядів, що полягає в обчисленні середнього підмножини значень. Ковзне середнє не є скаляром, а є випадковим процесом. Ковзне середнє може мати вагові коефіцієнти, наприклад, для посилення впливу новіших даних у порівнянні зі старішими. Найчастіше його використовують в аналізі часових рядів для згладжування раптових коливань та підкреслення довготермінових трендів або циклів. З математичної точки зору, ковзне середнє є різновидом згортки та схоже на фільтр низьких частот в обробці сигналів [9].

Як можна бачити з графіків, в середньому алгоритм прогнозує зміну тренду на 4-5 кроків вперед, а прогноз наступного символу в середньому є точним на три кроки вперед.

Перед виконанням алгоритму трансформуємо початковий ряд. Видалимо тренд за допомогою бібліотеки scikit-learn для Python. Щоб видалити тренд, побудуємо лінійну регресію від часу по кожному показнику та вирахуємо з початкових даних.

Лінійні тренди можуть бути просумовані лінійною моделлю, а нелінійні тренди краще за все, можуть бути просумованими з використанням поліноміального чи іншого методу апроксимації кривої. Прогнози цієї моделі становлять пряму лінію, яка може бути прийнята за лінію тренду для набору даних. Ці прогнози можуть бути вирахувані з початкового ряду, щоб надати версію набору даних без тренду. Відхилення від тренду являють собою детерміновану форму набору даних. Можливе також використання поліноміальної кривої та інших нелінійних моделей. Використаємо інструмент LinearRegression бібліотеки scikit-learn для обробки даних. Можемо бачити, що цей підхід ефективно відфільтровує набір даних.

Повторимо експеримент на різних розмірностях вхідного ряду для отриманих рядів без тренду. На рис. 4-5 показано отримані результати.

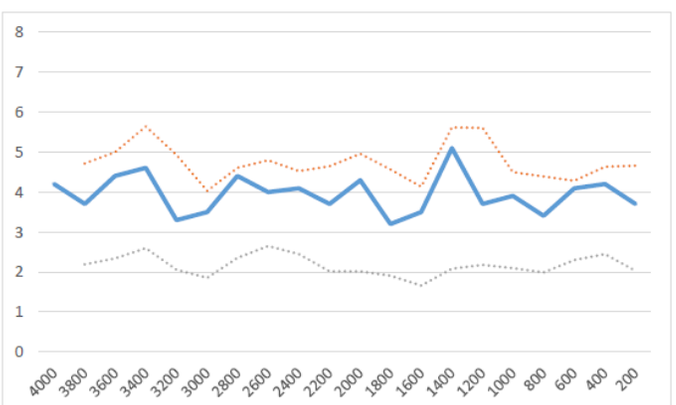


Рис. 4. Зміна кількості успішних прогнозів тренду для початкового ряду позбавленого тренду.

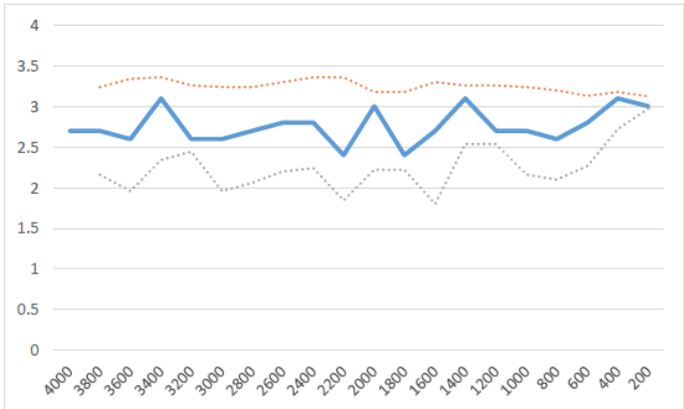


Рис. 5. Зміна кількості успішних прогнозів значень часового ряду для початкового ряду позбавленого тренду.

Як можна бачити, в середньому прогноз зміни тренду і прогноз наступного символу в послідовності в середньому майже не змінився.

Висновки

Авторами статті проведено ряд експериментів над часовими рядами з різними параметрами алгоритму. Було виявлено оптимальні параметри. Також експерименти показали, що алгоритм досить стабільно виконує оперативний прогноз значень ряду на 3-4 кроки вперед та прогноз зміни тренду на 4-5 кроків вперед. Було проаналізовано швидкодію алгоритму та виявлено, що алгоритм працює за лінійний час та має доволі низький час виконання – приблизно 60 мілісекунд для вхідного ряду у 200 пар символів, що у 7,5 разів швидше за алгоритм авторегресії другого порядку з ковзним середнім першого порядку від фірми Extreme Optimization. Ці результати доводять, що алгоритм є ефективним для виконання оперативних прогнозів.

Список використаної літератури

1. Vaseghi Saeed V. Advanced digital signal processing and noise reduction / Saeed V. Vaseghi. – 3ed. – Chichester: TLFeBook, 2006. – 454 p.
2. Fraser A.M. Hidden Markov models and dynamic systems / Andrew M. Fraser. – Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics. 2008. – 145 p.
3. Баклан І.В. Лингвистическое моделирование: основы, методы, некоторые прикладные аспекты //Системные технологии. –Днепропетровск, 2011. – Вып. 3 (74). – С. 10-19.
4. Fu K.S. Syntactic Methods in Pattern Recognition / K.S. Fu. – N.J.: Academic Press, 1974. – 306 c.
5. Fu K.S. Syntactic Pattern Recognition and Application / K.S. Fu. – N.J.: Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs., 1982. – 596 p.
6. Елинек Ф. Распознавание непрерывной речи статическими методами / Ф. Елинек. – М.: ТИИЭР, 1976. – Т. 64. – №4. – С. 131-160.
7. Баклан І.В. Структурний підхід до розпізнання образів у системах безпеки / І.В. Баклан, Ю.М. Селін, О.О. Петренко // Міжнародна науково-практична конференція "Національна безпека України: стан, кризові явища та шляхи їх подолання" (Київ, 7-8 грудня 2005 р.). Збірка наукових праць. – К.: Національна академія управління – Центр перспективних соціальних досліджень, 2005. – С.375-380.
8. Відстань Левенштейна [Електронний ресурс] // Happy programmer. – 2012. – Режим доступу до ресурсу: http://happy-programmer.blogspot.com/2012/10/blog-post.html.
9. Рухоме середнє [Електронний ресурс] // msd.in.ua. – 2017. – Режим доступу до ресурсу: https://msd.in.ua/kilkisni-statistichni-metodi-prognozuvannya.

УДК 004.92

S.I. VYATKIN
Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk
A.N. ROMANYUK, O.V. ROMANYUK, B.L. VOIT
Vinnytsia National Technical University

DATABASE COMPONENTS FOR VISUAL SYSTEMS

From information supplied by the simulation host, the computer that controls the simulator, the database subsystem computes a set of viewing parameters describing the location and direction from which the scene is to be viewed. The database subsystem also manages the visual database, a simplified geometric representation of the real world's scenery, and looks after weather and other special effects. The database components are presented in this paper.

Keywords: Visual system, Database subsystem, Database components, Database modeler

С.І. ВЯТКИН
Інститут автоматики та електрометрії СВ РАН, Новосибірськ
А.Н. РОМАНЮК, О.В. РОМАНЮК, Б.Л. ВОЙТ
Вінницький національний технічний університет

КОМПОНЕНТИ БАЗИ ДАНИХ ДЛЯ ВІЗУАЛЬНИХ СИСТЕМ

З інформації, яка отримується від хост- процесора системи візуалізації, підсистема бази даних обчислює набір параметрів, що описують місце розташування та напрямок, з якого сцена готова для перегляду. Підсистема бази даних також управляє візуальною базою даних, спрощує геометричне подання реального світу, з урахуванням погодних умов та інших спеціальних ефектів. Компоненти бази даних описані в цій статті.

Ключові слова: візуальна система, підсистема баз даних, компоненти бази даних, засоби моделювання баз даних.

С.И. ВЯТКИН
Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск
А.Н. РОМАНЮК, О.В. РОМАНЮК, Б.Л. ВОЙТ
Винницкий национальный технический университет

КОМПОНЕНТЫ БАЗЫ ДАННЫХ ДЛЯ ВИЗУАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Из информации, получаемой от хост процессора системы визуализации, подсистема базы данных вычисляет набор параметров, описывающих местоположение и направление, с которого сцена готова для просмотра. Подсистема базы данных также управляет визуальной базой данных, упрощает геометрическое представление реального мира, с учетом погодных условий и других специальных эффектов. Компоненты базы данных представлены в этой статье.

Ключевые слова: визуальная система, подсистема базы данных, компоненты базы данных, средства моделирования баз данных.

Introduction

Real-time computer graphics oriented to 3-D scene visualization has attained appreciable success nowadays. Though a sufficiently high realism of real-time scene imaging has been attained, some problems are still present (e.g., imaging of large terrain regions), where it is necessary to store and visualize scenes containing a greater number of polygons than it is implemented in the present-day systems. On the other hand, exact modeling of shapes of the car, airplane, submarine frames requires thousands of spline-surfaces (curvilinear areas defined by polynomial functions) whereas the case of definition by polygons will require tens and sometimes hundreds of thousands of polygons.

Virtual reality systems, where viewer merges into the model world, require high quality visualization. In addition there are a number of application area specific problems, for example, dynamic distortion correction, which is required for image projection to non-planar screens taking into account viewer and projection device movements. These problems are solved in high-end real-time visualization systems [1-8].

All visual systems need at least one database. A typical database for commercial pilot training will have an airport, or two, along the surrounding countryside. There's relatively little detail beyond the immediate vicinity of an airport because, with the exception of takeoffs and landings, most commercial flying takes place at high altitude. Military database, on the other hand, are highly detailed and may cover more than a million square kilometers. Database isn't easy to create and so only a small portion of the world is represented accurately.

Dabases and the Modeling Subsystem

Traditional databases consist of two elements: light points and polygons. Polygons are used to model the terrain, building, mountains, trucks, aircraft, etc. Light points are used for runway, airport and city lighting. This presents the customer with two problems. First, the light point and polygon elements form a single database. If the customer wished to increase the number of lights in a database they would have to reduce the number of polygons being displayed. And second, a large number of polygons must be used to present a high quality terrain scene. Thus when near the ground, the number of polygons available for modeling other object is limited. Databases are created by a database modeler. Maps, blueprints, photographs, and satellite data are fed through various software tools to create models of terrain, buildings, trees, airport, and vehicles. Individual models are compiled and linked to create a database, which is then translated into a form the image generator understands. Commonly-used models are kept in model libraries, enabling the modeler to simply copy them into the database rather than creating them over and over again. The database modeler, tools, and model libraries are collectively known as the modeling subsystem. Although many database can reside together on the disk, only one of them, the active database, can be in use at any given time. Models are assembled from faces, convex polygons (triangles). The sides of a face are referred to as edges, which meet at points called vertices. A nifty property of faces is that you can only see the front of them; they vanish if you try to sneak up from behind. Faces viewed from behind (and hence not visible) are said to be back-facing.

Modern databases consist of three elements: light points, surface polygons, and terrain. The terrain generation allows the system to present highly detailed scenes with no practical limits on the number of polygons used, amount of detail or fractal texture. The terrain is a two-dimensional representation of the database upon which light point and surface polygons are overlaid. The terrain element is independent of the light point and surface polygon elements. This means it is neither affected by, nor does it effect the performance of the other two elements. Also, as no surface polygons are used in terrain scene generation, 100% of surface polygons are available for modeling buildings, aircraft and other ground traffic. Databases consist of a set of specially-constructed computer-generated images of a gaming area, usually containing one or more airport together with general terrain and cultural features such as roads, fields, vegetation, forest, urban areas, buildings, lights, etc. The gaming area may be representative of the real world or it may be generic.

To appreciate the full advantage of the terrain elements, it is helpful to understand how it is generated in the scene. First, the terrain and airport are digitized from maps. The amount of detail included is simply a function of the data used and amount of time to be allocated to the digitization process.

A face's base color is just one of a number of attributes that the modeler can control to match the characteristic of the object being modeled. Base implies that the color the viewer sees isn't necessary what the modeler specified; the color of the ambient light, atmospheric haze, and other face attributes like texture all interact with the base color to produce the actual color. Transparency can be incorporated into the base color to simulate windows and canopies.

The airport area and linear features away from the airport are modeled using sharp-edged polygons. Each polygon has an assigned color and texture representing the surface appearance of the area being modeled. General terrain away from the airport is also modeled as polygonal digitized areas with assigned colors and textures, but the final database, those areas not sharp-edged. Rather, they have an irregular, fractal edge in order to improve realism.

Texture is perhaps the most important attributes of a face. Textures are patterns derived from full-color photographs, drawn by an artist, or synthesized by a computer. When applied to the face, texture adds a lot of detail and realism. Without the motion and distance cues provided by texture, low-level flight training in simulators would be almost impossible.

Shading, the intensity of the light reflecting off the surface of an object, gives the viewer important perceptual clues to the object's shape. The amount of light reflected from a surface depends largely on the slope of the surface with respect to the sun or other light source.

Most of the faces in a database are normal faces. Like many of the objects around us, they must be illuminated by sunlight, landing lights, or some other source of light to be seen. Without some form of illumination, there would be no light for them to reflect; they'd be completely black. During the day, light faces are similar to normal faces. At night, however, they emit light like bulbs, making them useful for modeling luminous signs, windows in buildings, and other large-area light sources. Unlike real lights, light faces can't illuminate their surroundings; a normal face placed next to a light won't be seen at night. Illumination faces are never displayed on the screen; instead, they illuminate the faces directly beneath them. An illumination face may placed at the base of a street lamp to give the illusion that the lamp is shining on the road below. Shadow faces are illumination faces that remove light from other faces to create shadows. While most illumination faces are added to a database by modeler, generated illumination faces are created on the fly by image generator to simulate illumination from movable sources like landing lights.

Light sources that are small enough to be treated as points, such as street light and runway lights, are modeled by light points. Light points come in two flavours: raster and calligraphic. If, as is the case with runway lights, many identical lights are spaced evenly along a line, all of the lights can be modeled with a single light string.

Like faces, there are several different types and attributes of models that the reader should be familiar with. Models that have fixed positions within the database are static models, whereas those that can be moved around are moving models.

A model is geospecific if it represents a unique feature such as an airport or generic if it is representative of a whole group of similar features like trees.

All runways, taxiways and ramp areas are modelled to accurately represent the length, width, marking and surface appearance of the actual features. In addition, tire skid marks are randomly placed in the runway touchdown zone.

The Dabases Subsystem

As its name implies, this subsystem is responsible for getting database information to the rest of the system, but it also looks after control functions and anything else that needs to been done relatively infrequently, no more than once per field interval, the time required by the display to scan from the top of one image to the top of the next.

One of the database subsystem's most important functions is to act as an interface between the image generator and the simulation host. The host controls the operation of the visual system by sending commands to the database subsystem. There are commands to update the viewpoint, load databases, change the brightness of the scene, enable special effects, and adjust the intensity of lights in the database. The database subsystem examines the commands and sets up the image generator accordingly. It also gathers status information from the image generator at the end of every field interval, packages it neatly, and relays it back to the host.

Before simulator training can begin, the database subsystem must select, or load, whichever database is appropriate for the type of training to be done. As part of the loading process, the database is copied from disk into environment memory. Texture maps, tables, and other data that go with the database are copied into various memories distributed throughout the image generator.

All special effects are directed by the database subsystem. Many effects are weather-related, such as rain, blowing snow, lighting, and transitions into cloud and fog. Other effects include aircraft docking system, matshallers, and moving models that follow pre-determined paths through the database. Military systems support a whole slew of additional effects; smoke, explosions, tracers, wakes, and rotor downwash, to name a few.

Environment memory isn't always large enough to hold an entire military database that may extend over a million square kilometers or more. For this reason, military visual systems often have enhanced database subsystem capable of database paging. Background database loading lets the database be copied into environment memory without interrupting training or disturbing the images currently being displayed. Database paging and background database loading are done whenever the database subsystem isn't busy doing something else.

Most novel real-time visual systems have terrain skinning processors, which guarantee continuous levels of details (LODs) change with respect to surface roughness and viewpoint distance. One of the main reasons to incorporate terrain skinning processors in the visual system is its ability to generate terrain skin with low depth complexity and hence reduce the image generator load when compared to traditional including terrain polygons in an environment database and levels of details switching. Terrain skinning processors could be either an installable hardware device, or software process executed by geometry processor.

Terrain visualization is a difficult problem for applications requiring accurate images of large datasets at high frame rates, such as flight simulation. Many terrain skinning processors (TSP) projects use regular terrain elevation grid with square cells. It leads to algorithmic simplicity of computations, database uniformity, and strict definition of relationship between adjacent LODs, which results in database generation simplification. On the other hand regular grid obviously involves information excess when considering the number of grid posts.

If TSP is an application specific device having local processor then it might be able to generate in real-time about 1000.000 terrain triangles when using regular grid and which is a considerable part of the image generator (IG) system performance. This simulates search for a terrain skinning methods of image generator IG unloading at the cost of more heavy TSP load, and particularly non-gridded terrain. Rendering photo-realistic, complex terrain features at interactive rates requires innovative techniques. A polygonal model and geometric pipeline can be used but this introduces massive storage requirements and, ideally, a parallel implementation of the algorithm. However, features with high spatial frequency context (ridge lines and canyons) require large numbers of polygons to meet a specified level of terrain accuracy.

TSP with terrain database in its memory can be treated from the visual system point of view as a sequential access read-only file. The observer position load into TSP serve as OPEN operation for fat file, and READ operation results in flow of triangles being output to the IG accompanied with appropriate status code.

Here we wouldn't touch problems like Intervisibility, height above terrain (HAT), Conforming, LOS Culture (LOS – could easily be solved). Nevertheless it is clear that status code can serve as a pointer to the Culture object to be inserted into the input data flow; triangle can hold an attributes like neighbour pointers serving for line of sight determination, contour outline, or shadowing.

The READ operation is executed by recursive walk down the tree composed of planes, segments and other structure elements. While plane processing the half space without observer is scanned first. If for that half space clusters the screen error is less than predefined constant (pixel, subpixel size) and there is no priority inexact

between clusters then appropriate set of triangles is output else this half space is divided further or next more detailed LOD is entered. After triangles output the current tree state is stored as a file pointer.

Sphere mechanism is used for LOD change. Sphere diameter is equal to maximum error for an underlying terrain subtree, and its center is approximately at the center of this part of terrain. If screen size of the sphere is in the specified error limit then current LOD is processed else next LOD subtree traversal is accomplished.

Conclusion

Databases for the system consist of distinct components: terrain, light points, polygons, and calligraphic lights. Each component is independent of the other; this means there is no-trade off between the components. Components can be mixed and matched. For example, using the same terrain it is a simple matter to over-lay a completely different set of light points.

References

1. Романюк О.Н. Високопродуктивні методи та засоби зафарбовування тривимірних графічних об’єктів. Монографія. / О.Н. Романюк, А.В. Чорний. — Вінниця : УНІВЕСУМ-Вінниця, 2006. — 190 с.
2. Романюк О.Н. Комп’ютерна графіка / О.Н. Романюк. — Вінниця: ВДТУ, 2001. — 129 с.
3. Романюк О.Н. Особливості архітектурної побудови систем формування тривимірних зображень / О.Н. Романюк, М.Д. Обідник, О.В. Романюк, Н.С. Костюкова // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Сер.: Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка. — 2010. — Вип. 12. — С. 87-93.
4. Вяткин С.И. Моделирование и визуализация сложных поверхностей на основе скалярных функций возмущения / С.И. Вяткин // Сборник трудов ДонНТУ. Серия: Информатика, кибернетика и вычислительная техника. — 2009. — Вып. 10(153). — С. 105-110.
5. Evans & Sutherland, Technical Report 517902-904 AA, Evans & Sutherland Computer Corporation, USA, September 1992.
6. Вяткин С.И. Метод формирования изображений рельефных поверхностей / С.И. Вяткин, О.В. Романюк // Реєстрація, зберігання і обробка даних. — 2009. — Т. 11. — № 4. — С. 51-58.

УДК 515.2:528.71

В.В. ГНАТУШЕНКО, В.Ю. КАШТАН
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

ТЕХНОЛОГІЯ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ТА СПЕКТРАЛЬНОЇ КОРЕКЦІЙ ОПТИКО-ЕЛЕКТРОННИХ КОСМІЧНИХ ЗНІМКІВ

У статті пропонується технологія геометричної та спектральної корекцій багатоспектрального зображення із збільшенням його просторового розрізнення. Метою дослідження є створення нової технології поліпшення візуальної якості багатоканальних зображень з використанням пакетних вейвлет-перетворень. Запропонована технологія була протестована на еталонних супутникових зображеннях. Порівняння кількісних показників (ентропія за Шенноном, сигнальна ентропія, середньоквадратичне відхилення, умовна ентропія за Шенноном, умовна сигнальна ентропія та пікове відношення сигнал-шум) для існуючих методів та запропонованої технології, а також візуальні результати показали перевагу використання запропонованої технології. Результати роботи можуть бути використані при подальшому розпізнаванні об'єктів та тематичній обробці сканерних знімків.

Ключові слова: злиття, оптико-електронні комплекси надвисокого просторового розрізнення, космічні знімки, пакетне вейвлет-перетворення, інформативність.

В.В. ГНАТУШЕНКО, В.Ю. КАШТАН
Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара

ТЕХНОЛОГИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ И СПЕКТРАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИЙ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ КОСМИЧЕСКИХ СНИМКОВ

В данной статье предлагается технология геометрической и спектральной коррекций многоспектрального изображения с увеличением его пространственного разрешения. Целью исследования является создание новой технологии для улучшения изображения с использованием пакетных вейвлет-преобразований. Предложенная технология была протестирована на эталонных спутниковых изображениях. Сравнение количественных показателей (энтропия по Шеннону, сигнальная энтропия, среднее отклонение, условная энтропия по Шеннону, условная сигнальная энтропия и пиковое отношение сигнал-шум) для существующих методов и предлагаемой технологии, а также визуальные результаты показали преимущество использования предложенной технологии. Результаты работы могут быть использованы при дальнейшем распознавании объектов и тематической обработке сканерных снимков.

Ключевые слова: слияние, оптико-электронные комплексы сверхвысокого пространственного разрешения, космические снимки, пакетное вейвлет-преобразования, информативность

V.V. HNATUSHENKO, V.J. KASHTAN
Oles Honchar Dnipro National University

GEOMETRICAL AND SPECTRAL CORRECTIONS TECHNOLOGY OF OPTICAL ELECTRONIC SPACE IMAGES

This article is devoted to technology of geometric and spectral correction of a multispectral satellite image. The aim was the satellite image resolution enhancement technology based on wavelet packet transforms. The proposed technology has been tested on satellite images. Comparison of quantitative indicators(Shannon entropy, signal entropy, mean deviation, Shannon conditional entropy, conditional signal entropy and peak signal-to-noise ratio), as well as the visual results shows the advantage of using proposed technology. The results can be used for further object recognition and thematic processing of scanner images.

Keywords: remote sensing, optoelectronic complexes of ultrahigh spatial resolution, space images, packet wavelet transform, informational content.

Постановка проблеми

Оптико-електронні космічні знімки високого просторового розрізнення мають винятково важливу значущість для великої кількості предметних областей (діагностика фізичного стану матеріальних об'єктів зондування, екологічний моніторинг, землекористування, геоінформаційні системи та ін.). На сьогоднішній день одними із найсучасних супутників оптико-електронних комплексів надвисокого просторового розрізнення є WorldView-2 та WorldView-3, що становлять ядро орбітального угрупування дистанційного зондування Землі. Дані з супутника WorldView-3, завдяки наявності додаткового короткохвильового 8-канального інфрачервоного сенсора SWIR, дозволяють вести зйомку крізь туман, смог і пил з вихідним просторовим дозволом 3,72 м. Він особливо чутливий до наявності вологи, а також до властивостей поглинання електромагнітного випромінювання мінералами і ґрунтами. Поєднання з видимим інфрачервоним сенсором VNIR, який виконує зйомку з високим просторовим дозволом 30 см, забезпечує

підвищення точності дешифрування на 15-30% порівняно з традиційною 4-канальною зйомкою. Крім того, оптико-електронні комплекси надвисокого просторового розрізнення забезпечують оперативну геоприв'язку одержуваних ними знімків і здатні виносити лінію візування уздовж, перпендикулярно і поперек траси космічного апарату. Це кардинально змінило геометрію, спектральну інформацію (внаслідок різних випромінювальних характеристик об'єкту в окремих спектральних діапазонах), тривалість і інші найважливіші характеристики космічної зйомки [1]. У цих умовах існуючі технології попередньої обробки оптико-електронних космічних знімків є неефективними, оскільки не враховують фізичні механізми фіксації видової інформації, міжканальної кореляції, що знижує точність подальшого розпізнавання та аналізу даних. Проведені дослідження підтвердили необхідність розробки більш ефективної технології геометричної та спектральної корекцій космічних зображень з урахуванням специфіки їхнього формування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

На даний час розроблено математичні моделі для різних модифікацій оптико-електронної апаратури; запропоновано методи фотограмметричного калібрування цифрових камер; розроблено методи геометричної та спектральної корекцій знімків: аналіз головних і незалежних компонент, зважене усереднення; перехід до інших кольорових просторів та ін. Незважаючи на досягнуті успіхи, з'являються нові наукові проблеми, які пов'язані із підвищенням вимог до змісту і результатів фотограмметричної обробки космічних знімків. Так, спільною та основною проблемою, пов'язаною з підвищення геометричної та спектральної корекцій космічних знімків, отриманих сучасними аерокосмічними системами, є поява колірних спотворень, що знижує точність подальшого розпізнавання та аналізу [2, 3]. Причиною таких спотворень є той факт, що існуючі алгоритми, головним чином, розроблялися для об'єднання зображень супутника SPOT. На відміну від відповідних характеристик зазначеного космічного апарату довжина панхром-хвилі сучасних супутників (Worldview-2,-3 та ін.) була розширена від видимого до ближнього інфрачервоного діапазону. Одним з підходів із розв'язання цієї наукової проблеми є застосування вейвлет-перетворення [4, 5], що на сьогоднішній день є найбільш перспективним і високочутливим методом частотного аналізу різних сигналів, включаючи і зображення. Але існуючі дослідження також не враховують специфіку формоутворення багатоканальних оптико-електронних зображень з сучасних аерокосмічних апаратів. Крім того, не вирішеними залишаються питання по вибору типу вейвлетів та оптимального рівня розкладу.

Формулювання мети дослідження

Метою роботи є розробка нової технології геометричної та спектральної корекцій космічних зображень високого просторового розрізнення з урахуванням фізичних механізмів фіксації видової інформації. У якості вхідних даних використовуються знімки супутника WorldView-3. Для визначення ефективності розробленої інформаційної технології необхідно отримати кількісні оцінки якості синтезованих багатоспектральних зображень, зокрема: ентропія по Шеннону, сигнальна ентропія та інші.

Викладення основного матеріалу дослідження

В роботі пропонується метод об'єднання на основі використання пакетної побудови вейвлет-базисів з декореляцією первинних видових даних, бікубічної інтерполяції, методу HSV та гіперсферичного перетворення (HCT).

Схема запропонованої технології представлена на рис. 1. Основними етапами перетворення первинних багатоспектральних зображень є:

1. Завантаження фотограмметричних зображень, отриманих зі супутника WorldView-3: панхроматичне – ПЗ і багатоспектральне (БСЗ).

2. Передискретизація багатоспектрального зображення – БСЗ з метою приведення його розмірності до розмірності ПЗ на основі бікубічної інтерполяції [5]:

$$v\ (x,y) = \sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{3} a_{ij} \cdot P_{ij}\ , \tag{1}$$

де a_{ij} – коефіцієнт, P – інтенсивність зображення, що масштабується.

3. Геометрична, радіометрична та контрастна корекція БСЗ та ПЗ.

$$p(z)dz = \frac{\mu(dS_z)}{S}, \tag{2}$$

де dS_z – міра Лебега зазначеної множини; S – загальна площа зображення. В результаті одержуємо зображення БСЗн.

4. Перетворення зображення з формату RGB в кольорову систему HSV [6]. Для панхромного зображення таке перетворення здійснюється з попереднім вибором у якості окремих R-, G-, B-компонент напівтонового PAN-зображення. Для БСЗ таке перетворення здійснюється з попереднім вибором у якості окремих R-, G-, B-компонент відповідних зображень 5-го, 3-го та 2-го каналів.

5. Заміна яскравісної V-компоненти багатоспектрального зображення $БСЗ_{HSV}$ **V**-компонентою панхромного зображення $ПЗ_{HSV}$.

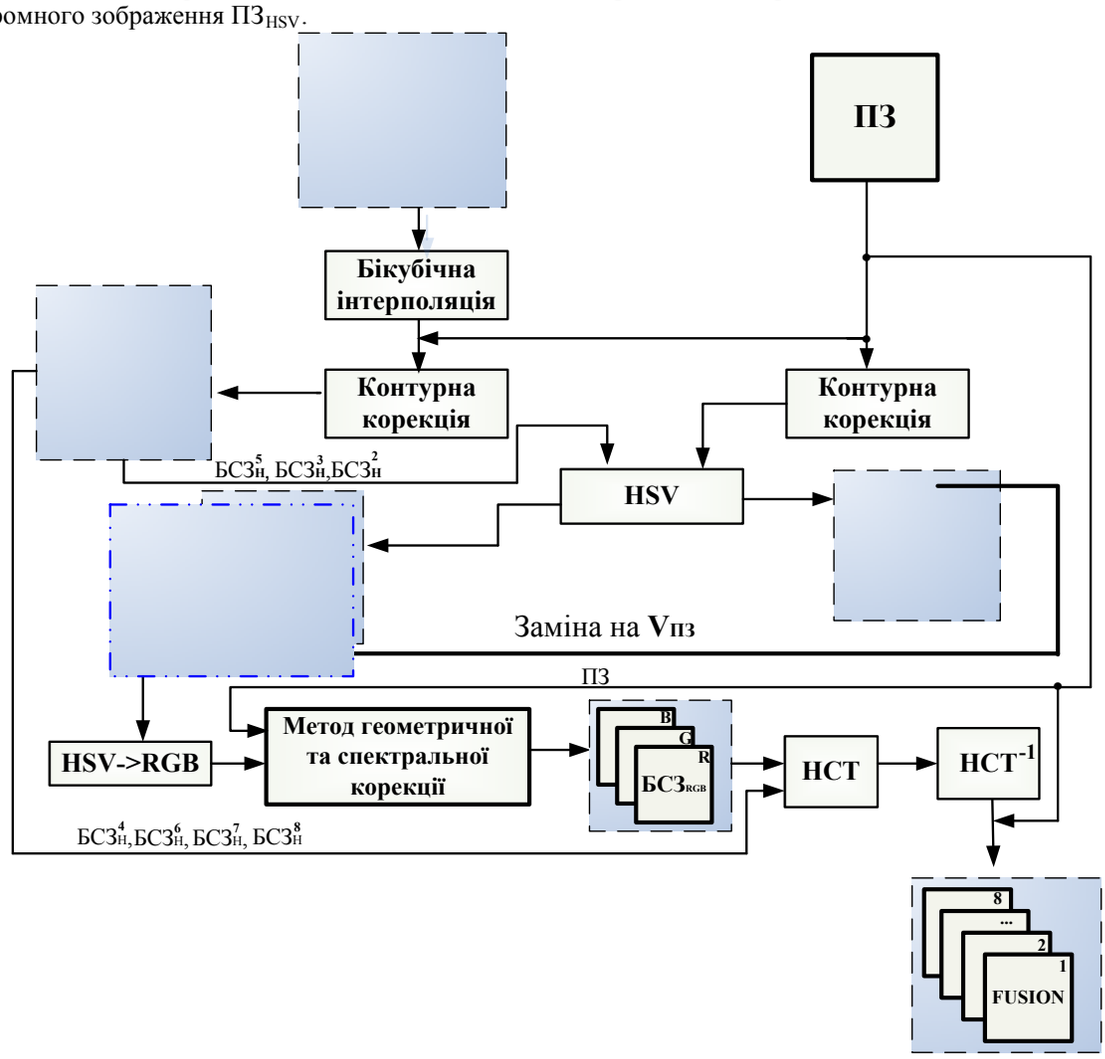


Рис. 1. Схема технології

6. Обернене перетворення отриманого на попередньому етапі зображення з формату HSV в кольорову систему RGB. Отримане зображення вже буде мати підвищене просторове розрізнення у порівнянні з первинним знімком у натуральних кольорах.

7. Наступним етапом є застосування розробленого методу геометричної та спектральної корекції (рис.2), який містить такі етапи:

7.1. Розклад відповідного каналу яскравості БСЗ до шостого рівня декомпозиції (L) пакетного вейвлет-перетворення класу bior 2.2 у відповідності з логарифмічною функцією інформаційної вартості (далі ФІВ) [7]:

$$f_X(r) = Tc_X^L(r) + \sum_{l=1}^{L}[Td_X^{l,1}(r), Td_X^{l,3}(r)]\,. \qquad (3)$$

7.2. Розклад ПЗ до шостого рівня декомпозиції (L) пакетного вейвлет перетворення класу bior 2.2, побудованого на попередньому етапі:

$$f_P(r) = Tc_P^L(r) + \sum_{l=1}^{L}[Td_P^{l,1}(r), Td_P^{l,2}(r), Td_X^{l,3}(r)]\,. \qquad (3)$$

7.3. Обчислення ентропії за Шенноном в її розширеному означенні згідно формули (4); вибір максимального значення з двох величин (max), одержаних в п.п. 7.2 та 7.3; обчислення логарифмічної ФІВ та визначення оптимального вейвлет-дерева на базі БСЗ, а вейвлет-дерево ПЗ вирівнюється по отриманому оптимальному дереву [7].

$$E_{\overline{sh}} = -\sum_i p_i \cdot \log_2 \cdot p_i \qquad (4)$$

7.4. Формоутворення нових складових розкладу згідно з обраним правилом об’єднання коефіцієнтів в п.7.3:

$$App_{\overline{X}}^{L}(r) = Tc_{\overline{X}}^{L}(r),$$
$$Det_{\overline{X}}(r) = \sum_{l=1}^{L}[Td_{P}^{l,1}(r), Td_{P}^{l,2}(r), Td_{P}^{l,3}(r)] \quad (5)$$

7.5. Зворотний пакетний вейвлет-розклад та одержання зображення $БЗС_{RGB}$:

$$f_{\overline{X}YZ}(r) = App_{\overline{X}}^{L}(r) + Det_{\overline{X}}(r) \quad (6)$$

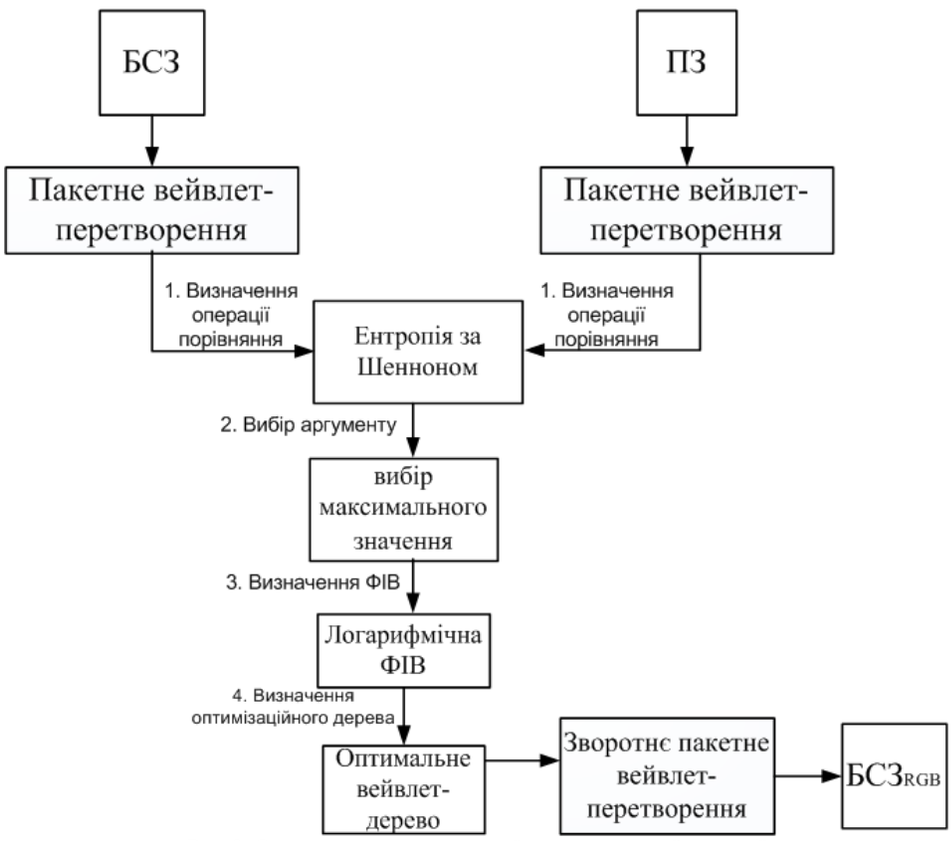


Рис. 2. Схема методу геометричної та спектральної корекції

8. Перетворення восьмиканального мультиспектрального зображення, що складається з $БЗС_{RGB}$ і $БЗС_{H}$ 1, 4, 6, 7, 8-го каналів після інтерполяції в гіперсферичний колірний простір (НСТ) [8].

9. Зворотне НСТ-перетворення та отримання результату Fusion.

Запропонований алгоритм був протестований на супутникових зображеннях Worldview-3. На рис. 3 представлено фрагменти зображень: первинне панхромне (рис. 3а), первинне багатоспектральне зображення з вибором у якості окремих R-, G-, B-компонент відповідних зображень 5-го, 3-го та 2-го каналів (рис. 3б), і багатоспектральне зображення після обробки запропонованим у роботі алгоритмом (рис. 3в). Для візуалізації результату (рис. 3в) також використано 5-й, 3-й та 2-й спектральні канали.

У табл. 1 наведено порівняння абсолютних значень інтегральних характеристик: ентропія за Шенноном (Shannon Entropy), сигнальна ентропія (Signal Entropy) середньоквадратичне відхилення (Std2), умовна ентропія за Шенноном (Shannon RelEntropy) та умовна сигнальна ентропія (Signal RelEntropy).

Таблиця 1

Порівняльний аналіз інтегральних характеристик

№	Критерій якості	Існуючі методи		Запропонована технологія	
		Мінімальне значення	Максимальне значення	Мінімальне значення	Максимальне значення
1	Shannon Entropy	6.10	6.40	6.10	6.50
2	Signal Entropy	7.66	7.76	7.75	7.80
3	Std2	66.20	69.10	65.00	66.70
4	Shannon RelEntropy	5.80	6.36	6.05	6.50
5	Signal RelEntropy	5.30	6.24	6.76	6.87

Аналіз якості зображень (рис. 3), отриманих за запропонованою технологією, при використанні геометричного показника засвідчив відсутність будь-яких афінних спотворень, що підтверджує лінійність запропонованих математичних моделей.



а)



б)



в)

Рис. 3. Фрагменти зображень:
а) первинне панхромне, б) первинне мультиспектральне, в) синтезоване після обробки запропонованою технологією

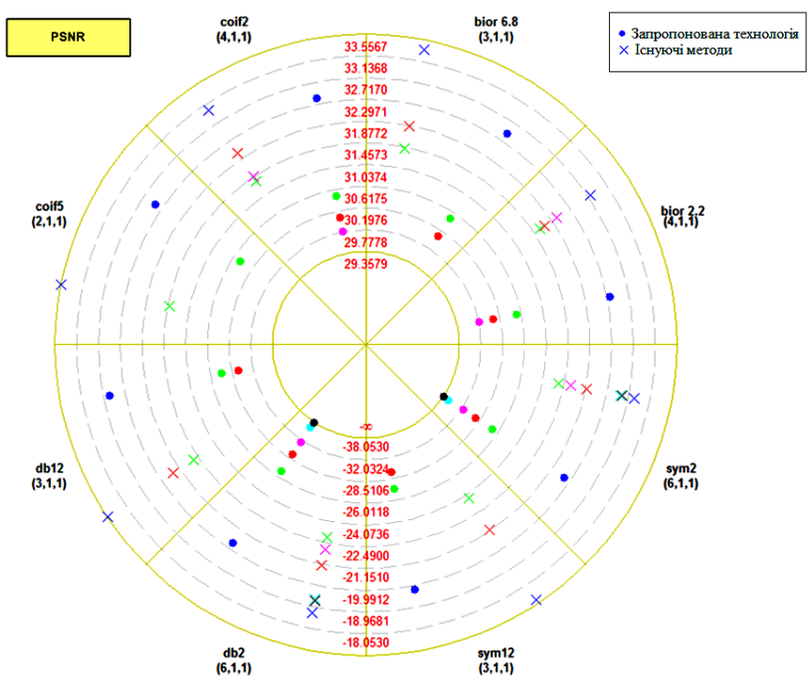


Рис. 4. Результати оцінки якості отриманих зображень за запропонованою технологією та за допомогою існуючих методів

Таким чином, набагато менша поява екстремумів в динаміці показників якості (табл.1) свідчить про більшу стабільність запропонованої технології та монотонно зростаючу залежність таких показників якості як ентропія за Шенноном, сигнальна ентропія, умовна ентропія за Шенноном та умовна сигнальна ентропія від рівня вейвлет-розкладу. Аналіз отриманих результатів за інформаційною характеристикою "Пікове відношення сигнал-шум" по відношенню до первинного БСЗ (рис. 4) дозволяє відзначити, що візуальна якість при використанні існуючих методів нижча, ніж при використанні запропонованої технології, що впливає на якість розпізнавання об'єктів та підвищують якість первинних космічних знімків на 10–12%.

Висновки

У роботі вирішено актуальну задачу автоматизованого підвищення ефективності геометричної та спектральної корекцій космічних зображень високого просторового розрізнення з урахуванням фізичних механізмів фіксації видової інформації. Наукова новизна роботи та практична цінність отриманих результатів полягає у розробці нового методу геометричної та спектральної корекцій багатоспектральних зображень на основі HSV-, HCT-конвертування і пакетного вейвлет-перетворення, що дозволяє поліпшити просторову здатність первинного цифрового зображення й уникнути спектральних спотворень в локальних областях. У порівнянні з існуючими методами злиття запропонована технологія дозволяє уникнути істотних колірних спотворень та підвищити точність подальшого розпізнавання об'єктів на зображеннях. Це досягається, зокрема, за рахунок попередньої корекції первинних знімків та використання інформації, яку містить зображення інфрачервоного діапазону та оброблення даних у локалізованих спектральних базисах, оптимізованого за інформаційними характеристиками.

Список використаної літератури

1. Schowengerdt R. (2007*),* Remote sensing: models and methods for image processing, New York: Academic Press. P.560.
2. Orchard M. T, Schwartz S. C and Zhu. Y, (2001): 'Wavelet Domain Image Interpolation via Statistical Estimation', in Proc. Int. Conf. Image Processing, Vol. 3, pp. 840–843.
3. Temizel A, (2007): 'Image Resolution Enhancement using Wavelet Domain Hidden Markov Tree and Coefficient Sign Estimation', in Proc. ICIP, Vol. 5, pp. V-381–V-384.
4. Hnatushenko V.V. Pansharpening technology of high resolution multispectral and panchromatic satellite images / V.V. Hnatushenko, Vik.V. Hnatushenko, O.O. Kavats, V.Yu. Shevchenko // Науковий вісник НГУ, 2015, № 4 (148), С. 91-98.
5. Гнатушенко В.В. Технологія злиття зображень на основі вейвлет-перетворень та бікубічної інтерполяції / В.В. Гнатушенко, В.Ю. Шевченко, // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон, 2015. – № 3 (54). – С. 229 234
6. Гнатушенко В.В. Злиття аерокосмічних зображень високого просторового розрізнення на основі HSV-перетворення та вейвлет-декомпозиції / В.В. Гнатушенко, В.Ю. Шевченко // Вісник ХНТУ. – Херсон, 2014. – № 2 (47). – С. 100-105.
7. Гнатушенко В.В. Інформаційна технологія підвищення інформативності багатоканальних даних на основі пакетних вейвлет-перетворень / В.В Гнатушенко, В.Ю. Каштан // Науковий журнал "Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво". – Луцьк, 2016. – С.77-83.
8. Гнатушенко В.В. Підвищення просторового розрізнення багатоканальних аерокосмічних зображень високого просторового розрізнення на основі гіперсферичного перетворення / В.В. Гнатушенко, В.Ю. Шевченко, О.О. Кавац // Радіоелектроніка, інформатика, управління: Науковий журнал Запорізького національного технічного університету. – Запоріжжя, 2015. – №1 (32). – С.73-79.

УДК 004.94:004.7

Вікт.В. ГНАТУШЕНКО, І.С.ДМИТРІЄВА
Національна металургійна академія України

ІМОВІРНІСНИЙ АНАЛІЗ СПОЖИВАННЯ ЕНЕРГІЇ У БЕЗДРОТОВИХ СЕНСОРНИХ МЕРЕЖАХ

Проведено імовірнісний аналіз часу життя бездротової сенсорної мережі і її вузлів. В якості основного параметра тривалості життя використовується кількість спожитої енергії. Розроблено модель для аналізу розподілу споживання енергії в БСМ і отримані розподіли часу життя вузла і всієї мережі. Показано, що при достатньо великому періоді розгляду системи, споживання енергії сходиться до нормального розподілу, що значно спрощує обчислення при виконанні аналізу. Пропонується імовірнісний підхід споживання енергії та аналізу часу існування бездротової сенсорної мережі. Розроблена модель підтверджена стендовими експериментами і моделюванням. Результати показують, що розроблена модель точно відображає розподіл споживання енергії і фіксує випадковий характер бездротових сенсорних мереж. Скорочення робочого циклу знижує споживання енергії, збільшення або зменшення швидкості трафіку на 0.05 пакет/хв призводить до зменшення ймовірності досягнення поставленого терміну служби всієї мережі. Запропонована методика забезпечує результати для середнього споживання енергії з похибкою менш 3.5%.

Ключові слова: бездротова сенсорна мережа, ймовірність, аналіз, енергоспоживання.

Викт.В. ГНАТУШЕНКО, И.С.ДМИТРИЕВА
Национальная металлургическая академия Украины

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ПОТРЕБЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ В БЕСПРОВОДНЫХ СЕНСОРНЫХ СЕТЯХ

Представлен вероятностный анализ времени жизни беспроводной сенсорной сети и ее узлов. В качестве основного параметра продолжительности жизни используется количество потребленной энергии. Разработана модель для анализа распределения потребления энергии в БСС и получены распределения времени жизни узла и всей сети. Показано, что при достаточно большом периоде рассмотрения системы, потребление энергии сходится к нормальному распределению, что значительно снижает стоимость вычислений при выполнении анализа. Предлагается вероятностный подход потребления энергии и анализа времени существования беспроводной сенсорной сети. Разработанная модель подтверждена стендовыми экспериментами и моделированием. Результаты показывают, что разработанная модель точно отображает распределение потребления энергии и фиксирует случайность беспроводных сенсорных сетей. Сокращение рабочего цикла снижает потребление энергии, увеличение или уменьшение скорости трафика на 0.05 пакет/мин, приводит к уменьшению вероятности достижения поставленного срока службы всей сети. Предложенная методика обеспечивает результаты для среднего потребления энергии с погрешностью менее 3.5%.

Ключевые слова: беспроводная сенсорная сеть, вероятность, анализ, энергопотребление.

VIKT.V.HNATUSHENKO, I. DMYTRIEVA
National Metallurgical Academy of Ukraine

PROBABILISTIC ANALYSIS OF ENERGY CONSUMPTION IN WIRELESS SENSOR NETWORKS

A probabilistic analysis of the lifetime of a wireless sensor network and its nodes is presented. As the main parameter of life expectancy, the amount of energy consumed is used. A model for analyzing the distribution of energy consumption in the WSN was developed and the distribution of the lifetime of the node and the network. It is shown that for a sufficiently long period of system consideration, the energy consumption converges to the normal distribution, which significantly reduces the cost of calculations in the analysis. A probabilistic approach of energy consumption and analysis of the lifetime of a wireless sensor network is proposed. The developed model is confirmed by bench experiments and simulations. The results show that the model developed accurately reflects the distribution of energy consumption and fixes the randomness of wireless sensor networks. Reducing the operating cycle reduces power consumption, increasing or decreasing the traffic speed by 0.05 package / min leads to a decrease in the probability of reaching the set lifetime of the entire network. The proposed methodology provides results for the average energy consumption with an error of less than 3.5%.

Keywords: wireless sensor network, probability, analysis, power

Постановка проблеми

У більшості додатків бездротових сенсорних мереж (БСМ) вузли розраховані на живлення від батареї, заміна якої, як правило, є незручною або недоцільною. Коли енергія виснажується, вузли стають неактивними, втрачають свої сенсорні, комунікаційні і функціональні можливості. Енергія - це самий дефіцитний ресурс, що визначає тривалість роботи мережі. Деякі сфери застосування БСМ (особливо оборона і безпека) вимагають повного покриття площі об'єкта зонами моніторингу датчиків. Іноді потрібно багаторазове перекриття площі об'єкта датчиками з забезпеченням заданого ступеня зв'язності вузлів та надійності збору даних моніторингу. Для цього перед розгортанням БСМ здійснюється планування місць

розташування вузлів. Але існують області застосування БСМ, в яких детерміноване розгортання вузлів недоцільно (або неможливо) через великі часові або економічні витрати на розміщення (в разі бойових дій, у важкодоступних районах і т.п.). У таких випадках для оперативного розгортання мережі може використовуватися розсіювання вузлів над районом моніторингу з використанням літальних апаратів. При цьому через випадкове розміщення вузлів максимально покрити сенсорами район моніторингу можливо тільки з використанням досить великого числа вузлів. Велика кількість вузлів дозволить забезпечити необхідне покриття, але призведе до зростання числа колізій при передачі через збільшення рівня взаємних перешкод, затримок передачі даних, дублювання інформації моніторингу та зайвих витрат ресурсів батарей на повторні передачі.

Існуючі дослідження аналізу часу життя розглядають споживання енергії як основний напрямок забезпечення максимального терміну функціонування мережі. Однак через випадкову природу бездротового середовища, в критично важливих додатках, де потрібна надійна мережа, недостатньо знання тільки середнього споживання енергії і середнього часу життя. Замість середнього споживання енергії і часу життя, необхідно досліджувати їх імовірнісні розподіли. При цьому розподіл споживання енергії і часу життя представляє ймовірність того, що енергія, яка споживається в будь-який даний період, нижче, ніж задане значення, і ймовірність того, що термін служби більше, ніж заданий період. Це дозволяє знайти компроміс між бажаним часом життям і ймовірністю досягнення цього часу.

Через те, що бездротові мережі можуть розгортатися у віддалених і важкодоступних середовищах, алгоритмічне забезпечення процесів передачі даних та використання енергії мають першорядне значення, вони повинні забезпечувати максимальний час функціонування вузлів, надійність і відмовостійкість, автоматичне конфігурування.

Аналіз останніх досліджень

Більшість існуючих робіт з дослідження споживання енергії в БСС та аналізу тривалості життя зосереджено на оцінці середніх мір: оцінюється середня ефективність використання енергії для конкретних протоколів [1, 2], запропоновані аналітичні моделі споживання енергії [3, 5]. Споживання енергії в мережі аналізується для операцій з низьким споживанням потужності, і втрати при колізіях не беруться до уваги. Представлена модель аналізу і знаходження кращого рішення обміну даними і енергією в мережі при однокрокових передачах і багатокрокових передачах на короткі відстані [4, 6]. Та ж сама проблема досліджена в [7], однак моделі енергії зосереджені на апаратному рівні. Ці моделі забезпечують високу оцінку середнього споживання енергії для певних протоколів, не пропонуючи статистики вищого порядку і не розглядаючи інші протоколи маршрутизації. В [8] представлена аналітична модель для оцінки споживання енергії і часу життя кластера БСС. Тривалість життя вимірюється з точки зору збору даних, в якому середня кількість енергії визначається для кожного вузла. В [9] час життя аналізується для всієї мережі одночасно, і проблема управління енергією є більш складною. В [10] запропоновано модель управління циклами додатків в БСС. Для заданої швидкості надходження подій, модель отримує середній термін служби вузла. На жаль, досліджені тільки статистика часу життя першого порядку. В [11] представлений імовірнісний аналіз часу життя мережі на основі керованих подій і використовуваних додатків для заданої топології мережі. Розподіл часу життя вузла моделюється для кластера на основі топології мережі, використовуючи протокол TDMA MAC (time division multiple access - TDMA, media access control - MAC). Однак даний метод не показаний для інших мережевих топологій, таких як сітчасті і однорангові мережі, інших протоколів.

Формулювання цілей статті (постановка завдання)

Метою роботи є вибір ефективного режиму роботи елементів БСМ за допомогою імовірнісного підходу до оптимізації часу існування бездротової сенсорної мережі за розрахунку впливу енерговитрат при передачі, обробці та зчитуванні даних в вузлах при поширенні трафіку, а також проведення імітаційного моделювання, що забезпечує отримання оптимального рішення.

Основна частина

Надійність бездротових сенсорних мереж визначається багатьма факторами, найбільш суттєвими з яких є: надійність апаратного і програмного забезпечення вузлів, область розгортання мережі, взаємне розташування вузлів, період регламентного обслуговування мережі, інтенсивність збору і передачі інформації кінцевими вузлами, розмір переданих пакетів інформації.

Великий клас додатків бездротових сенсорних мереж (БСМ) покладається на детерміноване розгортання вузлів датчиків, наприклад, топологія «сітка». Це окремий випадок, де ефект випадковості через топологію не спостерігається, тому споживання енергії протягом даного періоду часу виражається

$$f_{E(x,T)}(e) = f_{Es(x,T)}(e) * f_{Ecp(x,T)}(e). \quad (1)$$

Розподіл споживання енергії для виявлення $f_{Es(x,T)}(e)$ сумується з розподілом споживання енергії для зв'язку і обробки $f_{Ecp(x,T)}(e)$.

Під час будь-якого інтервалу T, який починається в t_0, тобто період $[t_0, t_0+T)$, для деякого датчика k з

періодичним інтервалом зчитування $T_{s,k}$ і споживанням енергії під час виявлення e_{sk}, позначимо перше активне зчитування для датчика k після t_0 через t_{k1}. Кількість активних зчитувань під час T дорівнює $n_k(T)=[(t_0+T-t_{k1})/T_{s,k}]$. Так як t_0 не залежить від дій зчитування, то $(t_{k1}-t_0)$ рівномірно розподілено в діапазоні $[0,T_{s,k})$. Тому, функція розподілу ймовірностей (ФРЙ) $n_k(T)$ визначається наступним чином:

$$f_{n_k(T)}(n)=\begin{cases} N_{s,k}-n+1, & n=\lceil N_{s,k}\rceil+1, \\ n+1-N_{s,k}, & n=\lceil N_{s,k}\rceil, \\ 0, & \textit{иначе}, \end{cases} \tag{2}$$

де $N_{s,k}=\dfrac{T}{T_{s,k}}$.

Функція розподілу ймовірностей споживання енергії для всіх K датчиків під час T визначається як

$$\begin{aligned} f_{E_s(T)}(e) &= \sum_{k=1}^{K}\sum_{n} n\cdot\delta(e-f_{n_k(T)}(n))= \\ &= \sum_{k=1}^{K}\left[\begin{array}{l}\left(N_{s,k}-\lfloor N_{s,k}\rfloor\right)\cdot\delta(e-\left(\lfloor N_{s,k}\rfloor+1\right)e_{s,k}+ \\ +\left(\lfloor N_{s,k}\rfloor+1-N_{s,k}\right)\cdot\delta(e-\lfloor N_{s,k}\rfloor e_{s,k})\end{array}\right] \end{aligned} \tag{3}$$

Розроблено модель для аналізу споживання енергії при комунікації і обробці $E_{ср}(T)$. Енергія, що витрачається при комунікації і обробці даних в кожному вузлі мережі, моделюється в дискретному часі системи масового обслуговування в одиницю часу T_u, яка характеризує його розподіл між надходженнями трафіку і процесом обслуговування.

Споживання енергії представлено дискретно-часовим ланцюгом Маркова (ДЧЛМ) $\{X_n\}$, якій розділено на рівні зв'язку, де M – довжина черги. Кожен із станів являє собою подію, яка відбувається у вузлі в плині часу T_u, такі як очікування (сон), передача або прослуховування. Наприклад, операції робочого циклу, як правило, представлені у вигляді ланцюжків сну і активних станів $\{I_n\}$ і кількість станів кожного типу залежить від робочого циклу ξ.

Кожне стан v також пов'язан з кількістю енергії e_v, яке споживається при відповідних події під час T_u. Поведінка при комунікації і обробки даних кожного вузла представлені переходами між станами в $\{X_n\}$. Грунтуючись на ДЧЛМ, ФРЙ споживання енергії одиничного вузла при комунікації і обробки даних $E_{ср}(T)$ знаходиться для будь-якої даної тривалості T.

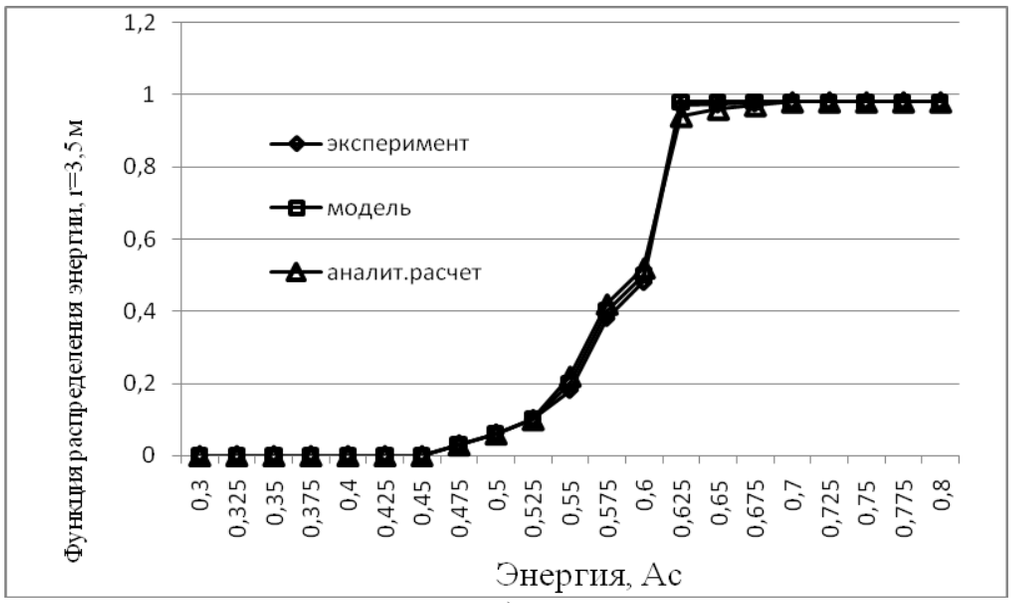
Проведені перевірка адекватності моделі розподілу енергії одиничного вузла та аналіз розподілу споживання енергії при детермінованому розгортанні з відстанями до стоку 2,6м і 3,5м протягом T = 60с для двох вузлів. Результати розподілу споживання енергії для кожного з двох вузлів показані на рисунку 1. Похибка аналітичного розрахунку становить менше 5% в порівнянні з вимірами для кожного вузла. Це спостерігається при різкому збільшенні енергії до рівня 0,6 А·с при r=3,5 м. Існує висока ймовірність того, що вузол споживає саме 0,6 В, що відповідає випадку, коли вузли виконують свої звичайні операції робочого циклу. Моделювання проведено для 100 різних топологій. Модель каналу така, що передача пакетів завжди успішна, якщо відстань відправник-одержувач знаходиться в межах певного діапазону, незалежно від помилок в каналі або колізій. Діапазон обрано таким чином, щоб на цій відстані середнє відношення сигнал/шум не перевищувало порогове, яке використовується в протоколі.

Отримані результати свідчать про те, що результати моделювання в порівнянні з проведеними експериментами по частоті появи помилок не перевищують 5%. Таким чином, в подальших дослідженнях використовується імітаційне моделювання для перевірки адекватності запропонованих моделей оцінки продуктивності бездротових сенсорних мереж випадкового розгортання великих масштабів, на основі часу життя одиничного вузла і всієї мережі.

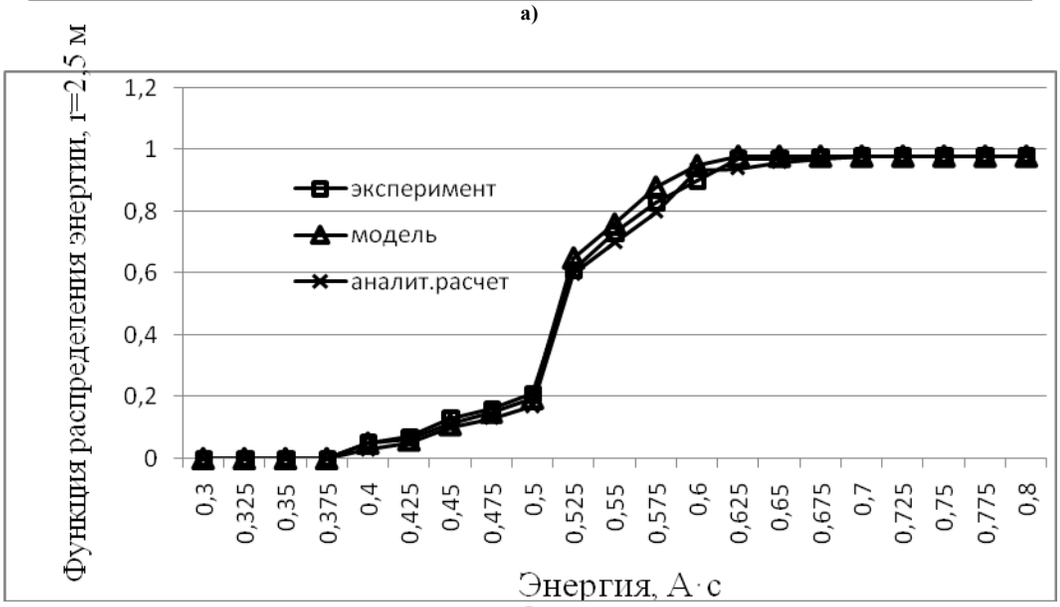
Застосування моделей при проектуванні БСМ

Досліджено взаємозв'язок між часом існуванням вузла і всієї мережі із заданою вірогідністю і різними мережевими параметрами, використовуючи розподіл часу життя, для підтвердження ефективності запропонованих моделей і методів при проектуванні мережі. В експериментах розглядається наступна архітектура мережі: щільність мережі ρ, робочий цикл ξ і швидкість трафіку λ_{lc} для всіх вузлів різні. Значення цих параметрів 0,05, 0,2 і 0,1 пакет/хв, радіус передачі 20 м, потужності батареї C = 2000мА·год, інші параметри залишаються незмінними.

Імовірність того, що термін служби вузла на відстані r=12 м більше, ніж 500 годин показано на рисунках 2а-2в. Для максимальної ймовірності досягнення цього часу життя щільність повинна бути не менше 0,053. Можна помітити, що ймовірність різко зростає від 0 до 1 при зміні щільності вузлів від 0,002 вузла/м^2 до 0,097 вузлів/м^2. Ця крута зміна пов'язана з тим, що зміна часу життя мережі невелика при детермінованої топології.



а)



б)

Рис. 1. Функція розподілу споживання енергії протягом 1 хвилини під час проведення експерименту, моделювання та аналітичному розрахунку

Крім того, скорочення робочого циклу безпосередньо знижує споживання енергії (рисунок 2б). Збільшення або зменшення швидкості трафіку на 0,05 пакет/хв призводить до зменшення ймовірності досягнення поставленого терміну служби.

Імовірність досягнення часу життя мережі в 500 годин показана на рисунку 2г для різної щільності вузлів. Для досягнення цього часу життя, оптимальна щільність більше ніж 0,097, оскільки робота мережі розглядається тільки, коли всі вузли є функціональними.

Висновки та перспективи подальших досліджень

Запропоновано імовірнісний підхід оптимізації часу існування бездротової сенсорної мережі, який містить метод розрахунку енерговитрат БСМ при передачі, обробці та зчитуванні даних в вузлах при поширенні трафіку на основі імовірнісного аналізу розподілу часу життя, який дозволяє здійснювати вибір ефективного режиму роботи елементів БСМ. Споживання енергії сходиться до нормального розподілу при тривалих періодах спостереження. Розроблена модель підтверджена стендовими експериментами і моделювання. Результати показують, що розроблена модель точно відображає розподіл споживання енергії і фіксує випадковість бездротових сенсорних мереж. Скорочення робочого циклу знижує споживання енергії, збільшення або зменшення швидкості трафіку на 0.05 пакет/хв призводить до зменшення ймовірності досягнення поставленого терміну служби всієї мережі. Запропонована методика забезпечує результати для середнього споживання енергії з похибкою менш 3.5%.

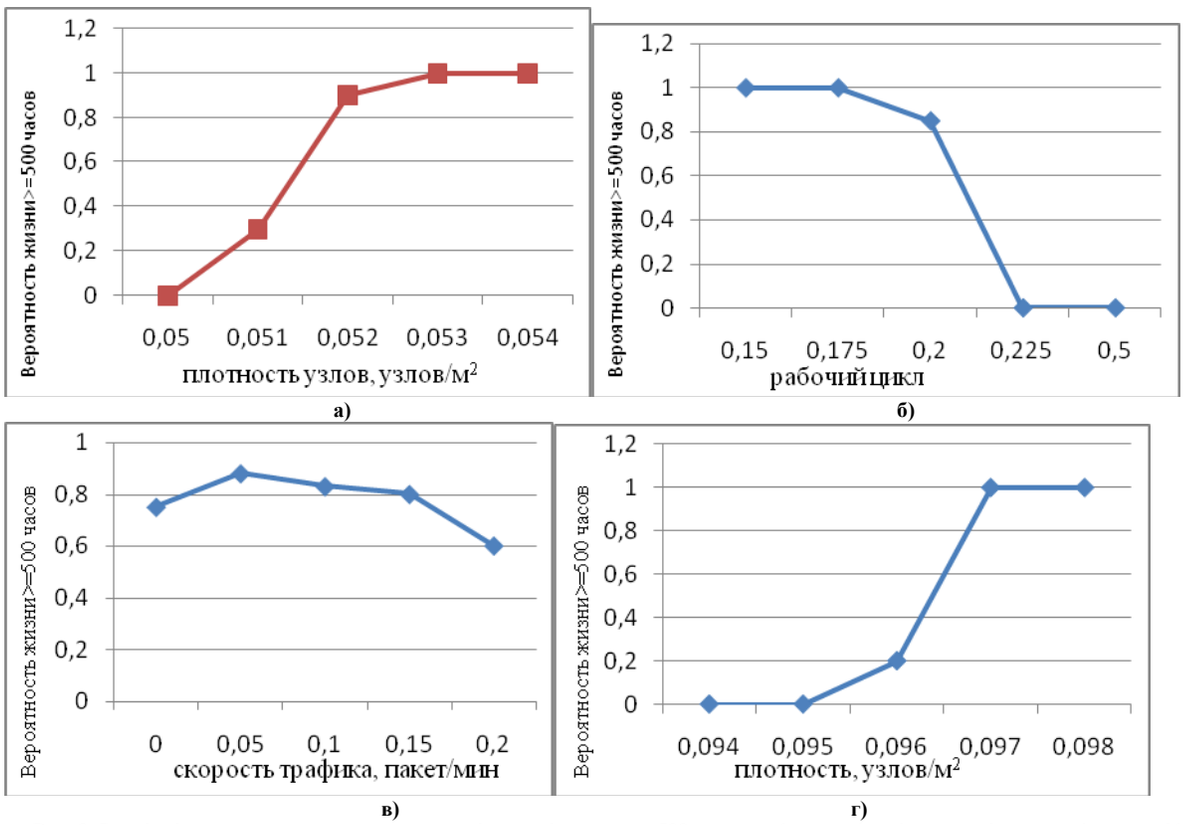


Рис. 2. Імовірність заданого часу життя вузла і мережі протягом 500 годин з різною щільністю вузлів, швидкістю трафіку і робочим циклом

Список використаної літератури

1. MICA2 sensor node. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.xbow.com.
2. NI USB-6210 multifunction DAQ. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.ni.com.
3. TinyOS. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://webs.cs.berkeley.edu/tos/.
4. Hnatushenko, Vikt. The distribution of energy consumption in wireless networks to anycast protocol . Power Engineering and Information Technologies in Technical Objects Control – 2016 – p. 195-201
5. Van Hoesel, L. Prolonging the lifetime of wireless sensor networks by cross-layer interaction/ L. Van Hoesel, T. Nieberg, J. Wu, and P.J.M. Havinga // IEEE Wireless Communications. – 2014.– p. 79
6. Vural, S. Probability distribution of multi-hop-distance in onedimensional sensor networks / S. Vural, E. Ekici// Computer Networks. – 2007.– vol.51(13).– p.3727–3749
7. Vuran, M. C. XLP: A cross layer protocol for efficient communication in wireless sensor networks/ M. C. Vuran, I. F. Akyildiz. // IEEE Trans. on Mobile Computing, Nov 2010.– vol.9(11).– p.1578–1591
8. Wang, D. Coverage and lifetime optimization of wireless sensor networks with gaussian distribution / D. Wang, B. Xie, D.P. Agrawal // IEEE Trans. on Mobile Computing, Dec 2008.– vol.7(12).– p.1444–1458
9. Wang, Q. A realistic power consumption model for wireless sensor network devices / Q. Wang, M. Hempstead, W. Yang // In Proc. of IEEE SECON 2006. – p. 286–295
10. Xie, M. Towards an end-to-end delay analysis of wireless multihop networks / M. Xie, M. Haenggi. // Ad Hoc Networks, July 2009.– vol.7(5).–p.849 – 861
11. Xue, Y. Cost-efficiency of anycast-based forwarding in duty-cycled WSNs with lossy channel / Y. Xue, M. C. Vuran, B. Ramamurthy. // In Proc. of IEEE SECON 2010.– p. 657-684

УДК 004.08

В.В. ГРИЦИК
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя
Національний університет "Львівська політехніка"
А.Я. ДУНАС
Національний університет "Львівська політехніка"

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ ДЛЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОГО ЗОРУ РОБОТІВ МАЙБУТНЬОГО

Представлено дослідження елемента машино-машинного інтерфейсу на предмет можливості динамічної адаптації для покращення сприйняття зовнішнього середовища шляхом розробки методики адаптації робозору до візуального спектру. Досліджено і порівняно між собою різні порогові методи сегментації зображень різних категорій.

Ключові слова: сегментація зображень, робозір, бінаризація, розпізнавання образів, метод Ніблака, порогова бінаризація, гістограмні методи, метод Оцу, метод Єна, метод трикутника, роботи майбутнього.

В.В. ГРИЦИК
Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя
Національний університет "Львівська політехніка"
А.Я. ДУНАС
Национальный университет "Львовская политехника"

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ ДЛЯ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОГО ЗРЕНИЯ РОБОТОВ БУДУЩЕГО

Представлено исследование элемента машино-машинного интерфейса на предмет возможности динамической адаптации для улучшения восприятия внешней среды путем разработки методики адаптации роботизированного зрения к визуальному спектру. Исследованы и сравнены между собой различные пороговые методы сегментации изображения различных категорий.

Ключевые слова: сегментация изображений, роботизированное зрение, бинаризация, распознавания образов, метод Ниблака, пороговая бинаризация, гистограммные методы, метод Оцу, метод Єна, метод треугольника, роботы будущего.

V.V. HRYTSYK
Ternopil Ivan Puluj National Technical University
Lviv Polytechnic National University
A.Y. DUNAS
Lviv Polytechnic National University

RESEARCH OF PATTERN RECOGNITION METHODS FOR COMPUTER VISION SYSTEMS OF ROBOTS OF THE FUTURE

The research of the machine-machine interface element concerning the possibility of dynamic adaptation for improving the perception of the visual environment by developing a method for adapting the computer vision to the visual spectrum. The various threshold methods of image segmentation from different categories are investigated and compared among themselves.

Keywords: image segmentation, computer vision, binarization, pattern recognition, Niblak method, threshold binarization, histogram methods, Otsu method, Yen's method, Triangle method, robots of tomorrow.

Постановка проблеми

Комп'ютерні технології займають настільки важливу роль в житті сучасного суспільства, що зараз вже важко уявити собі жоден вид діяльності, в якому так чи інакше не використовуються комп'ютери [3]. Ми живемо в період 4-ої промислової революції, і прогрес знань і технологій різко пришвидшується з кожним днем, адже створення одних новітніх технологій виступає фундаментом для появи нових. Вже зараз у численних галузях промисловості, науки, інтернет-технологій тощо ефективно використовуються розробки, пов'язані з використанням систем штучного інтелекту, а також різного виду роботів чи роботизованих систем.

Роботи майбутнього – це технології з інтелектуальними візуальними можливостями: вони повинні відчувати і розуміти динаміку реального світу [7]. Тому розробка систем комп'ютерного зору з динамічним

сприйняттям зовнішнього візуального середовища є критично важливою задачею для роботів наступної генерації. А це потребуватиме розробки відповідних моделей і засобів синтезу методів сприйняття даних візуального спектру, що надходять в режимі реального часу [2, 4]. Отже, актуальною проблемою розвитку штучного інтелекту є розробка принципів сприйняття комп'ютером зовнішнього світу через розуміння відео даних [1, 5].

Формулювання мети дослідження

Метою роботи є покращення сприйняття візуального світу робозором шляхом розробки методики його адаптації до особливостей зовнішнього середовища.

Викладення основного матеріалу дослідження

Дослідимо та порівняємо декілька найбільш поширених методів сегментації візуального поля уваги, що працюють у реальному часі та ґрунтуються на різних математичних апаратах обробки інформації.

1. *Бінаризація з нижнім порогом.*

Цей метод відноситься до групи методів сегментації зображення, що ґрунтуються на глобальних порогах. Суть методу полягає в тому, що глобальний поріг яскравості вибирається як деяка константа, і в залежності від відношення цієї константи до локальних значень яскравості для кожного пікселя, бінаризується значення цього пікселя. Цей метод є найбільш простим і поширеним. Опишемо його наступним чином:

$$a_{xy}^{new} = \begin{cases} 0, if\ \frac{r+g+b}{3}(a_{xy}) \le L \\ 1, if\ \frac{r+g+b}{3}(a_{xy}) > L \end{cases}, \quad (1.1)$$

де a_{xy}^{new} – результуюче значення яскравості пікселя;

a_{xy} – вхідне значення яскравості пікселя;

$L(const) \in [0, 255]$ – глобальний рівень освітлення;

r, *g*, *b* – оригінальні значення червоної, зеленої та синьої складової кольору пікселя a_{xy}.

Візуалізацію див.на рис. 6.1.б).

2. *Метод Ніблака*

Метод ґрунтується на обчисленні локального порогу освітленості.

Ідея полягає у вирівнюванні порогу яскравості бінаризації від точки до точки на основі відхилення **локального середнього** значення яскравості (значення, що обчислюється для кожного пікселя, базуючись на значеннях яскравості його самого і його сусідів), від **локальног**о (обчислюється лише для одного пікселя) в заданій масці [6].

Тобто, бінаризоване представлення пікселя обчилюється так:

$$a_{xy}^{new} = \begin{cases} 0,\ if\ B(x,y) \le L \\ 1,\ if\ B(x,y) > L \end{cases}, \quad (2.1)$$

де $B(x,y) \in [0{,}255] = \frac{r+g+b}{3}(a_{xy}),$ – локальне значення яскравості пікселя a_{xy};

$L \in [0{,}255] = m_{w\times w}(x,y) + k * s_{w\times w}(x,y)$ – локальний поріг яскравості для пікселя a_{xy} в околі $w \times w$;

$m_{w\times w}(x,y) \in [0{,}255] = \frac{\sum_1^{w\times w} B(x,y)}{w\times w}$ – середнє значення яскравості в околі пікселя $w \times w$;

$s_{w\times w}(x,y) = \sqrt{\frac{1}{w\times w}\sum_1^{w\times w}(B(x,y) - m_{w\times w}(x,y))^2}$ – середньоквадратичне відхилення вибірки в околі пікселя;

$k(const) = -0{,}2$ для об'єктів, що імовірніше представлені чорним кольором (тобто, якщо $B(x,y) \le 127$), і $k = 0{,}2$для об'єктів, що імовірніше представлені білим кольором$B(x,y) > 127$;

$w(const)$ – розмір маски околу, наприклад, 15 [6].

Візуалізацію див.на рис. 6.1.в).

3. *МетодОцу*

Метод використовує гістограму розподілу значень яскравості пікселів зображення.

Суть метода Оцу полягає в тому, щоб виставити поріг між класами на гістограмі таким чином, аби кожен з них був якомога "щільнішим". Якщо висловлюватись математичною мовою, то це зводиться до мінімізації внутрішньокласової дисперсії, яка визначається як зважена сума дисперсій двох класів:

$$\sigma_w^2(L) = w_1(L)\sigma_1^2(L) + w_2(L)\sigma_2^2(L), \quad (3.1)$$

де ваги w_i – це ймовірності двох класів, що розділені порогом *L;*
σ_i^2 – дисперсії цих класів.

Оцу довів, що мінімізація дисперсії *всередині* класу рівносильна максимізації дисперсії *між* класами, яку можна виразити через ймовірність w_i і середній арифметичний клас μ_i:

$$\sigma_b^2(L) = \sigma^2 - \sigma_w^2(L) = w_1(L)w_2(L)[\mu_1(L) - \mu_2(L)]^2. \quad (3.2)$$

Для початку потрібно побудувати гістограму $p(l)$ зображення і визначити частоту входжень $N(l)$ кожного рівня яскравості зображення $G(x, y)$.Також шукаємо сумарну яскравість N_T пікселів зображення:

$$N_T = \sum_{i=0}^{\max(G)} p(i) \quad (3.3)$$

Після цього для кожного значення напівтону (порогу)$L = \overline{1, max(G)}$ виконуємо наступне:

$$\omega_1(L) = \frac{\sum_{i=0}^{L-1} p(i)}{N_T} = \sum_{i=0}^{L-1} N(i), \omega_2(L) = 1 - \omega_1(L) \quad (3.4)$$

$$\mu_T = \frac{\sum_{i=0}^{\max(G)} i*p(i)}{N_T} = \sum_{i=0}^{\max(G)} i \times N(i) \quad (3.5)$$

$$\mu_1(L) = \frac{\sum_{i=0}^{L-1} i*p(i)}{N_T*w_1(L)} = \frac{\sum_{i=0}^{L-1} i \times N(i)}{w_1(L)} \mu_2(L) = \frac{\mu_T - \mu_1(L) \times w_1(L)}{w_2(L)} \quad (3.6)$$

$$\sigma_b^2(L) = \sigma^2 - \sigma_w^2(L) = w_1(L)w_2(L)[\mu_1(L) - \mu_2(L)]^2, \quad (3.7)$$

Шуканий поріг дорівнює значенню *L*, при якому $\sigma_b^2(L)$ максимальне:

$$L = argmax_L \sigma_b^2(L) \quad (3.8)$$

Бінаризоване представлення пікселя обчилюється так:

$$a_{xy}^{new} = \begin{cases} 0, \ if \ B(x,y) \le L \\ 1, \ if \ B(x,y) > L \end{cases}, \quad (3.9)$$

Візуалізацію див. на рис. 6.1.г).

4. *Метод Єна*

Цей метод відноситься до методів, які використовують ентропію розподілу яскравості кольорів на зображенні. Метод Єна розглядає об'єкт на зображені і фон, на якому цей об'єкт розташований, як два різні джерела зорової інформації. І значення яскравості, при якому сума цих двох ентропій сягає свого максимуму, вважається оптимальним порогом для сегментації зображення [8].

Для початку потрібно обчислити гістограму $p(l)$ зображення і частоту входжень $N(l)$ кожного рівня яскравості зображення $G(x, y)$. Також шукаємо сумарну яскравість N_T пікселів зображення:

$$N_T = \sum_{i=0}^{\max(G)} p(i) \quad (4.1)$$

Будуємо допоміжні нормалізовані гістограми:

$$p_{norm}(i) = \frac{p(i)}{N_T}, \quad (4.2)$$

$$p_{normC}(i) = p_{normC}(i-1) + p_{norm}(i), \quad (4.3)$$

$$p'_{norm}(i) = p'_{norm}(i-1) + p_{norm}(i)^2, \quad (4.4)$$

$$p''_{norm}(i) = p''_{norm}(i+1) + p_{norm}(i+1)^2, \quad (4.5)$$

Знаходимо ентропії об'єкта і його фону:

$$C_f(T) = -\log\{p_{normC}(i) \times (1 - p_{normC}(i))\} \quad (4.6)$$

$$C_b(T) = -\log\{p'_{norm}(i) \times p''_{norm}(i)\} \quad (4.7)$$

Визначаємо значення *i*, при якому сума цих ентропій максимальна:

$$L = argmax_i\{C_b(T) + C_f(T)\} \quad (4.10)$$

Використовуємо це значення як поріг яскравості і бінаризуємо зображення:

$$a_{xy}^{new} = \begin{cases} 0, if\ B(x,y) \le L \\ 1, if\ B(x,y) > L \end{cases} \quad (4.11)$$

Візуалізацію див. на рис. 6.1.д).

5. *Метод трикутника*

Метод використовує гістограму розподілу значень яскравості на зображенні.

На гістограмі проводиться лінія s від найменшого b_{min} значення яскравості до найбільшого b_{max}. Порогом визначається елемент гістограми, відстань від якого до s є найбільшою [9]:

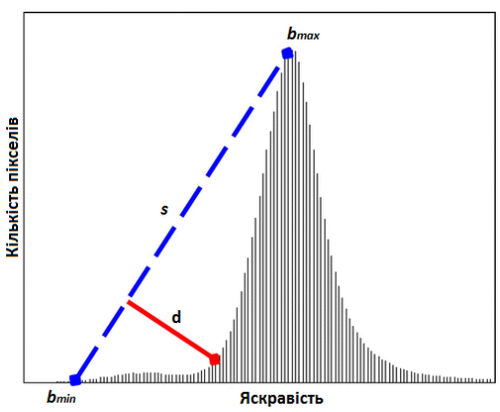


Рис. 5.1. Метод трикутника

$$L = argmax_{b(i)}d \text{ , де} \quad (5.1)$$

L – значення порогу;

d – відстань від значення гістограми $b(i)$до s.

Проводимо бінаризацію за стандартною формулою:

$$a_{xy}^{new} = \begin{cases} 0, if\ B(x,y) \le L \\ 1, if\ B(x,y) > L \end{cases} \quad (5.2)$$

Візуалізацію див. на рис. 6.1.е).

6. Оцінка роботи методів бінаризації

Для оцінки правильності роботи наведених вище методів було проведено кореляцію результатів методом MSE. Як еталонне зображення було використано оригінальне зображення, бінаризоване методом з нижнім порогом бінаризації. Досліджуваним виступало зображення, отримане внаслідок обробки оригінального кожним з методів. Похибка обчислювалась за формулою:

$$MSE = \frac{1}{w*h}\sum_{i=0}^{w-1}\sum_{j=0}^{h-1}|I(i,j) - K(i,j)|^2 \quad (6.1)$$

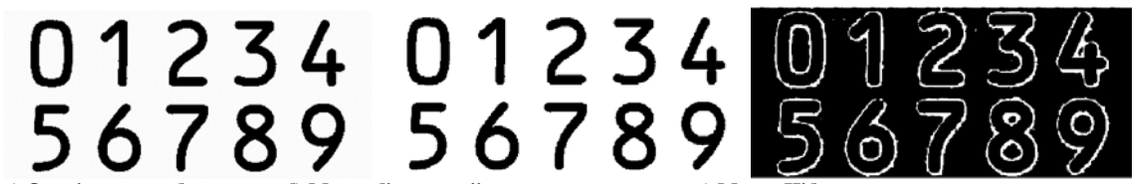
де $I(i,j)$ – значення яскравості піксела у точці(i,j)досліджуваного зображення;

$K(i,j)$ – значення яскравості пікселя у точці (i,j) еталонного зображення;

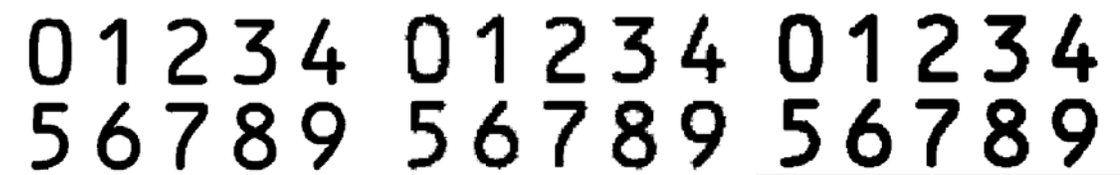
w – ширина зображень;

h – висота зображень;

MSE – значення похибки.



а) Оригінальне зображення б) Метод бінаризації з порогом в) Метод Ніблака



г) Метод Оцу д) Метод Єна е) Метод трикутника

Рис. 6.1. Візуальне порівняння роботи алгоритмів

Висновки

В результаті проведених експериментів були отримані такі результати:

Таблиця 1

Порівняння результатів

№ експерименту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Похибка MSE
Бінаризація з нижнім порогом	3088	3566	3606	3062	3298	3125	3144	3251	3390	±3281
Метод Ніблака	1004	604	874	599	780	905	588	820	991	±796
Метод Оцу	3092	3299	3593	3152	3237	3508	3109	3023	3495	±3279
Метод Єна	780	890	595	773	530	871	642	903	824	±756
Метод трикутника	634	1012	650	931	742	892	638	659	712	±763

Можна зробити висновок, що найкраще у нашому дослідженні себе проявили гістограмні методи бінаризації. Проте для всіх методів дуже велику роль відіграє наближеність вхідного зображення до еталонного, а також наявність побічних "шумів" на ньому. Щодо першої проблеми, вона може бути розв'язана шляхом більш довгого та багатоваріативного навчання системи. Друга проблема відносно легко вирішується шляхом накладення на зображення додаткових фільтрів.

Список використаної літератури

1. Грицик В. В. Оцінка якості передавання і комп'ютерна обробка даних образів / Грицик В. В. // Доповіді НАН України. – 2008. – № 9. Інформатика та кібернетика. – С. 43-48.
2. Audio-visual answer to modern computing // Research*eu results supplement. – 2010. – №26. – P. 31–32p.
3. Мічо Кайку. Фізика майбутнього:Переклала з англ. Анжела Кам'янець. – Львів: Літопис, 2013. – 432 с.
4. Software: running commentary for smarter surveillance? // Reasearch*eu results supplement. – 2010. – №24. – P. 29
5. Hrytsyk V. Augmented reality for people with disabilities / V. Hrytsyk, A. Grondzal, A. Bilenkyj // Proceeding soft of the Xth International Scientific and Technical Conference "Computer Sciences and Information Technologies (CSIT'2015) " (Lviv, 14-17 September 2015). – Lviv: IEEE, 2015. – P. 188–191.
6. Korzynska A. Validation of various adaptive threshold methods of segmentation applied to follicular lymphoma digital images stained with 3,3'-Diaminobenzidine&Haematoxylin [Electronic resource] / A. Korzynska, L. Roszkowiak, C. Lopez, R. Bosch and other // Diagnostic Pathology – 2013. – Vol. 8. – I. 48. – Access Mode: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3656801/
7. [Electronic resource] – – Vol. — P. – Access Mode:
8. Sezgin Mehmet. Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation / Mehmet Sezgin, Bulent Sankur // Journal of Electronic Imaging. – 2004. – Vol. 13. – I. 1. – P. 146–165.
9. Zack G.W. Automatic Measurement of Sister Chromatid Exchange Frequency / G.W. Zack, W.E. Rogers, S.A. Latt // Journal of Histochemistry and Citochemistry. – 1977. – Vol. 25 – № 7. – P. 741–753.

УДК 656.13+621.43+681.518

І.В. ГРИЦУК[1], Т.П. БІЛОУСОВА[2], Ю.В. ГРИЦУК[3], Ю.В. ВОЛКОВ[1]
[1]Харківський національний автомобільно-дорожній університет
[2]Херсонський національний технічний університет
[3]Донбаська національна академія будівництва і архітектури (м. Краматорськ)

ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ І ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ В УМОВАХ ЕКСПЛУАТАЦІЇ

В статті обґрунтований підхід до формування предметної області і інформаційної системи оцінювання параметрів технічного стану транспортного засобу в умовах експлуатації. Запропонований підхід дозволяє визначити вплив основних етапів обробки отриманої інформації про технічний стан транспортного засобу за допомогою інформаційного програмного комплексу. Описана система загального інформаційного забезпечення процесів моніторингу параметрів технічного стану транспортних засобів забезпечує повноцінний збір і обробку інформації в реальному часі від бортової інформаційної системи моніторингу, а також від інших засобів про дорожні, транспортні, кліматичні умови експлуатації.

Ключові слова: транспортний засіб, умови експлуатації, методика, моніторинг, технічний стан, інфраструктура автомобільної дороги, корегування, параметри технічного стану

И.В. ГРИЦУК[1], Т.П. БІЛОУСОВА[2], Ю.В. ГРИЦУК[3], Ю.В. ВОЛКОВ[1]
[1]Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
[2]Херсонский национальный технический университет
[3]Донбасская национальная академия строительства и архитектуры (г. Краматорск)

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ И ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ В УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ

В статье обоснован подход к формированию предметной области и информационной системы оценки параметров технического состояния транспортного средства в условиях эксплуатации. Предложенный подход позволяет определить влияние основных этапов обработки полученной информации о техническом состоянии транспортного средства с помощью информационного программного комплекса. Описанная система общего информационного обеспечения процессов мониторинга параметров технического состояния транспортных средств обеспечивает полноценный сбор и обработку информации в реальном времени от бортовой информационной системы мониторинга, а также от других средств о дорожных, транспортных, климатических условиях эксплуатации.

Ключевые слова: транспортное средство, условия эксплуатации, методика, мониторинг, техническое состояние, инфраструктура автомобильной дороги, корректировки, параметры технического состояния

I. GRITSUK[1], T.BILOUSOVA[2], YU. GRITSUK[3], YU. VOLKOV[1]
[1]Kharkiv National Automobile and Highway University
[2] Kherson National Technical University
[3]Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture (Kramatorsk)

FEATURES OF FORMING THE SUBJECT AREA AND THE INFORMATION SYSTEM OF EVALUATION OF THE SPECIFICATIONS OF THE VEHICLE TYPE SPECIFICATIONS IN THE CONDITIONS OF OPERATION

The article substantiates the approach to the formation of the subject area and the information system for evaluating the parameters of the technical condition of the vehicle in the conditions of operation. The proposed approach in terms of operation allows to determine the impact of the main stages of processing the information on the technical condition of the vehicle with the help of information software complex. The described system of general information provision of monitoring processes of technical parameters of vehicles provides real-time collection and processing of information in real time from on-board information monitoring system, as well as from other means of road, transport, and climatic conditions of operation.

Keywords: vehicle, conditions of operation, methodology, monitoring, technical condition, infrastructure of the highway, correction, parameters of technical condition

Постановка проблеми

Суттєва просторова протяжність, складність і розподіленість умов експлуатації транспортних засобів (ТЗ) та транспортної інфраструктури зі своїми особливостями і різноманіттям можуть вважатися об’єктом автоматизації сучасних інформаційних систем в умовах інтелектуальних транспортних систем

(ITS). Знання основ теорії експлуатації транспортних засобів є фундаментом при розробці прогресивних систем нормування і планування на транспорті за допомогою сучасних інформаційних систем [1].

Більшість завдань в процесі удосконалення методів оперативного управління працездатності автомобіля, які вирішують технічні служби експлуатації ТЗ, мають інформаційну складову оцінювання: дорожніх умов експлуатації ТЗ в частині висоти дороги над рівнем моря, прокольного профілю (рельєфу місцевості), типу і стану дорожнього покриття; ремонту, будівництва і обслуговування об'єктів дорожньої інфраструктури; їх моніторинг; прогнозування можливих аварійних ситуацій, транспортних умов в частині насиченості і інтенсивності руху ТЗ, особливостей вантажу, режиму і швидкості руху; атмосферно-кліматичних умов, культури експлуатації ТЗ тощо [2, 3]. Перераховані та подібні їм завдання поки в основному вирішуються застарілими методами, які вже не забезпечують необхідної якості і ефективності [2]. Оцінка умов експлуатації, аналіз планів і профілів автомобільних доріг, як правило, складаються вручну в паперовому вигляді, оновлення карт і схем здійснюється вкрай рідко, дані про стан більшості об'єктів не систематизовані і, відповідно, важкодоступні. Така ситуація ускладнює завдання керування класифікацією умов експлуатації ТЗ в інформаційних умовах ITS.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

На основі виконаних в Харківському національному автомобільно-дорожньому університеті досліджень розроблена єдина експлуатаційна класифікація умов роботи ТЗ, що базується на офіційних документах. Класифікація успішно використовується для любих експлуатаційних розрахунків і має пряме відношення до технічної експлуатації автомобілів, тому що визначає навантажувальні, швидкісні і температурні режими роботи агрегатів ТЗ [1, 3]. Тому висвітлення цього питання при дистанційному визначенні умов експлуатації ТЗ в реальному часі в умовах ITS можливо вважати доцільним.

Мета дослідження

Для здійснення дистанційного моніторингу і визначення умов експлуатації транспортних засобів у складі бортового інформаційного комплексу, доцільно адаптувати методику застосування класифікації умов експлуатації ТЗ до інфраструктури автомобільних доріг і інформаційних умов ITS. Для цього необхідно визначити, узагальнити наявні відомості, обґрунтувати особливості, функції і зв’язки основних елементів для здійснення дистанційного інформаційного обміну при виконанні моніторингу і визначення умов експлуатації ТЗ у відповідності до розроблених структур і систем, що працюють в умовах ITS. У зв'язку з цим, виникає важлива науково-технічна задача створення інформаційної системи моніторингу параметрів стану ТЗ для керування класифікацією умов експлуатації ТЗ в інформаційних умовах ITS.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для визначення предметної області інформаційної системи оцінювання параметрів технічного стану ТЗ в умовах експлуатації при проведенні його моніторингу будемо використовувати діаграми потоків даних (DFD – Data Flow Diagramm) [4 - 7]. Розроблена діаграма (рис. 1) потоків даних (DFD) являє собою самий верхній описовий рівень системи моніторингу ТЗ. Подальше уточнення моделі потоків даних здійснюється шляхом декомпозиції об'єктів, які складають її. Джерелами первинної інформації про технічний стан ТЗ в системі моніторингу технічного стану (рис. 1) виступають «Учасники процесу моніторингу ТЗ (користувачі), засоби моніторингу», «Процес експлуатації ТЗ в умовах експлуатації», «Умови експлуатації ТЗ в процесах моніторингу» тощо, що вважаємо «зовнішніми сутностями» [8 - 10]. До функціональних завдань інформаційної системи моніторингу ТЗ відносимо ідентифікацію, моніторинг параметрів і діагностування технічного стану ТЗ та оцінка умов експлуатації ТЗ засобами ITS.

Потоками даних в системі моніторингу ТЗ, що розглядається, будуть дані, які одержуються від учасників процесу моніторингу ТЗ, від відповідних засобів моніторингу, від учасників експлуатації ТЗ про умови експлуатації ТЗ і процеси експлуатації ТЗ під час моніторингу, які в подальшому обробляються, передаються і зберігаються, а також команди і запити, що циркулюють між комунікаційним обладнанням учасників процесу моніторингу. У загальному випадку згідно нотації «Йордона - Де Марко» [11] схема функціонування інформаційної системи моніторингу ТЗ представлена на рис. 1. Згідно вимог і завдань до інформаційної системи в частині програмного забезпечення (ПЗ), вона реалізує вирішення наступних задач моніторингу ТЗ: збирання даних з ТЗ; зберігання даних; ідентифікація ТЗ у просторі і в системі моніторингу; побудова функціональних залежностей у часі; моніторинг параметрів технічного стану ТЗ з можливостями їх прогнозування; ідентифікація умов експлуатації; діагностування стану ТЗ і перевірка відповідності стану ТЗ отриманим параметрам моніторингу за визначеними параметрами.

В межах розробленої DFD-діаграми [12], розроблено структуру моделі інформаційного забезпечення системи моніторингу технічного стану ТЗ в умовах експлуатації, яка показана на рис. 2. При її формуванні в умовах ITS, для проведення формалізації основних процесів, застосувано методологію структурного аналізу і проектування SADT (Structured Analysis and Design Technique). Вихідними даними для проведення моніторингу технічного стану ТЗ, у відповідності до положень методології IDEF0, особливостей конструктивного виконання ТЗ і особливостей умов експлуатації, є інформація про технічний стан ТЗ, що отримується дистанційно. На рис. 2 показана розроблена структурована інформаційна модель ІПК «IdenMonDiaOperCon (Identification, Monitoring technical condition, Diagnosis, Operating conditions of the vehicle under ITS) «HNADU-16»».

Основними етапами обробки інформації про технічний стан ТЗ в ІПК є ідентифікація ТЗ в просторі, системі моніторингу і нестаціонарних умовах експлуатації; збирання вихідних даних про параметри технічного стану ТЗ, в умовах експлуатації; прогнозування параметрів стану ТЗ; ідентифікація умов експлуатації; діагностування стану, збирання повідомлень і даних діагностування ТЗ; перевірка відповідності дійсного стану ТЗ отриманим параметрам і умовам експлуатації, в процесі моніторингу.

Інформаційна система моніторингу (ІСМ) стану і умов експлуатації ТЗ включає в себе сукупність стаціонарних і мобільних (бортових щодо ТЗ) систем збору і передачі інформації. Система збору є телекомунікаційною мережею обміну даними, яка може використовувати всі способи передачі даних. Стаціонарні пости виконують комунікаційні функції і найпростіші функції контролю. Ці функції забезпечують отримання контрольно-вимірювальної і технологічної інформації від бортових систем, контроль часу руху ТЗ в заданих пунктах, збір інформації про комунікації і споруди, передачу даних в інформаційний програмний комплекс (ІПК) [2]. Ядром розподіленої ІСМ є робоче місце мережі моніторингу ТС, яке будується на базі інформаційно-обчислювальної системи з використанням розробленого інформаційного програмного комплексу з використанням базового і розробленого програмного забезпечення.

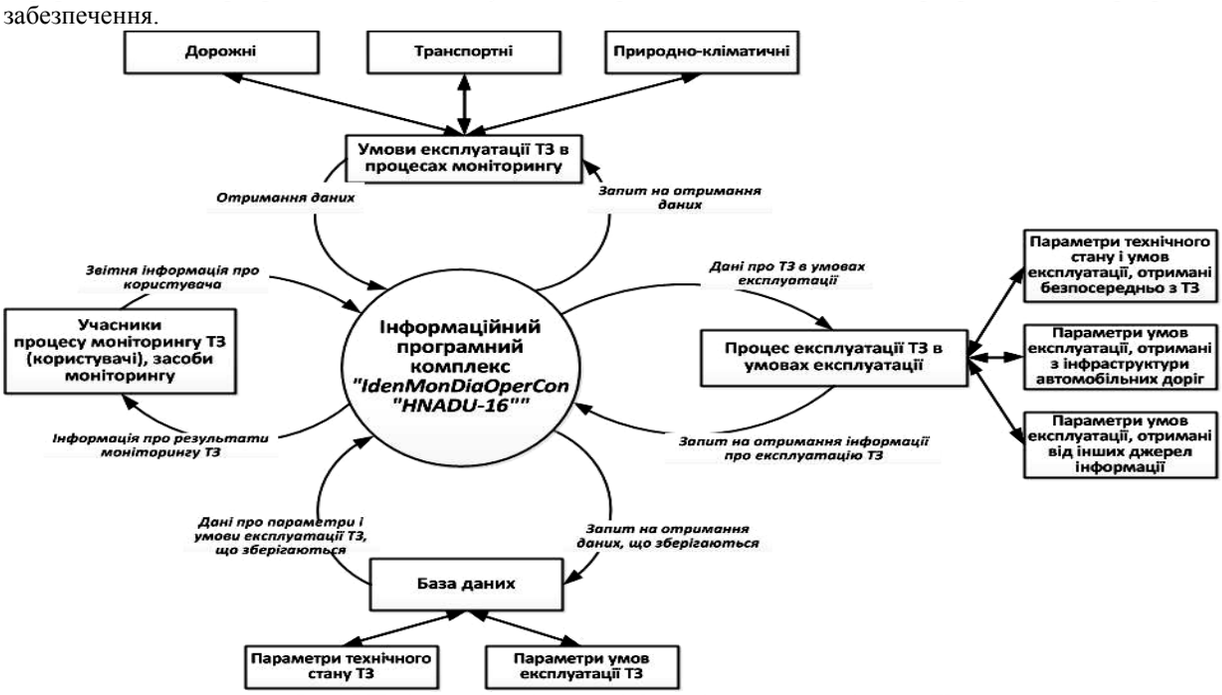


Рис. 1. DFD-діаграма функціонування інформаційної системи моніторингу ТЗ

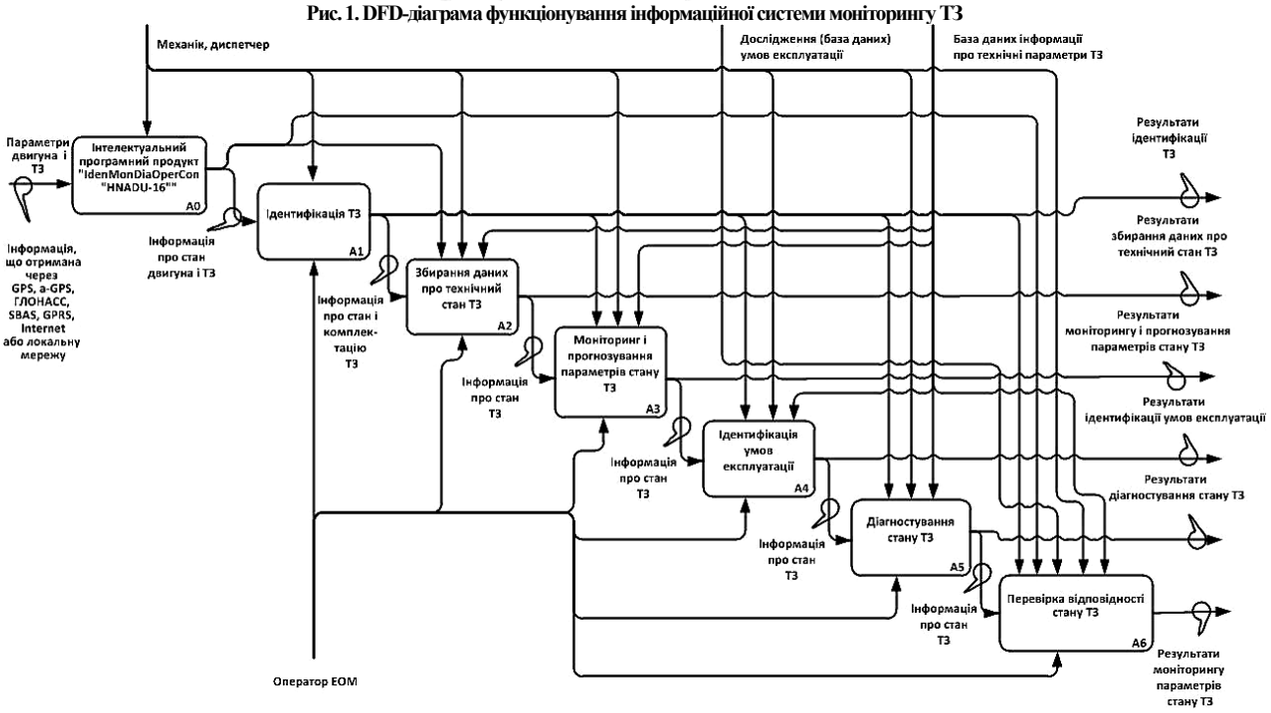


Рис. 2. Структурована інформаційна модель ІПК "IdenMonDiaOperCon (Identification, Monitoring technical condition, Diagnosis, Operating conditions of the vehicle under ITS) "HNADU-16""

Основний принцип інформаційного обміну між елементами ITS, а саме ТЗ і транспортної інфраструктури в процесах моніторингу параметрів технічного стану в умовах експлуатації та побудови ІСМ полягає в тому, що в ній ТЗ є не тільки об'єктом контролю і управління, але також джерелом постійно поновлюваної інформації про стан умов його експлуатації. Тобто вона є сучасною контрольно-вимірювальної системою, яка накопичує і зберігає інформацію про технічний стан ТЗ, умови його експлуатації в межах ділянки руху, а також приймає рішення при виявленні небезпечної, аварійної ситуації або несправності ТЗ. Загальна задача формування методики застосування класифікації умов експлуатації транспортних засобів в інформаційних умовах ITS, як складної системи, базується на отриманні інформації про фактичний технічний стан, методи і засоби її реалізації при вирішенні конкретних науково-технічних задач, оцінки, перевірки відповідності встановленим обмеженням, засобам для його забезпечення, критеріям оцінювання отриманих показників та визначення взаємозв'язку між ними.

Задачу забезпечення формування методики застосування класифікації умов експлуатації транспортних засобів в інформаційних умовах ITS на основі інформації про фактичні параметри їх технічного стану можливо виразити як побудову функції:

а) в процесах моніторингу і діагностування параметрів технічного стану

$$\begin{cases} F_{ts}\left(\overline{H}_t, t, \Delta t, \overline{X}_i(t), \overline{X}_i(t-\Delta t), \ldots, \overline{X}_i(t-n\Delta t), DTC_{S_i} K_{t_i}\right) \Rightarrow S_{\text{у.е.ТЗ}} \\ \Omega_l^{m_j}\left(e_{y.e.TЗ}, r\right)^J = \Omega_l^{m_j}\left(\begin{Bmatrix} e_{y.e.TЗ.mp} \\ e_{y.e.TЗ,дор} \\ e_{y.e.TЗ,ак} \\ e_{y.e.TЗ,ке} \end{Bmatrix}, r\right)^J = S_{y.e.TЗ} \end{cases} \quad (1)$$

б) в процесах прогнозування параметрів технічного стану

$$\begin{cases} F_{(t+k\Delta t)}\left(\begin{matrix} \overline{H}_{(t+k\Delta t)}, t, \Delta t, k, \overline{X_i}(t+k\Delta t), \overline{X}_i(t+(k-1)\Delta t), \ldots, \\ \overline{X}_i(t+(k-n)\Delta t), DTC_{S_i} K_{t_{i(t+k\Delta t)}} \end{matrix}\right) \Rightarrow S_{y.e.TЗ}(t+k\Delta t) \\ \Omega_l^{m_i}\left(e_{y.e.TЗ(t+k\Delta t)}, r\right)^J = \Omega_l^{m_i}\left(\begin{Bmatrix} e_{y.e.TЗ.mp(t+k\Delta t)} \\ e_{y.e.TЗ,дор(t+k\Delta t)} \\ e_{y.e.TЗ,ак(t+k\Delta t)} \\ e_{y.e.TЗ,ке(t+k\Delta t)} \end{Bmatrix}, r\right)^J = S_{y.e.TЗ}(t+k\Delta t) \end{cases} \quad (2)$$

де F_{ts} – інформація про параметри технічного стану ТЗ у відповідних умовах експлуатації у відповідний момент часу; $\overline{H_t}$ – вектор органа(ів) керування енергетичної установки ТЗ (координата задатчика(ів) органа керування) в часі *t*; *t* – поточний час процесу моніторингу; Δ*t* – інтервал часу між вимірюваннями процесах моніторингу; $\overline{X_i}(t)$ при *i = 1,..., m* – характеристики технічного стану ТЗ в умовах експлуатації, що виміряні і входять в перелік ретроспективних впливових факторів (основні параметри технічного стану ТЗ в умовах експлуатації); *n* – кількість інтервалів (число вимірювань) у минулі періоди моніторингу; *m* – кількість вимірюваних характеристик (параметрів) технічного стану ТЗ; $DTC_{S_i} K_{t_i}$ – результати моніторингу кодів (DTCs (діагностичних кодів) несправностей ТЗ; Ω - оператор відображення; $S_{y.e.TЗ}$ – система визначення (забезпечення) умов експлуатації ТЗ (в представленому випадку система $S_{y.e.TЗ}$ являє собою відображення властивостей підоб'єктів визначення (забезпечення) умов експлуатації $e_{y.e.TЗ}$ ТЗ та їх відношень *r* для m_i за *J* в *l*); m_i – кількість засобів отримання інформації (засобів спостереження) в (для) ТЗ; *l* – зв'язки між засобами спостереження і підоб'єктами визначення (забезпечення) умов експлуатації ТЗ; $e_{y.e.TЗ}$ - множина підоб'єктів визначення (забезпечення) умов експлуатації ТЗ ($e_{y.e.TЗmp}$ – транспортні; $e_{y.e.TЗдр}$ – дорожні; $e_{y.e.TЗак}$ – атмосферно-кліматичні; $e_{y.e.TЗке}$ – культура експлуатації); *r* - множина відношень між основними умовами експлуатації ТЗ; *J* – завдання визначення (забезпечення) умов експлуатації ТЗ; $F_{(t+k\Delta t)}$ – прогнозована інформація про параметри технічного стану ТЗ у відповідний момент часу в процесі виконання своїх функцій (в процесі роботи ТЗ за призначенням) в майбутньому на інтервалі упередження довжиною ($t + k\Delta t$) в залежності від відомих значень у минулому, в заданому інтервалі прогнозування δ с заданою довірчою ймовірністю *p*; *k* – кількість (число) інтервалів прогнозованих значень параметрів технічного стану у майбутньому, визначає тип прогнозу – короткотерміновий, середьотерміновий тощо при прогнозованих умовах експлуатації відповідно $\left(e_{y.e.TЗ(t+k\Delta t)}\right)$.

Загальне інформаційне забезпечення системи $S_{y.e.\sum TЗ_i}(t)_i$ побудовано на основі серверних рішень $S_{y.e.\sum TЗ_i}(t)_i$ за положеннями М.Я. Говорущенко [1, 3], локального джерела інформації $S_{y.e.Vd_i}(t)_i$ і мережевих баз даних $S_{y.e.Net_i}(t)_i$.

$$S_{y.e.\sum TЗ_i}(t)_i = \left(S_{y.e.TЗ_i}(t)_i, S_{y.e.Vd_i}(t)_i, S_{y.e.Net_i}(t)_i\right) \quad (3)$$

Це забезпечує можливість створення єдиного централізованого сховища розподіленої у просторі інформації, підтримки багатокористувацької середовища отримання інформації (редагування), можливість доступу віддалених користувачів, систематизації інформації та її наочного відображення в єдиному комплексі.

В процесі розробки інформаційного забезпечення процесів моніторингу параметрів технічного стану ТЗ з урахуванням умов експлуатації були зібрані наявні джерела інформації в частині координат ТЗ на місцевості в реальному часі, модель автомобільної дороги, моделі об'єктів інфраструктури доріг, територіальних природних і техногенних систем, отримані результати трекінгу ТЗ. Для більш зручної візуалізації результатів аналізу в систему додані фрагменти растрів досліджуваних ділянок автомобільних шляхів. Джерела інформації для інформаційної системи моніторингу технічного стану ТЗ з урахуванням умов експлуатації показані в [13].

Висновки

Сформульований підхід дозволяє визначити вплив основних етапів обробки отриманої інформації про технічний стан ТЗ в ІПК, а саме ідентифікацію ТЗ в просторі, систему моніторингу і нестаціонарних умов експлуатації; збирання вихідних даних про параметри технічного стану і положення у просторі ТЗ, в умовах експлуатації; прогнозування параметрів стану ТЗ; ідентифікацію умов експлуатації; діагностування стану, збирання повідомлень і даних діагностування ТЗ; перевірку відповідності дійсного стану ТЗ отриманим параметрам і умовам експлуатації, в процесі моніторингу. Система загального інформаційного забезпечення процесів моніторингу параметрів технічного стану транспортних засобів забезпечує повноцінний збір і обробку інформації в реальному часі від бортової інформаційної системи моніторингу, розміщеної на транспортному засобі, і від системи збору інформації, що працює у взаємодії із водієм та інфраструктурою транспорту на основі поточного стану дорожніх, транспортних, кліматичних умов експлуатації і технічних споруд, в процесах порівняння з нормативними даними і даними попереднього контролю; відображення обстановки на ділянці руху автомобіля і результатів аналізу в реальному часі і за відповідними запитами; ідентифікацію предаварійного і аварійного станів шляху; архівування результатів моніторингу; розроблення рекомендацій щодо швидкісного режиму на ділянках руху транспортних засобів за результатами аналізу.

Список використаної літератури

1. Говорущенко Н.Я. Системотехника транспорта (на примере автомобильного транспорта)/ Н.Я. Говорущенко, А.Н. Туренко – Харьков: РИО ХГАДТУ, 1999. – 468 с.
2. Алексеев В.В. ГИС мониторинга транспортных сетей / В.В. Алексеев, Н.И. Куракина, Н.В. Орлова, А.А. Минина // Data+. Геоинформационные системы для бизнеса и общества. №2 (69). 2014 [Електронний ресурс] // Режим доступу: https://www.dataplus.ru/news/arcreview/detail.php?ID=17802&SECTION_ID=1058.
3. Говорущенко Н.Я. Техническая эксплуатация автомобилей / [Н.Я.Говорущенко]. - Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 2004. – 312 с.
4. Гайдамакин Н.А. Автоматизированные информационные системы, базы и банки данных. Вводный курс: Учеб. Пособие. / Н.А. Гайдамакин – М.: Гелиос АРВ, 2002. - 368 с.
5. Мауэргауз Ю.Е. Информационные системы промышленного менеджмента. / Ю.Е. Мауэргауз – М.: Филинъ, 1999.
6. Кулешов А.П. Информационная модель как основа проектирования корпоративных автоматизированных информационных систем / А.П. Кулешов // Информационные технологии.- 2006. - № 3. - С. 26-30.
7. Атрощенко В.А. К вопросу выбора алгоритмов решения задачи синтеза оптимальных структур распределенных баз данных на предприятиях хлебопекарной промышленности / В.А. Атрощенко, Д.В. Тишковский // Пищевые технологии КубГТУ. 2009. - №4.
8. Тишковский Д.В. Особенности методики создания информационной системы предприятий хлебопекарной промышленности/ Д.В. Тишковский // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 4; URL: www.science-education.ru/104-6824 (дата обращения: 10.10.2012).
9. Атрощенко В.А. Технические возможности повышения ресурса автономных электростанций энергетических систем. Монография. / В.А. Атрощенко, Ю.Д. Шевцов, П.В. Яцынин, Р.А. Дьяченко, М.Н. Педько. – Краснодар: Издательский Дом - Юг, 2010. - 192 с.
10. Махаммад М.Д. Разработка информационной системы для дизельных электростанций с возможностями прогноза их технического состояния: автореф. дис... канд. техн. наук: 05.13.01 / Махаммад Мааз Джасем Махаммад; ГОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет». – Краснодар, 2009. – 23 с.
11. Современные методологии описания бизнес-процессов – просто о сложном / Методология DFD в нотациях Гейна-Сарсона и Йордана-Де Марко [Электронный ресурс] / Betek К вершинам мастерства – Режим доступа: http://www.betec.ru/index.php?id=6&sid=29 – 04.12.2016 г.
12. Волков В.П. Формування предметної області інформаційної системи оцінювання параметрів технічного стану транспортного засобу в умовах експлуатації / В.П. Волков, І.В. Грицук, Ю.В. Грицук, Ю.В. Волков// Синергетика, мехатроніка, телематика дорожніх машин і систем у навчальному процесі та науці. Збірник наукових праць за матеріалами міжнародної науково-практичної конференції. – Харків, ХНАДУ, 2017. – С. 33 – 35.
13. Волков В.П., Грицук І.В., Грицук Ю.В., Волков Ю.В. Особливості формування інформаційної системи класифікації умов експлуатації транспортних засобів. Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту Міністерства освіти і науки України: Серія «Транспортні системи і технології». – Вип. 30. К.: ДЕТУТ, 2017. 288 с.

УДК 004.9:519.6:543.4

П.Й. ГУЧЕК
Херсонський національний технічний університет, Україна
Інститут біокібернетики і біомедичної інженерії ім. Налеча Польської академії наук, Польща

ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ ОБРОБКИ ВИМІРЮВАНЬ І ТЕСТУВАННЯ РОБОТИ ОБЛАДНАННЯ ОПТИЧНОЇ СПЕКТРОСКОПІЇ В РЕЖИМІ РЕАЛЬНОГО ЧАСУ

Розглянуто основні підходи до побудови інформаційної підсистеми для збору оптичних даних та попередньої обробки результатів вимірювань. Підсистема також дозволяє діагностувати апаратні проблеми та візуалізувати результати, отримані в режимі реального часу.

Ключові слова: інформаційні технології, ближня інфрачервона спектроскопія, комп'ютерна візуалізація, медична діагностика.

П.И. ГУЧЕК
Херсонский национальный технический университет, Украина
Институт биокибернетики и биомедицинской инженерии им. Налеча Польской академии наук, Польша

ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ОБРАБОТКИ ИЗМЕРЕНИЙ И ТЕСТИРОВАНИЕ РАБОТЫ ОБОРУДОВАНИЯ ОПТИЧЕСКОЙ СПЕКТРОСКОПИИ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Рассмотрены основные подходы к построению информационной подсистемы для сбора оптических данных и предварительной обработки результатов измерений. Подсистема также позволяет диагностировать аппаратные проблемы и визуализировать результаты, полученные в режиме реального времени.

Ключевые слова: информационные технологии, ближняя инфракрасная спектроскопия, компьютерная визуализация, медицинская диагностика.

P.I. GUCHEK
Kherson National Technical University, Ukraine
Nalecz Institute of Biocybernetics and Biomedical Engineering, Polish Academy of Sciences, Poland

INFORMATION TECHNOLOGY OF MEASUREMENT PROCESSING AND TESTING OF THE OPTICAL SPECTROSCOPY EQUIPMENT IN A REAL-TIME MODE

The main approaches to the construction of an information subsystem for collecting optical data and preliminary processing of measurement results are considered. The subsystem also allows you to diagnose hardware problems and visualize the results obtained in real time.

Keywords: information technology, near-infrared spectroscopy, computer visualization, medical diagnostics.

Постановка проблеми

В даний час методи оптичної спектроскопії широко використовуються в медичній практиці з метою діагностики і займають одне з провідних місць поряд з рентгенівськими, акустичними, ядерного магнітного резонансу, радіонуклідними, ендоскопічними та іншими.

Світло видимого та ближнього інфрачервоного діапазону довжин хвиль є безпечним при малих рівнях щільності випромінювання, людський організм добре адаптований до цього виду випромінювання. Світло цього діапазону довжин хвиль добре проникає в біологічну тканину і, взаємодіючи з різними структурними та динамічними компонентами тканин, несе інформацію про структурні і динамічні зміни, що відбуваються в тканинах при різних захворюваннях. Такі добре відомі у фізиці явища, як поглинання, дифракція, інтерференція, флуоресценція, а також пружне, квазіпружне і молекулярне розсіювання, спостерігаються в біологічних середовищах і є джерелами інформації про патологічні процеси[1].

Прозорість біологічних тканин сягає свого максимуму в ближній інфрачервоній(БІЧ) області спектра, що обумовлено тим фактом, що живі тканини не містять сильних внутрішніх хромофорів, які могли б поглинати випромінювання в цій області спектра. Світло проникає в тканини на глибину кількох сантиметрів, що важливо для просвічування об'ємних людських органів (мозок, молочна залоза і т. ін.). Однак біологічні тканини характеризуються ще досить сильним розсіюванням БІЧ-випромінювання, що заважає отримувати чіткі зображення локальних неоднорідностей, що виникають в тканинах при різних патологіях, таких як утворення пухлин або локальне зростання об'єму крові, обумовлене крововиливом або розростанням мікросудин [1,2].

Значні перспективи, з точки зору безпеки, простоти і надійності пристроїв, а також отримання надійної інформації про фізіологічні процеси, мають оптична дифузійна томографія і оптична когерентна томографія.

При проведенні досліджень важливе значення необхідно приділяти тестуванню обладнання на достовірність отриманих значень, як на початку так і в процесі всього циклу дослідження. Це дає змогу своєчасно виявити похибки пов'язані з пошкодженням або відставанням від системи кріплення джерела випромінювання, детектора, світловода та ін.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Дослідженнями пов'язаними з використанням світла для моніторингу стану біотканин і клітин з метою діагностики захворювань вчені займаються близько двох століть. Брайт (Bright) в 1831р. показав, що сонячне світло або світло свічки може проходити через голову пацієнта хворого на гідроцефалію [3]. Пізніше, можливість просвічування біотканин була відзначена Курлінгом(Curling), Катлером (Cutler) для спостереження патологічних змін молочної залози. Хассельбалч (Hasselbalch) в 1911 р, провів дослідження пропускання ультрафіолетового випромінювання шкірою, а у 1933р. Пирсоном (Pearson) і Норрісом (Norris), а також Харді (Hardy) і Мушенхеймом (Muschenheim) в 1935р. були представлені оптичні властивості біотканин в ближній інфрачервоній області[1,2].Через сильне розсіювання світла і автофлуоресценції ранні дослідження дозволили зрозуміти лише деякі найзагальніші оптичні властивості біологічної тканини.

Міллікен (Millikan) був першим, хто запропонував використовувати метод двохвильової оптичної спектроскопії для обліку розсіювання світла, і він був успішний в проведенні метаболічних аналізів у людини [1,4]. У 1930 - 1950 рр. було зроблено багато досліджень по спектроскопії гемоглобіну в біотканинах [1]. *In vivo* вимірювання БІЧ спектрів пропускання мочки вуха і щоки людини, зроблені Ільїною [5], показали багато нових важливих деталей спектра тканини, таких як смугу поглинання води на довжині хвилі 980 нм. Використання БІЧ випромінювання для глибокого просвічування тканин ссавців, включаючи голову дорослої людини, і діагностичне значення БІЧ для оцінки ступеня насичення гемоглобіну киснем і визначення редокс стану цитохрому а-а3 було продемонстровано для об'ємних тканин в 1977 р Джобсісом (Jobsis) [6] .

Чані (Chance) і Дельпі (Delpy) з співробітниками запропонували спектроскопію з часовою роздільною здатністю, що використовує імпульсне просвічування і детектування, так званий часовий метод (time-domain). Пізніше він був розроблений Паттерсоном (Patterson) і Жаком (Jacques) в застосуванні до вимірювань на відбиття і був використаний численними дослідниками для вивчення тканин і створення діагностичних приладів [1, 2, 4].

У 1990 р. Лакович (Lakowicz) і Берндт (Berndt) розширили можливості спектроскопії з часовим розділенням шляхом використання частотного (frequency-domain) підходу, який математично еквівалентний часовому методу, але дозволяє створювати більш робасні і чутливі методи вимірювань. Відкриття на цій основі нового типу хвиль - хвиль фотонної щільності (photon-density waves), і їх інтерференція дали можливість істотно поліпшити просторову роздільність спектроскопічного аналізу біологічної тканини [1] .

Численні *in vitro* і *in vivo* спектрофотометричні дослідження тканин з використанням безперервного, часового або частотного методів проаналізовані в роботах [1-8].

Таким чином, швидке діагностування при різних захворюваннях чи травмах та візуалізація результатів є досить актуальним питанням. Особливо це стосується тих місць, які не завжди мають можливість томографічного обстеження: комп'ютерну томографію та магнітно-резонансну томографію. Наприклад, на полі бою або на значній відстані від діагностичних центрів. І перед клініцистами, які беруть участь в діагностиці та лікуванні черепно-мозкової травми, пухлини та ін., стоїть непросте завдання - забезпечити оптимальну раціональну діагностику при мінімальних витратах, об'єктивізувати показання до госпіталізації та визначити найбільш швидкий ефективний метод лікування.

Мета роботи

Розробка основних підходів і побудова інформаційної підсистеми для збору оптичних даних та попередньої обробки результатів вимірювань, діагностування апаратних проблем та візуалізація результатів в режимі реального часу.

Основна частина

Розробка та діагностування інформаційної підсистеми проводилася на базі Інституту біокібернетики і біомедичної інженерії ім. Налеча Польської академії наук, який розробив пристрій дифузної оптичної томографії високої щільності (HD-DOT), здатний до дослідження головного мозку дорослої людини [7,8].

Для розробки запропонованої підсистеми, що дозволяє приймати дані з пристрою HD-DOT, використовувались методи об'єктно-орієнтованого програмування, системного програмування, комп'ютерної графіки та теорії множин. Для зберігання проведених результатів дослідження та подальшого аналізу, моделювання, хронологічного дослідження змін у пацієнтів, візуалізації та сегментації зображень уражених ділянок під час захворіння чи травми та ін., виникла потреба у проектуванні бази даних. В якості інструментального середовища системи керування базою даних було обрано MySQL, яке легко адаптується під різні платформи та є досить потужною та розвиненою як для стаціонарних, так і мобільних підсистем та додатків. Microsoft Visual Studio та мова програмування C# використовувались як інструменти середовища

розробки інформаційної підсистеми, які дозволяють створювати різні безпечні і надійні додатки, що працюють на платформі .NET Framework.

При створенні повноцінної інформаційної підсистеми з розвиненим графічним середовищем, в якому можлива реалізація складних математичних алгоритмів для подальших етапів аналізу даних та дослідження виникла необхідність в інтеграції розробленої підсистеми з системою MATLAB[9], яка має колосальні математичні можливості. Пакет MATLAB Builder для .NET (.NET Builder) є розширення пакету MATLAB Compiler. Він використовується для перетворення функцій MATLAB в один або більше класів .NET, які складають компонент .NET, або пакет. Кожна функція MATLAB перетворюється в метод деякого класу і може бути викликана з програми .NET. Програми, що використовують методи, створені за допомогою .NET Builder, при своїй роботі не вимагають встановленої системи MATLAB. Однак повинна бути встановлена MCR - середовище виконання для компонентів MATLAB (MATLAB Component Runtime)(Рис.1).

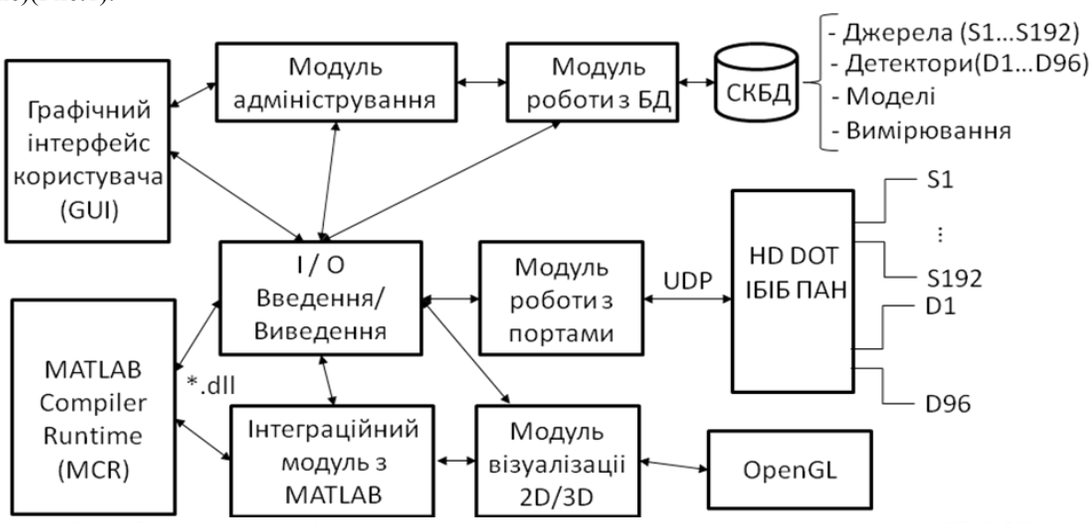


Рис.1. Структурна схема інформаційної підсистеми збору та оброблення даних з пристрою HD-DOT (СКБД – система керування базами даних, UDP - User Datagram Protocol, I/O - Input/Output)

Пристрій HD-DOT з'єднується з інформаційною підсистемою за технологією Ethernet використовуючи UDP протокол, котрий виконує обмін повідомленнями (датаграмами) без підтвердження доставки та надмірного навантаження на мережу під час проведення дослідження. До складу обладнання HD-DOT входять 192 джерела випромінювання(S1-S192), та 96 детекторів (D1-D96) для отримання результатів вимірювання. Для візуалізації в реальному часі в області двовимірної і тривимірної графіки використовувався один з найбільш популярних прикладних програмних інтерфейсів OpenGL[10,11], підтримуваний більшістю виробників, як апаратних, так і програмних платформ. Це дало змогу контролювати дані, які надходять з обладнання в процесі вимірювання та проводити діагностування на достовірність отриманих значень. Наприклад на рис.2 представлені результати, отримані на 12 детекторах з першого джерела випромінювання.

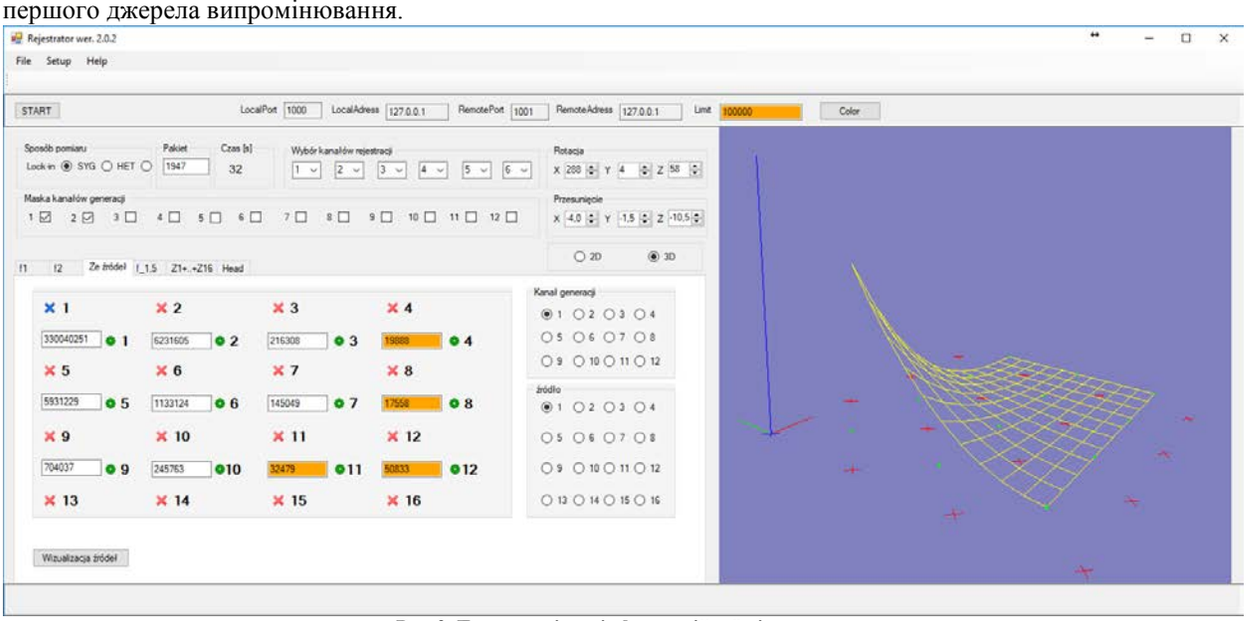


Рис.2. Головне вікно інформаційної підсистеми

Тестування розробленної підсистеми проводилося на схемі, яка містить 16 джерел випромінювання, та 12 детекторів (Рис.2-4). Джерела випромінювання представлені на зображеннях хрестиками, а детектори – кружечками. Дослідження проводилися одночасно на двох каналах генерації з частотами 750нм та 850нм. Також проводилося моделювання виходу з ладу різних джерел випромінювання та детекторів (Рис.3,4). Для наочності візуалізації в області дослідження застосовувалась бікубічна апроксимація поверхні Без'є.

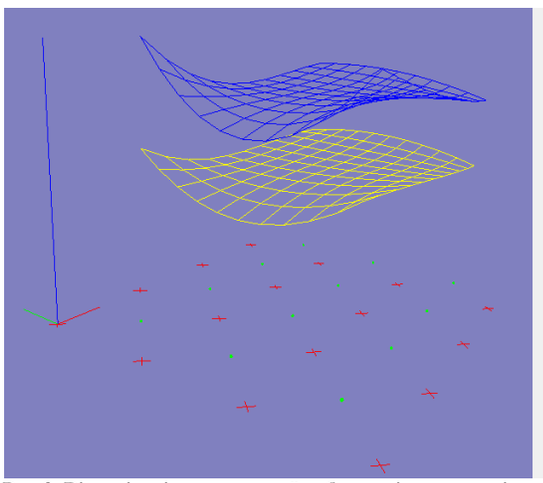


Рис.3. Візуалізація нормальної роботи всіх детекторів та джерел випромінювання

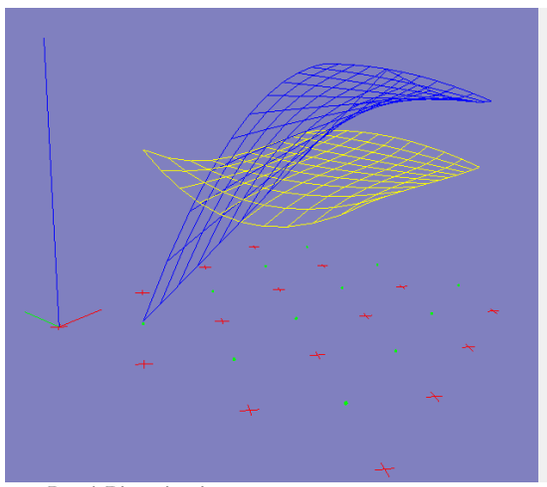


Рис.4. Візуалізація виходу з ладу першого джерела випромінювання на одному з каналів генерації

Для більш детального проведення дослідження над отриманими результатами, які потребують складних математичних обчислень та візуалізації, використовується інтеграційний модуль з MATLAB, який завантажує відповідні *.dll бібліотеки з необхідними функціями. Так наприклад на рис.5 представлена візуалізація отриманих значень на детекторі 1 від джерел випромінювання 1, 2, 5, 6.

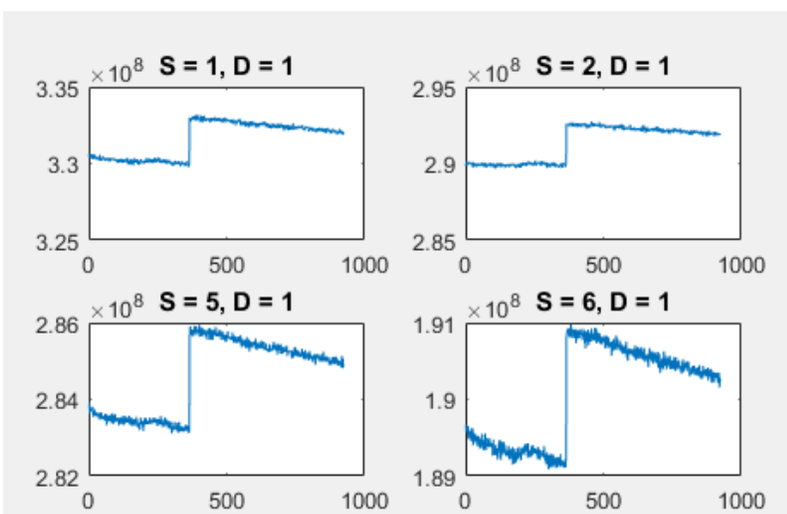


Рис.5. Візуалізація значень на детекторі 1 від джерел випромінювання 1, 2, 5, 6.

Розроблена інформаційна підсистема дозволяє (1) записувати дані, що надаються пристроєм HD-DOT, (2) зберігати дані в базі даних(Рис.6) і (3) аналізувати якість оптичного сигналу, дифузно-відбитого від тканин людини в режимі реального часу на основі різних геометричних параметрів для різноманітних джерел і сіток детекторів. Якість оптичного сигналу представлено як карти SNR (signal strength map), які включають співвідношення сигнал/шум для комбінацій усіх найближчих і всіх найближчих до найближчих пар-джерел-детекторів. Ці карти наочно демонструють невизначеність, яка пов'язана з поганим оптичним зв'язком світла, що випускається з пучків джерельного світловолокна в тканину, а також світла, вилученого з тканини, у пучки світловолокна детектування. Відображення в режимі реального часу дозволяє виявляти проблеми оптичного сигналу під час фіксації оптичних світловодів на голові.

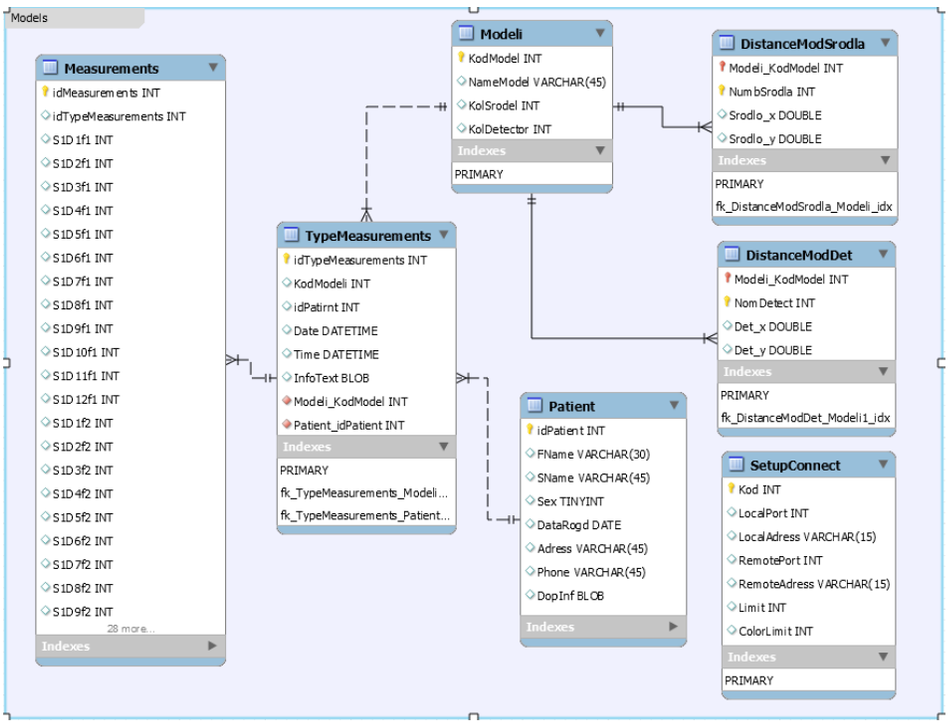


Рис. 6. Інформаційна модель бази даних

Висновки

В роботі розглянуто основні підходи до побудови інформаційної підсистеми для збору оптичних даних та попередньої обробки результатів вимірювань. Підсистема також дозволяє діагностувати апаратні проблеми та візуалізувати результати, отримані в режимі реального часу. Перспективним є подальше дослідження з інтеграції розробленої підсистеми з потужними системами візуалізації медичних зображень з відкритим кодом, такими як 3D Slicer, NIRFASTSlicer.

Список використаної літератури

1. Tuchin V.V. Handbook of optical biomedical diagnostics / V.V. Tuchin. – Belingham, Washington. – 2002. – 1093 p.
2. Тучин В. В. Оптика биологических тканей. Методы рассеяния света в медицинской диагностике / В. В. Тучин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 812 с.
3. Ferrari. M. Special Section on Clinical Near Infrared Spectroscopy/ lmaging / Eds. M. Ferrari, D. Delpy, D.A. Benaron // Biomed. Opt. – 1996. – V. 1.– P. 361-434; 1997. – V. 2.– P. 7-41; 147-175.
4. Chance B. Optical method / B. Chance // Arm. Rev. Biophys. Chem. – 1991.– V. 20. – P. 1-28.
5. Il'ina A.A. Transmittance of the near infrared rays by tissues of the human body/ A.A. Il'ina // Soviet Physiological J. – 1949. – V. 35. – P. 338-348.
6. Jobsis F. Non invasive monitoring of cerebral and myocardial oxygen sufficiency and circulatory parameters/ F. Jobsis // Science. – 1977. – V. 198. – P. 1264-126.
7. Zeff, B.W. Retinotopic mapping of adult human visual cortex with high-density diffuse optical tomography / B.W. Zeff, B.R. White, H. Dehghani, B.L. Schlaggar, J.P. Culver.– Proc Natl Acad Sci U S A. – 2007. – 104(29). – P. 12169-74.
8. Wojtkiewicz, S. Towards Optical Tomography of an Adult Human Head / S. Wojtkiewicz, P. Sawosz, M. Kacprzak, A. Gerega, K. Bejm, R. Maniewski, A. Liebert, // In *Optical Tomography and Spectroscopy.* – Optical Society of America, 2016. – P. OM4C-2.
9. Смоленцев Н. К. Создание Windows приложений с использованием математических процедур MATLAB/ Н. К. Смоленцев. – М.: ДМК Пресс, – 2008. – 456 с.
10. Гучек П.Й. Інформаційна технологія підтримки процедури візуалізації серендипових поверхонь / П. Й. Гучек, О. І. Литвиненко, А. Н. Хомченко // Проблеми інформаційних технологій. – 2011. – №2. – С. 68-72.
11. Херн Д. Компьютерная графика и стандарт OpenGL / Д. Херн, М. Паулин Бейкер. – М. : Издательский дом “Вильямс”, 2005. – 1168 с.

УДК 515.18 + 621.372.542

В.М. КОРЧИНСЬКИЙ, Д.М. СВИНАРЕНКО
Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

ІНФОРМАЦІЙНІ ОЗНАКИ БАГАТОСПЕКТРАЛЬНИХ РАСТРОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ, ІНВАРІАНТНІ ДО ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ТА ПРОСТОРОВОЇ РОЗРІЗНЕНОСТІ

Запропоновано метод ідентифікації просторових розподілів яскравості багатоспектральних цифрових зображень, отриманих з аерокосмічних носіїв, інваріантної до геометричних спотворень зображень, зумовлених позиційними нестабільностями їх формоутворення та просторової розрізненості.

Ключові слова: семіінваріант, спектральний канал, растрове зображення, яскравість, радіометричне перетворення, інформаційна ознака, просторове розрізнення.

В.М.КОРЧИНСКИЙ, Д.Н.СВИНАРЕНКО
Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРИЗНАКИ МНОГОСПЕКТРАЛЬНЫХ РАСТРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ, ИНВАРИАНТНЫЕ К ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ И ПРОСТРАНСТВЕННОМУ РАЗРЕШЕНИЮ

Предложен метод идентификации пространственных распределений яркости многоспектральных цифровых изображений, полученных с аэрокосмических носителей, инвариантной к геометрическим искажениям изображений, вследствие позиционных нестабильностей их формообразования.и пространственного разрешения.

Ключевые слова: семиинвариант, спектральный канал, растровое изображение, яркость, информационный признак, пространственное разрешение.

V.M. KORCHYNSKYI, D.M. SVYNARENKO

INFORMATION FEATURES OF MULTISPECTRAL RASTER IMAGES OF REMOTE SENSING INVARIANT TO GEOMETRICAL TRANSFORMATIONS AND THE SPACE RESOLUTION

The method is offered for identification the spatial brightness distributions of the multispectral digital remote sensing images, invariant to geometrical distortions of images, owing to position instabilities of their registration.

Keywords:cumulant, the spectral channel, a half-tone image, brightness, the informational feature, space resolution.

Постановка проблеми

Сучасні апаратні засоби дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) з аерокосмічних носіїв забезпечують отримання видових даних (зображень) у цифровому форматі, що фіксуються у значній кількості спектральних інтервалів електромагнітного проміння – носія видової інформації. У сукупності множина зображень, одержаних у різних спектральних каналах фіксації, утворює єдиний геометричний об’єкт – багатоспектральне зображення (БСЗ). Реєстрація БСЗ супроводжується спотвореннями, зумовленими неминучими у реальних умовах зйомки нестабільностями позиційних умов формоутворення зображень і реалізується у вигляді геометричних, яскравісних спотворень та розмиття розподілів яскравості отриманих зображень. Зазначимо, що просторова роздільна здатність (просторове розрізнення) у залежності від довжини хвилі проміння – носія видової інформації також може бути подана як масштабне перетворення зображення.

Одна з основних проблем, пов’язаних з тематичною інтерпретацією видових даних ДЗЗ, полягає у їх ідентифікації (розпізнаванні) – віднесенні зображення, що аналізується, до класу еквівалентності, який включає усі можливі просторові розподіли яскравості зображень фіксованого матеріального об’єкту (сцени), незалежно від їх спотворень, зумовлених зазначеними факторами.

На даний час основою математичних моделей розпізнавання зображень є аналіз їхніх інформаційних ознак (ІІО) – інтегральних характеристик розподілів яскравості, які у сукупності утворюють інформаційне подання об’єкту ідентифікації, і цій підставі віднесення його до відповідного класу еквівалентності (за термінологією теорії розпізнавання – "образу").

Тому актуальна проблема побудови систем ІІО, інваріантних до спотворень, які супроводжують формування багатоспектральних видових даних ДЗЗ.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

На даний час найбільш поширені системи ІІО растрових зображень базуються на моментах розподілів яскравості $f(\mathbf{r})$ (тут і далі $\mathbf{r}$ – радіус-вектор поля зображення). У загальному випадку такі моменти є коефіцієнтами узагальненого ряду Фур'є $f(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n u_n(\mathbf{r})$, де $u_n(\mathbf{r})$ – повна поліноміальна система функцій [1–2]. Безпосередньо множина моментів $\{c_n : n \in Z\}$ не є інваріантною до будь-яких перетворень розподілу яскравості $f(\mathbf{r})$. Відома певна кількість ІІО на основі моментів, інваріантних до деяких точкових геометричних перетворень зображень та їх комбінацій (паралельні перенесення, поворот, гомотетія) при збереженні рівня яскравості $f(\mathbf{r})$ [1, 3] та неточкових геометричних перетворень зображень [2], однак відсутня загальна методика отримання інваріантних ІІО навіть для такого обмеженого кола спотворень зображень.

Можливості способу інформаційного подання розподілів яскравості множинами відомих ІІО обмежені, у першу чергу тим, що ІІО визначені лише стосовно зображень фіксованого спектрального каналу БСЗ, що виключає можливість аналізу БЗС як єдиного геометричного об'єкту.

Мета дослідження

Мета даної статті полягає у розробці методу ідентифікації багатоспектральних зображень ДЗЗ на основі їхнього подання множинами інтегральних інформаційних ознак, інваріантних щодо просторових (афінних), радіометричних та яскравісних перетворень, зумовлених неминучими у процесі реальної зйомки нестабільностями позиційних параметрів формування зображень.

Викладення основного матеріалу дослідження

Визначення пропонованих інваріантних ІО базується на способі багатовимірного векторного представлення БСЗ, запропонованому у роботі [4], за якого БСЗ подається двовимірним масивом даних $\mathbf{\Omega}$ у вигляді матриці $\mathbf{M}_{nm\times k}$ з ортогоналізованими стовпцями, кожний з яких відповідає зображенню окремого спектрального каналу k; рядки – пікселю відповідного растрового зображення, заданого на растрі $\mathbf{M}_{nm\times k}$ пікселів та упорядкованого за стовпцями / рядками растру; елементи $\mathbf{M}_{nm\times k}$ подають рівні яскравості відповідних комірок растру. Суттєвою особливістю цього методу є ортогональність стовпців матриці $\mathbf{M}_{nm\times k}$, що забезпечує ліквідацію статистичного зв'язку між зображеннями окремих спектральних складових БСЗ і тим самим – їх незалежне оброблення.

Далі використовуємо координатний опис елементів масиву $\mathbf{\Omega}$ у вигляді контраваріантних векторів $\boldsymbol{\omega} = \left(\omega^1, \omega^2, \omega^3\right)^T$, де верхні індекси 1 – 3 позначають номер спектрального каналу, номер пікселю упорядкованого описаним способом МСИ, рівню яскравості цього поселю відповідно.

На відміну від традиційного опису зображень множиною ІІО у вигляді моментів, використаємо подання БСЗ множинами двовимірних семіінваріантів (кумулянтів) усієї множини розподілів його яскравості, поданої масивом $\mathbf{M}_{nm\times k}$. Узагальнюючи означення семіінваріантів (див., наприклад, [5]) на випадок функціонального розподілу, який залежить від двох параметрів (у розглядуваному випадку – рядки та стовпці масиву $\mathbf{M}_{nm\times k}$) отримаємо

$$S_{pq} = \frac{1}{j^{p+q}} \frac{\partial^{p+q}}{\partial u_1^p \partial u_2^q} \ln F(\mathbf{u}) \Big|_{\mathbf{u}=\mathbf{0}}, \qquad (1)$$

де p, q – цілі невід'ємні числа ($p+q$ – порядок семіінваріанта); $j = \sqrt{-1}$; $F(\mathbf{u})$ – інтегральне перетворення Фур'є; $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$. У роботі [6] показано, що між декартовими моментами:

$$D_{pq} = \frac{1}{j^{p+q}} \frac{\partial^{p+q}}{\partial u_1^p \partial u_2^q} \left[F(\mathbf{u})\right] \Big|_{\mathbf{u}=\mathbf{0}} \qquad (2)$$

та семіінваріантами існує зв'язок, який подається співвідношенням

$$D_{p,q} = \sum_{s=0}^{p-1} \sum_{k=0}^{q} \mathbf{C}_{p-1}^{s} \mathbf{C}_{q}^{k} D_{s,k} S_{p-s,q-k} \,, \tag{3}$$

де C_{p-1}^{s}, C_{q}^{k} – біноміальні коефіцієнти.

Вираз (3) забезпечує рекурентну процедуру визначення семіінваріантів у вигляді нелінійних комбінацій декартових моментів, яка має місце як для неперервних, так й для дискретизованих масивів даних, для яких визначаються семіінваріанти. В останньому випадку необхідно використовувати відоме дискретизоване подання декартових моментів [1], яке у даному випадку має вигляд

$$D_{pq} = \sum_{r=1}^{nm} \sum_{s=1}^{k} M_{r,s} \cdot r^{p} \cdot s^{q} \tag{4}$$

.

Узагальнюючи результати роботи [6], інваріантні ІІО визначимо на множині безрозмірних семіінваріантів

$$z_i = S_{i-1,N+1-i} \exp\left(-\frac{NS_{0,0}}{2} \right), \quad i = \overline{1, N+1}, \tag{5}$$

де N – порядок семіінваріанту (обов'язково парне число).

З означення безрозмірних семіінваріантів безпосередньо випливає, що вони не залежать від змін яскравості усіх спектральних складових БСЗ (елементи матриці $\mathbf{M}_{nm \times k}$) для будь-якого парного порядку семіінваріантів.

З результатів робіт [7–9] випливає, що спотворення зображань ДЗЗ, поданих у тривимірному декартовому просторі $\mathbf{E}^3$ ("координатна площина зображення – рівень яскравості") можуть з достатньою точністю були подані афінними геометричними перетвореннями у цьому просторі. У даній роботі обмежимося окремим випадком таких перетворень, які приймемо у вигляді $\varpi^i = A_s^i \omega^s$, де тильдою позначені перетворені компоненти векторів $\boldsymbol{\omega}$; A_s^i – елементи матриці перетворення, при чому $A_s^i > 0$ (за нижнім та верхнім індексами, що повторюються, виконується підсумовування).

Оскільки двовимірний простір, на якому визначений масив даних $\boldsymbol{\Omega}$, є проекцією простору $\mathbf{E}^3$, для аналізу даних, поданих у ньому, можна використати результати роботи [4], а саме – аналітичний вираз для визначення ІІО, інваріантних до геометричних, яскравісних та радіометричних перетворень БСЗ, поданих матрицею $\mathbf{M}_{nm \times k}$:

$$I_N = z_{N/2-1}^2 - 2 \sum_{k=0}^{N/2-1} (-1)^k \frac{\left(\frac{N}{2}\right)! \left(\frac{N}{2}\right)!}{\left(\frac{N}{2}-k-1\right)! \left(\frac{N}{2}+k+1\right)!} \cdot z_{N/2-k} z_{N/2+k+2} \,, \tag{6}$$

де нижній індекс N позначає порядок ІІО.

Відмітимо принципово різну інтерпретацію співвідношень (6) у роботі, в якій вони були запропоновані, та у контексті даної роботи: у роботі [4] наведені співвідношення були обґрунтовані лише для афінних перетворень проекційних зображень фіксованого спектрального каналу. У даній роботі їхнє застосування обґрунтоване для визначення ІІО усієї множини зображень спектральних каналів БСЗ.

Далі наведено приклад застосування пропонованого методу ідентифікації просторових розподілів яскравості БСЗ на основі інваріантних ІІО.

На рис. 1, 2 подані первинні 2D – зображення БСЗ фіксованої сцени, отримані у двох спектральних каналах з суттєво різним просторовим розрізненням.

Рис. 3, 4 ілюструють наведені зображення у форматі 3D (горизонтальні осі орієнтовані у площині зображення, за вертикальною віссю – рівень яскравості), сформовані за DEM-моделлю подання зображень ДЗЗ [9].

Легко бачити суттєву різницю між розподілами яскравості зображень з різним просторовим розрізненням як з позицій візуального аналізу, так й за просторовими розподілами яскравості по площині знімку.



Рис. 1. Зображення спектрального каналу 0,52 мкм – 0,60 мкм (просторове розрізнення 15 м)



Рис. 2. Зображення спектрального каналу 2,360 мкм – 2,430 мм (просторове розрізнення 30 м)

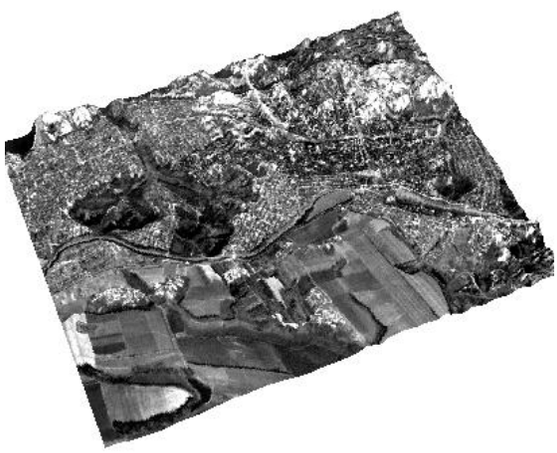


Рис. 3. 3D-зображення спектрального каналу 0,52 мкм – 0,60 мкм



Рис. 4. 3D-зображення спектрального каналу 2,360 мкм – 2,430 мм

На рис. 5, 6 подано приклади афінно-перетворених зображень у комбінації із зміною яскравості та гауссівським розмиттям.

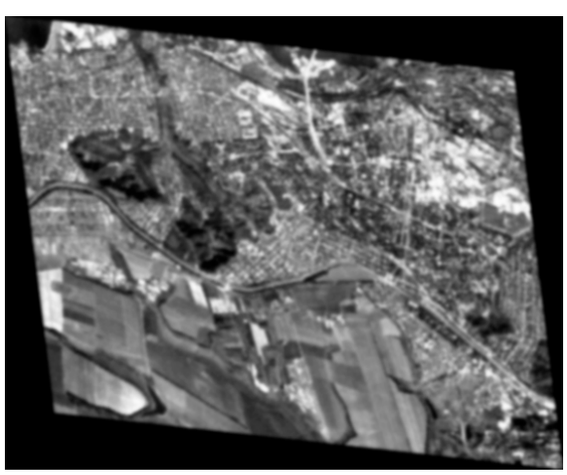


Рис. 5. Перетворене зображення спектрального каналу 0,52 мкм – 0,60 мкм

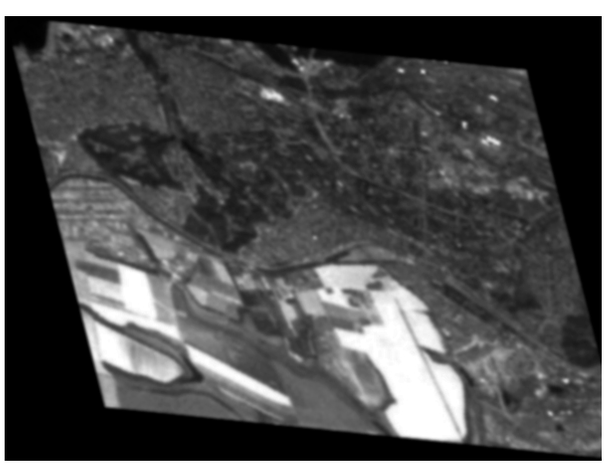


Рис. 6. Перетворене зображення спектрального каналу 2,360 мкм – 2,430 мм

У табл. 1 представлена залежність ІІО другого та четвертого порядків (за позначеннями виразу (6) – I_2 та I_4) від визначника матриці афінних перетворень $D = \left\| A_s^i \right\|$.

Таблиця 1

Визначник матриці афінних перетворень									
	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
I_2	1.4274	1.4273	1.4271	1.4276	1.4269	1.4270	1.4274	1.4272	1.4274
I_4	0.5672	0.5671	0.5672	0.5672	0.5673	0.5672	0.5672	0.5674	0.5672

Дані табл. 1 свідчать про вищій ступінь стабільності ІІО до афінних перетворень БСЗ. Цей висновок підтверджується також численними обчислювальними експериментами стосовно зображень з різним просторовим розрізненням.

Висновки

У роботі запропоновано новий ефективний метод ідентифікації просторових розподілів яскравості багатоспектральних цифрових зображень, інваріантної до геометричних спотворень зображень, зумовлених позиційними нестабільностями їх формоутворення та просторової розрізненості. У порівнянні з існуючими методами ідентифікації зображень на основі їх інтегральних інформаційних ознак запропонований метод забезпечує аналіз усієї множини зображень спектральних каналів, яка утворює єдиний геометричний об'єкт – багато спектральне зображення.

Перспективи подальших досліджень за проблематикою даної роботи пов'язані з відновленням розподілів яскравості зображень за скінченною множиною запропонованих інформаційних ознак та оцінкою пов'язаних з таки відновленням інформаційних втрат.

Список використаної літератури

1. Визильтер Ю.В. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения / Ю.В. Визильтер, С.Ю. Желтов, А.В. Бондаренко, М.В. Ососков, А.В. Моржин. – М.: Физматлит, 2010. – 672 с.
2. Flusser J. 2D and 3D image analysis by moments / J. Flusser, Suk T., Zitova B. – N.-Y., London: J.Wiley , 2017. – 530 p.
3. Moments and Moment Invariants – Theory and Applications / Ed. by A. Papakostas. – Chichester, U.K.:Wiley, 2014. – 288 p.
4. Корчинский В.М. Многомерное векторное представление распределений яркости многоспектральных растровых изображений дистанционного зондирования Земли / В.М.Корчинский // Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон, 2014. – № 3 (50). – С. 90-93.
5. Малахов А.Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований / А.Н. Малахов. – М.: Радио и связь, 1982. – 376 с.
6. Корчинский В.М. Обратная задача идентификации изопланатических изображений / В.М.Корчинский // Математические модели и современные информационные технологии. – К.: Ин-т математики НАН Украины, 1999. – С. 69-71.
7. Грузман И.С. Цифровая обработка изображений в информационных системах / И.С. Грузман, В.С. Киричук, В.П. Косых, Г.И. Перетягин, А.А. Спектор. – Новосибирск: НГТУ, 2010. – 168 с.
8. Иванов В.П. Трехмерная компьютерная графика / В.П. Иванов, А.С.Батраков. – М.: Радио и связь, 2005. – 224 с.
9. Шовенгердт Р.А. Дистанционное зондирование. Модели и методы обработки изображений: Пер. с англ. / Р.А. Шовенгердт. – М.: Техносфера, 2010. – 560 с.

УДК 62-589

Ю.О. ЛЕБЕДЕНКО, А.А. ОМЕЛЬЧУК, О.О. САФЬЯНИК
Херсонський національний технічний університет

ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ПІДСИСТЕМА БАГАТОПРИВОДНОЇ КАРКАСНОЇ УСТАНОВКИ З МЕХАНІЗМАМИ ПАРАЛЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ

У статті розглядається розробка інформаційно-вимірювальної підсистеми як складової частини комп'ютеризованої системи управління багатоприводної каркасної установки. Система повинна відслідковувати параметри руху елементів конструкції установки, зокрема її робочого органу (фрези, екструдера тощо), стежити за зміною струму живлення електродвигунів установки, оперативно інформувати про перевантаження обладнання.

Ключові слова: каркасна установка, вимірювальна підсистема, датчики, акселерометр, віброметр.

Ю.А. ЛЕБЕДЕНКО, А.А. ОМЕЛЬЧУК, А.О. САФЬЯНИК
Херсонский национальный технический университет

ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ПОДСИСТЕМА МНОГОПРИВОДНОЙ КАРКАСНОЙ УСТАНОВКИ С МЕХАНИЗМАМИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

В статье рассматривается разработка информационно-измерительной подсистемы как составной части компьютеризированной системы управления многоприводной каркасной установки. Система должна отслеживать параметры движения элементов конструкции установки, в частности ее рабочего органа (фрезы, экструдера и т.д.), следить за изменением тока питания электродвигателей установки, оперативно информировать о перегрузке оборудования.

Ключевые слова: каркасная установка, измерительная подсистема, датчики, акселерометр, виброметр.

YU.O. LEBEDENKO, A.A. OMELCHUK, O.O. SAFYANIK
Kherson national technical university

INFORMATION-MEASURING SUB-SYSTEM OF MULTIPLE-DRIVER FRAME INSTALLATION WITH MECHANISMS OF THE PARALLEL STRUCTURE

The article deals with the development of the information-measuring subsystem as an integral part of the computerized control system of the multi-drive frame installation. The system should monitor the parameters of the movement of the elements of the design of the installation, in particular its working body (cutters, extruder, etc.), monitor the change in the supply current of the electric motors of the installation, promptly inform about the overload of the equipment.

Key words: frame installation, measuring subsystem, sensors, accelerometer, vibration sensor.

Постановка проблеми

Сучасні складні системи різноманітної природи представляють собою комплекс різних підсистем, що виконують певні технологічні функції і пов'язані між собою процесами інтенсивної динамічної взаємодії та обміну енергією, речовиною та інформацією. Зазначені системи є нелінійними, багатовимірними і багатозв'язними, в них протікають складні перехідні процеси і виникають критичні і хаотичні режими.

При розробці систем управління сучасним промисловим обладнанням доцільним є впровадження в них інформаційно-вимірювальних систем. Не є виключенням і багатоприводні каркасні установки, які потребують застосування замкнених систем керування, що повинні відслідковувати прискорення та положення робочого органу і навантаження на нього, вібрації, стан кінцевих вимикачів та коригувати траєкторію руху з урахуванням цих факторів [1].

Аналіз публікацій за темою дослідження

Для визначення, виявлення та контролю прискорень та вібрацій в механізмах використовують різні типи акселерометрів. З їх допомогою вимірюються напрямок і величина віброприскорення та інші параметри.

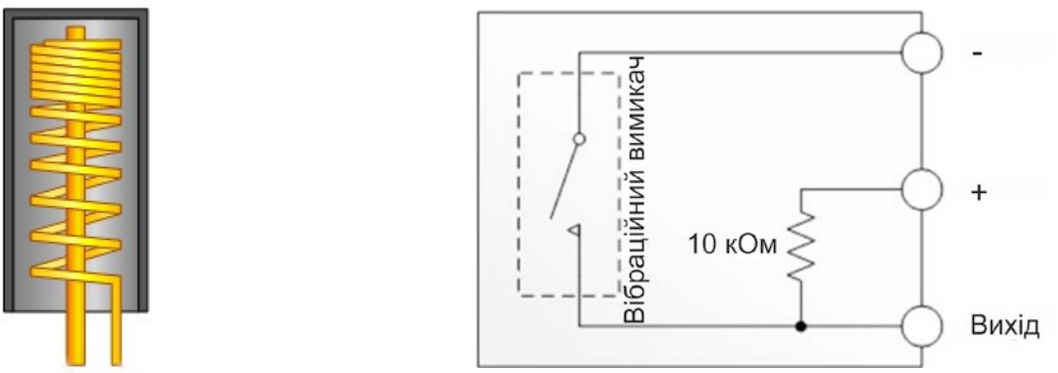
Як правило у промисловості і системах безпеки використовуються вібродатчики, у яких є механічний контакт. Найчастіше використовується три базові види вібраційних датчиків:

1. Вібродатчик, який обладнаний тонкою пружною пластиною з металу. На ній прикріплюється інерційна вага. Пружність пластини може регулюватися.

2. Вібродатчик, у якого є пружина і рухлива інерційна вага, тобто вантаж невеликого розміру прикріплюється до одного кінця пружинки і розміщується в циліндричному електричному контакті, який виглядає як металеве кільце або ж пласка шайба, або стрижень. Коли відбувається удар по будь-якої з поверхонь, до яких прикріплюються датчики, вантаж вдаряється в циліндричний контакт і електричне коло замикається. Прикладом реалізації такого принципу є датчику Vibration switch module KY-002 (рис. 1).

Модуль сприймає механічні дії на прилад в якому він закріплений, тобто реагує на удари, вібрацію, струс. Використовується в охоронних системах і в рухомій робототехніці для реєстрації зіткнення з перешкодою.

Усередині циліндричного корпусу знаходиться пружина, в центрі якої металевий стрижень. При достатньому зусиллі (ударі) пружина торкається стрижня. Один контакт датчика пружина, а другий, відповідно, стрижень.



а) **б)**

Рис. 1. Конструкція датчика Vibration switch module KY-002:
а) – внутрішній устрій; б) – принципова схема

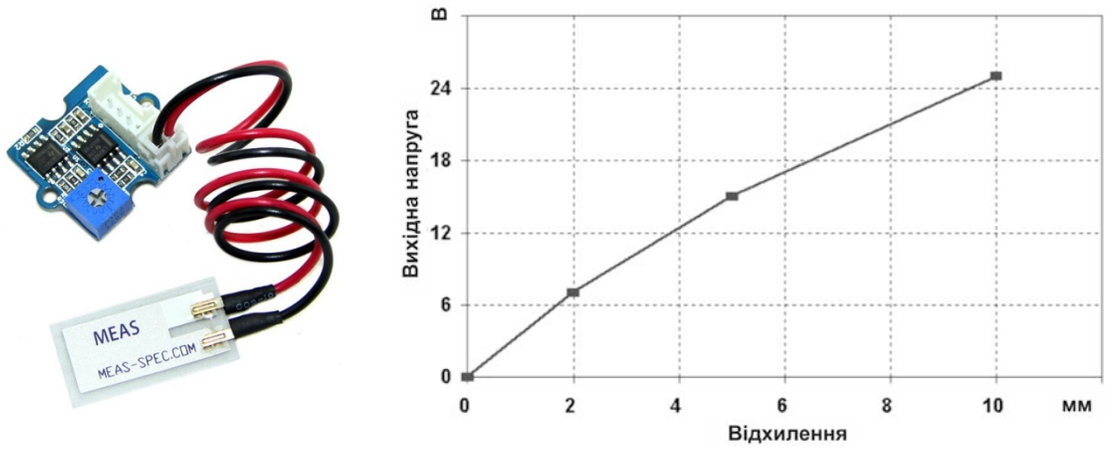
3. Значно рідше використовується і третій вид вібродатчиків - датчики вібрації з кульками. Електричний контакт в них замикається при стані спокою. Кульки досить вільно перебувають на позиціях контактів. При ударі кульки відштовхуються від контактів, тому викликається тимчасовий розрив електричного кола.

В теперішній час набувають широкого поширення акселерометри, виконані за технологією MEMS (MEMS - мікроелектромеханічні системи). Вони мають високі робочі характеристики в поєднанні з малим енергоспоживанням, мініатюрністю і низькою ціною. Один зі світових лідерів у виробництві MEMS - акселерометрів є компанія Analog Devices [2].

Найчастіше використовуються ємнісні однокристальні інтегральні акселерометри, тобто побудовані на базі єдиної мікросхеми. Такі пристрої можуть бути підключені безпосередньо до процесора або контролера. Крім того, в зв'язку з розвитком автоматизованих систем числового програмного керування верстатів, акселерометри використовуються для контролю стану різального інструменту, що дозволяє в онлайн-режимі проводити корекцію законів керування та, відповідно, контролювати точність обробки виробу.

Плівкові п'єзоелектричні датчики прискорення виконуються на основі багатошарової п'єзоелектричний полімерної плівки. Багатошарова плівка закріплена на підкладці з оксиду алюмінію, і до неї приєднана інерційна маса з порошкового металу. При зміні швидкості руху датчика в результаті дії інерційних сил відбувається деформація плівки. Завдяки п'єзоефекту виникає різниця потенціалів на межах шарів плівки, що залежить від прискорення. Чутливий елемент датчика має надзвичайно високий вихідний опір, тому на підкладці датчика є також польовий транзистор з малим струмом затвора, який представляє собою підсилювач напруги. Це дозволяє вимірювати змінні прискорення з порівняно низькою частотою. Недоліками датчиків цього типу є погана повторюваність характеристик в серійному виробництві, висока чутливість до зміни температури і тиску. Крім того, вони не можуть контролювати постійні прискорення і гравітаційні сили.

Датчик LDT0-028K (рис.2) являє собою гнучкий компонент, що містить 28 мкм п'єзоелектричну полімерну полівініліденфторидну плівку з надрукованими на ній трафаретним друком срібними електродами, яка при деформації (згинанні) буде призводити до появи різниці потенціалів. Як тільки напруга перевищить граничне значення, станеться замикання контакту, що призведе до виникнення аварійного сигналу.



а) б)

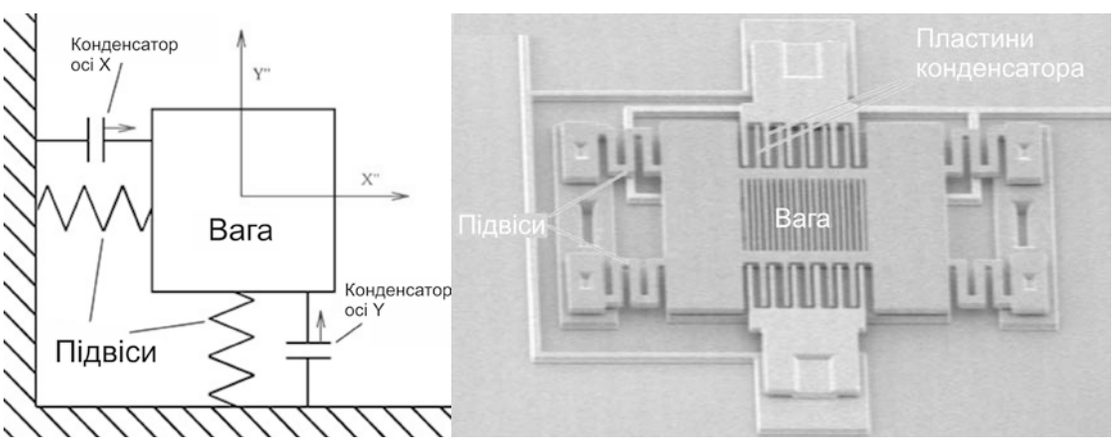
Рис.2. Плівкові п'єзоелектричні датчики прискорення:
а) - датчик LDT0-028K; б) – графік залежності вихідного сигналу датчика від деформації (відхилення)

При вібрації в п'єзоелектричному шарі генерується напруга тим більше, чим сильніше вібрація. Напруга, що генерується, є достатньою, щоб переключити MOSFET або CMOS логіку безпосередньо. Таким чином, якщо зафіксувати контакти і залишити "висіти в повітрі" п’єзо-шар, при інерції або вібрації датчик може виступати як акселерометр або віброметр. Додаючи масу або змінюючи довжину вільної частини датчика можна регулювати чутливість. Багатоосьовий відгук можна отримати, розвантаживши центр датчика.

Шум, що міститься у вихідному сигналі акселерометра, визначає розподільну здатність пристрою, важливу при визначенні малих прискорень. Гранична розподільна здатність в основному визначається рівнем шуму вимірювання, який включає зовнішній фоновий шум і шум самого датчика. Рівень шуму безпосередньо пов'язаний з шириною смуги пропускання датчика. Зниження рівня шуму можливе завдяки зменшенню смуги пропускання шляхом включення ФНЧ на виході датчика.

Враховуючи, що на величину вихідної напруги впливає комплекс чинників (довжина контактів, місце розташування та ін.), акселерометри на основі плівкових датчиків потребують обов’язкового калібрування.

Певних недоліків позбавлені акселерометри, засновані на конденсаторному принципі (рис. 3, а).



а) б)

Рис. 3. Мікроелектромеханічні акселерометри: а) - принцип роботи конденсаторних акселерометрів; б) - MEMS-акселерометр розробки Sandia Labs

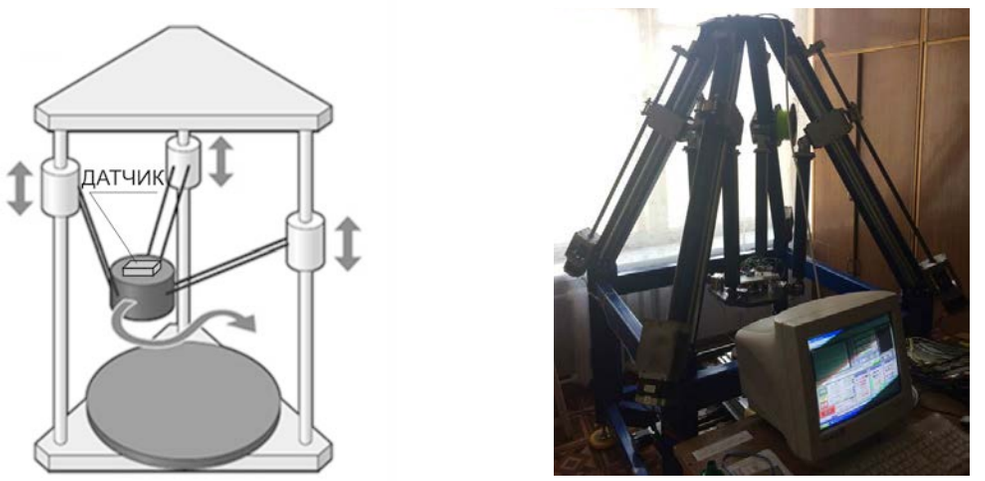
Рухома частина системи - класична вага на підвісах. При наявності прискорення вага зміщується відносно нерухомої частини датчика. Пластина конденсатора, яка прикріплена до ваг, зміщується щодо пластини на нерухомій частині. Ємність змінюється, при незмінному заряді змінюється напруга - цю зміна можна виміряти і розрахувати зміщення ваги (рис. 3, б). Звідки, знаючи його масу і параметри підвісу, легко знайти і потрібне прискорення. Датчики прискорення можна застосовувати і для визначення абсолютного кута нахилу. Наприклад, якщо датчик прискорення розташований так, що його вісь чутливості перпендикулярна поверхні землі, вихідний сигнал відповідає прискоренню вільного падіння. При зміні кута нахилу, вихідний сигнал зменшується пропорційно косинусу кута між віссю чутливості датчика і абсолютним вертикальним положенням.

Формулювання мети дослідження

Пропонується вдосконалення системи керування багатоприводної каркасної установки за рахунок розробки і включення у її склад інформаційно-вимірювальної підсистеми. Така підсистема має підвищити точність і швидкість позиціонування робочого органу установки під час програмно-керованої обробки виробів, забезпечити коректну і безпечну роботу електромеханічної системи у цілому, збільшити ресурс електродвигунів та механічних ланок установки.

Виклад основного матеріалу досліджень

Схема установки з шарнірно-стрижневими механізмами паралельної структури і її вигляд наведені на рис. 4.



а) **б)**

Рис. 4. Багатоприводна каркасна установка з механізмами паралельної структури: а) – схема установки; б) – зовнішній вигляд конструкції

Дана установка складається з металевого каркаса, який обладнано шістьма кроковими електродвигунами, приводами, шарнірними механізмами і робочим органом [3], в якості якого використовується шпиндель, маніпулятор, екструдер та ін. Переміщення робочого органу задається верхнім рівнем управління, який складається з персонального комп'ютера і керує кожним електродвигуном за допомогою окремого драйвера. Датчики, розміщені на приводах та елементах конструкції установки, разом складають інформаційно-вимірювальну підсистему, яка відстежує параметри роботи каркасної установки і відправляє дані на верхній рівень управління [1]. Структурна схема системи управління каркасної установкою приведена на рис. 5.

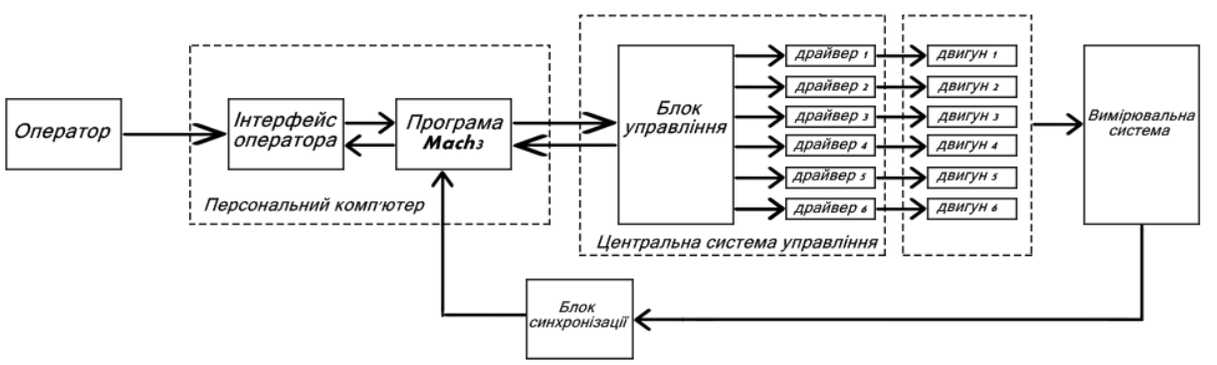


Рис. 5. Структурна схема системи управління каркасною установкою

Інформаційно-вимірювальна підсистема має у своєму складі датчики положення, струму, прискорення (руху) і датчики вібрації (рис. 6). Такий набір сенсорів дозволяє надійно (за рахунок дублювання) фіксувати поточне положення робочого органу установки, відстежувати наявність перевантаження і перевіряти дотримання обмежень робочої зони установки.



Рис. 6. Структура інформаційно-вимірювальної підсистеми

В пропонованій інформаційно-вимірювальній системі використовуються датчики прискорення, засновані на конденсаторному принципі.

При впливі на рухомий елемент сенсора масою m сили $F=ma$ виникає зсув x, що є пропорційним прискоренню (рис. 3а):

$$x = \frac{ma}{\beta} = \frac{a}{\omega_0^2}, \tag{1}$$

де β – жорсткість підвісу, a – прискорення зміщення сенсору, ω_0 – власна частота коливань сенсора, яка визначає чутливість механічної частини системи.

Загальний рівень шумів акселерометрів складається з шумів механічної і електричної частини приладу. Через відносно невелику масу сенсора відчутний вклад в загальний рівень шумів вносить складова, яка зумовлена тепловими коливаннями сенсора. Середньоквадратичне значення шуму отримується з наступного виразу:

$$\frac{\beta A^2}{2} = \frac{\beta a^2}{\omega_0^4} = \frac{k \cdot T}{2},\ a^2 = \frac{\omega_0^2 \cdot k \cdot T}{2m}, \tag{2}$$

де k – постійна Больцмана, T – абсолютна температура, a – середньоквадратичне прискорення, A – амплітуда коливань.

В інтегральних акселерометрах конденсаторного типу, як правило, вбудована можливість самокалібровки і самотестування. Для цього у датчик вбудовано групи пластин, які подібні до тих, що використовуються безпосередньо для вимірювання. При виникненні постійної напруги U між відповідними пластинами сенсору, що розташовані на відстані d, виникає сила електростатичного тяжіння F, еквівалентна наявності певної зовнішньої сили чи прискорення:

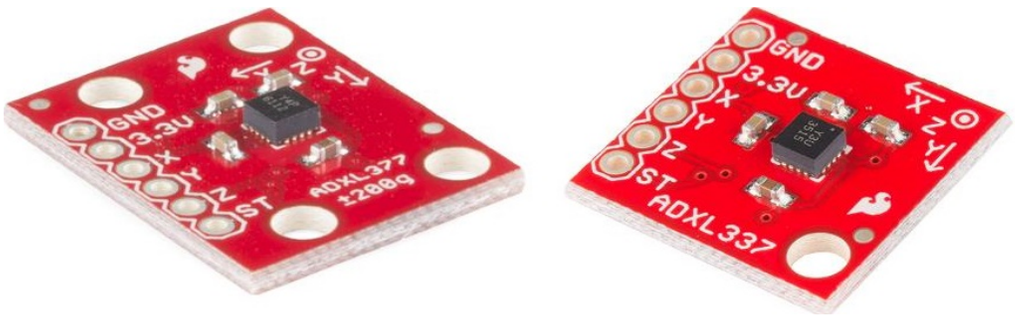
$$F = \frac{-\partial W}{\partial d} = \frac{\varepsilon \cdot S \cdot U^2}{2d^2}, \tag{3}$$

де ε – абсолютна діелектрична проникність, S – площа перекриття пластин, W – енергія плаского конденсатора. Ідея самокалібрування полягає у тому, що при зміні температури вихідний сигнал прискорення і вихідний сигнал від пластин калібровки змінюються пропорційно, через те, що обидва вони однаково залежать від коефіцієнта пружності підвісів. При цьому вхідна напруга від температури майже не залежить. Існує також режим з безперервною калібровкою, коли калібровочні імпульси періодично подаються протягом усього процесу вимірювань.

На рис. 7 наведені інтегральні датчики ADXL337 і ADXL377, що являють собою компактні, тонкі, малопотужні 3-х осьові акселерометри, з аналоговим вихідним сигналом.

Основна відмінність між цими акселерометрами - діапазон вимірювань. ADXL337 вимірює прискорення в діапазоні ± 3 g, а 377-й працює в діапазоні ± 200 g і може використовуватися для вимірювання більш різких змін рухів контрольованого об'єкта, та може використовуватися для оцінки вібрацій.

Сімейство ADXL – це базові MEMS-пристрої, в яких сенсор і електроніка реалізовані на єдиному кристалі. До вимірювальної системі акселерометр підключається за наведеною на рис. 8 схемою.



а) **б)**

Рис. 7. Акселерометри, побудовані на базі інтегрованих схем: а) - ADXL377; б) - ADXL337

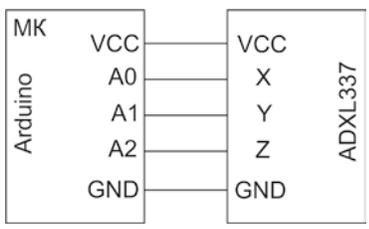


Рис. 8. Схема підключення акселерометрів до мікроконтролера інформаційно-вимірювальної системи

На основі розглянутих датчиків можна побудувати двоконтурну інформаційно-вимірювальну систему для аналізу стану багатоприводної каркасної установки, що містить канали грубого та точного вимірювання [4].

Висновки

Проведено аналітичний огляд підходів до побудови інформаційно-вимірювальної системи для контролю стану багатоприводної каркасної установки, моделей, що описують процес формування інформації та виконано їх порівняльну характеристику. Розглянуто особливості задач та функції інформаційно-вимірювальних систем складних електромеханічних систем, наведено аналіз основних характеристик засобів та методів, що потрібні для здійснення оцінки стану працюючого технологічного обладнання каркасного типу. Виконано аналіз підходів до попередньої обробки сигналів з датчиків, які здатні визначати інформативні параметри віброприскорень, що виникають в процесі функціонування електромеханічного обладнання.

Список використаної літератури

1. Ревенко С.В. Компьютеризированная система управления многоприводной каркасной установкой / С.В. Ревенко, А.В. Рудакова, А.А. Омельчук // Матеріали V Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених з автоматичного управління, присвяченої Дню космонавтики, 12 квітня 2017 р., м. Херсон, С. 216-218.
2. Тюрин А.Е. Вибродиагностика автоколебательных процессов в трибоконтакте фторопласт-сплавы / А.Е. Тюрин, Г.М. Исмаилов – Конструкции из композиционных материалов, 2013. - №2. - С.58–64.
3. Кеба П.В. Аналіз кінематики, точності та динаміки пірамідальної компоновки верстата з механізмами паралельної структури / П.В. Кеба, Д.О. Дмитрієв, Д.Д. Федорчук // Вісник Хмельницького національного університету, №2, 2016 (235). – С.161–166
4. Омельчук А.А. Информационно-измерительная подсистема мониторинга параметров и процессов спуска судна на воду / А.А. Омельчук, А.В. Рудакова // Збірник наукових праць НУК. – Миколаїв: НУК, 2013. – №4. – С. 11 – 16.

УДК 621.3:004.93

Н.О. МАТВЄЄВА, Ю.В. ЛАЗОРЕНКО
Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

ОЦІНКА ПРАЦЕЗДАТНОСТІ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ДЕФЕКТІВ У КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛАХ

В статті представлені результати знаходження дефектів у композитних матеріалах. Запропоновано електромагнітні сигнали та шум, який утворюється при скануванні матеріалів, представляти у вигляді графічних зображень. Нейрона мережа класифікує форму сигналів. По формі сигналу визначається тип дефекту. В роботі оцінюється дисперсія правильно розпізнаних сигналів. Результати експериментів дали такі практичні висновки: нейронна мережа демонструє кращі результати при навчання на сигналах з шумом. Візуальні зображення унімодальних сигналів краще розпізнаються нейронною мережею.

Ключові слова: нейронна мережа, композитні матеріали, класифікація, візуальний образ сигналів, шум-точки.

Н.А. МАТВЕЕВА, Ю.В. ЛАЗОРЕНКО
Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ОЦЕНКА РАБОТОСПОСОБНОСТИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФЕКТОВ В КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛАХ

В статье представлены результаты определения дефектов в композитных материалах. Предложено электромагнитные сигналы и шум, который образуется при сканировании материалов, представлять в виде графических изображений. Нейронная сеть классифицирует форму сигналов. По форме сигнала определяется тип дефекта. В работе оценивается дисперсия правильного распознания сигналов. Результаты экспериментов дали такие практические выводы: нейронная сеть демонстрирует лучшие результаты при ее обучении на сигналах с шумом. Визуальные изображения унимодальных сигналов лучше распознаются нейронною сетью.

Ключевые слова: нейронная сеть, композитные материалы, визуальный образ сигнала, классификация, шум-точки.

N.A. MATVEEVA, Y.V. LAZORENKO
Oles Honchar Dnipropetrovsk National University

THE EVALUATION OF NEURAL NETWORKS OPERABILITY FOR THE DEFECTS RECOGNITION IN COMPOSITE MATERIALS

In this paper results for defects recognition in composite materials are presented. Electromagnetic signals and noise, which is formed during scanning of materials, are presented in the form of graphic images. The neural network is classiies of signals shape. Defect type is determined of the signal shape. The dispersion of correct recognition of signal is estimated in the paper. Experiments results has given such practical conclusions: the neural network demonstrates the best results when it is trained on signals with noise. Visual images of unimodal signals are better recognized by a neural network.

Keyword: neuron networks, composite materials, visual signal, classification, noise-point.

Постановка проблеми

Розвиток сучасної техніки нерозривно пов'язаний з виробництвом композиційних матеріалів і конструкцій з них та впровадженням їх в різні галузі промисловості. Композити використовуються при виготовленні деталей в аерокосмічній техніці, авіаційній, автомобільній, хімічній, електротехнічній, скляній промисловості, машинобудуванні, медицині. Висока питома міцність і модуль пружності зробили композити найбільш застосовуваним матеріалом в порівнянні з традиційними, такими як метали.

Але композиційні матеріали сприятливі до пошкоджень, що є однією з основних проблем, пов'язаних зі структурною цілісністю. Це може призвести до різних форм ушкоджень, наприклад, відколів або розтріскування волокна/матриці, що призводить до різкого зменшення міцності і цілісності композитних конструкцій [1, 2]. Композитні матеріали характеризуються шорсткістю поверхні, що ускладнює процес

сканування та додає різні види шумів. Виникає задача - аналізуючи сигнали, які отримуються при проведені неруйнівного контролю, необхідно отримати інформацію щодо наявності та розмірів дефектів.

Аналіз останніх публікацій

Одним з шляхів обробки експериментальних даних та побудови правил прийняття рішень при проведені неруйнівного контролю виробів з композиційних матеріалів є застосування штучних нейронних мереж [3, 4]. Існує велика кількість наукових праць, котрі описують та підтверджують ефективність застосування нейронних мереж для первинної обробки інформаційних сигналів у неруйнівному контролі: виділення сигналів на фоні завад або розділення сигналів тощо.

Так, у роботі [5] стисло розглядається метод локалізації пошкоджень у композитних конструкціях, використовується розширена процедура обробки сигналу із застосуванням штучних нейронних мереж. Цей метод використовує локалізацію пошкоджень на основі регресії за допомогою багатошарового перцептрона. На пластину з композиційного матеріалу наносяться пошкодження в заданих точках. За результатами обробки нейронною мережею виконується порівняння між фактичними і розрахунковими значеннями координат.

У роботі [6] представлено новий підхід до виявлення та локалізації структурних дефектів на основі методу структурного аналізу і багатошарового перцептрона.

Формулювання цілі дослідження

Метою роботи є знаходження дефектів на поверхні композитних матеріалів за допомогою нейронної мережі. При скануванні поверхні вихорострумовим перетворювачем отримуються електромагнітні сигнали трьох типів. В роботі запропоновано сигнали представляти візуальними графічними образами. Створена структура мережі розпізнає форму сигналів. В ході дослідження обчислюються значення дисперсій правильно розпізнаних сигналів, що дозволяє знайти при якому спотворені сигналів становиться важко розпізнавати форму сигналу.

Викладення основного матеріалу дослідження

При скануванні поверхні композиційних матеріалів отримуються сигнали унімодальної та бімодальної форми, які можна описати формулою [9]:

$$y(x) = \exp(-1{,}5x^2) - k \cdot \exp(-3x^2) \ , \qquad (1)$$

де k змінюється від 0 до 1. Вузький унімодальний сигнал характеризує довгі тріщини, довжина яких перебільшує зону контролю; положистий унімодальний сигнал − для тріщин меншої розмірності; бімодальний сигнал мають маленькі тріщини (при k = 1 − точковий дефект)[2, 9 -12].

В роботі [13] запропоновано такі сигнали представляти візуальними образами. Для цього за допомогою виразу (1) та засобами багатофункціонального редактора Adobe Fhotoshop створюються зображення сигналів розміром 21x13.

Для використання цих зображень у середовищі MATLAB необхідно провести імпортування та обробити їх. Створена спеціальна функція опрацьовує їх наступним чином. Оскільки зображення збережені в градаціях сірого, то значення кожного пікселя лежать у проміжку від 0 до 255, а в експериментах використовується логічний формат кодування «1» або «0». Тому проводиться заміна значень 0 на 1, а 255 на 0. Після обробки двомірна матриця конвертується у вектор з 273 елементів, а розроблена функція повертає у середовище Matlab цей вектор. Для перегляду отриманих візуальних образів сигналів написана спеціальна функція, за допомогою якої представлено унімодальний сигнал (рис. 1).

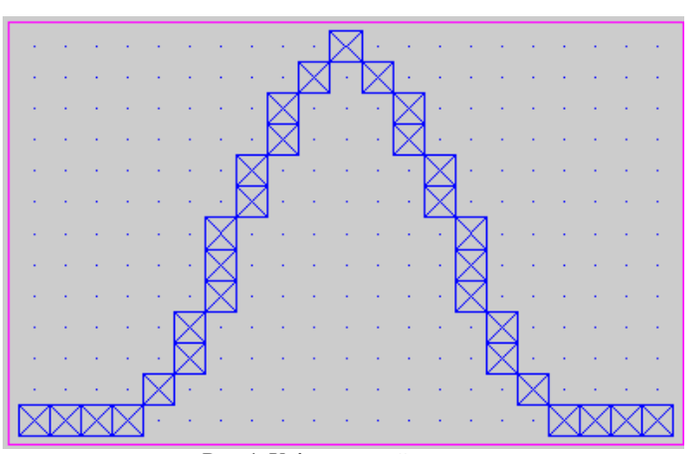


Рис. 1. Унімодальний сигнал

Для моделювання шуму, який присутній при скануванні поверхні композитних матеріалів, розроблена функція, яка дозволяє додавати шум-точки до зображень сигналів. Наприклад, зображення унімодального сигналу з 50 шум-точками (рис. 2).

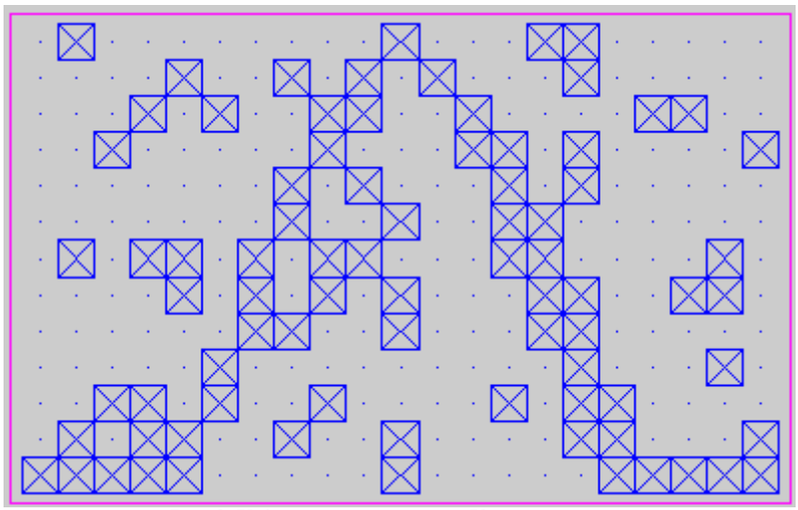


Рис. 2. Унімодальний сигнал з 50 шум-точками

Для розпізнавання сигналів використовувалась трьохшарова нейронна мережа прямого розповсюдження – багатошаровий перцептрон. Вхідний і вихідний шари переважно здійснювали підготовку даних для подальшого використання й перетворення отриманих результатів. Приховані шари виконували основні обчислення, тому їх функцією активації обирали логістичну сигмоїдальну функцію або гіперболічний тангенс.

Навчання виконувалось за алгоритмом Левенберга – Марквардта. Цей алгоритм має дуже ефективну реалізацію в системі MATLAB, що є інтерпретатором векторної машини, де операція скалярного добутку реалізується з високою точністю і швидкодією на математичному співпроцесорі комп'ютера.

Процес навчання мережі включає налаштування значення ваг і зсувів для оптимізації продуктивності мережі. Для мереж з прямим поширенням налаштування продуктивності визначається за середньоквадратичною функцією (mse) між виходами мережі (a) й цільовими виходами (t) та обчислюється за формулою [8]:

$$F = mse = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t_i - a_i)^2 \qquad (2)$$

Навчання нейронної мережі припиняється при виконані однієї з умов: значення функції якості навчання стало менше граничного; градієнт критерію якості став менше; досягнуто граничне число циклів навчання; перевищено максимальний час, виділений на навчання.

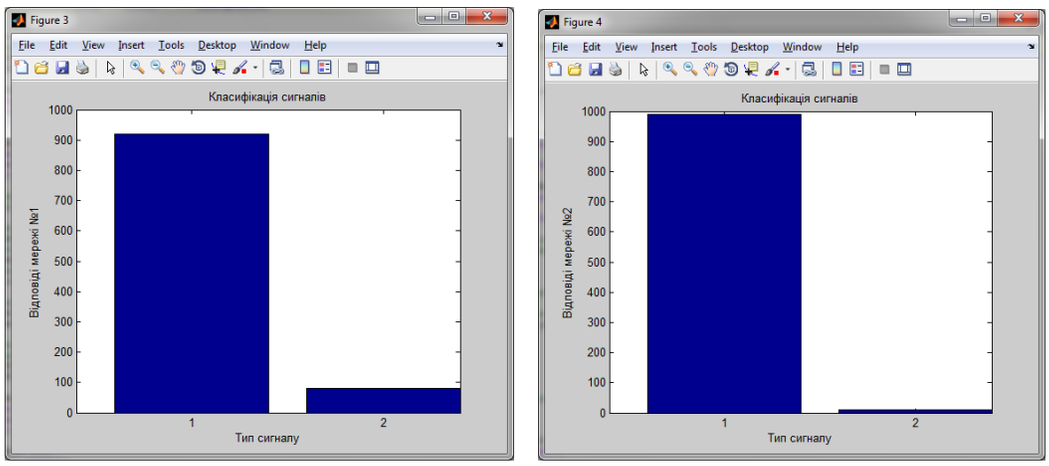
Спочатку навчання проводилось на модельних сигналах без шуму; потім на сигналах, до яких додавали 20 шум-точок. Для знаходження оптимальної кількості нейронів у скритому шарі їх змінювали від 5 до 40. Далі детально аналізувалась якість роботи мережі за допомогою середньоквадратичної помилки на валідаційному наборі даних для послідовних епох навчання, гістограмі помилок та матриці розбіжностей.

В ході досліджень обрано нейронну мережу - багатошаровий перцептрон з 273 нейронами у вхідному шарі (кількість компонентів вхідного вектора), 10 нейронів у прихованому шарі та 2 нейрони у вихідному шарі (за кількістю компонент вихідного вектора).

Для створення нейронної мережі, яка б якісно розпізнавала візуальні образи електромагнітних сигналі, проводились такі дослідження: на вхід нейроної мережі подавались зображення сигналів, до яких поступово додавались шум-точки в кількості від 0 до 70. Для кожного значення шум-точок формувалось 100 зашумованих послідовностей і підраховувався вихід мережі. Вихідний сигнал оброблявся спеціальною функцією з метою вибору одного з двох сигналів. Після цього оцінювалась кількість помилкових класифікацій. Нейронна мережа з кращими показниками обиралась і запам’ятовувалась для подальших дослідів.

Отриману структуру нейронної мережі використовували для навчання на зображеннях двох сигналів: унімодальному (при k=0.1) та бімодальному(при k=0.9).

Тестування проводилось спочатку для унімодальних сигналів при k=0.2 та k=0.3, потім для бімодальних сигналів при k=0.7 і k=0.8. Поступово на вхід створеної структури нейроної мережі подавались зображення сигналів, які послідовно спотворювали шум-точками від 0 до 40% від загальної кількості точок на зображені. Для кожного типу сигналів формувалось 1000 прикладів для навчання, яке проводилось на модельних (мережа 1) та зашумованих (мережа 2) сигналах. Один з прикладів розпізнавання унімодального сигналу наведено на рис. 3.



а) б)

Рис. 3. Розпізнавання унімодального сигналу нейронною мережею, яка навчалась а) на модельних сигналах; б) на сигналах з шумом

Для кожного значення k формувалась вибірка кількості правильно розпізнаних сигналів. Для характеристики розсіяння випадкових величин оцінювалась дисперсія правильно розпізнаних сигналів за формулою:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad (3)$$

де $\bar{X}$- середньо значення вибірки; X_i - кількість правильно розпізнаних сигналів.

Отримані результати представлені в табл.1 та табл. 2.

Таблиця 1

Оцінка дисперсії розпізнавання сигналів нейронною мережею при навчанні на модельних сигналах

% спотворення	0	3.66	7.33	11	14.68	18.32	22	25.6
k=0.2	0	0.32	0,78	1.2	2.2	3,25	3,714	5,1
k=0.3	0	0.37	0.65	1.5	2.38	3.42	4.84	5.67
k=0.7	0	0.42	0.78	1.7	3.5	6.68	7.95	8.37
k=0.8	0	0.4	0.8	1.8	5.0	7.98	9.2	11.24

Таблиця 2

Оцінка дисперсії розпізнавання сигналів нейронною мережею при навчання на сигналах з шумом

% спотворення	0	3.66	7.33	11	14.68	18.32	22	25.6
k=0.2	0	0.22	0,5	1.12	2.0	3,05	3,44	4,1
k=0.3	0	0.27	0.6	1.15	2.13	3.12	3.84	4.17
k=0.7	0	0.32	0.68	1.27	2.15	4.36	5.5	7.35
k=0.8	0	0.38	0.7	1.21	2.26	5.48	6.12	9.24

Висновки

В роботі проведено обчислювальні експерименти для розпізнавання електромагнітних сигналів, які отримуються при скануванні композитних матеріалів. Обробка експериментальних даних виконується за допомогою нейронної мережі – багатошарового перцептрона. Сигнали та шуми представляються візуальними графічними образами. Створюється спеціальна структура нейронної мережі, за допомогою якої розпізнаються сигнали унімодальної та бімодальної форми. В роботі оцінюється дисперсія правильно класифікованих сигналів. Розпізнавання зображень унімодальних сигналів демонструє кращі результати.

Список використаної літератури

1. Виноградов А.П. Электродинамика композитных материалов. / А.П. Виноградов .−К.:Едиториал УРСС, 2001. – 208 с.

2. Дорофеев А.Л., Казаманов Ю.Ф. Электромагнитная дефектоскопия М. Машиностроение, 1980г. – 232с.

3. Хайкин Саймон. Нейронные сети: полный курс, 2-е издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006

4. Аксенов С.В. Организация и использование нейронных сетей (методы и технологии) / С.В. Аксенов, В.Б. Новосельцев – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 128 с.

5. Mahzan and W. J. Staszewski Impact Damage Detection in a Composite Structure Using Artificial Neural Network - S // Composite Materials Technology Neural Network Applications. 2010. P.135-163

6. F. Mustapha, S. M. Sapuan, K. Worden, and G. Manson Damage Identification and Localization of Carbon Fiber–Reinforced Plastic Composite Plate Using Outlier Analysis and Multilayer Perceptron Neural Network - // Composite Materials Technology Neural Network Applications. 2010. P.79-115

7. F. Mustapha, S. M. Sapuan, K. Worden, and G. Manson / Damage Localization of Carbon Fiber–Reinforced Plastic Composite and Perspex Plates Using Novelty Indices and the Cross-Validation Set of Multilayer Perceptron Neural Network - // Composite Materials Technology Neural Network Applications. 2010. P.115-135

8. Медведев В.С. Нейронные сети. MATLAB 6 / В.С. Медведев, В.Г. Потемкин – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. −496 с.

9. Хандецкий В.С. Спектральная идентификация сигналов в дефектоскопии композитов с использованием теории статистических испытаний / Хандецкий В.С., Герасимов В.В. //Вісник ДНУ: Фізика. Радіоелектроніка. − Дніпропетровськ: − 2003. № 10. − С. 128 – 132

10. Солонина А.И. Цифровая обработка сигналов и Matlab/А.И. Солонина и др. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. — 432 с. I

11. Матвєєва Н.О. Алгоритми оптимізації навчання для задач класифікації дефектів / Н.О, Матвєєва, І.В. Гаркуша // Системні технології. Регіон. міжвуз. зб. наук. праць. - Дніпропетровськ: ДНВП «Системні технології», 2012. -Вип. 1(78). - С. 56-63.

12. Матвеева Н.А. Моделирование нейросети для решения задачи классификации в дефектоскопии // Системні технології. Регіон. міжвуз. зб. наук. праць. - Дніпропетровськ: ДНВП «Системні технології», 2011. -Вип. 1(72). - С. 37-44

13. Матвєєва Н.О. Розпізнавання візуальних образів сигналів за допомогою нейронної мережі / Н.О, Матвєєва, Ю.В. Лазоренко // Системні технології. Регіон. міжвуз. зб. наук. праць. - Дніпро: ДНВП «Системні технології», 2017. -Вип. 1(108). - С. 71-79

УДК 519.7: 664.72

О.В. ПОЛИВОДА
Херсонський національний технічний університет
В.В. ПОЛИВОДА
Херсонська державна морська академія
Д.Г. ЛИТВИНЧУК
Херсонський національний технічний університет

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ ВОЛОГОСТІ ЗЕРНА У БОРОШНОМЕЛЬНОМУ ВИРОБНИЦТВІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

Досліджені методи й засоби контролю вологості зерна в потоці та розроблений спосіб одержання й обробки первинної інформації в процесі зволоження зерна перед розмелом з використанням інтелектуального датчика вологості, побудованого на алгоритмах штучних нейронних мереж. Виконана математична постановка задачі автоматизації контролю вологості зерна. Сформульовані основні етапи розв'язання поставленої задачі. Проведений аналіз і обрані значущі інформаційні параметри, що впливають на вологість зерна. Обрана структура нейронної мережі. Розроблений алгоритм навчання нейронної мережі за допомогою процедури зворотного розповсюдження.

Ключові слова: нейронна мережа, зерно, контроль вологості, алгоритм навчання.

О.В. ПОЛИВОДА
Херсонский национальный технический университет
В.В. ПОЛИВОДА
Херсонская государственная морская академия
Д.Г. ЛИТВИНЧУК
Херсонский национальный технический университет

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ВЛАЖНОСТИ ЗЕРНА В МУКОМОЛЬНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Исследованы методы и средства контроля влажности зерна в потоке и разработан способ получения и обработки первичной информации в процессе увлажнения зерна перед размолом с использованием интеллектуального датчика влажности, построенного на алгоритмах искусственных нейронных сетей. Выполнена математическая постановка задачи автоматизации контроля влажности зерна. Сформулированы основные этапы решения поставленной задачи. Проведен анализ и выбраны значимые информационные параметры, влияющие на влажность зерна. Выбрана структура нейронной сети. Разработан алгоритм обучения нейронной сети с помощью процедуры обратного распространения.

Ключевые слова: нейронная сеть, зерно, контроль влажности, алгоритм обучения.

O.V. POLYVODA
Kherson National Technical University
V.V. POLYVODA
Kherson State Maritime Academy
D.G. LYTVYNCHUK
Kherson National Technical University

MATHEMATICAL MODEL OF EVALUATING THE MOISTURE OF GRAIN IN FLOUR-MILLING PRODUCTION WITH THE APPLICATION OF NEURAL NETWORKS

The methods and means for controlling grain moisture in the flow are studied and a method for obtaining and processing primary information in the process of moistening grain before milling is developed using an intelligent moisture sensor built on algorithms of artificial neural networks. A mathematical statement of the problem of automation of grain moisture control was performed. The main stages of the solution of the problem are formulated. The analysis and selection of significant information parameters affecting the moisture content of the grain was made. The structure of the neural network is chosen. An algorithm for training a neural network using a back propagation procedure is developed.

Key words: neural network, grain, moisture control, learning algorithm.

Постановка проблеми

Вологість зерна є одним із визначальних параметрів на всіх стадіях його зберігання та переробки. При сортовому помелі в процесі гідротермічної обробки зерну надають оптимальну вологість, величина якої залежно від певних показників зерна коливається від 14,5% до 16,5% і зумовлює найкращі результати його переробки, рентабельність роботи млина й конкурентоспроможність борошна з погляду стабільності її хлібопекарських достоїнств [1]. Існуючі методи оперативного й своєчасного вимірювання вологості зерна в потоці є або занадто дорогими, або важко реалізованими у виробничих умовах. Тому виникає необхідність в розробці інтелектуального віртуального датчика, здатного прогнозувати вологість зерна в потоці, використовуючи значення інших параметрів технологічного процесу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

На сучасному етапі розвитку систем керування у борошномельному виробництві триває створення точного приладу, який зможе вимірювати вологість зерна. Існує велика кількість експрес-аналізаторів вологості зерна, що засновані на зміні фізичних характеристик зерна при зміні його вологості (електропровідність, діелектрична проникність, поглинання та відбиття інфрачервоного випромінювання та ін.) [2], але їх неможливо використовувати в автоматизованих системах керування для вимірювання вологості зерна в потоці. Більш точними на сьогодні вважаються такі методи як вимірювання властивостей зерна в електромагнітних полях високої й надвисокої частоти, але з часом вони втрачають свою точність через ряд неконтрольованих факторів: зміну геометричних розмірів усіх компонентів датчика зі зміною його температури, деформацію компонентів чутливих елементів, зношування їх поверхонь, деградацію властивостей використовуваних матеріалів, абсорбування вологи в їхні мікропори й мікротріщини і т.д. [3].

Визначити вологість зерна можливо не тільки за допомогою датчиків, а й за допомогою математичних моделей, отриманих із використанням методів ідентифікації [4], наприклад, рівнянь регресії. Однак, отримана математична модель буде придатна для використання на конкретному устаткуванні у досить вузькому діапазоні початкових умов. У реальній же ситуації технологічний процес являє собою складну систему взаємодіючих між собою факторів, кореляцію між якими найчастіше не можна виразити в математичному еквіваленті, забезпечивши при цьому необхідну точність отриманих результатів.

Іншим рішенням може бути побудова віртуального датчика на основі штучної нейронної мережі (НМ). Такий спосіб рішення буде полягати в створенні й навчанні нейронної мережі, яка зможе прораховувати шукану величину по непрямих параметрах технологічного процесу (ТП).

Мета дослідження

Метою дослідження є розробка інтелектуального датчика вологості для вимірювання вологості зерна в потоці на борошномельному виробництві з використанням штучної нейронної мережі, який забезпечує необхідну точність вимірювань, швидкодію, відносну простоту реалізації, незалежність вимірювань від фізичних властивостей компонентів датчика та може бути інтегрований в існуючі комп'ютеризовані системи управління ТП.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розв'язання задачі побудови й інтеграції інтелектуального датчика на основі нейромережевих технологій (НМТ) у комп'ютеризовані системи управління в загальному випадку складається з наступних етапів, представлених на рис. 1.



Рис. 1. Етапи побудови й інтеграції віртуального датчика на основі НМТ в АСУ ТП

Для формування вхідного шару нейронної мережі та визначення параметрів навчальної вибірки проаналізовано всі параметри технологічного процесу виробництва борошна, отримані за допомогою контрольно-вимірювальних приладів, параметри, що визначаються конфігурацією обладнання, параметри, що задаються регламентами різних режимів ТП, а також параметри сировини, одержувані у процесі вхідного контролю за допомогою лабораторних вимірювань (табл. 1).

В процесі вибору типу НМ були проаналізовані одношарові та багатошарові структури [5–6]. Аналіз одношарових НМ показав їх непридатність для розв'язку поставленого завдання через низьку обчислювальну здатність, а застосування багатошарових НМ прямого поширення типу багатошаровий персептрон забезпечує високу точність прогнозування вологості зерна в потоці.

Таблиця 1

Значущі параметри протікання технологічного процесу виробництва борошна

Операція	Устаткування	Параметр контролю	Тип вимірювань
Зберігання зерна	Силоси	Температура зерна (x_1)	Контрольно-вимірювальні прилади
		Температура повітря (x_2)	Контрольно-вимірювальні прилади
		Відносна вологість повітря (x_3)	Контрольно-вимірювальні прилади
		Температура вентиляції (x_4)	Контрольно-вимірювальні прилади
		Витрата повітря (x_5)	Контрольно-вимірювальні прилади
Вхідний контроль якості зерна	Устаткування лабораторних досліджень	Натура (x_6)	Лабораторні вимірювання
		Скловидність (x_7)	Лабораторні вимірювання
		Кількість білка, крохмалю, натура (x_8)	Лабораторні вимірювання
		Вміст мінеральної домішки (x_9)	Лабораторні вимірювання
		Клейковина (x_{10})	Лабораторні вимірювання
		Білизна (x_{11})	Лабораторні вимірювання
		Кислотність (x_{12})	Лабораторні вимірювання
		Зольність (x_{13})	Лабораторні вимірювання
		Крупність (x_{14})	Лабораторні вимірювання
		Засміченість (x_{15})	Лабораторні вимірювання
		Температура зберігання (x_{16})	Лабораторні вимірювання
		Вологість зберігання (x_{17})	Лабораторні вимірювання
Зерноочистка	Зерноочистно-сушильні комплекси	Температура повітря (x_{18})	Контрольно-вимірювальні прилади
		Частота коливань сит (x_{19})	Параметр конфігурації обладнання
		Витрата зерна (x_{20})	Контрольно-вимірювальні прилади
		Швидкість повітряного потоку (x_{21})	Параметр техпроцесу
		Вологість повітря (x_{22})	Контрольно-вимірювальні прилади
		Вологість зерна (x_{23})	Контрольно-вимірювальні прилади
		Діаметр отворів сит (x_{24})	Параметр конфігурації обладнання
		Амплітуда коливань сит (x_{25})	Параметр техпроцесу
Зволоження зерна	Шнековий зволожувач Дозатор води	Величина швидкості обертання шнека (x_{26})	Параметр техпроцесу
		Температура зерна (x_{27})	Контрольно-вимірювальні прилади
		Тиск води (x_{28})	Контрольно-вимірювальні прилади
		Витрата води (x_{29})	Контрольно-вимірювальні прилади
		Температура води (x_{30})	Контрольно-вимірювальні прилади

Задача автоматизації контролю вологості зерна W в потоці з використанням НМ-моделі формулюється в такий спосіб:

$$W = F\left(\overline{X}_d, \overline{X}_l, \overline{X}_s, \overline{X}_m\right), \quad (1)$$

де $\overline{X}_d$ – вхідний вектор, що характеризує параметри технологічного процесу, отримані за допомогою контрольно-вимірювальних приладів; $\overline{X}_l$ – вхідний вектор, що характеризує вхідні показники якості сировини, визначені у результаті лабораторних вимірювань; $\overline{X}_s$ – вхідний вектор, що характеризує параметри конфігурації технологічного обладнання; $\overline{X}_m$ – вхідний вектор, що визначається режимами ТП.

Для НМ вихідний сигнал *i*-ого нейрона схованого шару υ_i в загальному виді буде мати вигляд:

$$\upsilon_i = f\left(\sum_{j=0}^{N} w_{ij}^{(1)} x_j\right), \tag{2}$$

де $w_{ij}^{(1)}$ – значення вагових параметрів вхідних сигналів схованого шару НМ; $j = \overline{1, N}$, N – кількість значущих параметрів вхідного шару; $i = \overline{1, K}$, K – кількість нейронів схованого шару.

Тоді для вихідного шару, де формується значення вологості зерна, буде справедливо наступне рівняння:

$$y = f\left(\sum_{i=0}^{K} w_{ij}^{(2)} \upsilon_i\right) = f\left(\sum_{i=0}^{K} w_{ij}^{(2)} f\left(\sum_{j=0}^{N} w_{ij}^{(1)} x_j\right)\right). \tag{3}$$

З рівняння (3) видно, що на значення вихідного сигналу впливають ваги обох шарів, тоді як сигнали, вироблювані в схованому шарі, не залежать від ваг вихідного шару.

В якості функції активації нейронів для даної мережі була обрана сигмоїдальна функція:

$$f(z) = \frac{1}{1 + \exp(-z)}, \tag{4}$$

тоді рівняння (2) прийме наступний кінцевий вид:

$$\upsilon_i = \frac{1}{1 + \exp\left(-\sum\limits_{j=0}^{N} w_{ij}^{(1)} x_j\right)}, \tag{5}$$

а значення вологості зерна буде виражено кінцевою формулою:

$$W = \frac{1}{1 + \exp\left(-\sum\limits_{i=0}^{K} w_{1i}^{(2)} \upsilon_i\right)} = \frac{1}{1 + \exp\left(-\sum\limits_{i=0}^{K} w_{1i}^{(2)} \left(\dfrac{1}{1 + \exp\left(-\sum\limits_{j=0}^{N} w_{ij}^{(1)} x_j\right)}\right)\right)}. \tag{6}$$

На рис. 2 представлена структура розробленої нейронної мережі, типу багатошаровий перцептрон з одним схованим шаром. Вхідний вектор мережі складається з елементів табл. 1. На виході НМ формує вихідний сигнал вологості зерна W.

Наступний етап розробки НМ полягає в побудові алгоритму навчання НМ за допомогою процедури зворотного поширення та складається за наступних кроків:

1. Подається на вхід мережі один з можливих тестових наборів параметрів і в режимі звичайного функціонування НМ, коли сигнали поширюються від входів до виходів, розраховуються вихідні значення.
2. Обчислюється похибка $\delta_j^{(N)}$ для вихідного шару й значення зміни вагових параметрів шару $\Delta w_{ij}^{(N)}$ та всіх інших n шарів, $n = \overline{N-1,\ 1}$.
3. Скорегувати всі ваги в НМ

$$w_{ij}^{(n)} = w_{ij}^{(n)} + \Delta w_{ij}^{(n)}. \tag{7}$$

4. Якщо помилка мережі істотна, повернутися до кроку 1, а якщо ні, то, мережу можна вважати навченою.

В результаті перевірки адекватності НМ-моделі було з'ясовано, що максимальна помилка навчання не перевищила 0,5%, тобто укладається в межі припустимої похибки.

Розроблений інтелектуальний датчик вологості зерна може бути інтегрований у комп'ютеризовані системи управління на борошномельному виробництві з використанням сучасного програмного й апаратного забезпечення.

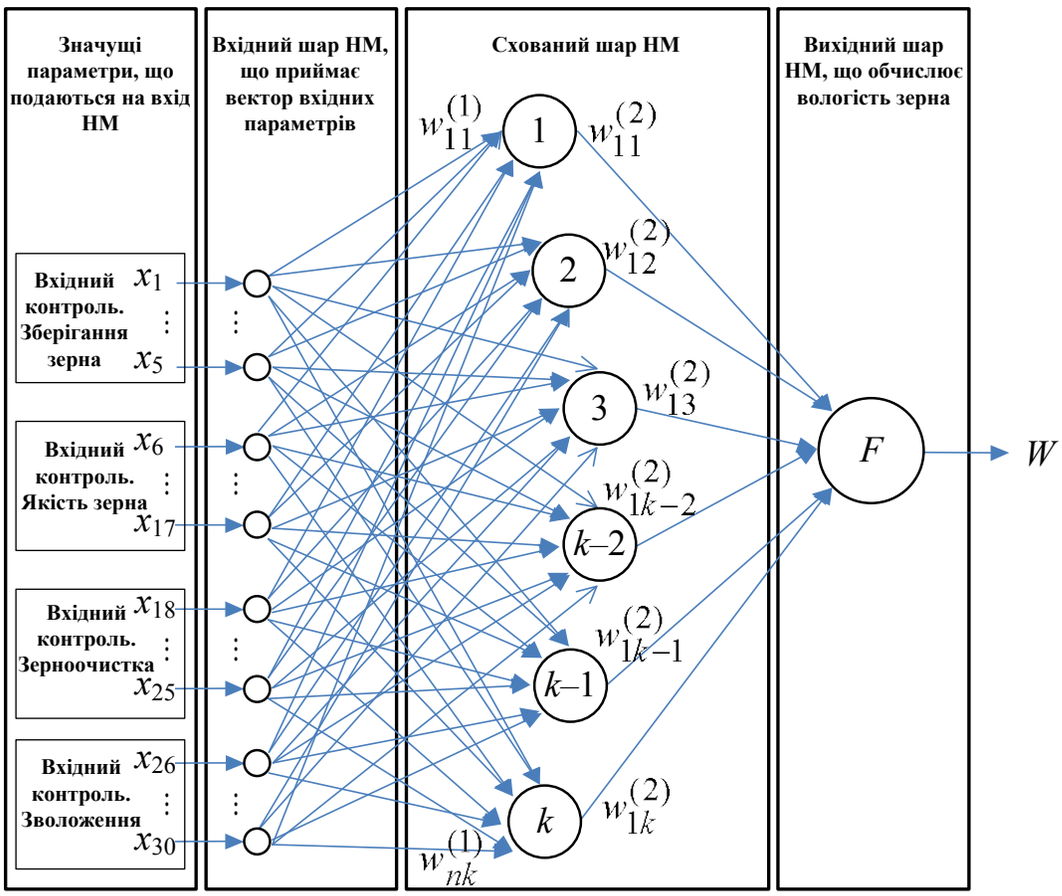


Рис. 2. Структура НМ типу багатошаровий персептрон з одним схованим шаром для визначення вологості зерна

Висновки

Розроблено метод автоматичного контролю вологості зерна в потоці, заснований на впровадженні в АСУ ТП інтелектуального датчика, побудованого на алгоритмах штучних НМ. Впровадження системи регулювання вологості зерна з інтегрованим у неї інтелектуальним датчиком дозволить підвищити якість борошна, збільшить продуктивність і надійність функціонування виробничого встаткування, забезпечити безпечні умови праці.

Список використаної літератури

1. Хосни Р.К. Зерно и зернопереработка / Р.К. Хосни; пер. с анг. под общ. ред. Н.П. Черняева. – СПб: Профессия, 2006. – 336 с.
2. Кричевский Е.С. Контроль влажности твердых и сыпучих материалов / Е.С. Кричевский, А.Г. Волченко, С.С. Галушкин; Под ред. Е.С. Кричевского. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 136 с.
3. Бензарь В.К. Техника СВЧ-влагометрии / В.К. Бензарь. – Минск: Высшая школа, 1974. – 352 с.
4. Киричков В.Н. Автоматика и управление в технических системах. В 11-ти кн. Кн.2. Идентификация объектов систем управления технологическими процессами / В.Н. Киричков; под ред. А.А. Краснопрошиной. – К.: Выща шк., 1990. – 263 с.
5. Галушкин А.И. Теория нейронных сетей. Книга 1. / А.И. Галушкин – М.: ИПРЖР, 2000. – 147 с.
6. Савостин С.Д. Автоматизация контроля показателей качества муки в процессе размола с использованием интеллектуальных технологий: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.06 / Савостин Сергей Дмитриевич. – Москва, 2014. – 210 с.

UDC 004.412:519.237

S.B.PRYKHODKO, N.V.PRYKHODKO, L.M.MAKAROVA, O.O.KUDIN, T.G.SMYKODUB
Admiral Makarov National University of Shipbuilding

CONSTRUCTING NON-LINEAR REGRESSION EQUATIONS ON THE BASIS OF BIVARIATE NORMALIZING TRANSFORMATIONS

The techniques for constructing equations, confidence and prediction intervals of non-linear regressions on the basis of bivariate normalizing transformations for non-Gaussian data are proposed. Application of the techniques is considered for the bivariate non-Gaussian data set: actual effort (hours) and size (adjusted function points) from 133 maintenance and development software projects.

Keywords: non-linear regression equation, confidence interval, prediction interval, normalizing transformation, bivariate non-Gaussian data

С.Б.ПРИХОДЬКО, Н.В.ПРИХОДЬКО, Л.М.МАКАРОВА, О.О.КУДІН, Т.Г.СМИКОДУБ
Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

ПОБУДОВА НЕЛІНІЙНИХ РЕГРЕСІЙНИХ РІВНЯНЬ НА ОСНОВІ ДВОМІРНИХ НОРМАЛІЗУЮЧИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Запропоновано методи побудови рівнянь, довірчих інтервалів та інтервалів передбачення нелінійних регресій на основі двомірних нормалізуючих перетворень для негаусовських даних. Застосування методів розглядається для одного набору двомірних негаусовських даних: для фактичної трудомісткості (години) і розміру (скориговані функціональні точки) зі 133 проектів з підтримки та розробки програмного забезпечення.

Ключові слова: нелінійне рівняння регресії, довірчий інтервал, інтервал передбачення, нормалізуюче перетворення, двовимірні негаусовські дані

С.Б.ПРИХОДЬКО, Н.В.ПРИХОДЬКО, Л.Н.МАКАРОВА, О.А.КУДИН, Т.Г.СМЫКОДУБ
Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова

ПОСТРОЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕГРЕССИОННЫХ УРАВНЕНИЙ НА ОСНОВЕ ДВУМЕРНЫХ НОРМАЛИЗУЮЩИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Предложены методы построения уравнений, доверительных интервалов и интервалов предсказания нелинейных регрессий на основе двумерных нормализующих преобразований для негауссовских данных. Применение методов рассматривается для одного набора двумерных негауссовских данных: для фактической трудоемкости (часы) и размера (скорректированные функциональные точки) из 133 проектов по поддержке и разработке программного обеспечения.

Ключевые слова: нелинейное уравнение регрессии, доверительный интервал, интервал предсказания, нормализующее преобразование, двумерные негауссовские данные

Problem formulation

A normalizing transformation is often a good way to construct equations, confidence and prediction intervals of non-linear regressions [1-5], and it is often used for that purpose in empirical software engineering, information technology, biometry, ecology, finance, etc. However, well-known techniques for constructing equations, confidence and prediction intervals of non-linear regressions are based on univariate normalizing transformations, which do not take into account the correlation between random variables in the case of normalization of bivariate non-Gaussian data. This leads to the need to use the bivariate normalizing transformations, which take into account that correlation to construct equations, confidence and prediction intervals of non-linear regressions.

Analysis of recent research and publications

Transformations are an extremely important part of regression analysis, but the use of transformations can be somewhat tricky [2]. According [2] transformations are made for essentially four purposes, two of which are: first, to obtain approximate normality for the distribution of the error term (residuals) or the dependent random variable, second, to transform the response and/or the predictor in such a way that the strength of the linear relationship between new variables (normalized variables) is batter than the linear relationship between dependent and independent random variables. Now well-known normalizing transformations are used to construct the equations, confidence and prediction intervals of non-linear regressions. For that purpose, for example, it is known the application of such normalizing transformations as the decimal logarithm transformation [1-6], the Box-Cox transformation [2, 4], the Johnson translation system [7, 8]. However, known techniques for constructing equations, confidence and prediction intervals of non-linear regressions are based on the univariate normalizing transformations, which do not take into account the correlation between random variables in the case of normalization of bivariate non-Gaussian data.

Purpose of the study

The purpose of the study is to propose the techniques for constructing the equations, confidence and prediction intervals of non-linear regressions for bivariate non-Gaussian data in general case, when it necessary to take into account the correlation between the response and the predictor (dependent and independent random variables) in the case of normalization of that variables.

Presentation of the main research material

We propose the techniques for constructing the equations, confidence and prediction intervals of non-linear regressions for bivariate non-Gaussian data. As and in [9, 10] the techniques consist of three steps. In the first step, a set of bivariate non-Gaussian data is normalized using a bijective bivariate normalizing transformation. In the second step, the equation, confidence and prediction intervals of non-linear regression for the normalized data are built. In the third step, the equations, confidence and prediction intervals of non-linear regressions for bivariate non-Gaussian data are constructed on the basis of the equation, confidence and prediction intervals of non-linear regression for the normalized data and the normalizing transformation.

The techniques. Consider bijective multivariate normalizing transformation of non-Gaussian random vector $\mathbf{P} = \{Y, X_1\}^T$ to Gaussian random vector $\mathbf{T} = \{Z_Y, Z_1\}^T$ is given by

$$\mathbf{T} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{P}) \tag{1}$$

and the inverse transformation for (1)

$$\mathbf{P} = \boldsymbol{\psi}^{-1}(\mathbf{T}). \tag{2}$$

The linear regression equation for normalized data according to (1) will have the form [2]

$$\hat{Z}_Y = \overline{Z}_Y + \hat{b}_1(Z_1 - \overline{Z}_1), \tag{3}$$

where $\hat{Z}_Y$ is prediction linear regression equation result for values of Z_1; $\hat{b}_1$ is estimator for linear regression equation parameter b_1.

The non-linear regression equation will have the form

$$Y = \psi_1^{-1}\left[\overline{Z}_Y + \hat{b}_1(Z_1 - \overline{Z}_1)\right]. \tag{4}$$

The technique for constructing of confidence interval is based on transformation (1) and equation

$$Z_{Y_{CI}} = \hat{Z}_{Y_i} \pm t_{\alpha/2,N-2} S_{Z_Y} \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(Z_{1_i} - \overline{Z}_1)^2}{S_{Z_1 Z_1}}}. \tag{5}$$

where $t_{\alpha/2,N-2}$ is a quantile of student's *t*-distribution with ν degrees of freedom and $\alpha/2$ significance level; $S^2_{Z_Y} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(Z_{Y_i} - \overline{Z}_Y)^2$; $\overline{Z}_Y = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Z_{Y_i}$; $S_{Z_1 Z_1} = \sum_{i=1}^{N}(Z_{1_i} - \overline{Z}_1)^2$.

The technique consists of three steps. In the first step, non-Gaussian data is normalized using a bijective normalizing transformation (1), and linear regression equation (3) is built on the basis of the normalized data. In the second step, the confidence interval for linear regression is detected. In the third step, the confidence interval for nonlinear regression is built on the basis of the confidence interval for linear regression and the normalizing transformation. The confidence interval for non-linear regression will have the form

$$Y_{CI} = \psi_1^{-1}\left(\hat{Z}_{Y_i} \pm t_{\alpha/2,N-2} S_{Z_Y} \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(Z_{1_i} - \overline{Z}_1)^2}{S_{Z_1 Z_1}}}\right). \tag{6}$$

The technique for constructing a prediction interval is based on the transformation (1) and equation [2]

$$Z_{Y_{PI}} = \hat{Z}_{Y_i} \pm t_{\alpha/2,N-2} S_{Z_Y} \sqrt{1+\frac{1}{N}+\frac{\left(Z_{1_i}-\overline{Z}_1\right)^2}{S_{Z_1Z_1}}}. \quad (7)$$

Like previously the technique consists of three steps, with the difference that instead of the confidence intervals, we define the prediction intervals. The prediction interval for non-linear regression will have the form

$$Y_{PI} = \psi_1^{-1}\left(\hat{Z}_{Y_i} \pm t_{\alpha/2,N-2} S_{Z_Y} \sqrt{1+\frac{1}{N}+\frac{\left(Z_{1_i}-\overline{Z}_1\right)^2}{S_{Z_1Z_1}}}\right). \quad (8)$$

The equations (4), (6) and (8) are used for constructing the equations, confidence and prediction intervals of non-linear regressions for bivariate non-Gaussian data. The lines of equations, confidence and prediction intervals of non-linear regressions can also be built by the inverse transformation (2) of the values of variables $\hat{Z}_Y$, $Z_{Y_{CI}}$ and $Z_{Y_{PI}}$ from equation (3), (5) and (7) respectively.

Bivariate normalizing transformations. Some normalizing transformations have been proposed for normalizing bivariate non-Gaussian data, such as, transformation on the basis of the Box-Cox transformation, the Johnson translation system and others. However, only a few normalizing transformations are bijective. Such bijective transformation is the transformation of S_U family of the Johnson translation system. The Johnson normalizing translation is given by [11]

$$\mathbf{Z} = \boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\eta}\mathbf{h}\left[\boldsymbol{\lambda}^{-1}(\mathbf{X}-\varphi)\right] \sim N_m(\mathbf{0}_m, \mathbf{S}), \quad (9)$$

where $\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\eta}$, φ and $\boldsymbol{\lambda}$ are parameters of the Johnson normalizing translation; $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, \gamma_2)^T$; $\boldsymbol{\eta} = diag(\eta_1, \eta_2)$; $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)^T$; $\boldsymbol{\lambda} = diag(\lambda_1, \lambda_2)$; $\mathbf{h}[(y_1, y_2)] = \{h_1(y_1), h_2(y_2)\}^T$; $h_i(.)$ is one of the translation functions

$$h = \begin{cases} \ln(y), & \text{for } S_L \text{ (log normal) family;} \\ \ln[y/(1-y)], & \text{for } S_B \text{ (bounded) family;} \\ \text{Arsh}(y), & \text{for } S_U \text{ (unbounded) family;} \\ y & \text{for } S_N \text{ (normal) family;} \end{cases}$$

S is the covariance matrix

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{Z_1}^2 & S_{Z_1Z_2} \\ S_{Z_1Z_2} & S_{Z_2}^2 \end{pmatrix}.$$

Here $y = (x-\varphi)/\lambda$; $\text{Arsh}(y) = \ln\left(y + \sqrt{y^2+1}\right)$.

The inverse transformation for the Johnson normalizing translation (9) is given by [11]

$$\mathbf{x} = \varphi + \boldsymbol{\lambda}\mathbf{h}^{-1}\left[\boldsymbol{\eta}^{-1}(\mathbf{z}-\boldsymbol{\gamma})\right]. \quad (10)$$

Example. We consider the example of constructing the equation, confidence and prediction intervals of non-linear regression for the bivariate non-Gaussian data set: actual effort (hours) and size (adjusted function points) from 133 maintenance and development projects [12] after the cutoff of12 outliers by the technique for detecting bivariate outliers on the basis of the normalizing transformations for non-Gaussian data [13]. On Fig. 1 the linear regression (solid line), the borders of confidence (dot-dash lines) and prediction (dotted lines) intervals ($\alpha = 0.05$) of linear regression for normalized data (points in the form of circles) from 133 projects are presented.

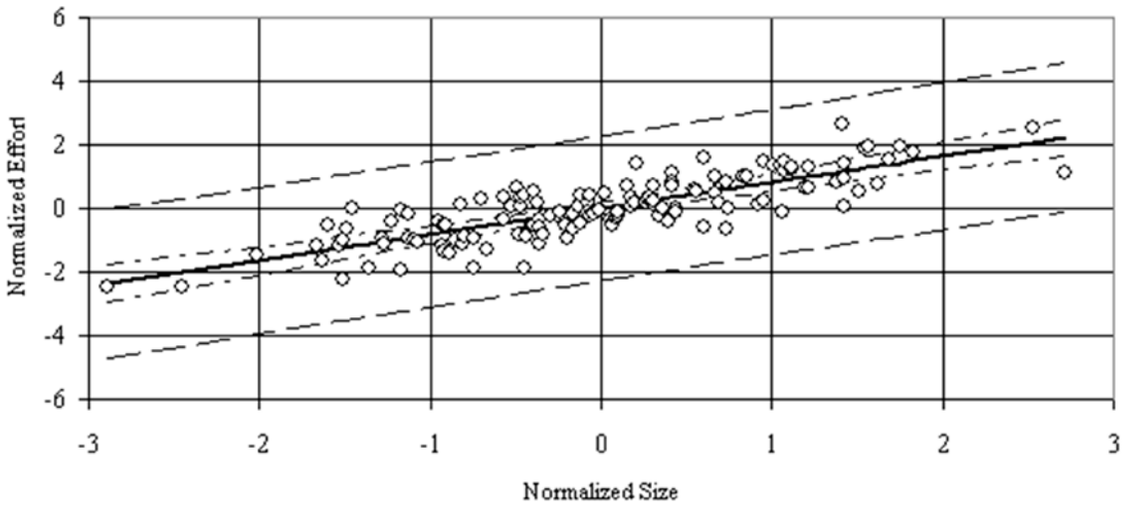


Fig. 1. Equation, confidence and prediction intervals of linear regression for normalized data from 133 projects

These data is normalized by S_B family of the transformation (9). In these case the point estimates of parameters are such: $\gamma_1 = 1.881055$, $\gamma_2 = 2.731134$, $\eta_1 = 0.793776$, $\eta_2 = 0.954031$, $\varphi_1 = 23.1890$, $\varphi_2 = 96.5557$, $\lambda_1 = 2768.509$ and $\lambda_2 = 28270.72$. The sample covariance matrix of the $\mathbf{Z}$ is used as the approximate moment-matching estimator of covariance matrix **S**

$$\mathbf{S}_N = \begin{pmatrix} 0.99248 & 0.81428 \\ 0.81428 & 0.99248 \end{pmatrix}.$$

On Fig. 2 the non-linear regression (solid line), the borders of confidence (dot-dash lines) and prediction (dotted lines) intervals ($\alpha = 0.05$) of non-linear regression for non-Gaussian data (points in the form of circles) from 133 projects are presented. That non-linear regression, the confidence and prediction intervals were built on the bases of transformations (9) and (10). Also the non-linear regression, the confidence and prediction intervals were built on the bases of the decimal logarithm transformation. For that transformation on Fig. 2 the borders of prediction interval (dotted lines with short dashes) are also presented. We note, in this case (the decimal logarithm transformation) at the maximum value of the independent variable the width of prediction interval is higher by 160 percent compared to prediction interval, which constructed on the bases of transformation (9).

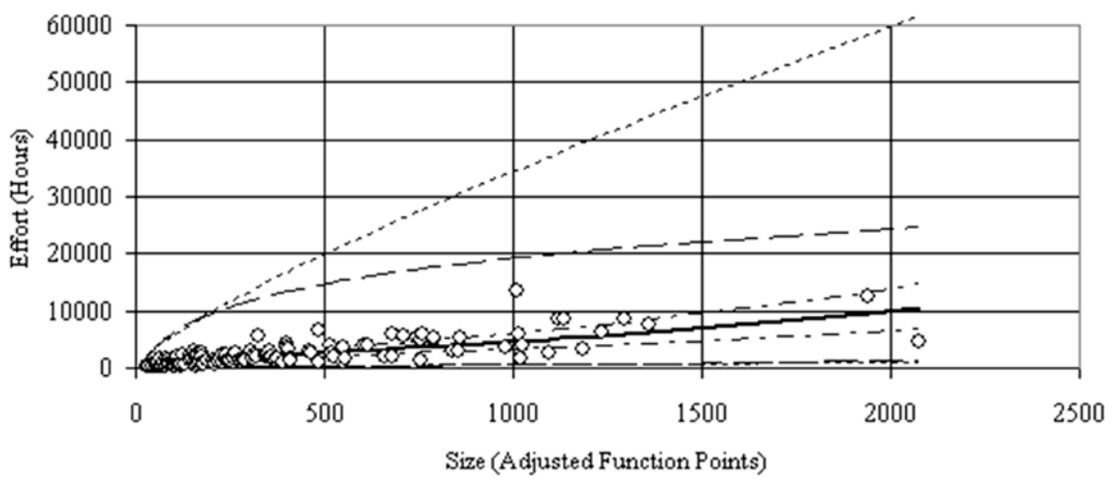


Fig. 2. Equation, confidence and prediction intervals of non-linear regression for non-Gaussian data from 133 projects

In our opinion, such a big difference is due to poor bivariate data normalization by the decimal logarithm transformation. We note, Mardia's multivariate kurtosis [14] β_2 equals 8 under bivariate normality for our case. The values of point estimate of kurtosis β_2 equal respectively 8.002 and 6.923 for the normalized data on Fig. 1 and the data, which normalized by the decimal logarithm transformation. These values indicate that the necessary condition for bivariate normality is practically performed for the normalized data by transformation (9) only.

At the same time the non-linear regressions, which were built on the bases of transformations (9) and the decimal logarithm transformation, are approximately similar: the values of coefficient of determination R^2 equal 0.5664 and 0.5759 respectively.

Conclusions

From the examples we conclude that the proposed techniques for constructing the equations, confidence and prediction intervals of non-linear regressions for bivariate non-Gaussian data are promising. Application of the techniques is considered for the bivariate non-Gaussian data set: actual effort (hours) and size (adjusted function points) from 133 maintenance and development software projects. Accounting the correlation between random variables in the case of normalization of that bivariate non-Gaussian data leads to reduction of the width of confidence and prediction intervals of the non-linear regression compared to the same intervals, which constructed on the bases of the decimal logarithm transformation. In the future, we intend to try other bivariate non-Gaussian data sets.

References

1. D.M. Bates and D.G. Watts. Nonlinear Regression Analysis and Its Applications. Wiley, 1988, 384 p.

2. T.P. Ryan. Modern regression methods. Wiley, 1997, 529 p.

3. G.A.F. Seber and C.J. Wild. Nonlinear Regression. John Wiley & Sons, Inc., 2003, 792 p.

4. R.A. Johnson and D.W. Wichern. Applied Multivariate Statistical Analysis. Pearson Prentice Hall, 2007, 800 p.

5. Iain Pardoe. Applied regression modelling. Wiley, 2012, 325 p.

6. S Chatterjee and J.S. Simonoff. Handbook of Regression Analysis. John Wiley & Sons, Inc., 2013, 236 p.

7. S.B. Prykhodko and A.V. Pukhalevich, "Developing PC Software Project Duration Model based on Johnson transformation", in "Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science", Proceedings of the 12th International Conference, Lviv-Slavske, Ukraine, 25 February - 1 March, 2014, pp. 114-116.

8. S.B. Prykhodko and A.V. Pukhalevich, "Confidence interval estimation of PC software project duration regression based on Johnson transformation" Radioelectronic and Computer Systems, No 2, Vol. 66, pp. 104-107, 2014.

9. S.B. Prykhodko, "Statistical anomaly detection techniques based on normalizing transformations for non-Gaussian data", in "Computational Intelligence (Results, Problems and Perspectives)", Proceedings of the International Conference, Kyiv-Cherkasy, Ukraine, May 12-15, 2015, pp. 286-287.

10. S.B. Prykhodko, "Developing the software defect prediction models using regression analysis based on normalizing transformations" in "Modern problems in testing of the applied software" (PTTAS-2016), Abstracts of the Research and Practice Seminar, Poltava, Ukraine, May 25-26, 2016, pp. 6-7.

11. P.M. Stanfield, J.R. Wilson, G.A. Mirka, N.F. Glasscock, J.P. Psihogios, J.R. Davis "Multivariate input modeling with Johnson distributions", in Proceedings of the 28th Winter simulation conference WSC'96, December 8-11, 1996, Coronado, CA, USA, ed. S.Andradyttir, K.J.Healy, D.H.Withers, and B.L.Nelson, IEEE Computer Society Washington, DC, USA, 1996, pp. 1457-1464.

12. B. Kitchenham, S.L. Pfleeger, B. McColl, and S. Eagan, "An empirical study of maintenance and development estimation accuracy", The Journal of Systems and Software, 64, pp.57-77, 2002.

13. S. Prykhodko, N. Prykhodko, L. Makarova, O. Kudin, T. Smykodub and A. Prykhodko, "Detecting bivariate outliers on the basis of normalizing transformations for non-Gaussian data" in "Advanced Information Systems and Technologies", Proceedings of the V International Scientific Conference, Sumy, Ukraine, May 17-19, pp. 95-97, 2017.

14. K.V. Mardia, "Measures of multivariate skewness and kurtosis with applications", Biometrika, 57, pp. 519–530, 1970.

УДК 621.311.25.002.5.019

В.І. СВИРИДОВ, І.М. ПОПОВ
Національний університет кораблебудування, Херсонська філія

ДОСЛІДЖЕННЯ ПІДШИПНИКОВИХ ВУЗЛІВ НАСОСНОГО ОБЛАДНАННЯ ТА МЕХАНІЗМІВ ЧЕРЕЗ ВІБРАЦІЙНІ ПОКАЗНИКИ

Прогнозування залишкового ресурсу за фактичним рівнем вібрації насосного обладнання дозволяє безпечно експлуатувати обладнання в експлуатаційних умовах.

Ключові слова: насосне обладнання, діагностика, підшипникові вузли, вібрація, прогнозування ресурсу

В.И. СВИРИДОВА, И.М. ПОПОВ
Национальный университет кораблестроения, Херсонский филиал

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОДШИПНИКОВЫХ УЗЛОВ НАСОСНОГО ОБОРУДОВАНИЯ И МЕХАНИЗМОВ ЧЕРЕЗ ВИБРАЦИОННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ

Прогнозирование остаточного ресурса по фактическим уровнем вибрации насосного оборудования позволяет безопасно эксплуатировать оборудование в эксплуатационных условиях.

Ключевые слова: насосное оборудование, диагностика, подшипниковые узлы, вибрация, прогнозирования ресурса

V.I.SVIRIDOV, I.N.POPOV
National University of Shipbuilding, Kherson branch

STUDY OF BEARINGS OF PUMPING EQUIPMENT AND MECHANISMS THROUGH VIBRATION INDICATORS

Forecasting the residual life by the actual level of vibration of the pumping equipment, it is possible to safely operate the equipment under operating conditions.

Keywords: pumping equipment, diagnostics, bearing units, vibration, resource forecasting

Постановка проблеми та її зв'язок з науково-технічними завданнями.

Перехід суден на технічне обслуговування і ремонт за «станом» передбачає наявність діагностичного забезпечення для різних машин і механізмів судна.

Відомо [1], що найбільш ефективними методами діагностування суднових машин і механізмів, особливо з обертовими роторами, є віброакустичні методи. Більшість з них передбачає наявність норм вібрації діагностуємого обладнання. Однак, до теперішнього часу в цьому питанні єдиної методології немає.

Аналіз літератури. Порогові рівні вібрації, перевищення яких може дати підставу розглядати суднові механізми, які знаходяться в поганому технічному стані (ТС), рекомендувалися багатьма авторами на підставі емпіричних даних, які, однак, рідко науково обгрунтовувалися. Було встановлено, що в 90% випадків відмовам передувало підвищення рівня вібрації [2-4].

Рівень вібрації працюючого обладнання залежить від того, наскільки якісно вони були спроектовані і зібрані, а також встановлені на судні. Практика віброконтроля і діагностування суднових машин і механізмів показала, що між їх характеристиками вібрації і ТС існує прямий зв'язок [1-4,9].

До теперішнього часу використовується практичний метод визначення критичної інтенсивності вібрації, який полягає у визначенні еталонного вібраційного поля для машин і механізмів, при справному їх ТС, і контролі змін в характеристиках вібрації з часом.

Питання нормування вібрації різних типів машин детально розглянуті в роботі [9], де проаналізовано основні національні стандарти, деякі з яких є автентичним текстом однойменних ISO. Вони представляють норми на вибрацію як на необертаємих частинах, так і на обертаємих валах насосних агрегаатів.

У сучасних стандартах наголошується, що метод визначення вібрації в широкій смузі частот в ряді випадків не є достатнім для оцінки ТС машини. В них показана необхідність застосування аналізу частотних складових вібрації, їх фазових співвідношень, кепстрального аналізу та інших методів, що знайшли широке застосування. Однак встановити відповідні критерії і норми оцінки технічного стану, з огляду на індивідуальні особливості конструкцій вузлів і устаткування в цілому поки не представляється можливим. Незважаючи на це, в стандартах ISO [10, 11], що розробляються останнім часом, вказуються загальні рекомендації для застосування різних методів аналізу.

Нормативи вібрацій машин і механізмів визначаються, як правило, виходячи з максимально допустимих навантажень на його підшипники. В основному вони виникають через неврівноваженості обертових частин машини - власні навантаження. Але при наявності вібрацій фундаменту, а, значить, і корпусу машини, на її ротор діють сили інерції, що викликають додаткові навантаження на підшипники - сторонні навантаження.

Розглянемо та експериментально перевіримо граничні рівні вібрації суднових машин і механізмів з обертовими роторами. Визначимо зв'язок між граничними рівнями вібрацій і втомою підшипників для суднових машин і механізмів з обертовими роторами і встановленими, як правило, підшипниками кочення з ресурсом в 10...12 тис. годин.

Відомо [4], що номінальна довговічність це число циклів (або годин), які підшипник повинен пропрацювати до появи перших ознак втоми, тобто появи на їх поверхнях мікротріщин, початок утворення лущення металу, вибоїн робочих поверхонь тіл і доріжок кочення.

Номінальна довговічність підшипників визначається за емпіричною залежністю

$$L_{\text{n}} = (C / P)^{\rho}, \text{ млн. обертів,} \quad (1)$$

де C - вантажопідйомність, Н;

P - еквівалентне динамічне навантаження, Н;

ρ - показник ступеня (для кулькових підшипників $\rho = 0{,}3$ для роликових підшипників $\rho = 0{,}33$).

Номінальну довговічність можна обчислити і в годинах

$$L_{\text{h}} = (106/60\ \text{n})\ L_{\text{n}}, \text{ годин,}$$

де n - частота обертання валу, хв$^{-1}$.

Еквівалентне динамічне навантаження - це таке постійне навантаження, при якому довговічність підшипника така ж, що і при реальних умовах роботи. Тут для радіальних та радіальноупорних підшипників мається на увазі радіальне навантаження, а для упорних та упорно-радіальних – центральне осьове навантаження. Еквівалентне динамічне навантаження обчислюється за емпіричною формулою

$$P = (V X F_{\text{г}} + Y F_{\text{a}})\ K_{\text{б}}\ K_{\text{т}}, \text{ Н,} \quad (2)$$

де $F_{\text{г}}$, F_{a} - радіальна і осьова реакції опор, Н;

V - коефіцієнт обертання вектора навантаження ($V = 1$ якщо обертається внутрішнє кільце, $V = 1{,}2$ якщо обертається зовнішнє кільце);

X, Y - коефіцієнти радіальної і осьової навантажень, що залежать від типу підшипників, визначаються за довідником;

$K_{\text{б}}$ - коефіцієнт безпеки, що враховує вплив динамічних умов роботи ($K_{\text{б}} = 1$ для нормальних умов, $K_{\text{б}} = 1{,}8$ для складних умов експлуатації);

$K_{\text{т}}$ - коефіцієнт температурного режиму (до 100 ºС $K_{\text{т}} = 1$).

Робота суднових машин і механізмів супроводжується вібрацією, яка негативно позначається на ресурсі їх роботі. Найбільш навантаженими (з механічною точи зору) є підшипникові вузли, які, як правило, і визначають ресурс роботи суднових машин і механізмів. Підшипники кочення суднових машин і механізмів при роботі сприймають сумарне навантаження від ваги ротора і відцентрової сили інерції, яка завжди присутня, так як ідеально відбалансувати ротор неможливо (зазор в підшипниках завжди є).

В інженерній практиці введено поняття вібраційного перевантаження [4]

$$K_{\text{п}} = A_{\omega} / g, \quad (3)$$

де A_{ω} - амплітуда прискорення, м / с^2;

g - прискорення вільного падіння, м / с^2.

Якщо прийняти g = 9,81 м / c^2 ≈ 1000 см / c^2 = 10000 мм / c^2 і $(2\pi)^2 \approx 40$, то вібраційне перевантаження (3) як безрозмірна величина запишеться у вигляді

$$K_{\text{п}} = 0{,}004 A f_2, \quad (4)$$

де A - амплітуда переміщення, мм;

f - частота вібрації, Гц;

0,004 - прискорення, мм / с^2.

З формули (4) випливає, що якщо амплітуда А має постійне значення, то вібраційне перевантаження Кп в залежності від частоти f змінюється за законом квадратичної параболи, яка володіє, як відомо, такою властивістю, що при збільшенні частоти в N раз перевантаження зростає в N^2 разів.

Наприклад, задано f_1 = 10 Гц і A_1 = 1 мм, отже, за формулою (4) знаходимо $K_{п1}$ = 0,4. Якщо ж тепер, не змінюючи амплітуду, збільшимо частоту до f_2 = 50 Гц, то перевантаження зростає до $K_{п2}$ = 10, яка може виявитися руйнівною для окремих вузлів і деталей судових машин і механізмів.

Величина амплітуди в залежності від заданого перевантаження і частоти згідно (4) визначається за формулою, яка представляє гіперболічну залежність амплітуди від частоти.

$$A = 250\, K_п / f_2, \text{ мм},$$

Так, наприклад, при f = 50 Гц і n = 4 (перевантаження, при якому вузол повинен відповідати умовам міцності) амплітуда має значення A = 0,4 мм, яке можна безпосередньо виміряти. При такій амплітуді вигибне коливання є відчутним. Якщо ж величину перевантаження не змінювати (n = 4), а частоту збільшити, наприклад, до f_1 = 1000 Гц, то A_1 = 1 мкм. Таку величину амплітуди виміряти вже важко і коливання будуть невідчутними, проте вони впливають на роботу механізму.

Спрощено вплив низько- і високочастотних вібрацій на роботу, наприклад, підшипника, можна представити таким чином. При низькочастотних вібраціях (f = 5 ... 50 Гц) внаслідок значної величини амплітуд (A = 40 ... 0,4 мм при $K_п$ = 4) в окремих деталях конструкції можуть виникати вигибні коливання, що викликають неприпустимо великі деформації, які можуть призвести до руйнування, що аналогічні тим, як це може бути при неприпустимих статичних навантаженнях.

Дія високочастотних вібрацій відбувається при малих амплітудах (від десятків до частки мікрон) коливання елементів конструкції, що внаслідок великого числа циклів може викликати появу мікротріщин і втомний злам.

З огляду на те, що більшість підшипників кочення суднових машин і механізмів мають розрахунковий (за формуляром машин і механізмів) ресурс $T_{зал}$ = 10 ... 12 тис. годин залежність (1) з урахуванням $K_п$ можна представити у вигляді [4]

$$T_{зал} = L_h = \left(\frac{10^6}{60n}\right)\left(\frac{C}{P}\right)^{\rho} = \frac{58956}{(1+K_n)^{\rho}} \quad \text{годину,} \qquad (5)$$

Таким чином, вимірюючи в суднових умовах відносну амплітуду прискорення A_ω ротора, за формулою (3) можна визначити залишковий ресурс $T_{зал}$ підшипників кочення.

Для вимірювання відносної вібрації вала (ротора) суднових машин і механізмів необхідні спеціальні, стаціонарно встановлені датчики.

Як приклад, на рисунку 1 показані види вібрацій і точки їх вимірювання.

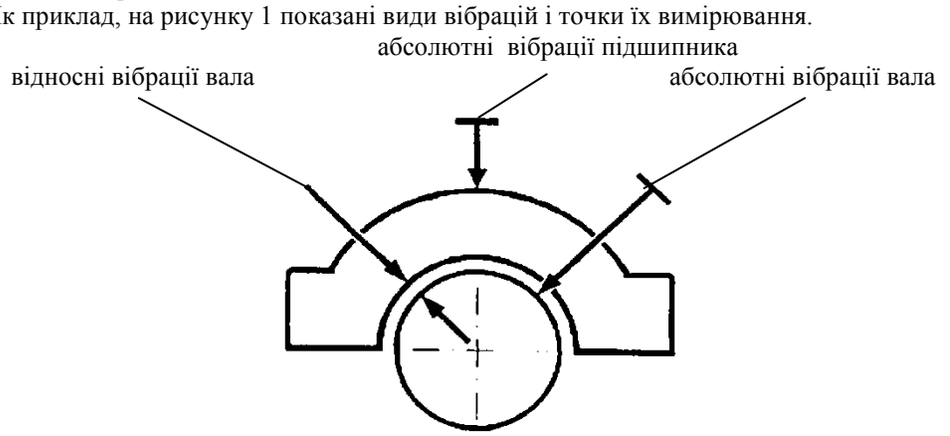


Рис. 1. Види вібрацій і точки їх вимірювання, показані на підшипнику ковзання

Відносні вібрації валів - це швидкий рух вала по відношенню до робочої поверхні тертя підшипників. Вони вимірюються в кожній площині підшипника (рис.2) в радіальному напрямку за допомогою двох взаємно зміщених на 90º безконтактних датчиків, що працюють на принципі вихрових струмів.

Застосування двох датчиків для кожної площині підшипника потрібно для вимірювання орбіти центру шийки підшипника при обертанні, так звана кінетична траєкторія вала. Кожен датчик вимірює траєкторію вібрацій вала в напрямку своєї поздовжньої осі. Сума векторів цих вібрацій s_1 (t) і s_2 (t) визначає кінетичну траєкторію вала в даній площині вимірювання. Вирішальною величиною для відносних вібрацій валів є траєкторія вібрацій, що вказується в одиницях мкм. У країнах ЄС вимірюється, перш за все,

максимальне відхилення $S_{\max}$, яке визначається як максимальне значення кінетичної траєкторії вала (відхилення вала) в площині вимірювання: $S_{\max} = \left[S_k(t)\right]_{\max}$.

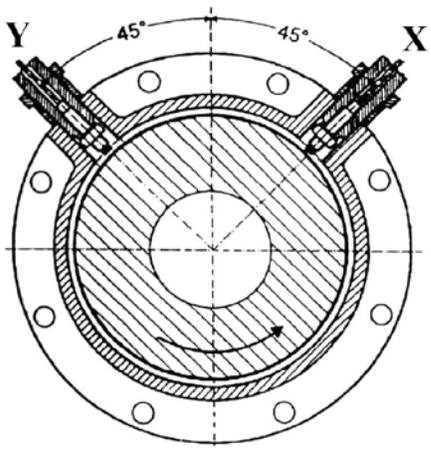


Рис. 2. Приклад установки безконтактного датчика на принципі вихрових струмів для визначення відносних вібрацій вала в одній площині підшипника.

Абсолютні вібрації валів - це швидкий рух валів, які визначаються по відношенням до нерухомої опорної точки в просторі. Їх можна вимірювати за допомогою ковзаючої опори («shaft rider»), що спирається на вал, що обертається, і встановленого на ній сейсмічного датчика, або за допомогою вимірювальної електроніки, що утворює суму векторів відносних вібрацій вала і абсолютних вібрацій, вимірюваних на місці установки відносного датчика. Вимірювані величини збігаються з величинами відносних вібрацій валів.

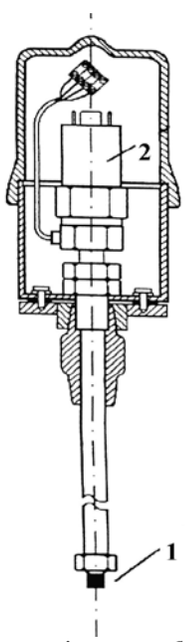


Рис. 3. Тримач датчика для вимірювання абсолютних вібрацій вала

Безконтактний датчик з вихровими струмами (1) визначає відносні вібрації вала, п'єзоелектричний датчик прискорення (2) вимірює абсолютні вібрації підшипника. Сума векторів обох сигналів, яка утворюється в пристрої захисної системи, відповідає абсолютній вібрації вала.

Однак в судновій практиці в основному вібрацію машин і механізмів вимірюють, як правило, за допомогою переносних вібровимірювальних приладів. При цьому прийнято вимірювати амплітуди віброприскорення A_ω в м/с^2, тобто вимірюють абсолютні вібрації підшипників, а не абсолютні вібрації валів.

Абсолютні вібрації підшипників відрізняються від абсолютних вібрацій валів на поправочний коефіцієнт $K_{\text{пк}}$, який визначається розрахунком або експериментально

$$A_р = A_к \times K_{пк}, \quad (6)$$

де $K_{пк} = (M_р + M_к) / M_р = A_р / A_к$,

$M_р$ і $M_к$ - маса ротора і корпусу механізму відповідно.

$A_р$, $A_к$ - амплітуди коливань ротора і корпусу електричного агрегату відповідно;

Для більшості суднових машин і механізмів значення $K_{пк}$ = 3 ... 6. Якщо вимірюються рівні віброприскорення L в дБ, і точне значення $K_{пк}$ визначити неможливо, то для практичного застосування зручно користуватися наступною приблизною залежністю ($K_{пк} \approx 3{,}33$)

$$L_р = (L_к + 10) \text{ - рівень віброприскорення ротора, дБ;} \quad (7)$$

де L_k - рівень віброприскорення корпусу підшипника, дБ.

Залишковий ресурс підшипників кочення $T_{зал}$ за формулою (5) забезпечується за умови, що значення $K_п$ в процесі експлуатації суднових машин і механізмів не змінюється. Однак ця умова не виконується, тому що коефіцієнт $K_п$ залежить від багатьох конструктивних і експлуатаційних факторів:

- температури;
- технічного стану підшипників кочення;
- кількості та якості мастила;
- якості виготовлення і збірки підшипникових вузлів і ін.
- вібраційного впливу від поруч працюючих машин і механізмів.

Таким чином, коефіцієнт $K_п$ є узагальненим параметром (функцією) ТС підшипників кочення (машин і механізмів) і, природно, не може бути постійним в процесі експлуатації механізмів.

Дане положення є дуже важливим, оскільки, здійснюючи стеження за поточними значеннями $K_п$ за формулою (4) можна визначити залишковий ресурс подшипників кочення і, як наслідок, всього механізму.

Переймаючись довільними значеннями $K_п$ отримаємо залежність ресурсу підшипників кочення від коефіцієнта віброперевантаження.

Для практичного визначення залишкового ресурсу підшипників кочення по результатами вимірювання їх рівнів віброприскорення зручно використовувати таблицю 1 або залежність, представлену на рисунку 4.

Використовуючи таблицю 1 або залежність, представлену на рисунку 4, можна запропонувати апробований практичний метод прогнозування залишкового ресурсу підшипників кочення, який розглянемо на практичних прикладах.

Таблиця 1

Залежність ресурсу підшипників кочення від $K_п$

$K_п$	$L_р$, дБ	$L_к$, дБ	T, кулькових, годин	T, роликових, годин
0,6	86	76	14648	12738
0,7	87	77	12212	10416
0,8	88,5	78,5	10288	8633
0,9	89,5	79,5	8748	7220
1,0	90,5	80,5	7500	6098
1,1	91,5	81,5	6478	5172
1,2	92	82	5634	4444
1,3	92,5	82,5	4930	3842
1,4	93	83	4342	3334
1,5	94	84	3838	2912
1,6	94,5	84,5	3412	2564
1,7	95	85	3048	2264
1,8	95,5	85,5	2732	2006
1,9	96	86	2460	1786
2,0	96,5	86,5	2222	1600
3,0	99,5	89,5	838	618
4,0	102,5	92,5	480	296

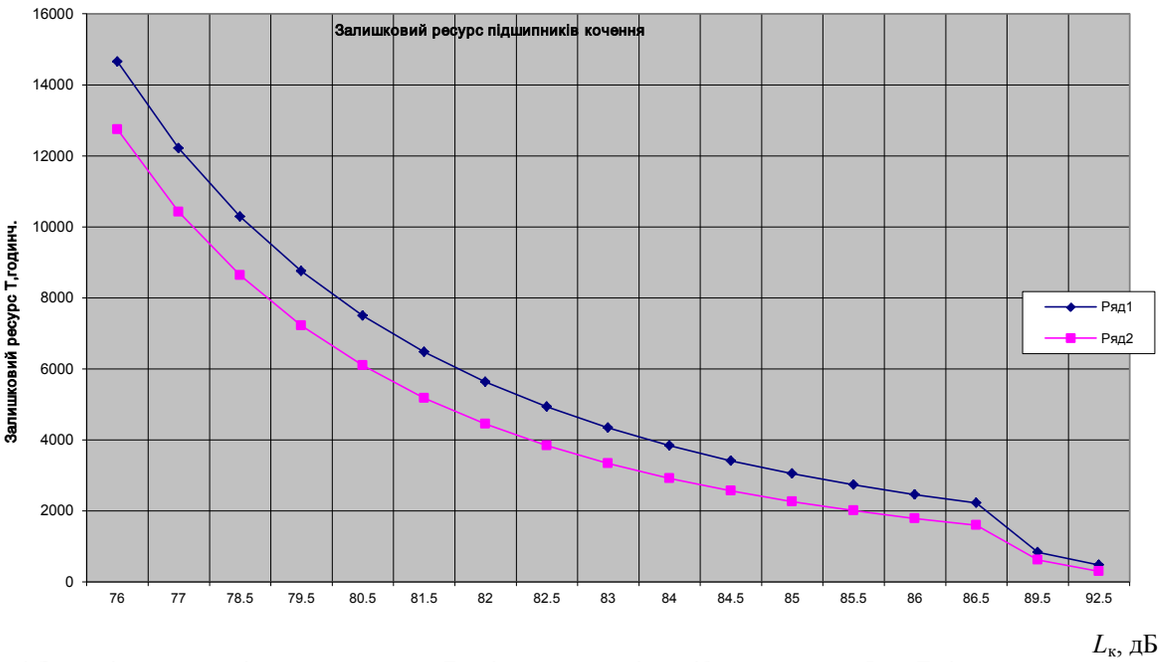


Рис. 4. Залежність ресурсу підшипника кочення $T_{зал}$ від загального рівня віброприскорення $L_к$ в дБ підшипникового щита асинхронного двигуна:ряд 1 - для кулькопідшипника; ряд 2 - для роликопідшипника.

Приклад 1. Відомо, що в механізмі встановлені нові підшипники кочення. 1. Вимірюють загальний рівень віброприскорення $L_к$ в дБ підшипникового щита або (коли є прилади) безпосередньо $K_п$.

2. По таблиці 1 або рисунку 4 визначають залишковий ресурс підшипників.

3. По закінченню початкового періоду підшипників кочення (не менше 48 годин) проводять заміну мастила. Вимірюють $L_к$ і уточнюють залишковий ресурс підшипників кочення (як правило, загальний рівень вібрації $L_к$ зменшується, а залишковий, згідно формули (4), ресурс підшипників кочення збільшується).

4. Періодичність вимірювання поточних значень рівнів вібрації $L_к$, для уточнення залишкового ресурсу підшипників кочення, вибирається як $0,5T_{зал}$, не рідше ніж через 2...2,5 тис.годин (раз в три місяці).

Наприклад, загальний рівень віброприскорення підшипникового щита $L_к$ = 77 дБ, що відповідає $T_{зал}$ = 12212 год. (Табл 1 для кулькопідшипників). Наступне вимірювання $L_к$ необхідно провести через 2 ... 2,5 тис. год. Якщо $L_к$ = 85 дБ, що відповідає $T_{зал}$ = 3838 годину. Наступний замір проводять через $0,5T_{зал}$, тобто через 1919 годин роботи.

5. Результати вимірювань $L_к$ записуються в формуляр механізму. Якщо у міру напрацювання підшипників кочення $L_к$ збільшився більш ніж на 6 дБ (в два рази), то проводять заміну мастила в підшипниках кочення і після цього, по заміряному рівню $L_к$, уточнюють залишковий ресурс підшипників.

Приклад 2. Напрацювання підшипника кочення невідома.

1. Замінюють мастило в підшипнику і вимірюють $L_к$, за яким визначають залишковий ресурс, при $L_к$ менше необхідного, проводять заміну підшипника кочення.

Однозначно підлягають заміні підшипники кочення, які мають загальний рівень віброприскорення підшипникового щита $L_к$> 100 дБ.

Таким чином, вимірюючи $L_к$ або $K_п$ в процесі експлуатації обладнання, уточнюють залишковий ресурс підшипників кочення з урахуванням зміни динаміки процесу їх руйнування (зносу) і експлуатаційних факторів (температури, вібраційної перешкоди від поруч працюючих механізмів та ін.).

З формули (4) видно, що підвищити ресурс підшипників кочення в експлуатаційних умовах можливе шляхом зменшення $K_п$ за рахунок:

– періодичного проведення підбалансування ротора (через 2 ... 2,5 тис.годин.);

– своєчасного проведення технічного обслуговування і ремонту;

– контролю якості віброізолюючого кріплення (якщо воно є);

– підкріплення фундаментів (збільшення їх жорсткості) та інших заходів.

Висновки

1. Практично визначати залишковий ресурс насосних агрегатів в експлуатаційних умовах зручно по залежності (4), представленій в табличній або графічній формі.

3. Коефіцієнт $K_п$, визначається за загальним рівнем віброприскорення, виміряним в діапазоні від 10...20 Гц до 10...20 тис. Гц підшіпнікового вузла.

Перспективним подальшим продовженням роботи у цьому напрямку є деталізація розрахунку норм вібрації для різних типів насосних агрегатів, розробка методик розрахунку і прогнозування залишкового ресурсу, приладова реалізація даного підходу.

Список використаної літератури

1. Барков А.В. Мониторинг и диагностика роторных машин по вибрации / Барков А.В., Баркова Н.А., Азовцев А.Ю. – СПб.: СПбГМТУ, 2000, 159 с.

2. Абдулаев А.А. Программа комплексного диагностирования судовые ЭМ / Абдулаев А.А. – Сб.: НТК проф. – препод. сост. и др. организаций. – Л.:ВВМИОЛУ им. Ф.Э. Дзержинского,1985.

3. Абдулаев А.А. Вибрационная оценка величины радиального зазора в ПК судовых ЭМ / Абдулаев А.А. – Сб. НТК им. Крылова: Планирование и разработка технологии организации судоремонтных работ. – Владивосток, 1988.

4. Абдулаев А.А. Методика расчета эксплуатационной долговечности ПК судовых машин и механизмов / Абдулаев А.А. – Дальневосточный НТ по судовой радиоэлектронике. – Владивосток, 1989.

5. ISO 17359:2003. Condition monitoring and diagnostics of machines. General guidelines.

6. ISO 13380:2002. Condition monitoring and diagnostics of machines. General guidelines on using performance parameters.

7. Анализ современных методов диагностирования компрессорного оборудования нефтегазохимических производств / [Гриб В.В., Соколова А.Г., Еранов А.П., Давыдов В.М., Жуков Р.В.] Нефтепереработка и нефтехимия. Научно–технические достижения и передовой опыт. 2002. №10. С.57–65.

8. ISO 13379:2003. Condition monitoring and diagnostics of machines. General guidelines on data interpretation and diagnostics techniques.

9. Гольдин А.С. К вопросу о нормах и принципах нормирования вибрации вращающихся машин / Контроль. Диагностика. 2000. №4. – С.3–10.

10. ISO 10816. Mechanical vibration. Evolution of machine vibration by measurements on non– rotating parts. Part 1–5.

11. ISO 7919. Mechanical vibration of non–reciprocating machines. Measurements on rotating shafts and evolution criteria. Part 1–5.

УДК 528.77:528.854

Н.О. СОКОЛОВА, Є.О. ОБИДЕННИЙ
Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара

ВИКОРИСТАННЯ НАЯВНОСТІ ТІНІ ПРИ РОЗПІЗНАВАННІ БУДІВЕЛЬ НА СУПУТНИКОВИХ ЗОБРАЖЕННЯХ ВИСОКОГО РОЗРІЗНЕННЯ

Дана робота присвячена дослідженню впливу наявності тіні на процес розпізнавання об'єктів забудови на супутникових знімках високого просторового розрізнення. Запропоновано алгоритм тіньового аналізу на основі гістограмної обробки та сегментації зображення з урахуванням метаданих, що супроводжують знімок. Результати тестування підтвердили високу ефективність запропонованого алгоритму тіньового аналізу та підвищення якості розпізнавання будівель при його застосуванні.

Ключові слова:зображення, сегментація, тінь, гістограма, розпізнавання будівель.

Н.О. СОКОЛОВА, Е.А.ОБЫДЕННЫЙ
Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАЛИЧИЯ ТЕНИ ПРИ РАСПОЗНАВАНИИ ЗДАНИЙ НА СПУТНИКОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ ВЫСОКОГО РАЗРЕШЕНИЯ

Данная работа посвящена исследованию влияния наличия тени на процесс распознавания объектов застройки на спутниковых снимках высокого пространственного разрешения. Предложен алгоритм теневого анализа на основе гистограммной обработки и сегментации изображения с учетом метаданных, сопровождающих снимок. Результаты тестирования подтвердили высокую эффективность предложенного алгоритма теневого анализа и повышения качества распознавания зданий при его применении.

Ключевые слова: изображения, сегментация, тень, гистограмма, распознавание зданий.

N.O. SOKOLOVA, I.O.OBYDENNYI
Oles Honchar Dnipropetrovsk National University

USE OF THE SHADOW IN THE BUILDINGS RECOGNITION ON HIGH RESOLUTION SATELLITE IMAGES

This work is devoted to the investigation of the influence a building shadow on the buildings recognition on high spatial resolution satellite images . An algorithm for shadow analysis based on histogram processing and image segmentation is proposed, taking into account the metadata accompanying the snapshot. The results of the testing confirmed the high efficiency of the proposed algorithm of shadow analysis and the quality improvement of buildings recognition in its application.

Key words: images, segmentation, shadow, histogram, extraction of buildings.

Постановка проблеми

Обробка даних ДЗЗ - один з розділів інформаційних технологій, що найбільш швидко розвивається. Розпізнавання об'єктів міської забудови відіграє важливу роль в ГІС, оцінці наслідків стихійних лих, несанкціонованої забудови, реконструкції, і, на жаль, військовому спостереженні. Обробка вручну в реальному режимі часу обсягу даних ДЗЗ, які отримуються щодня, неможлива, тому актуальним є питання розробки автоматичних та напівавтоматичних інформаційних технологій.

Аналіз публікацій по темі дослідження

З найперших днів аерофотозйомки, ефекти затінення використовуються для виділення наземних об'єктів в таких областях як археологія та повітряна розвідка. Однак, частіше тіні розглядаються як перешкода, яка затуляє важливі деталі об'єктів зображень ДЗЗ, і позбутися якої під час зйомки неможливо в силу неминучої її присутності в денний час. Наявність тіні призводить або до зменшення або, іноді, до повної втрати інформації в зображенні, тому аналіз тіней дуже важливий.

Зараз в зображеннях з високою роздільною здатністю, тіні все частіше використовуються як помічники в реконструкції тривимірної геометрії і втрат у візуалізації процесу, в тому числі, використовуючи різні підходи, аналіз тіні дає можливість ідентифікувати будівлі на супутникових зображеннях міської забудови з високою роздільною здатністю [1-4]. Наявність метаданих в складі даних ДЗЗ, а також просторових даних у вигляді векторних карт території зйомки дозволяє проводити аналіз узгодженості об'єктів і тіней на зображенні.

Формулювання цілей статті

Таким чином, одним з важливих етапів розробленої нами технології розпізнавання будівель на фотограмметричних зображеннях високого просторового розрізнення є проведення тіньового аналізу, що дозволить виключати сегменти, які не є будівлею.

Основна частина

Зрозуміло, що тінь повинна знаходитися в певному положенні щодо об'єкта, в нашому випадку - будівлі. Знання напрямку сонячного освітлення може допомогти розрізняти сегменти, які мають тінь на коректній позиції як сегменти з будівлею від сегментів, які не є будівлею. Рішення задачі ґрунтується на аналізі значень числових характеристик зображення, що прямо залежать від параметрів зйомки: положення Сонця, положення космічного апарату і орієнтації пристрою реєстрації. Зазначені параметри зйомки, як правило, супроводжують в якості метаданих геопросторові зображення, отримані з аерокосмічних носіїв.

«Сусідство» між будівлями і їх тінями - корисні попередні знання для виявлення будівель, проте тіні від суміжних об'єктів можуть перекриватися, в тому числі і бути тінями дерев (рис.1а, 1б). Також сезонна зміна рослинності та різний кут зйомки впливає на процес розпізнавання об’єктів забудови (рис. 1в).



а)



б)





в)

Рис.1. Ефекти затінення: а) велика кількість дерев; б) перекриття тіней суміжних об'єктів; в) сезонні зміни і різний кут зйомки

У більшості випадків у будівель на зображеннях високої роздільної здатності присутні дві тіньові області: тінь будівлі на землі (падаюча тінь), яка обумовлена сонячним освітленням, і самостійна тінь (затінена частина об'єкта). Положення падаючої тіні можна визначити, знаючи час і напрямок зйомки.

Можна припустити, що тінь, яка відкидається, і самостійна тінь мають різні значення яскравості. Яскравість всіх тіней в зображенні залежить від відбивної здатності об'єкта, а також освітлення від вторинних джерел світла. Самостійні тіні, як правило, мають більш високу яскравість, ніж падаючі, так як вони отримують більше освітлення від оточуючих освітлених об'єктів.

Тіні - як правило, найтемніші ділянки зображення. Початкове дослідження наборів супутникових зображень показало, що тіні можуть бути визначені як нижні 20% значень в дисперсії рівнів сірого в зображенні, що добре видно для одиночного світлого об'єкта (рис.2, а), для групи об'єктів тінь може створювати рівнозначні піки в гістограмі (рис.2, б), для будівель з відносно темними дахами значення особливостей можуть бути представлені в гістограмі як значення поряд або чергуванням з тінню (рис.2, в).

Після сегментації, яка заснована на аналізі гістограм і проводиться у всіх трьох RGB-каналах, пікселі з певними значеннями групуються в сегменти (сегменти «особливостей» і сегменти тіні). Аналіз тіні заснований на вихідному "тіньовому образі", створеному в результаті тіньової сегментації (рис.3).

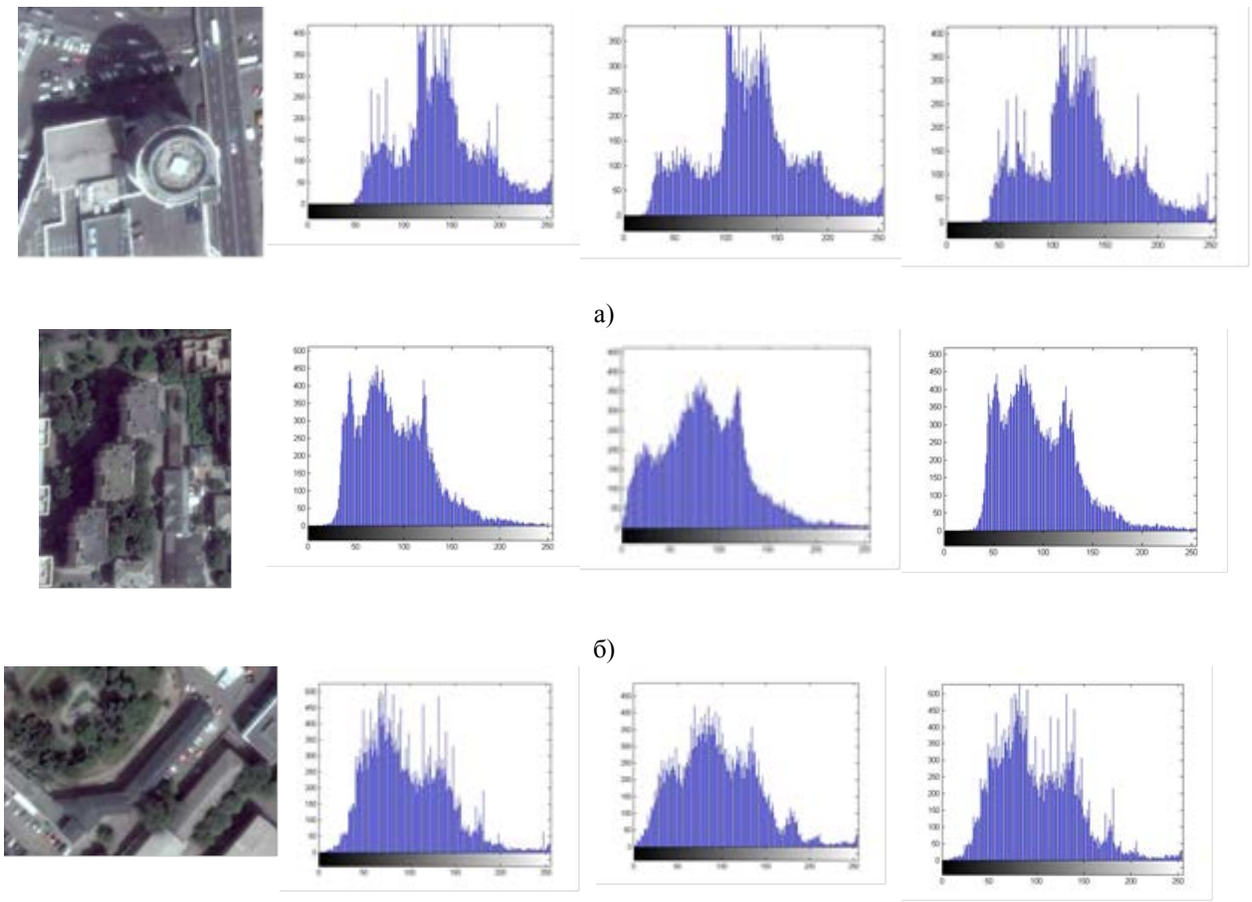


Рис.2. Відображення тіньових особливостей в гістограмах: а) тінь одиночного об'єкту - «нижні» 20% сірого в зображенні; б) тінь групи об'єктів дає рівнозначні з будівлею піки; в) тінь створює «конкуруючий» з будівлею пік

Оскільки тіньовий сегмент і сегмент будівлі є суміжними, буфер створюється навколо сегментованих тіней. Кожен сегмент тіні потім досліджується на предмет можливого перекриття з буферами «особливих» сегментів (оскільки може бути більш однієї тіньової області навколо будівлі). Будь-який сегмент, який перекривається буфером тіні, позначається як потенційна будівля. Далі, розглядається відносне розташування тіні і сегмента. По-перше, визначаються особливості розташування і орієнтації кожного сегмента особливостей і тіньового сегмента. Характеристики орієнтації і розташування сегмента засновані на аналізі моментів зображення. Алгоритм обчислює центральну позицію, еліпс зображення і орієнтацію сегмента. За наведеним нижче алгоритмом, проводимо перевірку сегментів, що є кандидатами в будівлі:

1. Вилучення дрібних за розміром сегментів.
2. Створення буфера навколо сегмента з тінню.
3. Якщо буфер тіні перекриває сегмент з «особливістю», то визначається локалізація і орієнтація тіні.
4. Якщо тінь розташована з «правильної» сторони, сегмент з особливістю є сегментом з будівлею і ми його залишаємо, якщо немає - виключаємо даний сегмент-кандидат і перевіряємо наявність навколо буфера тіні наступного «особливого» сегмента (повернення на крок 3).
5. Якщо буфер тіні НЕ перекриває жодного сегмента з «особливістю», виключаємо даний тіньовий сегмент і переходимо до наступного.

Якщо жоден сегмент-кандидат не перекриває тіньовий буфер, досліджуються топологічні відносини між особливостями. Якщо сегмент з особливостями, у якого немає падаючої тіні, торкається іншого сегмента з особливістю, у якого є тінь, яка падає на правильній стороні, то сегмент особливості залишається. Дотичні сегменти повинні бути однаковими за розміром і орієнтацією, щоб бути класифіковані тіньовим аналізом. Це обмеження знижує можливу плутанину між різного типу особливостями, наприклад, між будівлею і рослинністю. Можливо перекриття між тіньовими пікселями і пікселями характерних темних особливостей.

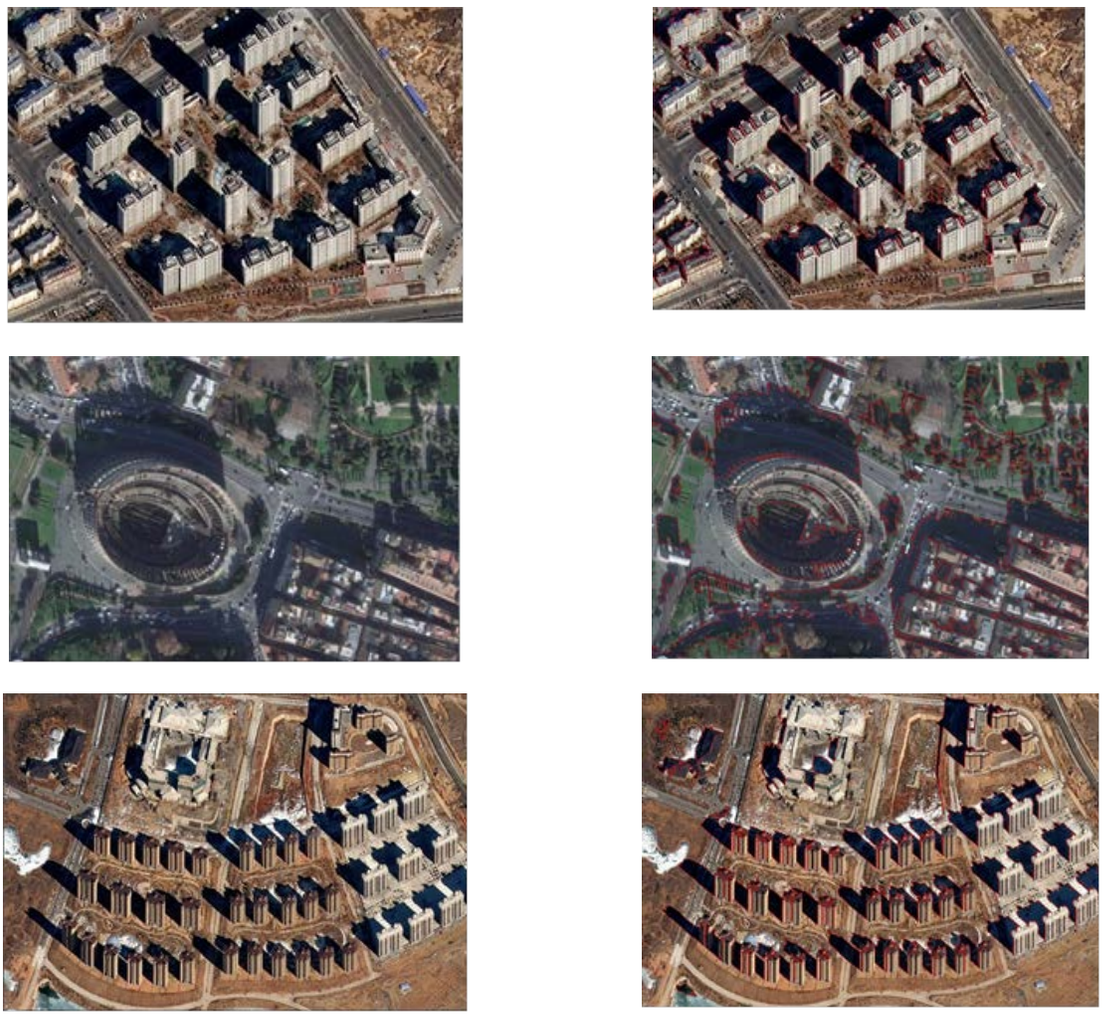


Рис. 3. Результат тіньової сегментації: зліва - вихідне зображення, праворуч «тіньовий образ»

Висновки та перспективи подальших досліджень

Результатом тіньового аналізу є зображення з одним або декількома сегментами, які залишаються в якості можливих кандидатів бути будівлями. Через складність тіньового аналізу в міських умовах, не виключаються сегменти, для яких є невизначеність щодо достовірності сегмента бути будівлею, і вони досліджуються на наступних етапах. Для будівель з темними дахами значення характерних особливостей можуть бути представлені в гістограмі як значення, які межують або навіть перекриваються зі значеннями тіні (рис.1, в). Для того, щоб оконтурити подобні будівлі, нами пропонується обмежувати тінь 15%, а не 20% нижньою межею діапазону значень рівня сірого в зображенні. Звуження діапазону тіні дозволяє проводити більш чітке розмежування між тінню і особливістю.

Подальші дослідження будуть присвячені удосконаленню запропонованого алгоритму на випадок розпізнавання багатоканальних зображень.

Список використаної літератури

1. Vasiliev V.V. Moroz K.Yu. Automated shadow identification for building change detection using space images. //«Передовые методы обработки и анализа космической информации» Международная научно-практическая конференция 3-4 декабря 2015г. Сборник тезисов. – Днепропетровск, 2015. - С.16-19.
2. Y. I. Shedlovska, V. V.Hnatushenko. Shadow removal algorithm with shadow area border processing// II International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF-2016) 10-14 Oct. 2016. Kharkiv, Ukraine. P.164-167
3. Qiongjie Wang, Li Yan, Qiangqiang Yuan and Zhenling MaAn. Automatic Shadow Detection Method for VHR// Remote Sensing Orthoimagery. Remote Sens. 2017, 9, 469.
4. Gregoris Liasis, Stavros Stavrou. Satellite images analysis for shadow detection and building height estimation// ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing 119 (2016) P.437–450.

УДК 004.021

Р.І. ЧАПЛІНСЬКИЙ
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ПЕРСПЕКТИВНІ МЕТОДИ ТА ПРОГРАМНІ МЕХАНІЗМИ ІНТЕГРАЦІЇ НОВІТНІХ МЕТОДИК ДОСЛІДЖЕНЬ В АВТОМАТИЗОВАНІ СИСТЕМИ МЕДИЧНИХ УСТАНОВ

У статті розглянуто та проведено аналіз перспективних методів моделювання архітектури програмного забезпечення автоматизованих систем для впровадження в медичні установи, а також особливості функціонування та створення програмних комплексів для медичних закладів, що забезпечують автоматизацію роботи медичних працівників. Обґрунтовуються переваги впровадження автоматизованих медичних інформаційних систем в медичних установах.

Ключові слова: архітектура програмного забезпечення, медичні інформаційні системи (*МІС*)*, об'єктно-орієнтований підхід та клінічні системи, практичні клінічні вказівки, UML моделювання, раціональний уніфікований процес програмного забезпечення, реєстратура медичного закладу, алгоритми моделювання програмних механізмів.*

Р.И. ЧАПЛИНСКИЙ
Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя

ПЕРСПЕКТИВНЫЕ МЕТОДЫ И ПРОГРАММНЫЕ МЕХАНИЗМЫ ИНТЕГРАЦИИ НОВЕЙШИХ МЕТОДИК ИССЛЕДОВАНИЙ В АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ МЕДИЦИНСКИХ УЧРЕЖДЕНИЙ

В статье рассмотрены и проанализированы перспективные методы моделирования архитектуры программного обеспечения автоматизированных систем для внедрения в медицинские учреждения, а также особенности функционирования и создания программных комплексов для медицинских учреждений, обеспечивающих автоматизацию работы медицинских работников. Обосновываются преимущества внедрения автоматизированных медицинских информационных систем в медицинских учреждениях.

Ключевые слова: архитектура программного обеспечения, медицинские информационные системы (*МИС*)*, объектно-ориентированный подход и клинические системы, практические клинические указания, UML моделирования, рациональный унифицированный процесс программного обеспечения, регистратура медицинского учреждения, алгоритмы моделирования программных механизмов.*

R.I. CHAPLINSKYI
Ternopil Ivan Puluj National Technical University

PROMISING METHODS AND SOFTWARE MECHANISMS NEW METHODS INTEGRATION RESEARCH AUTOMATED SYSTEM IN MEDICAL INSTITUTIONS

The article considers and analyzes the perspective methods of modeling the software architecture of automated systems for implementation in medical institutions, as well as features of functioning and creation of software complexes for medical institutions that provide automation of work of medical workers. The advantages of introducing automated medical information systems in medical institutions are substantiated.

Keywords: software Architecture, Medical Information Systems (MIS), Object Oriented Approach and Clinical Systems, Practical Clinical Instructions, UML modeling, Rational Unified Software Process, registry of medical establishment, programming modeling algorithms.

Постановка проблеми

Інформаційні технології сьогодні стали невід'ємною частиною організації медичних установ. Проте дуже часто значна частина IT-бюджету медичних закладів витрачається на підтримку нефункціональних технологічних рішень. Внаслідок цього залишається мало коштів на впровадження нових технологій, зокрема проектів у медичну галузь.

Питання впровадження інформаційних технологій у лікарську практику сьогодні залишається одним з найбільш актуальним, оскільки створення інформаційних систем у медичних установах обумовлена необхідністю використання постійно зростаючих обсягів інформації при вирішенні діагностичних, терапевтичних статистичних та інших медичних завдань.

Зазвичай більша частина робочого часу медичного персоналу витрачається на оформлення паперової документації: заповнення талонів, здійснення записів в амбулаторній картці, призначення консультацій або обстежень, виписування рецептів, а також отримання та складання необхідної звітності. На цьому тлі багато медичних установ намагається скоротити експлуатаційні витрати та час простою комп'ютерів, ефективніше використовувати технології та IT-фахівців, впроваджувати новітні стратегії в масштабі всієї медичної установи.

Для обгрунтування інвестицій вони мають показати економічну ефективність нових проектів та прийняти стосовно інформаційних технологій стратегічні рішення, що принесуть реальну користь [1]. Оскільки процес лікування супроводжується обробкою значних обсягів інформації, обслуговуванням великих потоків пацієнтів, а також проведенням складних діагностичних досліджень, автоматизація медичним закладам дуже необхідна. Завдяки цьому медицина, в тому числі і нетрадиційна, набула б абсолютно нових рис.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

На сьогодні в Україні існує певний досвід розробки та застосування медичних інформаційних технологій. Всі ці засоби об'єднуються в Галузеву інформаційно-телекомунікаційну систему (ГІТС) МОЗ України "HealthNet". ЇЇ метою є створення інтегрованого інформаційного середовища галузі охорони здоров'я, ізольованого від інших глобальних інформаційних систем, та забезпечення функціонування в його межах внутрішньогалузевих інформаційних ресурсів та сервісів. Серед основних тенденцій, які отримали розвиток останнім часом, слід зазначити активне використання можливостей Інтернету (лабораторна інформаційна система LIS MeDaP фірми "БіоХімМак", система ALTEY Laboratory фірми "Алтей") і прагнення забезпечити сумісність різноманітних програмних комплексів між собою (LIS MeDaP, програма "Декстер" і "Лабораторний журнал" фірми "Лабораторна діагностика"). З'являються системи з біологічним зворотним зв'язком для діагностики та коригуючого лікування (кардіомоніторинг "Доктор А", програма BreathMaker для лікування заїкання НДЦ біокібернетики) і засоби комп'ютерного моніторингу ("Доктор А", багатодобовий холтерівський монітор "Кардіотехніка 4000" фірми "Екомед+" (призначений для носіння на собі), програмно-апаратний комплекс "Інтегратор").

Також слід відзначити проект створення національної системи прямого доступу "УкрМедНет". Цей проект передбачає інтеграцію всіх існуючих окремих медичних мереж, медичних університетів та медичних НДІ в "УкрМедНет", створення спільного інформаційного простору, та їх інтеграцію в Європейський інформаційний простір.

Також найбільшого попиту набувають системи "Доктор Елекс" та "ЕмсіМед". Ці системи орієнтовані не тільки на державні, а й на приватні медичні заклади.

В роботах В.О. Качмара, О.Ю. Майорова, І.К. Чурпія і співавторів проведено аналіз стану розвитку медичних інформаційних систем в Україні [1–2].

Оскільки даний процес знаходиться на початковій стадії, супроводжується певними труднощами, виникає потреба визначення основних проблем інформатизації системи охорони здоров'я в Україні та пошуку заходів для їх вирішення.

Мета дослідження

Процеси інформатизації і комп'ютеризації системи охорони здоров'я в нашій країні проходять дуже повільно, хоч і відомо, що без використання комп'ютерних технологій все складніше надавати якісну медичну допомогу.

Інформатизація медицини це один з пріоритетних напрямків розвитку сучасного технічного прогресу. Особливого значення набули задачі збереження інформації про пацієнтів, статистичний аналіз, швидкий доступ до даних тощо. Важливе значення надається ефективності роботи лікаря, уникненню помилок при діагностиці та записі інформації до бази даних, стандартизації основних процедур [3].

В роботі розглядається дослідження та аналіз новітніх медичних інформаційних систем, які використовуються на даний час в сфері охорони здоров'я України, а також проектування, розробка і впровадження сучасних інформаційних систем в діяльність медичних закладів та визначення основних перспективних напрямків впровадження інформаційних технологій в медичну практику на базі інформаційного модуля для реєстратури.

Викладення основного матеріалу дослідження

Медичні інформаційні системи – це сукупність впровадження в галузі охорони здоров'я методів та засобів обробки медичних даних, які є цілісними технологічними процесами і забезпечують створення, передавання, зберігання, а також використання інформаційного продукту.

Медичні інформаційні системи значно полегшують роботу медичного персоналу з документацією, дозволяють заощаджувати час, оптимізують комунікацію між відділеннями і окремими працівниками.

Тож з чого почати їх впровадження, яку інформаційну систему обрати та які нові можливості відкриваються в обслуговуванні пацієнтів. Усе це ми спробуємо вияснити в рамках даної статті.

Створення в лікарні потужної автоматизованої інформаційної системи не лише дає змогу забезпечити більшу прозорість процесу лікування для лікарів та адміністрації, вона також підвищить оперативність роботи установи та відкриє можливості для впровадження нових методів медичного догляду за хворими. Зокрема медичну інформації можна отримувати біля ліжка пацієнта під час обходу, історії хвороб, медичні картки, амбулаторні картки можуть бути доступні для персоналу лікарні, лікарів. Таким чином забезпечується ефективна підтримка обміну інформацією між працівниками закладу.

Для досягнення максимальної гнучкості інформаційної системи в більшості випадків доцільно використовувати архітектуру "клієнт-сервер", яка передбачає наявність мережі розподілених баз даних (БД),

які містять корпоративну базу даних та персональні комп'ютери або мобільні пристрої (планшети, смартфони).

Загалом, обробка інформації має здійснюватися якомога ближче до її застосування та використання. Розподіл застосувань між відповідними частинами системи дозволяє медикам продовжувати роботу на місцях навіть у разі виникнення проблеми із загальними комунікаціями. Необхідною умовою забезпечення інтероперабельності та гнучкості таких систем є використання відкритих комунікаційних стандартів.

Зазвичай медична інформаційна система складається з таких основних модулів [4]:

– електронні медичні записи пацієнтів;
– ресурси закладу та їх розподіл;
– дані медичних досліджень;
– фінансова та адміністративна інформація закладу;
– засоби зв'язку між працівниками закладу.

Характеристики поведінки розроблюваної системи фіксуються і документуються засобами моделі, яка відображає функції (варіанти використання – usecase)програмного засобу, представляє оточення системи (безліч активних об'єктів – actors) і визначає зв'язки між варіантами використання і активними об'єктами діаграми варіантів використання – usecasediagram. [5]. Проведемо пошук та виявлення акторів, які можуть взаємодіяти з інформаційною системою модуля "Реєстратура".

Головним актором модуля "Реєстратура" є реєстратор, тобто той користувач, який безпосередньо працює з цим модулем. Також в системі можуть розглядатися наступні актори такі, як пацієнт, особа, що звернулася відділ реєстратури та бажає записатися на прийом, та лікар, особа, до якої здійснюється запис та особа, яка повинна мати доступ до електронної карти пацієнта та його амбулаторної карти.

З описаної інформації модуль "Реєстратура" повинен здійснювати наступні функції:

– реєстрація пацієнтів;
– запис на прийом;
– координація і управління чергою пацієнтів;
– відстежування і управління винятковими ситуаціями, пов'язаними із записом пацієнта на прийом (запобігання можливості запису на прийом в неробочий час лікаря, наявність інформації про відсутність лікаря в установі в певний період часу);
– друк талонів на прийом;
– створення реєстраційних карток пацієнтів;
– створення амбулаторних карток пацієнтів;
– ведення списків очікування пацієнтів на запис до лікаря;
– формування розкладу завантаженості роботи лікарів;
– створення журналів за певний період (день або місяць).

Діаграма варіантів використання для інформаційної системи виглядає наступним чином (див рис.1).

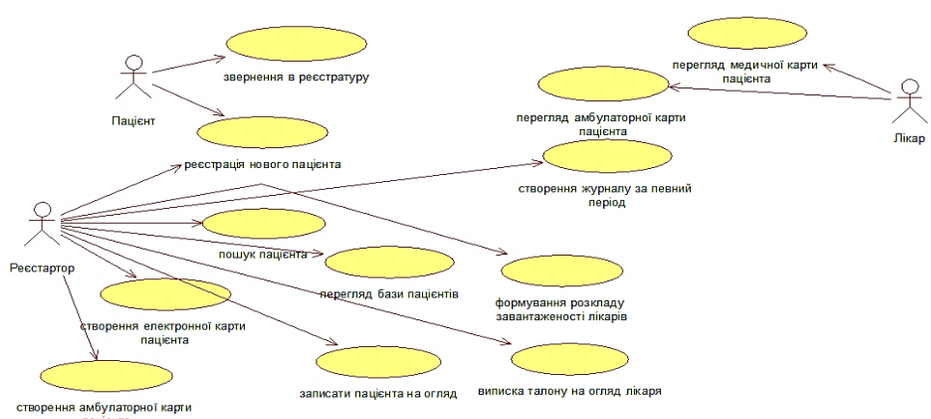


Рис. 1. Діаграма варіантів використання модуля "Реєстратура"

Для моделювання взаємодії об'єктів в часі в мові UML використовуються діаграми послідовності. Діаграма послідовності відображає потік подій, що відбуваються в рамках варіанту використання. На діаграмі послідовності зображуються тільки ті об'єкти, які безпосередньо беруть участь у взаємодії. Ключовим моментом для діаграм послідовності є динаміка взаємодії об'єктів в часі.

Діаграма послідовностей для модуля реєстратури представлена на рис.2.

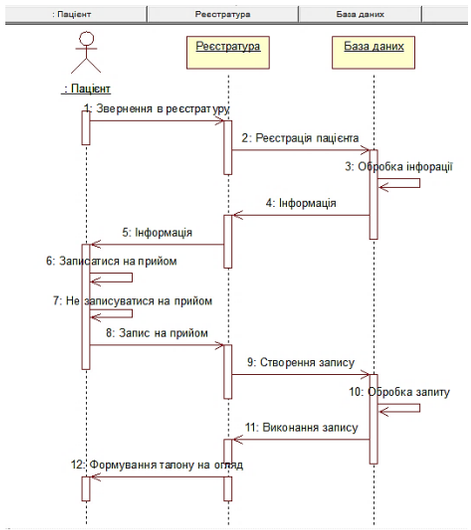


Рис. 2. Діаграма послідовностей для модуля "Реєстратура"

Пацієнт здійснює запит реєстратору про необхідність запису на прийом до лікаря. Далі здійснюється формування і відправка запиту до бази даних. База даних перевіряє інформацію про запис на прийом, і видає відповідну інформацію, після чого посилає підтвердження і процес завершується видачою талона реєстратором.

Діаграма послідовності для більш детального відображення процесу запису на прийом відображена на рис. 3. Основною дійовою особою є реєстратор, який здійснює запит до системи. Система в свою чергу запитує розклад лікарів, дату і час вільного прийому, формує інформацію і відправляє її реєстратору. Реєстратор передає повідомлення пацієнту про найближчий в часі прийом пацієнтів конкретним лікарем. Пацієнт робить вибір, який потім фіксує реєстратор в базі даних і заносить всю інформацію у відповідні таблиці. Після чого видає талон пацієнтові.

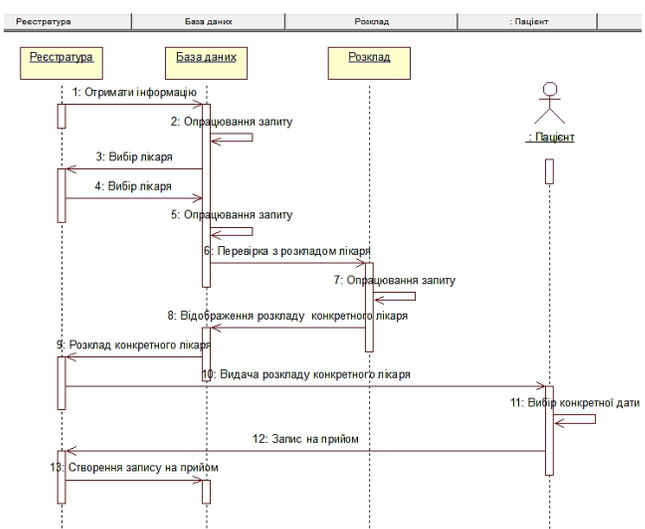


Рис. 3. Діаграма послідовностей для модуля "Реєстратура"

Центральне місце в розробці архітектури програмного забезпечення займає розробка логічної моделі системи у вигляді діаграми класів. Нотація класів в мові UML проста і інтуїтивно зрозуміла всім, хто коли-небудь мав досвід роботи з CASE-інструментарієм. Нотація UML надає широкі можливості для відображення додаткової інформації (абстрактні операції і класи, стереотипи, загальні та часткові методи, деталізовані інтерфейси, параметризовані класи). При цьому можливе використання графічних зображень для асоціацій та їх специфічних властивостей, таких як відношення агрегації, коли складовими частинами класу можуть виступати інші класи. Діаграма класів (class diagram) служить для представлення статичної структури моделі системи в термінології класів об’єктно-орієнтованого програмування. Діаграма класів може відбивати, зокрема, різні взаємозв’язки між окремими сутностями предметної області, такими як об’єкти і підсистеми, а також описує їхню внутрішню структуру і типи відносин. На даній діаграмі не вказується інформація про тимчасові аспектах функціонування системи. З цієї точки зору діаграма класів є подальшим розвитком концептуальної моделі проектованої системи [5].

Для взаємодії системи з базою даних було виявлено 6 основних класів системи, а саме:

- клас авторизації та реєстрації в системі (ClassLogin);
- клас, що відповідає за роботу системи Реєстратура (ClassRegistry);
- клас лікар, призначений для представлення інформації про працівників медичного закладу (ClassDoctor);
- клас пацієнтів, представлення архітектури системи пацієнтів (ClassPatient);
- клас взаємодії з базою даних, відповідає за представлення фізичної (для користувача) та логічної (для системи) моделі даних, а також обробку усіх запитів (ClassSystemDB);
- клас розкладу, призначений для роботи алгоритмів формування розкладу роботи прийому лікарів, а також відображення робочого навантаження на лікарів (ClassSchedule);
- клас журналу, призначений для ведення різних журналів в реєстратурі, які зберігаються певний період часу (ClassMagazineRecords). Діаграма класів модуля "Реєстратура" наведений на рис. 4.

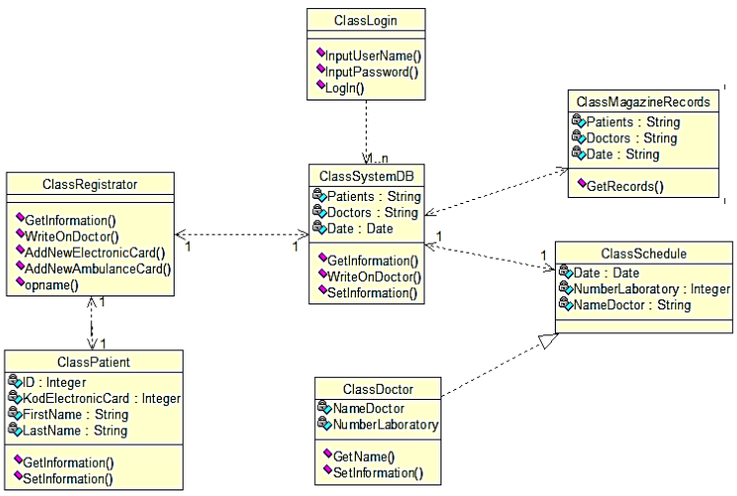


Рис. 4. UML діаграма класів підсистеми «Реєстратура»

Програмний комплекс клініки повинен відповідати сучасним принципам побудови програмного забезпечення, таким як: модульність; масштабованість; інтегрованість, гнучкість; надійність, технологічність; відкритість; можливість планомірного нарощування кількості одночасно працюючих користувачів та і обсягу документів; єдина нормативно-довідкова інформація; інформування користувачів про їх помилкові дії; резервне дублювання інформації; централізоване адміністрування та управління інформаційними ресурсами; можливість зміни форматів документів, супроводу і модернізації системи силами експлуатаційного персоналу; наявність інструментальних засобів настроювання системи на робочому місці [6].

Висновки

Отже, підсумувавши матеріали статті можна зробити висновок, що використання нових інформаційних технологій в сучасних медичних установах дозволить легко вести повний облік всіх наданих послуг, реєстрації пацієнтів в медичному закладі, записі на прийом до лікаря, зданих аналізів, виписаних рецептів, поставлених діагнозів та багато іншого.

Автоматизація медичних установ дозволяє створювати автоматизовані робочі місця лікарів, організовувати роботу медичної статистики, створювати бази даних пацієнтів, вести електронні історії хвороб і об’єднувати в єдине ціле всі лікувальні, діагностичні адміністративні та фінансові процеси.

Використання інформаційних технологій в роботі новітніх медичних закладів, поліклінік або стаціонарів значно спрощує ряд робочих процесів і підвищує їх ефективність при наданні медичної допомоги як прикріпленому контингенту так і ін. особам.

Список використаної літератури

1. Чурпій І.К. Сучасний стан інформатизації в медицині [Текст] / І.К. Чурпій, Н.В. Чурпій, В.Д. Скрипко, Буковинський медичний вісник. – 2011. – Т. 15. – № 1 (57). – С. 171-173.
2. Качмар В.О. Медичні інформаційні системи – стан розвитку в Україні [Текст] / В.О. Качмар, Український журнал телемедицини та медичної телематики. – 2010. –Т. 8., №1. – С.12-17.
3. Підаєв А.В. Інформаційні технології в системі охорони здоров’я [Текст] / А.В. Підаєв, В.М. Пономаренко, Ю.В. Вороненко. – К.: Здоров’я, 2003. –335 с.
4. Ебель В.К. "Нові комп’ютерні технології в медицині" [Текст] / В.К. Ебель, Алмати, 2013.– 112 с.
5. Якобсон А. Унифицированныйпроцессразработкипрограммногообеспечения [Текст] / А. Якобсон, Г. Буч, Дж. Рамбо. – Спб.: Питер, 2010. – 496 с.
6. Вендров А.М. Современные технологии создания программного обеспечения [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://citforum.ru/programming/application/program/index.html

УДК 656.11

В.Н. ШУТЬ
Брестский государственный технический университет

МОДЕЛЬ СИНХРОНИЗИРОВАННОЙ УЛИЧНО-ДОРОЖНОЙ СЕТИ

Предлагается новый способ дорожного регулирования, базирующийся на синхронизации движения транспортных потоков. Разрабатываемый способ управления подразумевает под собой систему, в которой информационные процессы (сбор информации, обработка информации, принятие решений), а также воздействие на поведение водителей выполняются постоянно и решение о передвижении автотранспортных средств (АТС) принимается в реальном времени.

Ключевые слова: транспорт, перекресток, автомобиль, автомобильная пачка, дорожно-транспортные системы, автоматизация системы дорожного движения, затор.

V.N. SHUT
Brest State Technical University

THE SYNCHRONIZED MODEL OF THE ROAD NETWORK

We propose a new method of traffic regulation based on the synchronization of traffic flows. The developed control method implies a system in which information processes (information gathering, information processing, decision-making), and the effect on the behavior of drivers run continuously and the decision on the movement of vehicles (ATS) is received in real time.

Keywords: transport, intersection, car, car pack, traffic systems, traffic automation system, traffic congestions.

Постановка проблемы

Наиболее распространенным способом дорожного регулирования является светофор с фиксированным временем фазы. При данном способе организации дорожного движения все светофоры настроены четким последовательным алгоритмом, который не изменяется в течение дневного времени. Поскольку алгоритм управления светофором статичен, а транспортный поток динамичен, подобного рода светофор будет оптимально управлять транспортным потоком лишь в течении небольшого промежутка времени.

Более эффективным способом работы светофоров является адаптивная система, которая подразумевает под собой непрерывную возможность получения данных о входном потоке механических транспортных средств. Т.е. в зависимости от количества транспортных средств, пересчитывается и корректируется время фазы светофора. Также наряду с разработкой систем и алгоритмов, обеспечивающих адаптивное регулирование, в последнее время стали популярны системы, осуществляющее прогнозирование будущего состояния дорожной сети на основе ранее собранных данных и текущей дорожной обстановки.

Предлагается новый способ дорожного регулирования, базирующийся на синхронизации движения транспортных потоков. Разрабатываемый способ управления подразумевает под собой систему, в которой информационные процессы (сбор информации, обработка информации, принятие решений), а также воздействие на поведение водителей выполняются постоянно и решение о передвижении автотранспортных средств (АТС) принимается в реальном времени.

Любая система, осуществляющая регулирование дорожного движения, должна в определенной степени учитывать характеристики транспортного потока (ТП), - чем больше особенностей ТП учтено при проектировании системы управления, тем эффективнее будет осуществляться регулирование. По своей природе транспортный поток не является однородным, поскольку состоит из различных транспортных средств с различными динамическими характерстиками, под управлением водителями с разным опытом и квалификацией. Основные параметры, которыми можно охарактеризовать транспортный поток являются: интенсивность N, средняя скорость V и плотность D. Уравнение транспортного потока выражается как $N = DV$.

При определенной плотности транспортного потока его интенсивность начинает замедляться. Многие исследователи сравнивают подобное поведение транспортного потока с движение воды в канале. Если быстро преградить путь потоку воды в канале, то он мгновенно остановится и по поверхности пробежит обратная волна. Эффект обратной волны применительно к транспортному потоку выражается в резком снижении скорости вдоль колонны и сокращении интервалов между автомобилями**.** При дальнейшем увеличении плотности потока происходит снижение интенсивности и, как следствие, возникает дорожный затор. Автомобильная пробка — скопление на дороге транспортных средств, движущихся со средней скоростью, значительно меньшей, чем нормальная скорость для данного участка дороги. Заторы влекут за собой следующие негативные последствия: снижение пропускной способности дороги, нарушение работы экстренных и оперативных служб, общее увеличение времени в пути.

При исследовании заторов, а также проектировании новых систем управления транспортом особое внимание стоит уделить такому элементу дорожного регулирования как перекресток. Перекресток, в общем случае, является местом пересечения нескольких путей. Наиболее распространенный перекресток, Х-образный, является местом пересечения двух путей. Здесь наблюдается снижение пропускной способности пути, т.к. часть времени на движение должна быть передана пересекающему (конкурирующему) потоку.

Если принять интенсивность $I_г$ АТС на перекрестке за единицу, а интенсивность I_{p1} одного из путей (предположим P_1) за $\alpha<1$, то интенсивность I_{p2} конкурирующего пути P_2 будет 1-α (рис.1).

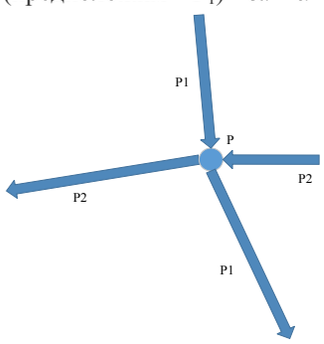


Рис. 1. Перекресток – место пересечения двух путей P_1 и P_2.

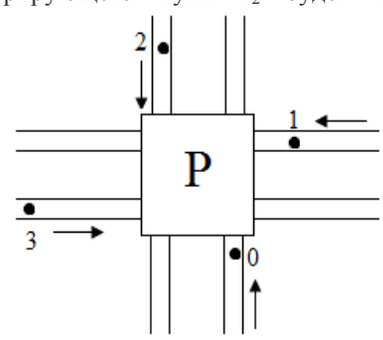


Рис. 2. – Прибытие групп АТС к перекрестку

Если интенсивности движения АТС на путях P_1 и P_2 одинаковы, то они не могут быть больше 0,5 т.е. перекресток в два раза ограничивает интенсивность движения. Аналогичная ситуация и для встречного движения по путям P_1 и P_2 с соответствующими интенсивностями β и 1- β.Светофорный объект на перекрестке Р выполняет функцию коммутирующего устройства, предоставляющего поочередное право на движение через перекресток АТС только по пути P_1, либо по пути P_2.

Стохастический характер изменения интенсивностей АТС, подъезжающих к перекрестку с различных направлений, делает задачу удовлетворительного, адекватного управления перекрестком трудно выполнимой. Все исследования в области управления транспортными потоками в улично-дорожной сети (УДС) сосредоточены на улучшении управления в узловых точках УДС, посредством светофорного регулирования [1], т.е. идет разрешение ситуации, уже сложившейся на перекрестке и, зачастую, весьма неблагоприятной, с большим числом АТС, остановившихся перед светофором. Управляющими воздействиями в таком случае являются изменение длительности светофорного цикла, такта, число светофорных фаз и их порядка следования [2,3]. Часто этого набора изменения параметров светофорного объекта (СФО) недостаточно, и «пробка» на перекрестке разрастается.

Также следует понимать, что очередь автомобилей, образующаяся на перекрестке во время запрещающего сигнала светофора, также можно отнести к дорожному затору, который разрешается на следующей разрешающей фазе светофора; подобного рода скопление автомобилей обладает теми же негативными свойствами, что и классический затор, но в меньшей степени, поэтому его можно отнести к микро-затору. Образование такого рода затора обусловлено особенностями работы светофора на перекрестке и правилами ПДД на конкретных участках дороги. Таким образом, при проектирование новых методов и алгоритмов управления транспортными потоками следует в первую очередь учитывать, что корректно организованное дорожное движение должно предотвращать появление глобальных заторов, а также минимизировать количество автомобилей в микро-заторах [4-8].

Модель синхронизированной УДС с ортогональной сетью дорог

УДС описывается графом *G(V, E),* где *vi ∈ V, i=1,m* множество вершин графа или перекрестков УДС, а *ej ∈ E, j=1,n* множество ребер или дорог между перекрестками [9]. Каждая дорога имеет индивидуальную длину и ширину. Ширина пути (число полос движения) определяет пропускную способность ребра. Как было описано ранее все многочисленные алгоритмы и методы управления движением АТС в УДС в прошлом и настоящем времени сосредоточены на узловых элементах сети. Такой подход подразумевает, что избежать остановок транспорта перед светофорным объектом невозможно. Поэтому усилия направляют на сокращение времени остановки перед светофором.

В предлагаемой модели управление переносится от вершин к ребрам, а вернее, процесс управления АТС ведется непрерывно на всей длине дорог, а не только на перекрестке. Вершина (перекресток) является последней точкой движения по ребру. При этом никаких управляющих воздействий при движении по ребру в настоящее время не производится. Хотя основной принцип эффективного управления состоит в постоянстве подачи управляющих воздействий на объект управления, в данном случае на АТС. Большую часть пути АТС находятся на ребрах сети и будущая пробка на узле сети зарождается уже здесь.

В итоге накопленные проблемы движения собираются на перекрестке, и их уже непросто, или даже невозможно эффективно, без потерь, разрешить. От стохастической модели движения необходимо переходить к детерминированной [10-12]. Функционирование УДС необходимо привести к типу заводского конвейера, когда деталь с одного конвейера переходит на другой в строго отведенный (детерминированный) момент времени. И только тогда, когда этот другой конвейер освободится от предыдущей детали.

Необходимо в УДС организовать непрерывное, безостановочное движение. Осуществляемый на настоящий момент режим движения АТС в УДС является старт-стопным с беспрерывными задержками возле СФО. Режим разъезда очереди после остановки несет большие временные потери [13]. Организация в сети безостановочного движения позволяет повысить пропускную способность сети. Тогда не надо будет проводить дорогостоящую реорганизацию УДС, расширение числа полос движения, что в условиях плотной городской застройки зачастую невозможно.

Синхронизация сети как необходима, так и возможна. Необходимость состоит в повышении пропускной способности сети, а возможность :

- в принудительном формировании потока в координированные группы или кластеры;
- в организации поэтапного бесконфликтного разъезда кластеров на перекрестке.

Под группой или кластером понимается плотная группа автомобилей, движущихся в одном направлении с одинаковой скоростью на равном расстоянии друг от друга и имеющая четкую границу.

Управление на ребрах состоит в том, чтобы к перекрестку (рис.2) группы с направлений 0,1,2 и 3 прибывали в различное время. Современные технические средства позволяют подавать команды в каждый автомобиль отдельно. Таким образом идет процесс присоединения любого отдельного автомобиля к кластеру, а также воздействия на каждый конкретный автомобиль (ускориться, замедлиться).

Рассмотрим модель УДС (рис.3) со следующими параметрами:

- УДС является ортогональной сетью $m \times n$ с равным шагом L между узлами (вершинами) сети;
- сеть инициирована стационарным скоростным полем.

Последнее означает следующее. Слева направо и справа налево (встречное движение) по каждой горизонтали и вертикали сети бежит зеленая зона (позиция 1 на рисунке 4) с базовой скоростью ν0. Горизонталь – это одна дорога УДС с прямыми и встречными полосами движения и с разделительной линией между ними. Положение каждого автомобиля в любой момент времени t динамической модели в УДС однозначно определяется посредством GPS-навигации.

Базовая скорость v_0 - это рекомендуемая скорость движения при, которой автомобиль, находясь в зеленой зоне и двигаясь прямо, пройдет все перекрестки Р1-Р3 (рис.4) без остановок. И наоборот, двигаясь в красной зоне, автомобиль к перекрестку попадет на красный сигнал светофора.

Разделив расстояние между центрами перекрестков L, на базовую скорость ν получим время цикла сети, или время светофорного цикла T:

$$T = \frac{L}{v_0} \tag{1}$$

То есть, за это время T зеленая зона проходит от одного перекрестка до следующего и выполняются все этапы одного цикла функционирования сети (разъезд АТС со всех четырех направлений перекрестка). Каждому направлению 0,1,2 и 3 (рис.5) выделяется часть собственного времени из T. После чего начинается новый цикл.

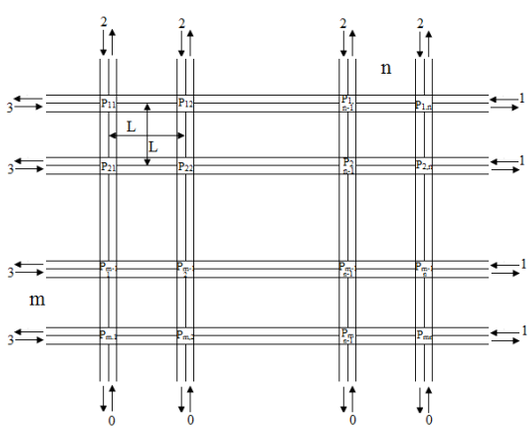


Рис. 3. Ортогональная УДС *m×n*

Рассмотрим общий случай, когда объем зеленых зон, входящих в перекресток с каждого из направлений, различен (рис.5). Под объемом зоны будем понимать число АТС, которые следуют в данной зоне. Оценить вместимость одной зеленой зоны (V) можно, исходя из количества полос в одном направлении (N_L), размеров автомобилей (d) и дистанции между ними. Размер дистанции также можно оценить исходя из времени реакции (t_r) и базовой скорости v_0. В результате можно получить следующую формулу:

$$V = N_L \frac{L}{4(d + v_0 t_r)}. \tag{2}$$

Для надежности дистанция между автомобилями может быть расширена, а также вместимость зеленой зоны может динамически меняться в зависимости от погодных условий или других факторов. Объем АТС пропорционален длине зоны и поэтому объем будем измерять длиной зоны.

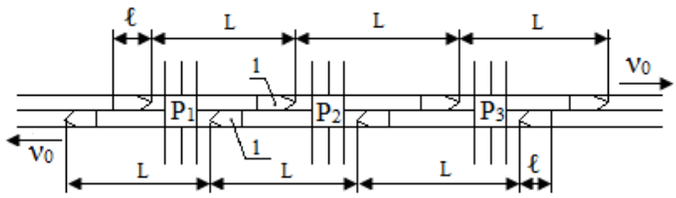


Рис. 4. Горизонталь ортогональной УДС

Сеть функционирует циклически с периодом T. На рисунке 5 к перекрестку подходят с направлений 0,1,2 и 3 зоны длиной ℓ_0, ℓ_1, ℓ_2 и ℓ_3 соответственно, расположение зеленых зон, приближающихся к перекрестку с различных направлений в некоторый момент времени t_0, соответствующий началу цикла T. С направления 0 зона ℓ_0 входит в перекресток. Зоны ℓ_1, ℓ_2 и ℓ_3 двигаются к перекрестку с базовой скоростью v_0 и отстоят от перекрестка на расстояние x, y и z, соответственно. Причем эти отрезки находятся в отношении строгого порядка: $x<y<z<L$

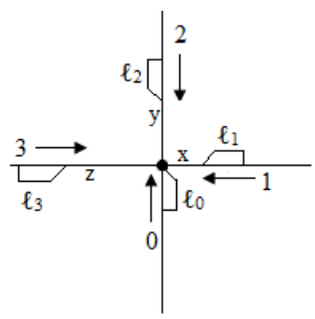


Рис. 5. Перекресток в начальный момент цикла *T*

Введем вектор $R\ (0, x, y, z)$ взаимного расположения зеленых зон относительно перекрестка или, иначе, вектор начальных условий настройки сети. Вектором R определяется настройка базового скоростного поля ортогональной сети, т.е. фазовые сдвиги относительно начала цикла по горизонталям и вертикалям сети зеленых зон.

Каждая зеленая зона по каждому из направлений движется со скоростью v_0 и имеет смещение относительно начала цикла T. Так зона ℓ_0 по направлению 0 - 2 (снизу-вверх рисунок 5) является точкой отсчета. Эта зона в момент $t_0=0$ находится на въезде в перекресток. Зона ℓ_1 имеет смещение t_1 относительно начала цикла: $t_1 = \frac{X}{L}T$. Аналогичное смещение имеют зоны с направлений 2 и 3: $t_2 = \frac{Y}{L}T$, $t_3 = \frac{Z}{L}T$.

Таким образом, скоростное поле ортогональной транспортной сети имеет некоторую структуру в форме временных смещений относительно начала цикла. Один раз в течение цикла T некоторые фиксированные пространственные положения зеленых зон относительно друг друга повторяются периодически. В данной модели базовая скорость v_0 и смещения t_1, t_2 и t_3 относительно T от времени суток не зависят (стационарная модель). В дальнейшем будет рассмотрена модель, когда эти параметры меняются по времени.

Рассмотренная выше модель посредством незначительных преобразований также применима не только к ортогональной сети, но и к сети произвольного вида. Предлагается для каждого ребра сети индивидуально рассчитывать базовую скорость так, чтобы автомобиль, двигающийся по этому ребру, проехал его за время, равное времени цикла светофора. Приведем пример произвольной дорожной сети (рис.6).

В такой сети нам известны длины всех ребер L_i, а также установленное время цикла светофоров T. Исходя из этого, базовая скорость для каждого ребра рассчитывается следующим образом: $v_i = \frac{L_i}{T}$.

При этом следует учесть, что скорость, полученная по формуле, может превышать скоростные ограничения. В этом случае базовую скорость в ребре необходимо понизить. Сделать это можно, разделив полученное значение на некоторое целое число k. В этом случае данное ребро будет содержать не одну, а k зеленых зон. При этом все описанные ранее свойства модели сохраняться (двигаясь в любой из зеленых зон автомобиль будет проходить перекресток без остановки).

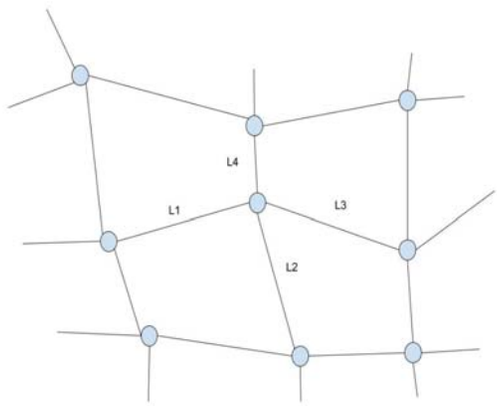


Рис. 6. Пример произвольной дорожной сети

Детерминированная модель синхронизированной УДС

Рассмотрим вариант детерминированной системы, когда вектор L $(\ell_0, \ell_1, \ell_2, \ell_3)$ фиксирован, а, следовательно, и вектор R $(0, x, y, z)$ также фиксирован. То есть значения x, y и z уже не могут принимать непрерывные значения. Сделаем это следующим образом. Разделим отрезок L на четыре равные части. Присвоим $x \in 1/4L$, $y \in 1/2L$, $z \in 3/4L$. Тогда вектор R начальных условий (настройки сети) запишется в виде R $(0, 1/4L, 1/2L, 3/4L)$. На рисунке 7 изображен перекресток с такой настройкой сети.

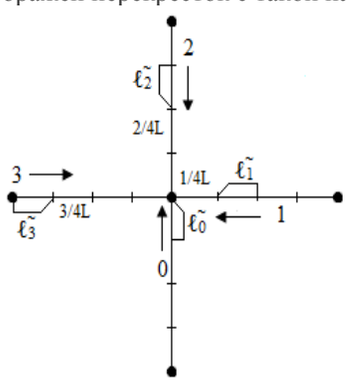


Рис. 7. Часть сети (перекресток) с дискретной настройкой

Составим систему неравенств, описывающих данную детерминированную модель синхронизируемого перекрестка:

$$\begin{cases} \ell_0 < \frac{1}{4}L \\ \ell_1 < \frac{2}{4}L - \frac{1}{4}L = \frac{1}{4}L \\ \ell_2 < \frac{3}{4}L - \frac{2}{4}L = \frac{1}{4}L \\ \ell_3 < L - \frac{3}{4}L = \frac{1}{4}L \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, в данной модели все размеры зеленых зон одинаковы и примерно равны $1/4L$ (продиктовано необходимостью наличия небольшого переходного периода, когда одна зона ушла с перекрестка, а другая ещё не поступила).

За период T через перекресток проходят все четыре зеленые зоны с небольшим зазором между ними. На прохождение одной зоны требуется время чуть меньше чем $1/4T$. Движение зон тождественно прохождению через перекресток контейнеров равного объема, которые заполнены АТС. Заполнение может быть совершенно различно, но не превышать объема зеленой зоны.

В начале цикла T первой пересекает перекресток зона $\tilde{\ell_0}$, затем через $1/4T$ подходит зона $\tilde{\ell_1}$ и т.д. На рисунке 8 изображена часть ортогональной сети с обозначенными зелеными зонами для одного перекрестка Р. Зоны расположены по спирали с шагом спирали, равным $1/4L$, до зоны 3, затем шаг спирали становится равным L. Так зона 4 сменит на входе перекрестка зону 0 через один цикл T. Зона 5 сменит 1 и т.д. Последовательность прохождения зеленых зон для перекрестка Р следующая: 0 1 2 3 4 5 6 7. Это соответствует двум циклам T. Третий цикл начинается с зоны 8.

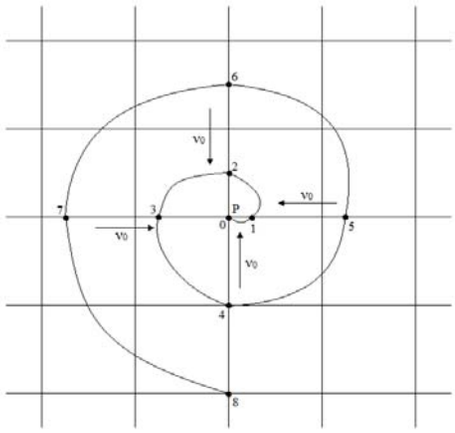


Рис. 8. Распределение зеленых зон для перекрестка

Список использованной литературы

1. Кременец, Ю.А. Технические средства регулирования дорожного движения / Ю.А. Кременец, М.П. Печерский,– М.: Транспорт, 1981. – 84-116с.
2. Шуть В.Н. Адаптивное управление транспортными потоками в улично-дорожной сети города /В.Н.Шуть – Брест: Издательство Бр.ГТУ, 2015-188с
3. Anfilets, S.V. Shut Evaluating The Effectiveness Of The Adaptive Control System In Brest Region / S.V. Anfilets // International Congress Of Heavy Vehicles, Road Trains And Urban Transport. – Минск, 2010. – С. 222–226
4. Kasianik, V.V. Application of Artificial Neural Networks for Forecsting of Characteristics of Transport Stream and Adaptive Regulation at Crossroads. Proceedings International Conference on Neural Networks and Artificial Intelligence / V.V. Kasianik, S.V. Anfilets, V.N. Shuts – Brest, 2010. – P. 91.
5. Head, Larry K. An Event-Based Short-Term Traffic Flow Prediction Model, Transportation Research Record 1510. –1995. – P. 45 – 52.
6. Dell'Olmo, P., Mirchandani, P.B. REALBAND: An Approach for Real-Time Coordination of Traffic Flows on a Network, Transportation Research Record 1494. –1995. – P. 106-116.
7. Vaitsekhovich A., Shuts V., Real-time stratagy of arterial traffic movement optimization with binary tree building // The Proceedings of 7th international scientific conference Transbaltica 2011. – Vilnius, 5-6 May, 2011. – P. 142-148.
8. Vaitsekhovich A., Shuts V. Real-time strategy of arterial traffic movement optimization with binary tree building // The Proceedings of 7th International Conference Neural Networks and Artificial Intelligence ('ICNNAI 2012'). – Minsk, 2012. – P. 202-208.
9. Иносэ Х., Хамада Т. Управление дорожным движением // Москва:Транспорт. – 1983. – С. 103-106с.
10. Шуть, В.Н. Детерминированная модель координированного регулирования движения автотранспорта на магистрали с Т–образными перекрестками / Вестник БНТУ. – 2009. – № 4– С.45 –48.
11. Иванов, В.П. Детерминированная модель координированного регулирования движения автотранспорта на магистрали. / В.П. Иванов, В.Н.Шуть,О.Ю. Войцехович // ВестникБНТУ. – Минск,2011.– №3. – С. 33–37.
12. Vasili Shuts, AksanaVaitsekhovich. Determined Model and Scale Diagrams to Investigate Problem of Transport Delays / Transport and Telecommunication // Volum 12 No 4, 2011 – P.52–60.
13. Врубель,Ю.А. Организация дорожного движения, Минск, 1996–ч.2.–С. 210-211.

Відповідальний за випуск	д.ф.-м.н., професор Хомченко Анатолій Никифорович
Макетування, технічна редакція	к.т.н. Омельчук Антон Анатолійович
Типографські роботи	Грінь Дмитро Сергійович

Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2017. – Вип. 3(62). Т. 1. – 360 с.

Матеріали друкуються в авторській редакції.
Відповідальність за достовірність даних, зазначених у статтях,
несуть їх автори.

Свідоцтво про державну реєстрацію засобу масової інформації –
серія КВ № 17371-6141 от 17.12.2010

Підписано до друку 02.08.2017 р. Формат 60х84 /16 Папір ксерокс.
Ум. друк. аркушів 19,36. Замовлення № 6457. Тираж 200 прим.

Видання та друк: ФОП Грінь Д.С., 73033, м. Херсон, а/с 15
e-mail: dimg@meta.ua, Свід. ДК № 4094 від 17.06.2011

© Херсонський національний технічний університет, 2017

Адреса: 73008, м Херсон, Бериславське шосе, 24