

Міністерство освіти і науки України

Херсонський національний технічний університет

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

2

Рекомендовано до друку Вченою радою
Херсонського національного технічного університету
(протокол № 2 від 29 жовтня 2018 року)

Журнал включено до наукометричних баз, електронних бібліотек та репозитаріїв:
Google Scholar, Index Copernicus International World of Journals,
National Library of Ukraine (Vernadsky).

Херсон 2018

Редакційна рада

Головний редактор

Бардачов Ю.М.

д.т.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України,
ректор Херсонського національного технічного університету.

Заступники головного редактора

Розов Ю.Г.

д.т.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України,
перший проректор Херсонського національного технічного
університету.

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., професор, заслужений діяч науки і техніки
України, завідувач кафедри прикладної і вищої математики
Чорноморського національного університету ім. П. Могили.

Відповідальний секретар

Омельчук А.А.

к.т.н., ст. викладач кафедри технічної кібернетики
Херсонського національного технічного університету.

Редакційна колегія

Іноземні фахівці

Бабічев С.О.

Гучек П.Й.

к.т.н., доцент. (Чехія)

д.т.н., доцент, (Польща)

Автоматизація процесів керування

Алексєєв М.О.

Бардачов Ю.М.

Головко В.І.

Кондратець В.О.

Мещеряков Л.І.

Осадчий С.І.

Рожков С.О.

Рудакова Г.В.

д.т.н., професор

д.т.н., професор

д.т.н., професор

д.т.н., професор

д.т.н., професор

д.т.н., професор

д.т.н., професор

д.т.н., професор

Інформаційні технології

Аль-Амморі А.Н.	д.т.н., професор
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Левикін В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко О.І.	к.т.н., доцент
Мороз Б.І.	д.т.н., професор
Стеценко І.В.	д.т.н., професор
Томашевський В.М.	д.т.н., професор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., професор

Прикладна геометрія, інженерна графіка

Борисенко В.Д.	д.т.н., професор
Ванін В.В.	д.т.н., професор
Вірченко Г.А.	д.т.н., професор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., професор
Гумен О.М.	д.т.н., професор
Корчинський В.М.	д.т.н., професор
Мартин Є.В.	д.т.н., професор
Найдиш А.В.	д.т.н., професор
Несвідомін В.М.	д.т.н., професор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., професор
Тулученко Г.Я.	д.т.н., професор
Устенко С.А.	д.т.н., професор
Шоман О.В.	д.т.н., професор

Інші спеціальності

Астіоненко І.О.	к.ф.-м.н., доцент
Литвиненко В.І.	д.т.н., професор
Ляшенко В.П.	д.т.н., професор
Мельник І.В.	д.т.н., професор
Різник В.В.	д.т.н., професор
Розов Ю.Г.	д.т.н., професор
Стрельнікова О.О.	д.т.н., професор
Хомченко А.Н.	д.ф.-м.н., професор

Министерство образования и науки Украины

Херсонский национальный технический университет

ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

2

Рекомендовано к печати Ученым советом
Херсонского национального технического университета
(протокол № 2 от 29 октября 2018 года)

Журнал включен в наукометрические базы, электронные библиотеки и репозитории:
Google Scholar, Index Copernicus International World of Journals,
National Library of Ukraine (Vernadsky).

Херсон 2018

Редакционный совет

Главный редактор

Бардачев Ю.Н.

д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины,
ректор Херсонского национального технического университета.

Заместители главного редактора

Розов Ю.Г.

д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины,
первый проректор Херсонского национального технического университета.

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины,
заведующий кафедры прикладной и высшей математики Черноморского
национального университета им. П. Могилы.

Ответственный секретарь

Омельчук А.А.

к.т.н., ст. преподаватель кафедры технической кибернетики Херсонского
национального технического университета.

Члены редакционной коллегии по специальностям:

Иностранные специалисты

Бабичев С.А.

Гучек П.И.

к.т.н., доцент (Чехия)

д.т.н., доцент (Польша)

05.13.07 – Автоматизация процессов управления

Алексеев М.А.

Бардачев Ю.Н.

Головко В.И.

Кондратец В.А.

Мещеряков Л.И.

Осадчий С.И.

Рожков С.А.

Рудакова А.В.

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

05.13.06 – Информационные технологии

Аль-Аммори А.Н.	д.т.н., профессор
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Левыкин В.М.	д.т.н., профессор
Литвиненко Е.И.	к.т.н., доцент
Мороз Б.И.	д.т.н., профессор
Стеценко И.В.	д.т.н., профессор
Томашевский В.Н.	д.т.н., профессор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., профессор

05.01.01 – Прикладная геометрия, инженерная графика

Борисенко В.Д.	д.т.н., профессор
Ванин В.В.	д.т.н., профессор
Вирченко Г.А.	д.т.н., профессор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., профессор
Гумен Е.Н.	д.т.н., профессор
Корчинский В.М.	д.т.н., профессор
Мартин Е.В.	д.т.н., профессор
Найдыш А.В.	д.т.н., профессор
Несвидомин В.Н.	д.т.н., профессор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., профессор
Тулученко Г.Я.	д.т.н., профессор
Устенко С.А.	д.т.н., профессор
Шоман О.В.	д.т.н., профессор

Другие специальности

Астионенко И.А.	к.ф.-м.н., доцент
Литвиненко В.И.	д.т.н., профессор
Ляшенко В.П.	д.т.н., профессор
Мельник И.В.	д.т.н., профессор
Мороз Б.И.	д.т.н., профессор
Ризнык В.В.	д.т.н., профессор
Розов Ю.Г.	д.т.н., профессор
Стрельникова Е.А.	д.т.н., профессор
Хомченко А.Н.	д.ф.-м.н., профессор

Ministry of Education and Science of Ukraine

Kherson National Technical University

APPLIED QUESTIONS OF MATHEMATICAL MODELLING

2

Recommended for publication by the Academic Council of
Kherson National Technical University
(Minutes № 2 on 29th October 2018)

The journal is included in the scientometric bases, electronic libraries and repositories:
Google Scholar, Index Copernicus International World of Journals,
National Library of Ukraine (Vernadsky).

Kherson 2018

Editorial Board

Editor-in-Chief

Bardachov Yu.M.

Professor, Doctor of Engineering Science, Honored Worker of Science and Technology of Ukraine,

Rector of Kherson National Technical University

Deputies Editor-in-Chief

Rozov Yu.H.

Doctor of Engineering Science, Professor, Honored Worker of Science and Technology of Ukraine,

First Vice-Rector of Kherson National Technical University

Khomchenko A.N.

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Honored Worker of Science and Technology of Ukraine,

Head of the Department of Applied and Higher Mathematics of the Petro Mohyla Black Sea National University.

Executive Secretary

Omelchuk A.A.

Ph.D., Senior Lecturer of the Department of Technical Cybernetics of Kherson National Technical University.

Members of Editorial Board

Foreign Specialists

Babichev S.O.

Huchek P.Y.

Ph.D., Associate Professor, (Czech Republic)

Doctor of Engineering Science, Associate Professor (Republic of Poland)

Automation of Control Processes

Aleksieiev M.O.

Bardachov Yu.M.

Holovko V.I.

Kondratets V.O.

Meshcheriakov L.I.

Osadchyi S.I.

Rozhkov S.O.

Rudakova H.V.

Doctor of Engineering Science, Professor

Doctor of Engineering Science, Professor

Doctor of Engineering Science, Professor

Doctor of Engineering Science, Professor

Doctor of Engineering Science, Professor

Doctor of Engineering Science, Professor

Doctor of Engineering Science, Professor

Doctor of Engineering Science, Professor

Information Technology

Al-Ammori A.N.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ben A.P.	Ph.D., Associate Professor
Levykin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Lytvynenko O.I.	Ph.D., Associate Professor
Moroz B.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Stetsenko I.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Tomashevskyi V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Sherstiuk V.H.	Doctor of Engineering Science, Professor

Applied Geometry, Engineering Graphics

Borysenko V.D.	Doctor of Engineering Science, Professor
Vanin V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Virchenko H.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Hnatushenko V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Humen O.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Korchynskyi V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Martyn Ye.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Naidysh A.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Nesvidomin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Pylypaka S.F.	Doctor of Engineering Science, Professor
Tuluchenko H.Ya.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ustenko S.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Shoman O.V.	Doctor of Engineering Science, Professor

Other Specialties

Astionenko I.O.	Ph.D., Associate Professor
Lytvynenko V.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Liashenko V.P.	Doctor of Engineering Science, Professor
Melnyk I.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Riznyk V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Rozov Yu.H.	Doctor of Engineering Science, Professor
Strelnikova O.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Khomchenko A.N.	Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

ЗМІСТ

Аль-Амморі А., Аль-Амморі Х.А., Ключан А.Є., Аль-Ахмад А.М. Ймовірна модель контролю параметрів функціонування інформаційно-управляючих систем повітряних суден	9
Ванін В.В., Вірченко Г.А., Гумен О.М., Юрчук В.П., Яблонський П.М. Сучасний стан і перспективи подальшого розвитку наукової школи прикладної геометрії національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського".....	17
Вірченко Ю.П., Данилова Л.П. Діаграмний підхід у статистичній теорії фазового переходу газ-рідина	24
Данілін О.М., Комяк В.М. Задачі упаковки та розкрою в розв'язанні прикладних задач	35
Дегтярьов К.Г., Гнітько В.І., Стрельнікова О.О., Тонконоженко А.М. Розрахункові моделі для аналізу механічних властивостей тривимірних нанокомпозитів на основі методів скінчених та граничних елементів.....	43
Димова Г.О., Димов В.С. Генерування випадкових процесів динамічними системами	55
Єдинович М.Б., Байрак І.В., Карпенко С.Л. Застосування стандарту ІЕС 61499 при проектуванні розподіленої системи управління лінією виробництва деревинно-стружкових плит	65
Каштальян П.В., Рожков С.О., Тернова Т.І. Декомпозиція в задачі динамічного позиціонування ..	72
Мацуї А.М., Кондратець В.О. Обґрунтування вторинного перетворювача системи контролю енергоефективності кульового подрібнення руди оптимізацією, аналізом, моделюванням	81
Мельник І.В., Починок А.В. Визначення енергетичної ефективності тріодних електронних гармат високовольтного тліючого розряду із плоским допоміжним електродом	96
Ніцин Д.О., Сидоренко О.С. Математична модель прогнозування розвитку залежності суспільства від психоактивних речовин.....	105
Ніколаєнко Ю.І., Ільвовський В.Г., Моїсеєнко С.В. Розв'язок задачі Діріхле для рівняння Лапласа в полярних координатах методом Монте-Карло	114
Пилипака С.Ф., Несвідомін В.М., Бабка В.М., Клендій М.Б. Рух частинки по стаціонарній гвинтовій поверхні із заданою кривою осевого перерізу	123
Редчиць Д.О., Моїсеєнко С.В. Математичне моделювання дозвукового турбулентного обтікання профілю NASA 0015, що коливається.....	133
Русанов С.А., Омельчук А.А., Федорчук Д.Д. Математичні моделі і програмні продукти розв'язку задач кінематики і аналізу стратегій обробки	146
Тимофієва Н.К. Теорія комбінаторної оптимізації та задачі штучного інтелекту	161
Човнюк Ю.В., Кравчук В.Т. Просторово-часова еволюція нелінійних поверхневих збурень ущільнюваної бетонної суміші у вертикально вібруючому циліндричному баку при його ідеальному збудженні	173
Шулькевич Т.В., Баклан І.В. Гібридний лінгвістичний підхід до моделювання часових рядів	192
Веселовська Г.В., Лебедь О.С. Моделі предметної галузі комп'ютерних мультимедійних проектувальних технологій	203

CONTENS

Al-Ammouri A., Al-Ammori H.A., Klochan A.E., Al-Akhmad A.M. Probability model for control parameters in the aircraft's information and control systems	9
Vanin V.V., Virchenko G.A., Gumen O.M., Yurchuk V.P., Yablonskyi P.M. Current state and perspectives for further development of scientific school of applied geometry of National technical university of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv polytechnic institute".....	17
Virchenko Yu.P., Danilova L.P. Diagrammatic approach to gas-liquid phase transition in statistical theory	24
Danilin A.N., Komyak V.M. Problems of cutting and packing in solution of applied tasks	35
Degtyarev K.G., Gnitko V.I., Strelnikova E.A., Tonkonozhenko A.M. Computational models for the analysis of mechanical properties of three-dimensional nanocomposites based on the methods of finite and boundary elements	43
Dymova G.O., Dymov V.S. Generation of random processes by dynamic systems	55
Yedynovych M.B., Bairak I.V., Karpenko S.L. Application of IEC 61499 standard for the design of a distributed control system for manufacturing particleboards	65
Kashtalyan P.V., Rozhkov S.A., Ternovaya T.I. Decomposition in the problem of dynamic positioning ..	72
Matsui A.N., Kondratets V.A. Rationale of secondary converter systems of control of energy efficiency ball grinding of ore by optimization, analysis, and modeling	81
Melnyk I.V., Pochynok A.V. Defining of energetic efficiency of triode glow discharge electron guns with plane additional electrode	96
Nitsyn D., Sydorenko O. Mathematical model forecasting development of dependence in society from psychoactive substances	105
Nikolayenko Yu.I., Ilvovsky V.G., Moiseenko S.V. The solution problem of Dirihle for equation of Laplace in polar coordinates by method Monte Carlo	114
Pylypaka S.F., Nesvidomin V.M., Babka V.M., Klendiy M.B. Particle motion on a stationary screw surface with a set axial curve	123
Redchyts D.O., Moiseenko S.V. Numerical simulation of subsonic turbulent flow of oscillating NACA 0015 airfoil	133
Rusanov S.A., Omelchuk A.A., Fedorchuk D.D. Mathematical models and software products for solving the problem of cinematics and analysis of strategies of processing	146
Timofeeva N.K. Combinatorial optimization theory and problem of artificial intelligence	161
Chovnyuk Y.V., Kravchyuk V.T. Space-time evolution of the nonlinear surface distributions of the sealing concrete mixture in the vertical vibrate cylindrical tank during its ideal excitation	173
Shulkevych T.V., Baklan I.V. Hybrid linguistic approach to modeling of time ranges	192
Veselovskaya G.V., Lebed O.S. Models of the subject field in computer multimedia projection technologies	203

УДК 007.629.735

А. АЛЬ-АММОРИ, Х.А. АЛЬ-АММОРИ, А.Е. КЛОЧАН, А.М. АЛЬ-АХМАД
Национальный транспортный университет

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ КОНТРОЛЯ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ

В статье доказано, что эффективность и качество автоматического управления процессов полёта существенно зависит от достоверности информации, поступающей на вход управляемых вычислительных систем, от различного рода измерителей (так называемых датчиков информации), которые контролируют состояние и ход выполнения процесса полёта.

Предлагается методика оценок повышения точности и достоверности информации при информационном резервировании с учётом влияния физических недостатков реальных источников информации на качество функционирования информационно-управляющих систем воздушных судов.

Разработана вероятностная модель оценки влияния физических недостатков источников информации на качество функционирования ИУС ВС и способы уменьшения таких влияний на безопасность, регулярность и эффективность полётов.

Ключевые слова: вероятностная модель, эффективность, достоверность информации, источники информации.

А. АЛЬ-АММОРИ, Х.А. АЛЬ-АММОРИ, А.Е. КЛОЧАН, А.М. АЛЬ-АХМАД
Національний транспортний університет

ЙМОВІРНІСНА МОДЕЛЬ КОНТРОЛЮ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІОНУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-УПРАВЛЯЮЧИХ СИСТЕМ ПОВІТРЯНИХ СУДЕН

У статті доведено, що ефективність і якість автоматичного керування процесів польоту істотно залежить від достовірності інформації, яка надходить на вхід керованих обчислювальних систем, від різного роду систем вимірювання (так званих датчиків інформації), які контролюють стан і хід виконання процесу польоту.

Пропонується методика оцінок підвищення точності і достовірності інформації при інформаційному резервуванні з урахуванням впливу фізичних недоліків реальних джерел інформації на якість функціонування інформаційно-керуючих систем повітряних суден. Розроблено імовірнісна модель оцінка впливу фізичних вад джерел інформації на якість функціонування ІКС ВС і способи зменшення таких впливів на безпеку, регулярність і ефективність польотів.

Ключові слова: імовірнісна модель, ефективність, достовірність інформації, джерела інформації.

А. AL-AMMOURI, H.A. AL-AMMORI, A.E. KLOCHAN, A.M. AL-AKHMAD
National Transport University

PROBABILITY MODEL FOR CONTROL PARAMETERS IN THE AIRCRAFT'S INFORMATION AND CONTROL SYSTEMS

Improving flight safety and operational efficiency of aircraft is largely determined by the quality of operation onboard information management systems. At the same time, special

attention should be paid to the assessment of the redundancy level of alarm systems and the control of malfunctions, as well as failures of vital functional systems: operation modes of aircraft engines, flight, autonomous warning systems of dangerous modes (aircraft engine fires, icing of control system elements, proximity to the ground, etc.). In such flight situations, the further development of faults must be localized in a timely manner, since these situations are associated with the survivability of aircraft. Recognition of such situations is possible on the basis of the disclosure of the mechanisms, axiomatic representations and realizations. For this purpose, a theoretical framework has been developed for estimating the probability of occurrence the events (true event, "false" alarm, non-detection), for adjusting information sources by changing the trigger threshold ED , so that at given n a given system OBTAIN providing an equal degree of reduction of false alarm probability p_3 and non-detection p_2 that is ensure equality $p_2 = p_3$.

When applying the proposed method, it is possible to significantly reduce the negative effects of the physical deficiencies of individual information sources on the quality of operation of information and control systems of aircraft.

The article proved that the efficiency and quality of automatic control of flight processes essentially depends on the reliability of information received at the input of controlled computing systems, on various meters (so-called information sensors) that monitor the status and progress of the flight process.

A methodology for assessing the accuracy and reliability of information with information redundancy is proposed, taking into account the influence of physical deficiencies of real information sources on the quality of operation of aircraft information and control systems (ICS).

A probabilistic model has been developed to assess the impact of physical deficiencies of information sources on the quality of ICS of the aircraft and ways to reduce such effects on safety, regularity and efficiency of flights.

Keywords: probabilistic model, efficiency, accuracy of information, information sources.

Постановка проблемы

Известно, что эффективность и качество функционирования ИУС существенно зависит от достоверности информации, поступающей на вход управляемых вычислительных систем, от различного рода измерителей (так называемых, источников информации), которые контролируют состояние и параметры функционирования ИУС воздушных судов (ВС).

Реальные источники информации (ИИ) обладают конечной точностью представления контролируемой ими информации. При этом точность и достоверность информации определяются как конструктивными особенностями, так и технической надёжностью ИИ и, как правило, не удовлетворяют или неполностью удовлетворяют требованиям нормативно-технической документации на точность и достоверность информации, подаваемой на входы вычислительных систем ИУС.

Поэтому появилась необходимость решения вопроса о точном представлении информации и раскрыть механизмы возникновения ошибок контролируемых явлений в ИУС ВС. Таким образом можно повысить вероятность правильного обнаружения опасных полётных ситуации, как пожар двигателя, опасного сближения с землёй, обледенения элементов системы управления самолётами нового поколения (СНП).

Анализ последних исследований и публикаций

При переходе от самолётов старого поколения к СНП особенно важно при решении проблемы безопасности полётов (БП) и человеческого фактора (ЧФ) рассматривать переходы в ИУС как переходы от аналоговой к цифровой и микропроцессорной технике. Особенную сложность внесли новые ИУС такие, как КИСС – комплексная информационная система сигнализации, КИНО – комплексная индикационная система обстановки, КПИ – комплексные пилотажные индикаторы, КПРТС – комплексные пульта радиотехнических средств и, в целом, КСПНО – комплекс стандартного пилотажно-навигационного оборудования [1–4]. Это потребовало качественной доработки многоканальных систем регистрации и управления параметров полёта.

Для обеспечения надёжности и эффективности процессов полёта необходимо представить экипажу достоверную информацию с ИУС. Поэтому изучение проблемы обеспечения эффективности функционирования ИУС является многосторонней и актуальной задачей, требующей новых принципов исследования.

Известно, что как точность, так и достоверность контролируемой информации можно существенно повысить путём её статистической обработки, если подавать на вычислительные управляемые системы информацию одновременно от нескольких ИИ [5–7], подключаемых параллельно. Такой способ ввода информации называют параллельным информационным резервированием, который, в принципе, позволяет существенно повысить точность и достоверность контролируемой информации, поступающей от некачественных и технически ненадёжных ИИ [8–10].

Цель исследования

Целью работы является снижение влияния физических недостатков ИИ на качество ИУС ВС и разработка математической модели для оценки влияния этих недостатков и способы их уменьшения для повышения безопасности, регулярности и эффективности полётов.

Для достижения поставленной цели необходимо разработать вероятностную модель механизма формирования ошибки в ИУС и раскрыть основные причины появления зон неопределённости срабатывания датчиков, приводящих к опасным полетим ситуациям (ОПС).

Изложение основного материала исследования

На рис. 1 изображена область действия ИИ, определяемая площадью прямоугольника $OABC$. Функция $y(t)$ – это физическое проявление параметра контролируемого процесса в зависимости от времени. Линия AB определяет то значение функции $y(t)$, при котором ИИ надёжно срабатывает с вероятностью $P[y(t)] = 1$ [5, 6].

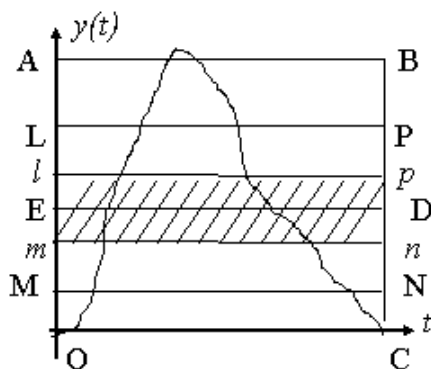


Рис. 1. Зона неопределенности срабатывания реального ИИ

В идеальном варианте область $ABDE$ определяет то значение функции $y(t)$, при котором наступает явление контролируемого события, а область $EDCO$, соответственно, определяет его отсутствие. При этом порог срабатывания ИИ определяется линией ED .

Существует зона $LPNM$, определяющая вероятность ложных срабатываний ИИ или же необнаруженные им контролируемого явления, которое может иметь место. Величина этой зоны неопределённости оценивается факторами A и B .

Фактор A определяется гистерезисным свойством срабатывания ИИ [8], т.е. реальный ИИ сработает тогда, когда функция признака $y(t)$ превысит порог lp (а не порог ED , как это имело бы место для идеального ИИ). И, наоборот, реальный ИИ выдаст сигнал об отсутствии контролируемого явления тогда, когда функция $y(t)$ понизится до уровня, меньшего чем линия mn . В отличие от реального ИИ, идеальный выдаст сигнал о том, что контролируемого явления нет, когда функция $y(t)$ уменьшится до уровня, меньшего, чем уровень, определяемый линией ED . Таким образом, реальный ИИ срабатывает с определённой степенью "затяжки". Можно показать, что зона $ElpD$ соответствует вероятности несрабатывания ИИ при наличии контролируемого явления. Вероятность определяется соотношением:

$$d_a = \frac{k_a}{n_a},$$

где k_a – число случаев изменений функции $y(t)$, не превышающих порог lp , при наличии события; n_a – общее число случаев превышения функцией $y(t)$ порога mn .

Зона $mEDn$, в свою очередь, определяет вероятность b_a ложного срабатывания ИИ при отсутствии контролируемого явления и равна

$$b_a = \frac{m_a - k_a}{n_a};$$

где m_a – число случаев изменений функции $y(t)$, не выходящих из зоны $lpnm$.

Зона $lABp$ соответствует вероятности a_a правильного обнаружения контролируемого явления и равна

$$a_a = \frac{n_a - m_a}{n_a},$$

причём, величина $n_a - m_a$ – представляет число случаев превышения функцией $y(t)$ линии lp . Таким образом, фактор A учитывает тот вариант, когда функция $y(t)$ детерминирована, а ИИ имеет явно выраженную гистерезисную характеристику срабатывания и отпускания.

Фактор B предполагает, что функция $y(t)$ случайная, а ИИ – идеальный, т.е. нет явно выраженного характера гистерезисного срабатывания и отпускания. Срабатывание и отпускание в ИИ происходит на уровне ED . В этом случае зона $ELPD$ соответствует вероятности b_b ложной тревоги, т.е. учитывает те случаи, когда контролируемого явления нет, а функция $y(t)$ случайно превышает порог ED , но не превышает линию LP . Это определяется вероятностью

$$b_b = \frac{m_b - k_b}{n_b},$$

где n_b – общее число случаев превышения линии MN ; k_b – число случаев распределения случайной функции $y(t)$ в зоне $MEDN$; m_b – число случаев распределения случайной функции $y(t)$ в зоне $ELPD$.

Вероятность $d_b = k_b/n_b$ учитывает случаи распределения случайной функции в зоне $MEDN$, когда контролируемое явление есть, а случайная функция $y(t)$ не превышает порога ED . Вероятность $a_b = (n_b - m_b)/n_b$ учитывает все случаи правильного распознавания контролируемого явления, когда случайная функция $y(t)$ находится в зоне $LABP$. При наличии фактора B снижение вероятностей b_b и d_b не зависит от качества ИИ, а зависит от их количества n . Чем больше число n ИИ, тем выше будет вероятность правильного обнаружения и тем меньше вероятности $b_b + d_b$.

Можно показать, что оба фактора взаимно накладываются и оказывают совместное влияние на вероятности b_b и d_b , которые можно определить из выражений

$$\begin{aligned} b &= b_a + b_b - b_a b_b \\ d &= d_a + d_b - d_a d_b \end{aligned}$$

Если предположить, что ИИ имеют высокие качественные характеристики и схема соединения такова, что индекс мажоританости $Q=1$, то можно считать, что $b \approx b_b$, $d \approx d_b$.

Будем считать, что ИИ представляет собой симметричный канал передачи информации, т.е. вероятность правильного обнаружения наличия и отсутствия контролируемого явления равна a . На рис.1 эти обе вероятности соответствуют площадям фигур $ABPL$ и $OMNC$, т.е. вероятность a можно определить геометрически [11]:

$$a = S(ABPL)/S(MABN) = S(OMNC)/S(OLPC)$$

Вероятности b и d определяются отношением площадей фигур:

$$b = S(LPDE)/S(MABN) \quad d = S(MEDN)/S(MABN),$$

где $S(ABPL)$, $S(MABN)$, $S(OMNC)$, $S(OLPC)$, $S(LPDE)$, $S(MABN)$, $S(MEDN)$, $S(MABN)$ – площади соответствующих прямоугольников, изображённых на рис. 1.

Таковыми же геометрическими соотношениями можно представить и вероятности правильного обнаружения p_1 , необнаружения p_2 и ложной тревоги p_3 системы из n ИИ. Вероятность ложной тревоги системы из n ИИ p_3 и вероятность необнаружения p_2 уменьшаются, а вероятность p_1 увеличивается. Соответственно, на рис. 1 площадь фигуры $MLPN$ уменьшается, а площадь фигуры $LABP$ увеличивается. Вместе с тем, вероятность ложной тревоги увеличивается за счёт уменьшения вероятности необнаружения p_2 . На рис.1 это соответствует тому, что площадь фигуры $MEDN$ уменьшается при одновременном уменьшении общей площади фигуры $MLPN$.

Для того, чтобы вероятности p_2 и p_3 были всегда равны, т.е. уменьшались в равной степени с увеличением числа n , можно "загружать" резервированные ИИ,

подняв порог срабатывания ED на более высокий уровень для каждого ИИ. При этом порог срабатывания для комбинированного ИИ, состоящего из системы n ИИ, должен разделить площадь фигуры $MLPN$ на две равновеликие части и проходить по линии ED . Уровень подъёма порога срабатывания для каждого ИИ определим с учётом следующих соображений.

Приравняем вероятности p_2 и p_3 , образовав уравнение ($n = 2$)

$$b^2 - 2bd = d^2$$

Введём новую переменную $x = b/d$ и решим уравнение $x^2 + 2x - 1 = 0$. Положительным решением этого уравнения будет $x_2 = \sqrt{2} - 1$

При $n = 3$ подобным способом составим кубическое уравнение

$$x^3 + 2x^2 + 3x - 1 = 0.$$

Положительным решением его будет $x_3 = \sqrt[3]{2} - 1$

При $n = 4$ подобным способом составим уравнение

$$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x - 1 = 0.$$

Положительным решением его будет $x_4 = \sqrt[4]{2} - 1$.

Таким образом, для любого n можно вывести рекуррентное соотношение

$$x_n = \sqrt[n]{2} - 1 = b/d \quad (1)$$

т.е. можно утверждать, что для любого числа ИИ n существует зависимость

$$b = (\sqrt[n]{2} - 1)d$$

при которой вероятности p_2 и p_3 будут уменьшаться в равной степени с увеличением n .

В соответствии с выражением (1) необходимо повышать порог срабатывания для каждого ИИ в зависимости от n для того, чтобы вероятности p_2 и p_3 были равны для данного числа n .

Поскольку $b + d = 1 - a$, то можно записать $(\sqrt[n]{2} - 1)d + d = 1 - a$, откуда можно определить: $d = (1 - a)/\sqrt[n]{2}$ и $b = (1 - a)(\sqrt[n]{2} - 1)/\sqrt[n]{2}$

Выражение показывает, как надо отрегулировать ИИ путем изменения порога срабатывания ED , чтобы при заданном n получить систему, обеспечивающую равную степень снижения вероятностей p_2 и p_3 , т.е. обеспечить равенство $p_2 = p_3$.

Выводы

Из проведённого исследования можно сделать следующий вывод:

- информация от реального ИИ всегда поступает с определённой степенью достоверности, которую можно охарактеризовать тремя вероятностными состояниями a – вероятность правильного обнаружения; b – вероятность ложной тревоги; d – вероятность необнаруженных событий;

- при увеличении числа n ИИ можно создать эффективную систему контроля ситуации в функциональном смысле с помощью простых по конструкции, технически надёжных и недорогостоящих ИИ.

Список использованной литературы

1. Федоров С. М., Михайлов О. И., Сухих Н. Н. Бортовые информационно-управляющие системы / Под ред. С.М. Федорова. Москва: Транспорт, 1994. 262 с.
2. Прозоров С. Е. Цифровые вычислительные системы авиационных комплексов. Киев: КИИГА, 1990. 160 с.
3. Al-Ammouri Ali, Al-Ammori H. A., Klochan A. E., Degtiarova A. O. Probabilistic models reliability of information and control systems. *Journal of Sustainable Development of Transport and Logistics*. 2018. № 3(1). P. 60-69. doi:10.14254/jsdtl.2018.3-1.6.
4. Al-Ammouri A., Dyachenko P., Degtiarova A. Development of a mathematical model of information serial redundancy of management information systems of the aircraft fire alarm. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. Vol. 2, Issue 9 (86). P. 4–10. doi: 10.15587/1729-4061.2017.96296
5. Темников Ф. Е., Афонин В. А., Дмитриев В. И. Теоретические основы информационной техники. Москва: Энергия, 1971. 410 с.
6. Левин Б. Р. Теоретические основы статической радиотехники. М. Радио и связь, 1989. 656 с.
7. Лужецкий В. К. Противопожарная защита самолетов гражданской авиации. Москва: Транспорт, 1987. 144с.
8. Аль-Аммори Али. Исследование влияние реальной технической надежности на эффективность информационного резервирования. *Искусственный интеллект*. 2006. №4. С. 660-663.
9. Аль-Аммори Али. Механизмы развития особых случаев полета при пожарах ВС и вероятностно-статистические методы их оценок. *Методы управления системной эффективностью функционирования электрифицированных и пилотажно-навигационных комплексов*: тез. док. II Международной научно-технической конференции. (Киев, 15-17 май 1993 г.), Киев: КИИГА, 1993. С. 82.
10. Аль-Аммори А. Н. Исследование способов повышения надежности контроля пожарной ситуации на борту воздушного судна. *Проблемы эксплуатации и надежности авиационной техники*: Сб. науч. тр. Киев: КМУГА, 1998. С.128-131.
11. Абезгаус Т. Т., Тронь А. П. и др. Справочник по вероятностным расчетам. М.: Воениздат, 1989. 656 с.
12. Соченко П. С., Аль-Аммори О. М., Аль-Аммори Али. Способы повышения достоверности информации в системах управления. Киев, 1998. 30с. (Препр. НАН Украины, ин-т Кибернетики им. В.М.Глушкова).

References

1. Fedorov, S. M., Mihaylov, O. I., & Suhih, N. N. (1994) Bortovyye informatsionno-upravlyayuschie sistemyi (Pod red. S.M. Fedorova). Moscow: Transport.
2. Prozorov, S. E. (1990) Tsifrovyye vyichislitelnyie sistemyi aviatsionnyih kompleksov. Kiev: KIIGA, 1990.
3. Al-Ammouri, Ali, Al-Ammori, H. A., Klochan, A. E., & Degtiarova, A. O. (2018) Probabilistic models reliability of information and control systems. *Journal of Sustainable Development of Transport and Logistics*. 3 (1), 60-69. doi:10.14254/jsdtl.2018.3-1.6.

4. Al-Ammouri, A., Dyachenko, P., & Degtiarova, A. (2017) Development of a mathematical model of information serial redundancy of management information systems of the aircraft fire alarm. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2, 9 (86), 4-10. doi: 10.15587/1729-4061.2017.96296
5. Temnikov, F. E., Afonin, V. A., & Dmitriev, V. I. (1971) *Teoreticheskie osnovyi informatsionnoy tehniki*. Moscow: Energiya.
6. Levin, B. R. (1989) *Teoreticheskie osnovyi staticheskoy radiotekhniki*. Moscow: Radio i svyaz.
7. Luzhetskiy, V. K. (1987) *Protivopozharnaya zaschita samoletov grazhdanskoy aviatsii.*- Moscow: Transport.
8. Al-Ammori, Ali. (2006) Issledovanie vliyaniya realnoy tekhnicheskoy nadezhnosti na effektivnost informatsionnogo rezervirovaniya. *Iskusstvennyy intellekt*. 4, 660-663.
9. Al-Ammori, Ali. (1993) *Mehanizmy razvitiya osobnykh sluchaev poleta pri pozharakh VS i veroyatnostno-statisticheskie metody ih otsenok. Proceedings of the Metody upravleniya sistemnoy effektivnostyu funktsionirovaniya elektrofitsirovannykh i pilotazhno-navigatsionnykh kompleksov: Tez. dok. II Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii.* (Ukraine, Kiev, May 15-17, 1993), Kiev: KIIGA, pp. 82.
10. Al-Ammori, A. N. (1998) Issledovanie sposobov povysheniya nadezhnosti kontrolya pozharnoy situatsii na bortu vozdushnogo sudna. *Problemy i ekspluatatsii i nadezhnosti aviatsionnoy tehniki: Sb. nauch. tr. Kiev. KMUGA*, pp. 128-131.
11. Abezgaus, T. T., & Tron, A. P. i dr. (1989) *Spravochnik po veroyatnostnyim raschetam*. M.: Voenizdat, 1989.
12. Sochenko, P. S., Al-Ammori, O. M., & Al-Ammori, Ali. (1998) *Sposoby povysheniya dostovernosti informatsii v sistemah upravleniya*. Kiev. (Prepr. NAN Ukrainy, in-t Kibernetiki im. V.M. Glushkova).

УДК 514.18

В.В. ВАНІН, Г.А. ВІРЧЕНКО, О.М. ГУМЕН,
В.П. ЮРЧУК, П.М. ЯБЛОНСЬКИЙ
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

**СУЧАСНИЙ СТАН І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО РОЗВИТКУ
НАУКОВОЇ ШКОЛИ ПРИКЛАДНОЇ ГЕОМЕТРІЇ
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО"**

Виконано аналіз сучасного стану, основних напрямків досліджень, отриманих здобутків та перспектив подальшого розвитку наукової школи прикладної геометрії Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського". Як головну актуальну мету визначено потребу формування інтегрованої комплексної методології геометричного моделювання різноманітних технічних об'єктів, процесів їх виготовлення та експлуатації. Окреслено ряд конкретних задач щодо практичної реалізації поставлених завдань.

Ключові слова: геометричне моделювання, інтегрована комплексна методологія, структурно-параметричне формоутворення, складні багатопараметричні динамічні системи, технічні об'єкти.

В.В. ВАНИН, Г.А. ВИРЧЕНКО, Е.Н. ГУМЕН,
В.П. ЮРЧУК, П.Н. ЯБЛОНСКИЙ
Национальный технический университет Украины
"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"

**СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ ДАЛЬНЕЙШЕГО
РАЗВИТИЯ НАУЧНОЙ ШКОЛЫ ПРИКЛАДНОЙ ГЕОМЕТРИИ
НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА УКРАИНЫ
"КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ИМЕНИ ИГОРЯ СИКОРСКОГО"**

Выполнен анализ современного состояния, основных направлений исследований, полученных достижений и перспектив дальнейшего развития научной школы прикладной геометрии Национального технического университета Украины "Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского". В качестве главной актуальной цели определена потребность формирования интегрированной комплексной методологии геометрического моделирования различных технических объектов, процессов их изготовления и эксплуатации. Очерчен ряд конкретных задач по практической реализации поставленных задач.

Ключевые слова: геометрическое моделирование, интегрированная комплексная методология, структурно-параметрическое формообразование, сложные многопараметрические динамические системы, технические объекты.

V.V. VANIN, G.A. VIRCHENKO, O.M. GUMEN,
V.P. YURCHUK, P.M. YABLONSKYI
National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

**CURRENT STATE AND PERSPECTIVES FOR FURTHER DEVELOPMENT
OF SCIENTIFIC SCHOOL OF APPLIED GEOMETRY OF
NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE
"IGOR SIKORSKY KYIV POLYTECHNIC INSTITUTE"**

The analysis of the current state, the main directions of researches, the obtained achievements and prospects for further development of the applied geometry school of the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute" is carried out. The necessity of forming a integrated complex methodology of geometric modeling of various technical objects, processes of their manufacture and exploitation as the main actual purpose is determined. A number of concrete problems concerning the practical realization of the set tasks are outlined.

The development of modern technique is characterized by the widespread use of computer-aided design systems. These systems increase the quality of technical objects; reduce the cost of their manufacturing and operation. Geometric models of technical objects are the basis of computer-aided design. Therefore, the problem of further increasing the efficiency of CAD/CAM/CAE (Computer Aided Design/ Computer Aided Engineering/ Computer Aided Manufacturing) by improving the processes of computer geometric modeling is quite relevant.

Achievements of the scientific school of applied geometry of Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute are known in the field of multidimensional geometry for the reproduction of complex objects and processes, structural and parametric geometric modeling of machine building products, research on the processing of machines and processes of agricultural production, etc. The scientific research on the generalization and integration of these approaches is now quite promising. This will make it possible to obtain more universal geometric models of various technical objects and processes on the basis of certain theoretical concepts, proposed methods and techniques. As a result, improve the mathematical, software, informational and methodological support of modern CAD/CAM/CAE for successful reproduction of various complex multi-parameter dynamic systems.

Keywords: geometrical modeling, integrated complex methodology, structural-parametric shaping, complex multi-parametric dynamic systems, technical objects.

Постановка проблеми

Розроблення сучасної техніки характеризується широким використанням систем автоматизованого проектування (САПР), які дозволяють не тільки підвищувати якість створюваної продукції, але і зменшувати при цьому витрати та терміни на її опрацювання. У багатьох випадках основу автоматизованого проектування становлять геометричні моделі розроблюваних зразків техніки. Тому проблема подальшого підвищення ефективності САПР за рахунок удосконалення процесів комп'ютерного геометричного моделювання є доволі актуальною.

До здобутків наукової школи прикладної геометрії КПІ ім. Ігоря Сікорського відносяться напрямки робіт у галузі *багатовимірної геометрії* для відтворення складних об'єктів і процесів, *структурно-параметричного геометричного моделювання* продукції машинобудування, дослідження щодо *опрацювання машин та процесів сільськогосподарського виробництва* та ін. Нині перспективними можна

вважати наукові розвідки стосовно узагальнення та інтеграції зазначених підходів. Це дозволить на базі певних теоретичних положень, запропонованих методів, способів, прийомів та методик отримати більш універсальні геометричні моделі різноманітних технічних об'єктів і процесів. Як наслідок, покращити математичне, програмне, інформаційне та методичне забезпечення сучасних САПР для успішного відтворення різноманітних складних багатопараметричних динамічних систем.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Питання використання засобів багатовимірної геометрії для моделювання технічних об'єктів викладено, зокрема, в публікаціях [1–2], структурно-параметричного формоутворення – у статтях [3–5], геометричного моделювання машин та процесів сільськогосподарського виробництва – у працях [6–8]. Прикладом деякої спроби інтеграції та узагальнення розглянутих наукових напрямків досліджень може слугувати робота [9], яку присвячено поєднанню певних задач структурно-параметричного формоутворення та багатовимірної геометрії для забезпечення раціонального автоматизованого проектування технічних об'єктів. Однак наведені при цьому наукові результати мають окремий фрагментарний характер і потребують свого подальшого опрацювання.

Мета дослідження

Головним завданням даної публікації є формування переліку задач, які потрібно розв'язати в теоретичному та практичному плані для узагальнення напрацьованих підходів наукової школи прикладної геометрії КПІ ім. Ігоря Сікорського. Це дозволить створити відповідну інтегровану комплексну методологію геометричного моделювання, яка забезпечить підвищення ефективності розроблення різноманітних технічних об'єктів у вигляді складних багатопараметричних динамічних систем у середовищі САПР.

Викладення основного матеріалу дослідження

Важливим етапом у моделюванні багатопараметричних технічних систем є залучення засобів проективної геометрії як узагальнення багатовимірного евклідового простору і використання геометричних моделей із практичною реалізацією засобами наукової комп'ютерної графіки. Подання моделей із врахуванням взаємозв'язку значного числа змінних параметрів складних динамічних систем потребує вдосконалення графічного інструментарію багатовимірної прикладної геометрії щодо дослідження поведінки багатопараметричних об'єктів і процесів.

Для ілюстрації основних запропонованих перспективних напрямків наукових досліджень використаємо такий складний технічний об'єкт як літак (рис. 1), деякі аспекти інтегрованого автоматизованого проектування якого розглянуто у статті [4].

При цьому широко застосовується структурно-параметричний підхід, який полягає в поділі опрацьовуваного об'єкта на частини, наприклад,

$$L = (K, \Phi, O, \Pi, D) = (L_i)_1^5, \quad (1)$$

де $K=(ЦК, ПК, ЛК)$: ЦК – центроплан крила, ПК та ЛК – права та ліва консолі; $\Phi=(НФ, МФ, ХФ)$: НФ, МФ, ХФ – носова, міделева та хвостова частини фюзеляжу; $O=(ГО, ВО)$: ГО та ВО – горизонтальне та вертикальне оперення; $\Pi=(ОШ)$: ОШ – обтічник шасі; $D=(ПГ, ЛГ)$: ПГ та ЛГ – права та ліва гондоли двигунів.

Далі кожний наведений компонент описується певними параметрами. На рис. 2, зокрема, показано параметричне варіантне формоутворення поверхні крила K , де b_0 та b_k – коренева та кінцева хорда крила, χ та L – його кут стрілоподібності та розмах.

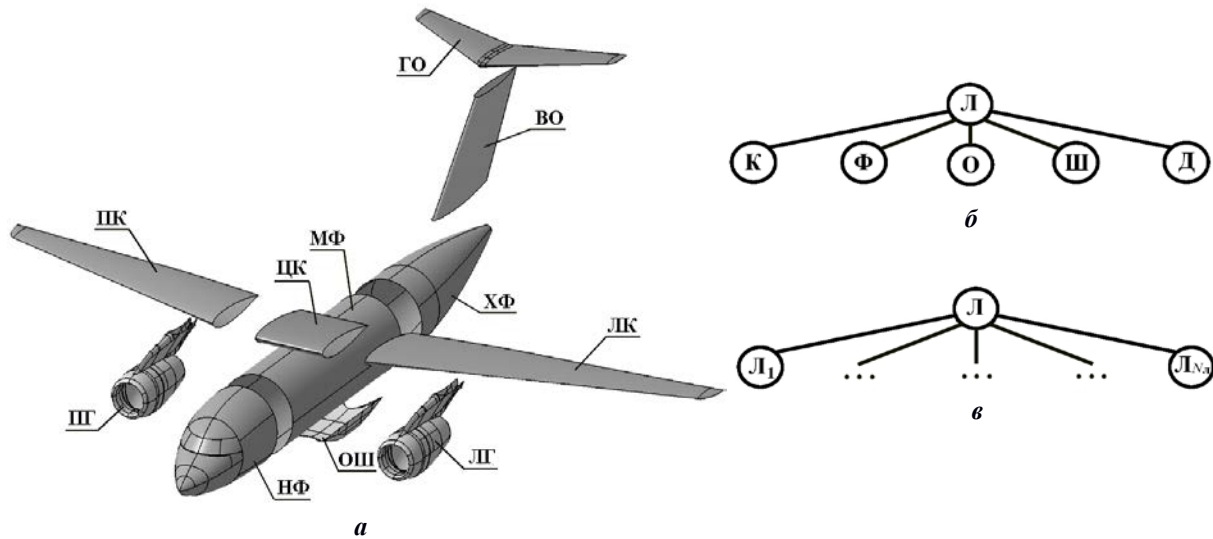


Рис. 1. Теоретична поверхня літака Л:
а – загальний вид; б – структурна схема; в – граф варіантів:
К – крило; Ф – фюзеляж; О – оперення; Ш – шасі; Д – двигуни

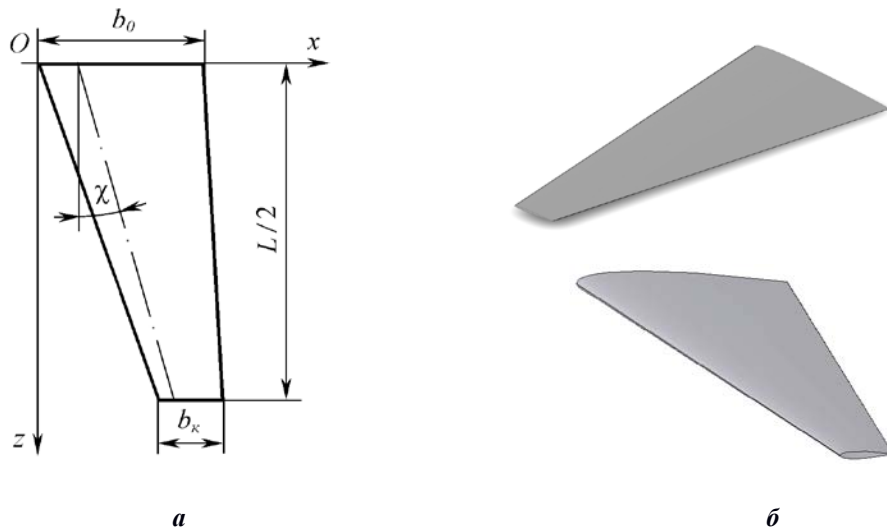


Рис. 2. Варіантне формоутворення поверхні крила К:
а – геометричні параметри крила у плані; б – приклади побудованих поверхонь

У публікації [5] подано деякі питання динамічного комп'ютерного формоутворення таких вузлів конструкції крила як лонжерони. Їх складання здійснюється за допомогою технологічних операцій свердління та клепа́ння, наведених на рис. 3.

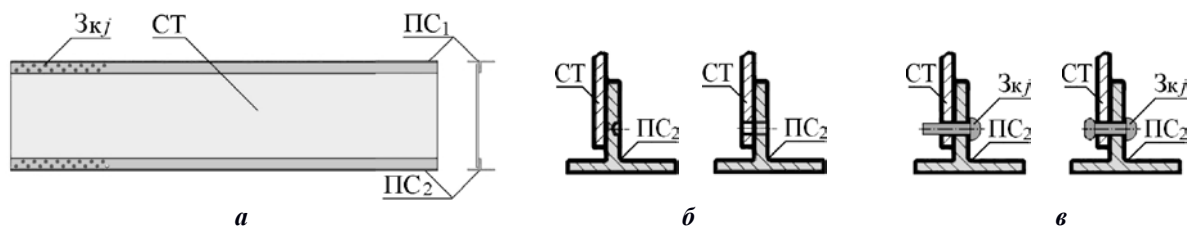


Рис. 3. Клепа́ння поясів PC_1 і PC_2 до стінки СТ лонжерона крила:
а – загальний вид; б – початок і завершення свердління отвору;
в – початок і завершення клепа́ння заклепки Z_{kj}

За окресленим підходом можуть бути опрацьовані й інші технічні об'єкти, наприклад, у галузі виробництва поверхонь робочих органів сільськогосподарських машин і процесів, нафтогазової та хімічної промисловості, металургії, будівництва тощо.

В аспекті розроблення інтегрованої комплексної методології геометричного моделювання технічних об'єктів, процесів їх виготовлення та експлуатації з метою успішної її реалізації в середовищі сучасних САПР важливими є наступні задачі:

- узагальнення використовуваних методів, способів, прийомів та алгоритмів формоутворення для моделювання різноманітних за своєю природою технічних об'єктів (зокрема, літаків, автомобілів, верстатів, сільськогосподарських машин, приладів і т. д.);

- розроблення теоретичних основ інтегрованої комплексної методології геометричного моделювання, що включає певні принципи, положення, математичний апарат, методики, практичні рекомендації тощо;

- створення для САПР належного інформаційного та програмного забезпечення, які характеризуються можливістю легкого доповнення різними аналітичними описами модельованих об'єктів і процесів;

- проведення експериментів для перевірки напрацьованої методології;

- впровадження одержаних наукових результатів у практику.

При цьому під терміном «комплексна методологія» мається на увазі максимальне врахування вимог багатьох характеристик (конструкції, міцності, технології виготовлення, експлуатації, економіки, екології і т. д.) на певному етапі життєвого циклу технічного об'єкта, тобто його проектування, виробництва, експлуатації, а під «інтегрована» – забезпечення ефективного поєднання зазначених етапів із метою оптимізації всіх параметрів виробничого циклу даного об'єкта та всіх їх можливих типів використання.

У конструюванні поверхонь робочих органів ґрунтообробних машин та знарядь у роботах, які проводились на кафедрі, раціональним є вихід на гвинтову лінію змінного кроку [6–8], яка була основою моделювання гвинтових робочих органів.

Якщо в просторі (X, Y, Z) взяти точку (X_0, Y_0, Z_0) (рис. 4), то її траєкторія при моделюванні траєкторії точки на поверхні гвинтового копача визначиться рівняннями у полярних координатах (ρ, φ, z) наступним чином:

$$\rho = \sqrt{X_0^2 + Y_0^2} = r_0;$$

$$\varphi = v + v_0;$$

$$z = Z_0 + f(v);$$

де:

$$X_0 = r_0 \cos v_0, \quad Y_0 = r_0 \sin v_0.$$

Розглянемо траєкторію точки, яка лежить на осі Ox і на відстані $X_0 = a$ від вертикальної осі Oz . Для цієї гвинтової лінії змінного кроку, що відповідає $f(v)$, будемо мати пройдену довжину наступними рівняннями:

$$x = a \cos v;$$

$$y = a \sin v;$$

$$z = f(v);$$

або у відповідних полярних координатах:

$$\rho = a; \quad \varphi = v; \quad z = f(v). \quad (2)$$

Циліндричну поверхню із радіусом a , на якій лежить гвинтова лінія (2), назвемо основною і будемо позначати через D .

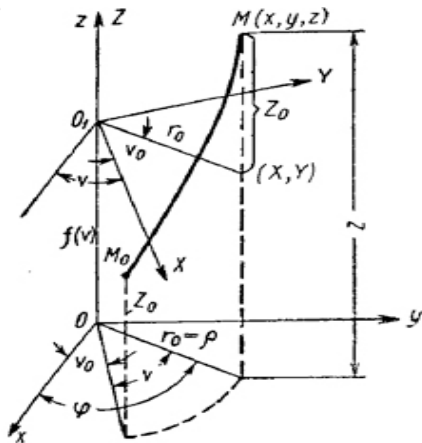


Рис. 4. Побудова гвинтової лінії змінного кроку

Для побудови даної лінії у просторі спочатку на площині xOz необхідно накреслити графік $z = f(v)$, в якому $x = av$, розмітити смуги прямими, паралельними Oz , шириною $2a\pi$ і утворити з першої смуги основний циліндр D . При цьому інші смуги повертати на D ззовні або всередині, і тоді графік $f(v)$ дасть на такому циліндрі гвинтову лінію.

Із літературних джерел відомі окремі характерні випадки такої лінії:

- 1) при $f(v) = pv$ – звичайна гвинтова лінія;
- 2) при $f(v) = h \sin v$ – випадок Маннгейма й Дарбу;
- 3) при $f(v) = h \sin nv$, ($n \neq 1$) – випадок Каутного.

Звідси бачимо, що використання гвинтової лінії змінного кроку, яка є основою моделювання поверхонь робочих органів сільськогосподарських машин та знарядь, дозволяє конструкторам значно розширити використання систем автоматизованого проектування (САПР) та вирішувати різні за призначенням завдання. Це дозволяє окреслити перспективу виконання подальших завдань та проектів науковців кафедри.

Висновки

Сучасний стан, отримані вагомі результати з основних напрямків багаторічних досліджень наукової школи прикладної геометрії Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського" свідчать про перспективність її подальшого розвитку.

Структурно-параметричне геометричне моделювання у поєднанні з засобами багатовимірної прикладної геометрії може бути застосоване як математичний апарат для комп'ютерного формоутворення складних багатопараметричних динамічних систем. Формування інтегрованої комплексної методології геометричного моделювання дозволить на базі певних теоретичних положень, запропонованих методів, способів, прийомів та методик отримати більш універсальні геометричні моделі різноманітних технічних об'єктів і процесів.

Список використаної літератури

1. Ванін В. В., Гумен О. М. Деякі аспекти застосування засобів геометричного моделювання у проективному просторі. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2011. Вип. 87. С. 90-93.
2. Гумен О. М., Ляковська С. Є., Мартин Є. В. Багатовимірна геометрія у прикладних задачах. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2016. Вип. 3 (58). С. 497-500.
3. Ванін В. В., Вірченко Г. А. Визначення та основні положення структурно-параметричного геометричного моделювання. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. 2009. Вип. 23. С. 42-48.

4. Ванін В. В., Вірченко Г. А. Структурно-параметричні геометричні моделі як засіб інтеграції автоматизованого проектування сучасного літака. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2014. Вип. 3 (50). С. 571-574.
5. Vanin, V., Virchenko, G., Virchenko, S., Nezenko. A. Computer variant dynamic forming of technical objects on the example of the aircraft wing. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. № 6/7 (90). P. 67-73. doi: 10.15587 / 1729-4061.2017.117664.
6. Юрчук В. П. Спряжені поверхні в геометричних моделях формотворення робочих органів коренезбиральних машин: автореф. дис. ... докт. техн. наук. Київ, 2002. 37 с.
7. Завгородний А. Ф., Кравчук В. И., Юрчук В. П. Геометрическое конструирование рабочих органов корнеуборочных машин / Под ред. докт. техн. наук, акад. УААН Л. В. Погорелого. Київ: Аграрна наука, 2004. 240 с.
8. Підкоритов А. М., Юрчук В. П. Визначення аналітичних умов спряжень гелікоїдних поверхонь. *Праці ТДАТА. Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 1999. Вип.4, Т.6. С. 30-33.
9. Вірченко Г. А., Гумен О. М., Смаковська Г. М. Інтеграція методів структурно-параметричного формоутворення та багатовимірної геометрії для автоматизованого проектування технічних об'єктів. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2015. Вип. 3 (54). С. 542-546.

References

1. Vanin, V. V., & Gumen, O. M. (2011) Deyaki aspekty zastosuvannya zasobiv heometrychnoho modelyuvannya u proektyvnomu prostori. *Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafika*. **87**, 90-93.
2. Humen, O. M., Liaskovska, S. Ye., & Martyn, Ye. V. (2016) Bahatovymirna heometriia u prykladnykh zadachakh. *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. **3** (58), 497-500.
3. Vanin, V. V., & Virchenko, G. A. (2009) Vyznachennya ta osnovni polozhennya strukturno-parametrychnoho heometrychnoho modelyuvannya. *Heometrychne ta kompiuterne modeliuвання*. **23**, 42-48.
4. Vanin, V. V., & Virchenko, G. A. (2014) Strukturno-parametrychni heometrychni modeli yak zasib intehratsiyi avtomatyzovanoho proektuvannya suchasnoho litaka. *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. **3** (50), 571-574.
5. Vanin, V., Virchenko, G., Virchenko, S., & Nezenko. A. (2017) Computer variant dynamic forming of technical objects on the example of the aircraft wing. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. **6/7** (90), 67-73. doi: 10.15587 / 1729-4061.2017.117664.
6. Yurchuk, V. P. (2002) Spryazheni poverkhni v heometrychnykh modelyakh formotvorenniya robochykh orhaniv korenezbyralnykh mashyn (Extended abstract of Doctor's thesis), Kyiv: KNUBA.
7. Zavhorodnyy, A. F., Kravchuk, V. Y., & Yurchuk, V. P. (2004) Heometrycheskoe konstruyrovanye robochykh orhanov korneuborochnykh mashyn (eds. dokt. tekhn. nauk, akad. UAAN L.V. Pogorelyi). Kyiv: Ahrarna nauka.
8. Podkorytov, A. M. & Yurchuk, V. P. (1999) Vyznachennia analitychnykh umov spriazhen helikoidnykh poverkhon. *Pratsi TDATA. Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. **4**, 6, 30-33.
9. Virchenko, G. A., Gumen, O. M., & Smakovska, G. M. (2015) Intehratsiia metodiv strukturno-parametrychnoho formoutvorennia ta bahatovymirnoi heometrii dlia avtomatyzovanoho proektuvannya tekhnichnykh obiektiv. *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. **3**(54), 542-546.

УДК 517.987

Yu.P. VIRCHENKO, L.P. DANILOVA
Belgorod State University

DIAGRAMMATIC APPROACH TO GAS-LIQUID PHASE TRANSITION IN STATISTICAL THEORY

In frameworks of equilibrium statistical mechanics it is proposed the analytic algorithm of sequential approximations construction when the pressure is calculated in the lattice gas model. The pressure is assumed as the function that depends on the temperature and the particle density. The algorithm is built on the basis of the virial expansion. The obtained thermodynamic function describes the gas-liquid phase transition such that the density depending on pressure has the jump if the temperature value is less than the critical one. The algorithm permits to calculate system phase diagrams together with the critical point. The formula of the pressure obtained at zero approximation corresponds to well-known average field approximation.

Keywords: lattice gas, interaction potential, partition function, fugacity, chemical potential, virial expansion, phase transition.

Ю.П. ВИРЧЕНКО, Л.П. ДАНИЛОВА
Белгородский государственный университет

ДИАГРАММНЫЙ ПОДХОД В СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА ГАЗ-ЖИДКОСТЬ

В рамках формализма равновесной статистической механики предлагается аналитический алгоритм построения последовательных приближений для вычисления давления в модели решеточного газа как функции от плотности числа частиц и температуры. Алгоритм строится на основе известного в статистической механике вириального разложения. Получаемая на основе применения такого алгоритма термодинамическая функция описывает фазовый переход газ-жидкость так, что плотность как функция от давления испытывает скачок при температуре ниже критической. Алгоритм позволяет вычислять фазовые диаграммы системы вместе с критической точкой. Получаемая в нулевом приближении формула для давления соответствует известному приближению среднего поля.

Ключевые слова: решеточный газ, потенциал взаимодействия, статистическая сумма, активность, химический потенциал, вириальное разложение, фазовый переход

Ю.П. ВИРЧЕНКО, Л.П. ДАНИЛОВА
Белгородський державний університет

ДИАГРАМНИЙ ПІДХІД У СТАТИСТИЧНІЙ ТЕОРІЇ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДУ ГАЗ-РІДИНА

В рамках формалізму рівноважної статистичної механіки пропонується аналітичний алгоритм побудови послідовних наближень для обчислення тиску в моделі решіткового газу як функції від щільності числа частинок і температури. Алгоритм будується на основі відомого в статистичній механіці віріального розвинення тиску за степенями щільності частинок ρ . Отримана на основі застосування такого алгоритму термодинамічна функція описує фазовий перехід газ-рідина так, що у неї є критична точка при зміні температури. При цьому при температурі нижче за

критичну, в залежності щільності від тиску, є стрибок. Запропонований алгоритм дозволяє обчислювати за допомогою розкладання за спеціальним малим параметром v фазові (P, T) – і (ρ, T) – діаграми системи разом з критичною точкою. З фізичної точки зору цей параметр дорівнює відношенню радіуса взаємодії до радіуса кореляцій. Математично, параметр вводиться в модель решіткового газу за допомогою приписування кожній діаграмі Майєра без вершин зчленування ваги, пропорційного підходящого степеня параметра v . Для побудови розв'язку за степенями v існує потреба в апріорній інформації про значення хімічного потенціалу, при якому відбувається фазовий перехід. Воно дорівнює середній величині взаємодії пробної частинки з усією іншою системою. Цей факт раніше встановлений Лі і Янгом для систем з потенціалами тяжіння. Він є наслідком теореми про розташування нулів статистичної суми за параметром активності z . У даній роботі показано, що це справедливо для будь-якого потенціалу, що підсумовується.

Отримана в нульовому наближенні за параметром v формула для тиску відповідає наближенню самоузгодженого поля. Знайдена формула для тиску в наступному наближенні, яке пропорційне першому степеню v . На її основі отримуються поправки до критичної температури, величини стрибка щільності і до форм кривих фазових (P, T) – і (ρ, T) – діаграм. При цьому, природно, виявляється заборона на існування фазового переходу в одновимірній системі.

Ключові слова: решітковий газ, потенціал взаємодії, статистична сума, активність, хімічний потенціал, віріальне розв'язання, фазовий перехід.

Problem Statement

Statistical theory of gas-liquid phase transition has the large history, but now we have no a mathematically rigorous method in frames of statistical mechanics for calculation of some thermodynamic characteristics of the transition even for such simple systems of statistical physics as gases consisting of one-atom spherically symmetric molecules. In this communication we point out the way of formulated problem solving. Namely, we propose the algorithm for the phase (P, T) -diagram evaluation using the so-called lattice approximation on the basis of the statistical mechanics formalism. This diagram represents the first order phase transition line which has the critical point. Besides, it permits to calculate the particle density ρ as a function on the pressure P such that the function has the jump.

Analysis of Recent Researches and Publications

Let we study thermodynamic system characteristics as functions on intensive thermodynamic parameters. From mathematical point of view, phase transitions are manifested in analytical expressions of these functions in the form of some essential singularities. But, at first sight, there is not such a situation in frames of statistical mechanics formalism. Beginning from the famous L. Onsager work [1], it is clear that such singularities appear as a result of so-called *thermodynamic limit* which represents the necessary stage of calculation. Works of Lie and Yang [2, 3] have pointed out the concrete mathematical mechanism according to which such singularities appear when we describe the gas-liquid phase transition. Moreover, they have shown that we cannot consider thermodynamic functions characterizing different thermodynamic phases as functions connected with each other by an analytical continuation procedure. In connection with this fact, there is a prejudice that it is impossible to study the gas-liquid phase transition by means of so-called virial expansion, i.e. by series on ρ powers. But, from other side, one may think that coefficients of the expansion named *irreducible integrals* are the full collection of system characteristics at the thermodynamic limit.

Description of Main Material of Research

1. The lattice approximation. We propose the solution of the problem which is set in the introduction having based on the *lattice approximation*. We use such an approximation because it permits to simplify essentially the solution of sufficiently routine problem which is concerned of molecule volume exclusion. Such a procedure is necessary in order to take into account of molecules rough repulsion at short distances. Let molecules may occupy only the discrete point collection $\Lambda = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^3 : \mathbf{x} = a(n_1\mathbf{e}_1 + n_2\mathbf{e}_2 + n_3\mathbf{e}_3)\}$ in the cube $\Omega(\Lambda)$ with the edge aL , a is the lattice constant, $\mathbf{e}_j$, $j=1,2,3$ makes up a fixed orthogonal basis in $\mathbf{R}^3$ such that L^3 is the number of possible points of molecule space locations $|\Omega(\Lambda)| = (aL)^3$ is the system volume. Let us consider the lattice system of statistical mechanics (see, for example, [4]) with the Hamiltonian

$$H[\rho] = -\mu \sum_{\mathbf{x} \in \Omega(\Lambda)} \rho(\mathbf{x}) + \sum_{\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\} \in \Omega(\Lambda)} U(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \rho(\mathbf{x}) \rho(\mathbf{y}), \quad (1)$$

where μ is the chemical potential, $U(\mathbf{z})$ is the central symmetric interaction potential. To account the rough molecules repulsion, we put $U(0) = \infty$. Here, $\rho(\mathbf{x})$ is an arbitrary dichotomous function defined on lattice sites Λ . So, it has the values 0, 1. The interaction potential $U: \Lambda \mapsto \mathbf{R}$ is supposed as the summable one,

$$\|U\| \equiv \sum_{0 \neq \mathbf{z} \in \Lambda} |U(\mathbf{z})| < \infty. \quad (2)$$

On the basis of the Hamiltonian (1), the Gibbs probability distribution $P[\rho(\mathbf{x})]$ is introduced on the space $\{\rho(\mathbf{x}) \in \{0,1\} : \mathbf{x} \in \Omega(\Lambda)\}$ of elementary events. According to this,

$$P[\rho(\mathbf{x})] = Z^{-1} \exp(-H[\rho]/T)$$

is the probability of the random realization $\rho(\mathbf{x})$, where T is the statistical temperature (the Boltzmann constant is equal 1),

$$Z = \sum_{\{\rho(\mathbf{x})\}} \exp(-H[\rho]/T)$$

is the partition function. The pressure of lattice gas is defined by the formula

$$P = T \ln Z / |\Omega(\Lambda)|. \quad (3)$$

We assign the definite collection $X_n = \{\mathbf{x} : \rho(\mathbf{x}) = 1\}$ to each function $\rho(\mathbf{x})$ with $n = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega(\Lambda)} \rho(\mathbf{x})$. Components of the collection are mismatched and they are defined with an accuracy to component permutations. Then, the partition function has the form

$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!} \sum_{X_n \in \Omega^n(\Lambda)} V_n(X_n),$$

where $V_n(X_n) = \exp\left(-\sum_{\{j,k\} \subset I_n} U(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k)/T\right)$ are Boltzmann's functions. These functions equal to zero when any pair of X_n -collection components are coincide, $z = e^{\mu/T}$ is the fugacity parameter. So-called *group expansions* of the pressure and the particle density on z -powers are fulfilled [4]

$$P/T = \sum_{n=1}^{\infty} z^n b_n, \quad \rho = \sum_{n=0}^{\infty} z^{n+1} (n+1) b_{n+1}.$$

They are differed from group expansions connected with continuous systems such that integrals on particle locations are changed on summations on their discrete locations in sites of the cube lattice Λ , i.e.

$$b_n = \frac{1}{n!} \sum_{X_{n-1} \in \Lambda^{n-1}} \sum_{G \in G_n} \prod_{\{j,k\} \in G} W(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k). \quad (4)$$

Here, the internal summation is done on all connected graphs G with n marked vertexes (Mayer's graphs). In formulas (4) each group coefficient $b_n(T)$ has the thermodynamic limit. This fact is connected with summability of the Urcell function $W(\mathbf{z}) = e^{-U(\mathbf{z})/T} - 1$ is summable. It is due to the summability of the potential.

Let the function $P(\rho, T)$ denotes the pressure defined by Eq.(3). It is represented by series on density powers,

$$P(\rho, T)/T = \rho \left(1 - \rho \frac{d}{d\rho} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho^n}{n+1} \beta_{n+1}(T) \right), \quad (5)$$

where coefficients $\beta_n(T)$, $n \in \mathbf{N}$ are named the irreducible integrals. They are defined by the formula

$$\beta_n(T) = \frac{1}{n!} \sum_{X_n \in \Lambda^n} \sum_{G \in F_{n+1}} \prod_{\{j,k\} \in G} W(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k), \quad n \in \mathbf{N}.$$

This formula is analogous to that corresponds a continuous space molecule distribution, but integrations over all space molecule positions are changed by summations. The internal summation is done on all connected graphs without contact vertexes (see, for example, [5]). By the same way, it is fulfilled the analogous formula for the fugacity [6]:

$$z = \rho \exp\left(-\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \rho^n\right).$$

2. The algorithm of sequential approximations. Construction of sequential approximations is based on the use of the expansion (5). It is necessary to determine them for all collection of coefficients $\beta_n(T)$, $n \in \mathbf{N}$. Approximations are built by the introducing a supplement "small" parameter ν into irreducible integrals. From physical view-point, the parameter ν corresponds to the ratio r_0/r_c where r_c is the correlation radius and r_0 is the interaction one. Since the rough repulsion of particles is not small, we define new Urcell function:

$$W(\mathbf{z}) = \hat{W}(\mathbf{z}, r_0) - \delta_{\mathbf{z}, 0}$$

with the aim of approximations building. The particle volume is excluded in it. Let us consider that the function $\hat{W}(\mathbf{z}, r_0)$ is small at $r_0^{-1} \ll 1$. Then irreducible integrals $\beta_n(T)$ are represented in the form:

$$\beta_n(T) = \frac{1}{n!} \sum_{G \in F_{n+1}} \sum_{G' \subset G} (-1)^{|G'|} \beta_n(G, G', r_0), \quad (6)$$

$$\beta_n(G, G', r_0) = \sum_{X_n \in \Lambda^n} \left(\prod_{\{j, k\} \in G'} \delta_{\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k} \right) \left(\prod_{\{j, k\} \in G \setminus G'} \hat{W}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k, r_0) \right).$$

The internal summation in Eq.(6) is done on all subgraphs of the graph G . The particle volume exclusion in coefficients $\beta_n(T)$ corresponds to summations using Kronecker's symbols. Due to the introducing of the function $\hat{W}(\mathbf{z}, r_0)$, two kinds of edges appear in the graph G . Namely, the symbols $\delta_{\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k}$ correspond dotted edges $---$, and the functions $\hat{W}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k)$ correspond continuous edges $---$. The graph G' is made up of dotted edges. It represents by some subgraphs $G_1, G_2, G_3, \dots$, $G' = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup \dots$ being not connected with each other in general case. Then, despite to fact that summations by Kronecker's symbols is simply fulfilled, in a result of summations on X_n , we obtain a complicated graph with multiple edges and contact vertexes. We name it as the *derived graph*. Thus, the summation on all derived graphs connected with all graphs G with n vertexes should be done effectively in order to calculate irreducible integrals $\beta_n(T)$. So, it takes place

Theorem 1. For each pair $\langle G, G' \rangle$, $G \in F_{n+1}$, $G' \subset G$, there is the map $N: \Sigma(G, G') \mapsto \mathbf{N}_+$ such that the following formula is fair for irreducible integrals

$$\beta_n(T) = \frac{1}{n!} \sum_{G \in F_{n+1}} \sum_{G' \subset G} (-1)^{|G'|} \sum_{X(\Sigma(G, G') \setminus \{1\}) \in \Lambda^{\mathbb{E}(G, G') - 1}} \prod_{\{j, k\} \subset \Sigma(G, G')} \hat{W}^{N(\{j, k\})}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k, r_0)$$

where $\Sigma(G, G')$ is the set of derived graph vertexes.

For each derived graph with the pair $\langle G, G' \rangle$, we calculate the asymptotic of its contribution to corresponding irreducible integral $\beta_n(T)$ when $r_0 \rightarrow \infty$, in order to determine the dependence on ν of irreducible integrals $\beta_n(T)$,

$$\beta_n(G, G', r_0) \sim \frac{(-T)^{-\kappa(G, G')}}{(r_0^3)^{m(G, G')}} \int_{(\mathbf{R}^3)^{\mathbb{E}(G, G') - 1}} \prod_{\{j, k\} \subset \Sigma(G, G')} \hat{U}^{N(\{j, k\})}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k) dX(\Sigma(G, G') \setminus \{1\}),$$

where $\kappa(G, G') \equiv \sum_{\{j, k\} \subset \Sigma(G, G')} N(\{j, k\})$ is the edge number of derived graph with the account of their multiplicity, $m(G, G') = |\Sigma(G, G')| - 1 - \kappa(G, G')$ is the characteristic indicator of derived graph.

On the basis of this result, we prescribe the multiplier $\nu^{m(G,G')}$ to each term $\beta_n(G, G')$. So, irreducible integrals are some functions on ν ,

$$\beta_n(\nu, T) = \frac{1}{n!} \sum_{G \in F_{n+1}} \sum_{G' \subset G} (-1)^{|G'|} \nu^{m(G,G')} \beta_n(G, G'), \quad \beta_1(\nu, T) = \beta_1,$$

$$\beta_n(G, G') = \sum_{X(\Sigma(G, G') \setminus \{k_1\}) \in \Lambda^{\Sigma(G, G')-1}} \prod_{\{j, k\} \subset \Sigma(G, G')} \hat{W}^{N(\{j, k\})}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k).$$

Thus, we have defined the immersion of lattice gas model into more wide class of models which is parametrized by the analytic ν -dependence. It permits to study quantitatively the lattice gas system by means of asymptotic expansions on ν . Herewith, the original system is obtained at $\nu = 1$.

3. The location of phase transition. We propose two important statements which are necessary for construction of ν -expansions. They connected with the determination of phase transition point location. At first, it is necessary to define the relationship between z and ρ at this point. It is done on the basis of the equation:

$$\rho = z(T) \exp\left(\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(T) \rho^n\right). \quad (7)$$

The partition function Z is a polynomial on the fugacity z . According to the Lie-Yang theorem, all zeroes of are located on the circle with the radius $\lambda^{-1}(T)$ if the interaction potential have no positive values. Here,

$$\lambda^2(T) = \exp\left[-\sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} \hat{U}(\mathbf{x}) / T\right].$$

Zeroes fill out densely the circle arc after the passage to the thermodynamic limit when the polynomial power tends to infinity. The arc does not intersect the real axe. The phase transition is occur in the system when this arc occupies the circle completely. Naturally, the point with real value is excluded. Consequently, the value $z(T)$ is equal to $\lambda^{-1}(T)$ at $T < T_c$ when the phase transition occur. We have proved a generalization of the Lie-Yang conjecture for the case when the potential U is not attractive completely. At such a case, one cannot assert that zeroes are located on a circle. But, we have proved that they make up the set that may adjoin to real axe only in the point $\lambda^{-1}(T)$.

Theorem 2. Let $p(z, T) = T \ln Z / |\Omega|$. Then this function satisfies functional equation

$$p(z, T) = p([\lambda^2(T)z]^{-1}, T) + T \ln z - \square \hat{U} \square / 2$$

at each $T > 0$.

Consequence. The solution $\rho(z)$ of Eq.(7) satisfies functional equation

$$\rho(z) + \rho([\lambda^2(T)z]^{-1}) = 1.$$

At that it is allowed that $\rho(z)$ may be discontinuous function.

From this functional equation one may find

Theorem 3. *If there are not some critical points in the temperature interval (T_c, T_*) which are differed from T_c , then the jump of the function $\rho(z)$ may occur only at the value $z = \lambda^{-1}(T)$.*

Following statements are proved on the basis of the symmetry between completed and empty sites.

Theorem 4. *The value $\rho = 1/2$ belongs always to the interval $[\rho_-(T), \rho_+(T)]$ of the density $\rho(z)$ jump at any temperature $T < T_c$ if there is only one phase transition in the system.*

Consequence 1. *The critical value ρ_c of the density is equal $1/2$.*

Consequence 2. *The value $p(T)$ of the pressure corresponding to the jump is determined by the formula*

$$p(T) = P(1/2, T). \quad (8)$$

4. Zero approximation. To calculate the pressure in the system at zero approximation $P^{(0)}(\rho, T) = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{n+1}(0) \rho^{n+1}$ according to above described procedure, it is necessary to find all pairs $\langle G, G' \rangle$ which define derived graphs with the characteristic indicator $m(G, G') = 0$. It is proved that such pairs are $\langle G, \emptyset \rangle$ where G is the graph with unique continuous edge and all pairs with $n \geq 2$ which have $G' = G$, $G \in F_{n+1}$, $n \in \mathbf{N}_+$, i.e. all their edges in G are dotted. It is not complicated to prove the combinatorial formula being valid for graphs with dotted edges:

$$\sum_{G \in F_{n+1}} (-1)^{|G|} = -(n-1)!, \quad n \geq 1.$$

Taking into account the contribution into the coefficient $\beta_1(T)$ connected with the unique graph with continuous edge and summing all contributions of graphs with dotted edges, we obtain

$$T^{-1} P^{(0)}(\rho, T) = -\ln(1-\rho) - \frac{\rho^2}{2} \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} (e^{-\hat{U}(\mathbf{x})/T} - 1). \quad (9)$$

This expression corresponds to the *self-consistent field* approximation. In particular, at such an approximation, the pressure has the following form for the model with *the nearest-neighbors interaction* (the Ising model)

$$\hat{U}(\mathbf{z}) = -U_0, \text{ at } |\mathbf{z}| = a; 0, \text{ at } |\mathbf{z}| \neq a,$$

$U_0 > 0$, $a > 0$ is a lattice constant,

$$T^{-1} P^{(0)}(\rho, T) = -\ln(1-\rho) - 3\rho^2 (e^{U_0/T} - 1)$$

The expression (9) has the bifurcation point $\langle \rho_c, T_c \rangle$ when the temperature T is varied. Two equalities $\partial P^{(0)} / \partial \rho = 0$, $\partial^2 P^{(0)} / \partial \rho^2 = 0$ are fulfilled simultaneously at this point.

From these equations, we find that $\rho_c = 1/2$ and, moreover, we find the equation determining the temperature T_c . It has the form

$$\sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} (\exp(-\hat{U}(\mathbf{x})/T) - 1) = 4. \quad (10)$$

It is valid the following assertion.

Theorem 5. *If the interaction potential U has negative values at some points of the lattice Λ , so there is unique critical point $T_c > 0$ that is the solution of Eq.(10).*

In particular, the equation (10) takes the form $4 = 6(e^{U_0/T} - 1)$ for the above-mentioned Ising model. It has the explicit solution $T_c = U_0 [\ln(5/3)]^{-1}$.

At zero approximation the phase (P, T) -diagram is found on the basis of Eq.(8):

$$p(T) = T \ln 2 - \frac{1}{8} T \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} (e^{-\hat{U}(\mathbf{x})/T} - 1).$$

Such a function $p(T)$ possesses the following properties.

Theorem 6. *The function $p(T)$ is concave and it monotonically increases at the segment $[T_*, T_c]$ where T_* is defined by the condition $p(T_*) = 0$. The point T_* is the unique solution of the equation:*

$$8 \ln 2 = \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} (e^{-\hat{U}(\mathbf{x})/T} - 1).$$

Particularly, for the Ising model, we obtain:

$$p(T) = T \ln 2 - \frac{3}{4} T (e^{-U_0/T} - 1).$$

At last, extreme points $\rho_{\pm}(T)$ of the density jump that takes place at the pressure value $p(T)$, are determined by extreme solutions of the equation:

$$p(T) = P^{(0)}(\rho_{\pm}(T), T),$$

that is equivalent to the equation:

$$-\ln(1 - \rho_{\pm}(T)) - \frac{1}{2} (\rho_{\pm}^2(T) - \frac{1}{4}) \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} (e^{-\hat{U}(\mathbf{x})/T} - 1) = \ln 2.$$

The function $\rho_-(T)$ monotonically increases on temperature and the function $\rho_+(T)$ monotonically decreases.

Asymptotic of the jump value has been calculated explicitly at small temperature deviations $\Delta = T_c - T > 0$ from the critical point:

$$\rho_+(T) - \rho_-(T) = \alpha \frac{\sqrt{\Delta}}{T_c}, \alpha > 0.$$

Thus, the critical exponent of the order parameter, i.e. the critical exponent of the jump value is equal to 1/2. It is in agreement with the Landau thermodynamic theory of second order phase transitions.

5. Correlation approximation. Such a term corresponds to first order approximation on the parameter ν :

$$P^{(1)} / T = -\rho^2 \frac{d}{d\rho} Q^{(1)}(\rho, T), \quad Q^{(1)}(\rho, T) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\rho^n}{(n+1)} \beta_{n+1}^{(1)}, \quad (11)$$

since in this case the pair correlation function does not vanish. To calculate the coefficients[^]

$$\beta_n^{(1)} = \frac{1}{n!} \sum_{G \in F_{n+1}} \sum_{G' \subset G: m(G, G')=1} (-1)^{|G'|} \beta_n(G, G'),$$

$$\beta_n(G, G') = \sum_{X(\Sigma(G, G') \setminus \{1\}) \in \Lambda^{\Sigma(G, G')-1}} \prod_{\{j, k\} \subset \Sigma(G, G')} \hat{W}^{N(\{j, k\})}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k),$$

it is necessary to describe the class of pairs $\langle G, G' \rangle$, $G \in F_{n+1}$, which generate the derived graph with the characteristic indicator $m(G, G')=1$. It is proved that such graphs are represented in the ring form. Such rings are made up of continuous edges and their “effective vertexes” are represented by some arbitrary graphs of dotted edges which have no any contact vertexes. It is necessary to find the description of all such graphs. In a result of solution of this combinatorial problem, by summation of contributions $\beta_n(G, G')$ of graphs with fixed vertex number $n \geq 2$, one may find the coefficients:

$$\beta_n^{(1)} = \sum_{s=3}^{n+1} \sum_{m=2}^{s-1} \frac{(-1)^{s-m} (n+1)}{2(n+1-s)!} \binom{s-1}{m} \frac{(n-m)!}{(s-m)!} \sum_{X_{m-1} \in \Lambda^{m-1}} \prod_{t=1}^m (e^{-\hat{U}(\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t+1})/T} - 1), \quad (12)$$

The series (11) with coefficients (12) is summated explicitly. Taking into account the expression $P^{(0)}(\rho, T)$, in a result, the formula of the pressure is obtained with the accuracy of the first order:

$$\frac{1}{T} P(\rho, T) = -\ln(1-\rho) - \frac{\rho^2}{4} \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} (e^{-\hat{U}(\mathbf{x})/T} - 1) (3 - e^{-\hat{U}(\mathbf{x})/T}) -$$

$$-\frac{a^3}{16\pi^3} \rho^2 \frac{d}{d\rho} \rho^{-1} \int_{\bar{\Lambda}} \ln(1 - \rho(1-\rho) [\bar{W}(\mathbf{k})]) d\mathbf{k}, \quad \bar{W}(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} (e^{-\hat{U}(\mathbf{x})/T} - 1) e^{-i(\mathbf{k}, \mathbf{x})}$$

Here, we use the sum of triple Fourier series of the Urcell function. The formula represents the periodic function on the space $\mathbf{R}^3$ of wave vectors $\mathbf{k}$. The function period is the so-called *Brillouin zone* $\bar{\Lambda} = [-\pi/a, \pi/a]^3$ of inverted lattice corresponding to the simple cubic lattice $\Lambda = \{\mathbf{x} = a(n_1 \mathbf{e}_1 + n_2 \mathbf{e}_2 + n_3 \mathbf{e}_3); n_j = 0, 1, 2, 3, \dots\}$.

On the basis of the obtained expression it has been calculated the correction of first order for the critical temperature,

$$\delta T^{-1} = -\frac{\nu}{2} \left[\sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} \hat{U}(\mathbf{x}) \exp(-\hat{U}(\mathbf{x})/T_c) \right]^{-1} \left[\sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} \left(e^{-\hat{U}(\mathbf{x})/T} - 1 \right)^2 + \frac{a^3}{\pi^3} \int_{\Lambda} \frac{\bar{W}(\mathbf{k})(4\bar{W}(\mathbf{k})-3)}{(4-\bar{W}(\mathbf{k}))^2} d\mathbf{k} \right], \quad (13)$$

where $T = T_c$ in the integrated expression and, therefore, $T = T_c$ in the Urcell function $\hat{W}$ i.e. $\bar{W}(0) = 4$.

Then, the convergence of the integral should be understood according to the main sense.

Strictly, it has been calculated the correction $\delta p(T)$ of the phase transition point $p(T)$,

$$T^{-1} \delta p(T) = T^{-1} P^{(1)}(1/2, T) = \frac{1}{16} \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} \left(e^{-\hat{U}(\mathbf{x})/T} - 1 \right)^2 - G_1(1/2),$$

$$G_1(1/2) = \frac{a^3}{16\pi^3} \int_{\Lambda} \ln(1 - \bar{W}(\mathbf{k})/4) d\mathbf{k}.$$

At last, corrections of jump extreme points are found with the same accuracy:

$$\delta \rho_{\pm}(T) = \frac{1}{4} \frac{\rho_{\pm}(T)(1 - \rho_{\pm}(T))}{1 - (1 - \rho_{\pm}(T))\rho_{\pm}(T)\bar{W}_0} \times$$

$$\times \left[\frac{a^3}{4\pi^3} \int_{\Lambda} \frac{(1 - \rho_{\pm}(T))^2 \bar{W}(\mathbf{k})}{1 - \rho_{\pm}(T)(1 - \rho_{\pm}(T))\bar{W}(\mathbf{k})} d\mathbf{k} + (1 - 2\rho_{\pm}(T)) \sum_{\mathbf{x} \in \Lambda} \left(e^{-\hat{U}(\mathbf{x})/T} - 1 \right)^2 \right].$$

Conclusions

Firstly, we note that one may calculate the pressure $P(\rho, T)$ by the analogous way with any accuracy on ν -powers. It may be done by evaluation of functions $P^{(k)}(\rho, T) = -\rho^2 (dQ^{(k)} / d\rho)$, with coefficients $\beta_n^{(k)}$ being proportional to ν^k , $k = 2, 3, \dots$. The phase transition of first order is manifested by first two approximations. Secondly, we point out that the expression under the integral defining $P^{(1)}(\rho, T)$ exists only in the case when the following conditions are fulfilled

$$\rho(1 - \rho)W^{(m)} < 1, \quad W^{(m)} = \max_{\mathbf{k} \in \Lambda} \{\bar{W}(\mathbf{k})\}.$$

Thus, the function $P(\rho, T)$ has the natural domain

$$\rho < \rho_-^{(m)} \equiv \frac{1}{2} \left(1 - (1 - 4/W^{(m)})^{1/2} \right), \quad \rho > \rho_+^{(m)} \equiv \frac{1}{2} \left(1 + (1 - 4/W^{(m)})^{1/2} \right).$$

at the approximation pointed out. By other words, the inverse function that represents the dependence of ρ on P has the jump by the natural way at this approximation.

Besides, we note that $\delta T = \infty$, if the formula (12) of the correction δT is applied formally for the one-dimensional case. Thus, the self-consistent field approximation (averaged field approximation) is not correct. This fact is very important since the application of this approximation caused doubt in statistical physics due to the fact that it predicts the phase transition for one-dimensional systems, but it is known the statement that phase transitions are absent in one-dimensional systems with summated interaction potential [4].

References

1. Onsager, L. (1944) Crystal Statistics. I. A Two-Dimensional Model with an Order-Disorder Transition. *Phys. Rev.* **65**, 117-149.
2. Yang, C. N., & Lee, T. D. (1952) Statistical Theory of Equation of State and Phase Transitions. I. Theory of Condensation. *Phys. Rev.* **87**, 404-409.
3. Yang, C. N., & Lee, T. D. (1952) Statistical Theory of Equation of State and Phase Transitions. II. Lattice Gas and Ising Model. *Phys. Rev.* **87**, 410-419.
4. Ruelle, D. (1969) Statistical Mechanics. Rigorous Results. New York-Amsterdam: W.A. Benjamin, Inc.
5. Harary, F. (1969) Graph Theory. London: Addison-Wesley Publishing Company.
6. Isihara, A. (1971) Statistical Physics. New York: Academic Press.

УДК 519.85

О.М. ДАНИЛІН, В.М. КОМЯК
Національний університет цивільного захисту України

ЗАДАЧИ УПАКОВКИ ТА РОЗКРОЮ В РОЗВ'ЯЗАННІ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

Однією з проблем на сьогодні є організація керованої евакуації людей з будівель за необхідний час, що розраховується, виходячи з їх об'ємно-планувальних рішень. Під час моделювання руху людей, які апроксимуються набором еліпсів, виникає задача їх щільного розміщення з різною локальною щільністю, яка виникає в зв'язку з урахуванням різних мінімально допустимих відстаней між еліпсами. Дотримання таких відстаней викликане урахуванням низки обмежень, серед яких можна виділити рух людей із різною швидкістю, урахуванням їх маневреності, комфортності тощо.

В роботі запропонована математична модель задачі оптимізації розміщення еліпсів в частині обліку норм і технологічних обмежень на параметри розміщення об'єктів, що дозволило представити задачу моделювання руху людей, які апроксимуються еліпсами, у вигляді задачі геометричного проектування.

Розроблено метод математичного моделювання переміщення еліпсів в однозв'язній області за критерієм максимуму сукупного їх переміщення з урахуванням різних, по заданим технологічним обмеженням, мінімально допустимих відстаней між ними, що дозволило розширити клас розв'язуваних актуальних практичних завдань.

Ключові слова: розміщення, геометричне проектування, математична модель, нелінійна оптимізація, індивідуально-поточний рух.

А.Н. ДАНИЛИН, В.М. КОМЯК
Национальный университет гражданской защиты Украины

ЗАДАЧИ УПАКОВКИ И РАСКРОЯ В РЕШЕНИИ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ

Одной из проблем сегодня является организация управляемой эвакуации людей из зданий за необходимое время, рассчитываемое, исходя из их объемно-планировочных решений. Во время моделирования движения людей, которые аппроксимируются набором эллипсов, возникает задача их плотного размещения с разной локальной плотностью, которая возникает в связи с учетом различных минимально допустимых расстояний между ними. Соблюдение таких расстояний вызвано учетом ряда ограничений, среди которых можно выделить движение людей с разной скоростью, учетом их маневренности, комфортности и т.д.

В работе предложена математическая модель задачи оптимизации размещения эллипсов в части учета норм и технологических ограничений на параметры размещения объектов, что позволило представить задачу моделирования движения людей, которые аппроксимируются эллипсами, в виде задачи геометрического проектирования.

Разработан метод математического моделирования перемещения эллипсов в односвязной области по критерию максимума совокупного их перемещения с учетом различных, по заданным технологическим ограничениям, минимально допустимых расстояний между ними, что позволило расширить класс решаемых актуальных практических задач.

Ключевые слова: размещение, геометрическое проектирование, математическая модель, нелинейная оптимизация, индивидуально-поточное движение.

A.N. DANILIN, V.M. KOMYAK
National University of Civil Defense of Ukraine

PROBLEMS OF CUTTING AND PACKING IN SOLUTION OF APPLIED TASKS

One of the problems today is the organization of the controlled evacuation of people from buildings for the required time, calculated on the basis of their space-planning decisions. During the simulation of the movement of people who are approximated by a set of ellipses, the problem arises of their dense placement with different local density, which arises in connection with taking into account the various minimum allowable distances between them. Observance of such distances is caused by taking into account a number of restrictions, among which we can distinguish the movement of people at different speeds, taking into account their maneuverability, comfort, etc.

The problems of optimum ellipse packing belong to the class of NP-hard problems. The issues of development of efficient algorithms based on application of local optimization methods, construction of adequate mathematical models based on the analytical description of the ellipse interrelations taking into account their continuous translations and rotations are of vital importance.

A generalized model of optimal placement of unoriented ellipses according to a given quality criterion and taking into account different, according to given technological limitations, minimum allowable distances between them, has been built and its features studied.

The proposed mathematical model of the problem of optimizing the placement of ellipses in terms of taking into account norms and technological constraints on the parameters of placing objects, which allowed the problem of modeling the movement of people approximated by ellipses to be presented as a geometric design problem.

A method for mathematical modeling of the movement of ellipses in a simply-connected area was developed according to the criterion of the maximum of their aggregate movement, taking into account different, according to given technological limitations, minimum allowable distances between them, which made it possible to expand the class of actual practical problems.

Developed algorithmic and software, carried out a computer simulation of the optimal placement of ellipses in rectangular areas for a given quality criterion. This made it possible to solve a wide range of practical problems, which in their statements can be reduced to problems of optimal placement of ellipses, taking into account the minimum allowable distances between them and their continuous broadcasts and rotations.

Keywords: placement, geometric design, mathematical model, nonlinear optimization, individual-and-flow movement.

Постановка проблеми

Задачі упаковки та розкрою (Cutting & Packing), зокрема задачі оптимальної упаковки еліпсів, які називаються також задачами оптимального розміщення, є предметом дослідження обчислювальної геометрії, а методи їх розв'язання – напрямком теорії дослідження операцій. Цей клас задач має широкий спектр наукових і практичних застосувань у порошковій металургії, гірничодобувній промисловості для моделювання руху сипучих речовин, аналізі структур рідин та скла, задачах логістики для моделювання оптимальних упаковок вантажів, що мають форму еліптичного циліндра, в задачах евакуації людей з будівель при моделюванні індивідуально-поточного руху людей, що апроксимуються еліпсами.

З точки зору методів моделювання, вищенаведені класи прикладних задач належать до класу задач геометричного проектування [1] зі специфічною системою обмежень, яка пов'язана з їх геометричними властивостями.

Незважаючи на наявність різноманітних моделей і методів розв'язання задач геометричного проектування, вони, як і раніше, є актуальними в тих галузях, формалізація яких недостатня для застосування наявних моделей та методів, які пов'язані з необхідністю врахування особливостей предметної області. Це, у свою чергу, призводить до необхідності формулювання постановок нових задач та розробки нових методів їх геометричного моделювання.

Однією з проблем на сьогодні є організація керованої евакуації людей з будівель за необхідний час, що розраховується, виходячи з їх об'ємно-планувальних рішень. Необхідність розрахунку параметрів людських потоків викликала особливу зацікавленість до геоінформаційних систем: симуляторів натовпу, які дають можливість вимірювання, оптимізації та візуалізації потоків людей при їх евакуації. На сьогодні відсутні моделі індивідуально-поточного руху людей, які адекватні реальному потоку. Інтерес до моделі мотивується необхідністю уваги до руху людей з обмеженими мобільними можливостями в потоці змішаного складу в досить широкій номенклатурі громадських будівель різних класів функціональної пожежної небезпеки. Під час моделювання руху людей, які апроксимуються набором еліпсів, існує задача їх щільного розміщення з різною локальною щільністю, яка виникає в зв'язку з урахуванням різних мінімально допустимих відстаней між еліпсами. Дотримання таких відстаней викликане урахуванням низки обмежень, серед яких можна виділити рух людей із різною швидкістю, урахуванням їх маневреності, комфортності тощо.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Аналіз наявних моделей та методів, які розроблені різними науковими школами України, а також моделей та методів оптимізаційного геометричного проектування, що створені як вітчизняними, так і іноземними вченими, показав, що в класі задач розміщення еліпсів застосовують евристичні методи або апроксимацію еліпсів набором базових об'єктів, або розглядають питання упаковки еліпсів з урахуванням їх неперервних трансляцій і обертань для невеликого числа об'єктів (до 120), що робить складним розв'язання низки актуальних практичних задач, таких як моделювання індивідуально-поточного руху людей, моделювання структури сипучих матеріалів тощо. Це дозволяє зробити висновок про необхідність проведення наукових досліджень стосовно збільшення вимірності задач оптимального розміщення зазначеного класу об'єктів у відповідних областях, оскільки дані задачі є актуальними і мають практичну значущість.

Мета дослідження

Створити математичну модель та метод індивідуально-поточного руху людей.

Викладення основного матеріалу дослідження

Сформулюємо узагальнену постановку задачі оптимального розміщення неорієнтованих еліпсів у однозв'язній області. Нехай задана область Ω і набір еліпсів E_i , $i \in \{1, 2, \dots, N\} = I_N$. Між еліпсами E_i та E_j можуть бути задані обмеження на мінімально допустимі відстані r_{ij} , а між еліпсом E_i та границею області Ω – обмеження на мінімально допустимі відстані r_i .

Узагальнена задача розміщення еліпсів. Розмістити набір еліпсів E_i , $i \in I_N$ в області Ω з урахуванням обмежень на умови неперетинання і умови розміщення з дотриманням заданих мінімальних допустимих відстаней, а також з урахуванням ряду технологічних обмежень так, щоб критерій якості набував екстремального значення.

Як ефективний засіб математичного моделювання відносин неперетинання пари еліпсів з урахуванням допустимих відстаней пропонується використовувати функцію з класу ϕ -функцій [2].

Математична модель задачі полягає в наступному.

Необхідно знайти

$$F(u^*) = \underset{u \in Q \subset R^n}{extr} F(u), \quad (1)$$

$$W_k = \{u \in R^n : \gamma_{ij} \geq 0; \gamma_i \geq 0; T_i \geq 0; i < j \in I_N\}, \text{ де} \quad (2)$$

$$u = (x_{E_1}, y_{E_1}, \theta_{E_1}, x_{E_2}, y_{E_2}, \theta_{E_2}, \dots, x_{E_N}, y_{E_N}, \theta_{E_N}), \quad n = 3N, \quad (3)$$

$$\gamma_{ij} \geq 0 : \Phi^{E_i E_j}(x_{E_i}, y_{E_i}, \theta_{E_i}, x_{E_j}, y_{E_j}, \theta_{E_j}) - r_{ij} \geq 0, \quad (3)$$

$$\gamma_i \geq 0 : \Phi^{E_i \Omega^*}(x_{E_i}, y_{E_i}, \theta_{E_i}) - r_i \geq 0, i < j \in I_N, - \quad (4)$$

ϕ -функції, що описують умови неперетинання еліпсів $E_i(u_{E_i}), E_j(u_{E_j})$ та еліпса

$E_i(u_{E_i})$ і об'єкта $\Omega^* = R^2 \setminus E_i$;

$$T_i \geq 0 : T_i(x_{E_i}, y_{E_i}, \theta_{E_i}) \geq 0, i \in I_N - \text{технологічні обмеження.} \quad (5)$$

Задачі оптимального розміщення еліпсів, що допускають неперервні обертання та трансляції, належать до класу NP -складних. Широкий спектр наукових і практичних застосувань, деякі з яких викладені вище, потребує розробки ефективних алгоритмів, що засновані на застосуванні методів локальної оптимізації великого числа еліпсів. Як ефективний засіб геометричного моделювання відносин неперетинання пари еліпсів з урахуванням допустимих відстаней пропонується нова функція з класу квазі- ϕ -функцій [3]. В роботі [4–5] побудована нова квазі- ϕ -функція $\Phi^{E_i E_j}$, яка володіє властивістю малої трудомісткості.

Слід зазначити, що основна властивість функції $\Phi^{E_i E_j}$ полягає в тому, що вона приймає від'ємні значення, коли еліпси перетинаються, дорівнює нулю, коли дотикаються, і приймає додатні значення, коли еліпси не перетинаються.

Розглянуто задачу моделювання руху потоків людей, які апроксимуються набором еліпсів. Задача зводиться до розміщення еліпсів із різною щільністю, яка виникає у зв'язку з урахуванням різних мінімально допустимих відстаней між людьми (еліпсами). Дотримання мінімально допустимих відстаней викликано урахуванням низки обмежень, серед яких можна виділити рух людей з різною швидкістю, урахуванням їх маневреності, комфортності тощо. У роботі пропонується ефективний спосіб моделювання, який засновано на застосуванні методів локальної оптимізації розміщення великого числа еліпсів з урахуванням різних мінімально допустимих відстаней між ними та з використанням нової квазі- ϕ -функції.

Шлях руху ділиться на області Ω_m , пронумеровані, відповідно, $1, 2, \dots, m$ і обмежені роздільниками $A_1, A_2, \dots, A_{m+1}$ (рис.1).

Кожна область характеризується однаковим законом формування основного напрямку руху. Розглянуто області з прямолінійним рухом. У цих областях переміщення з точки, яка аналізується, наводиться у вигляді вектора, що з'єднує дану точку з точкою на відповідному роздільнику (з урахуванням коефіцієнта гомотетії). Припустимо, що на k -ій ітерації (із заданим часовим інтервалом Δt , наприклад, 1 с) в області евакуації Ω_m знаходиться N_k людей із параметрами розміщення $u_{E_{ki}} = (x_{E_{ki}}, y_{E_{ki}}, \theta_{E_{ki}}), i = 1, 2, \dots, N_k$, де $(x_{E_{ki}}, y_{E_{ki}})$ – координати розміщення початку

локальної системи координат (поточна точка), а $\theta_{E_{ki}}$ – кут повороту i -го еліпса E_i з розмірами півосей (a_i, b_i) , який є моделлю i -тої людини. Зазначимо, що велика піввісь еліпса перпендикулярна до напрямку руху, а кут повороту $\theta_{E_{ki}}$ еліпса E_i визначається між перпендикуляром до великої півосі й вектором основного напрямку руху. Об'єкту E_i приписані також характеристики швидкості v_{ki} (у метрах за секунду) і маневреності m_{ki} , $m_{ki} < 1$ (у метрах).

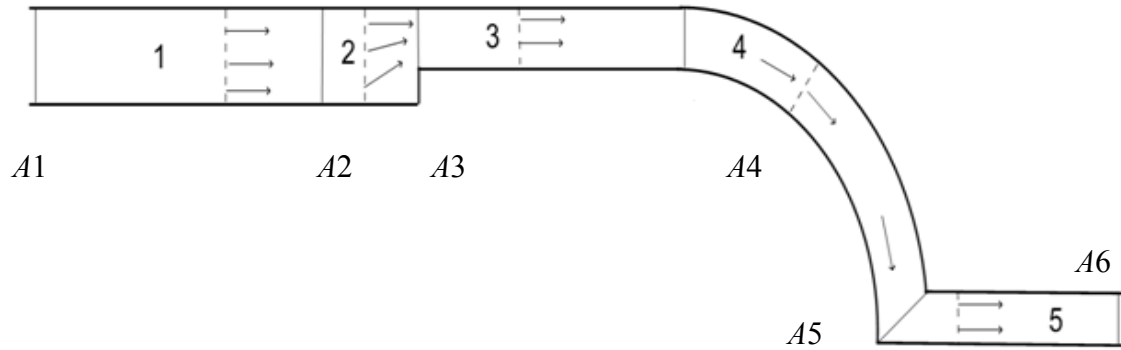


Рис. 1. Надання шляху руху.

Побудовано математичну модель підзадачі на k -ій ітерації у вигляді пошуку максимуму сукупного руху N_k людей, що знаходяться в області евакуації, тобто

$$F(u^*) = \max_{u \in W_k \subset R^n} F(u), \quad F(u) = \Delta t \sum_{i=1}^{N_k} \Delta t_i \left| \vec{v}_{ki}(u_{E_{ki}}) \right|,$$

$$u = (\Delta t_1, z_1, x_{E_{k1}}, y_{E_{k1}}, \theta_{E_{k1}}, \Delta t_2, z_2, x_{E_{k2}}, y_{E_{k2}}, \theta_{E_{k2}}, \dots, \Delta t_{N_k}, z_{N_k}, x_{E_{Nk}}, y_{E_{Nk}}, \theta_{E_{Nk}}),$$

$n = 5N_k$ з урахуванням обмежень на умови неперетинання й умови розміщення з дотриманням заданих мінімальних допустимих відстаней (3)–(4), що викликані комфортністю, за допомогою нових квазі-phi-функція і обмежень (5) на відносний час Δt_i руху i -ої людини та на кут їх повороту, що викликані маневреністю руху:

$$T_i : \begin{cases} 0 \leq \Delta t_i \leq 1, \\ -m_{ki} \leq z_i \leq m_{ki}, i \in I_{N_k} \end{cases}.$$

Досліджено властивості моделі та запропоновано способи розв'язання задачі: як задачі нелінійного програмування.

Область допустимих розв'язків W_k за способом побудови може бути представлена у вигляді об'єднання η (η – деяке велике число, яке залежить від кількості та виду об'єктів) підобластей виду:

$$W_k = \bigcup_{s=1}^{\eta} W_{ks}, \quad (6)$$

де W_k описується системою нерівностей із гладкими функціями.

Подання області допустимих розв'язків у вигляді об'єднання підобластей (6) дозволяє звести пошук локального екстремуму задачі до розв'язання послідовності задач нелінійного програмування за допомогою наступного алгоритму:

Крок 1. Отримаємо початкову точку задачі:

$$u^l = (\Delta t_1, z_1, x_{E_{k1}}, y_{E_{k1}}, \theta_{E_{k1}}, \Delta t_2, z_2, x_{E_{k2}}, y_{E_{k2}}, \theta_{E_{k2}}, \dots, \Delta t_{N_k}, z_{N_k}, x_{E_{Nk}}, y_{E_{Nk}}, \theta_{E_{Nk}}), \quad l := 0.$$

Крок 2. Генеруємо за координатами початкової точки u^l підобласть W_{ks_l} з (6), яка містить цю точку. Якщо всі області вже досліджені, процес розв'язання закінчено.

Крок 3. Починаючи рух з точки u^l , знаходимо локальний максимум цільової функції $F(u)$ на області W_{ks_l} . Позначаємо отриману точку локального екстремуму u^{l+1} .

Крок 4. Приймаємо $l := l + 1$ і переходимо до кроку 2.

Експериментально оцінена трудомісткість запропонованого алгоритму. На рис. 2 показана залежність часу евакуації від кількості об'єктів, що переміщуються, при розв'язанні задачі, як задачі нелінійного програмування.

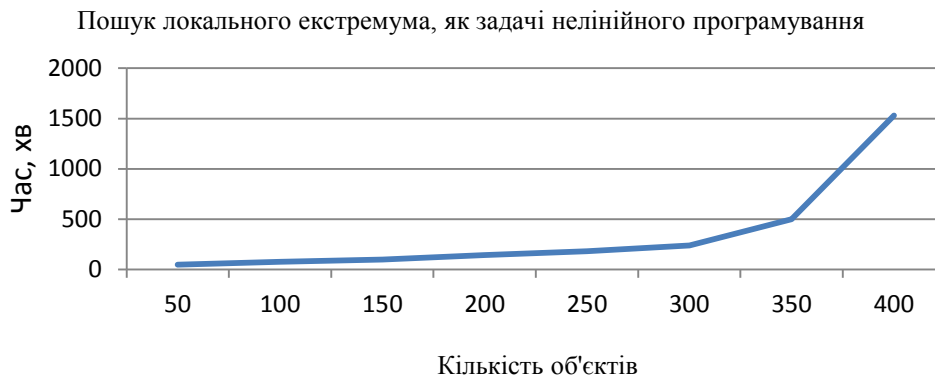
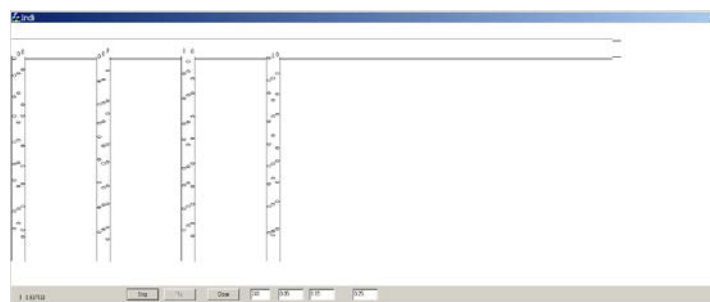


Рис. 2. Залежність часу евакуації від кількості об'єктів.

Здійснено комп'ютерне моделювання руху людей на прикладі "Моделі руху людських потоків з розтіканням їх головних частин" з навчального посібника [6]. Процес евакуації представлений на трьох фрагментах на рис. 3.

Автори посібника отримали час евакуації 93 с, а при використанні розглянутого підходу маємо 98 с, абсолютна похибка становить 5 с, а відносна – 0.05 (5 %)

Здійснено також порівняння існуючих моделей за їхніми функціональними можливостями. У табл. 1 зведені найбільш значущі, на думку багатьох дослідників, критерії для вибору математичної моделі серед таких: спрощеної аналітичної (СА), імітаційно-стохастичної (ІС), індивідуально-поточної (ІІ), польової моделі SigMA.DC.



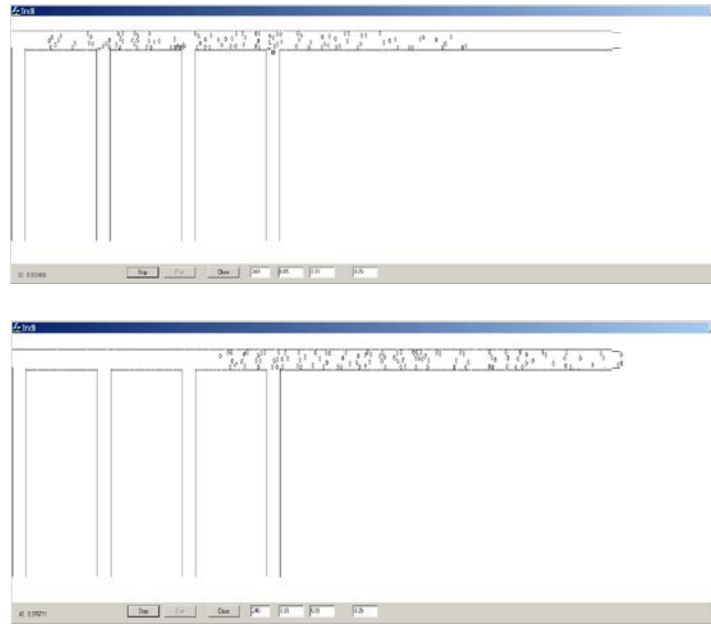


Рис. 3. Комп'ютерне моделювання індивідуально-поточного руху.

Таблиця 1

Порівняльний аналіз моделей

Критерії	Моделі				
	СА	ІП	ІС	SigMA. DC	ІП, що пропону- ється
Переформування потоку (розтікання, ущільнення)	—	—	+	+	+
Злиття потоків	+	+	+	+	+
Неодночасність злиття	—	—	+	+	+
Розчленування	+/-	+/-	+	+	+
Утворення й розтікання скупчень	+/-	+/-	+	+	+
Облік неоднорідності людського потоку (варіабельність фізичного та емоційного стану)	—	+	—	+	+
Рух по ділянках "необмеженої" ширини	—	—	—	+	+
Облік особливостей вибору людьми маршрутів евакуації	—	—	—	+	+
Облік індивідуальних сценаріїв евакуації (виконання інструкцій, задавання ролей)	—	—	—	+	+
Облік протитечій і пересічних потоків	—	—	—	+	+
Облік умов видимості	—	—	—	+	+
Облік складної інфраструктури будівлі	—	—	—	—	+
Облік відмінності в метричних характеристиках індивідів	—	—	—	—	+

Висновки

Таким чином, основною відмінною рисою є те, що запропонована в роботі модель індивідуально-поточного руху, в якій аналітично описуються умови неперетинання еліпсів та умов розміщення в області, дозволяє моделювати рух різного контингенту евакуйованих, кількість яких налічує до 400 індивідів, і в будинках складної конфігурації.

Список використаної літератури

1. Стоян Ю. Г. Основная задача геометрического проектирования. Харьков: Ин-т проблем машиностроения АН УССР. 1983. 36 с. (Препринт / АН УССР. Ин-т проблем машиностроения; 181)
2. Стоян Ю. Г., Романова Т. Е., Чернов Н. И., Панкратов А. В. Полный класс Φ -функций для базовых объектов. Доповіді НАН України. 2010. № 12. С. 25-30.
3. Стоян Ю. Г., Панкратов А. В., Романова Т. Е., Чернов Н. И. Квази- ϕ -функции для математического моделирования отношений геометрических объектов. *Доповіді НАН України*. 2014. Т 9. С. 49-54.
4. Данилин А. Н., Комьяк В. В., Комьяк В. М., Панкратов А. В. Упаковка эллипсов в прямоугольник минимальных размеров. *УСuМ*. 2016. № 5. С. 5-9.
5. Komyak Va., Komyak, Vl., Danilin, A. A Study of Ellipse Packing in the High-Dimensionality Problems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. № 1/4(85). С. 17–23.
6. Холщевников В. В., Самошин Д. А. Эвакуация и поведение людей при пожарах. Москва: Академия ГПС МЧС России, 2009. 212 с.

References

1. Stoyan, Yu. G. (1983). Osnovnaya zadacha geometricheskogo proektirovaniya [The Main Task of Geometric Design]. Working paper 181, Kharkov: Institute of machine-building problems of the Academy of Sciences of the Ukrainian SSR.
2. Stoyan, Yu. G., Romanova, T. Ie., Chernov, N. I., & Pankratov A. V. (2010). Polnyi klass Φ -funktsiy dlya bazovyih ob'ektov [Full class of Φ -functions for basic objects]. *Reports NAS of Ukraine*, 12, 25–30.
3. Stoyan, Yu. G., Pankratov, A. V., Romanova, T. Ie., & Chernov, N. I. (2014). Kvazi- ϕ -funktsii dlya matematicheskogo modelirovaniya otnosheniy geometricheskih ob'ektov [Quasi- ϕ -functions for mathematical modeling of relations of geometric objects]. *Reports NAS of Ukraine*, 9, 49-54.
4. Danilin, A. N., Komyak, Vl., Komyak, Va., & Pankratov, A. V. (2016). Upakovka ellipsov v pryamougolnik minimalnyh razmerov [Packaging of Ellipses in a Rectangle of Minimal Sizes]. *Control Systems and Computers*, 5, 5-9.
5. Komyak, Va., Komyak, Vl., Danilin, A. (2017). A Study of Ellipse Packing in the High-Dimensionality Problems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1/4(85), 17-23.
6. Kholshchevnikov, V. V., & Samoshin, D. A. (2009). Evakuatsiya i povedenie lyudey pri pozharah: uchebnoe posobie [Evacuation and behavior of people in fires: a manual]. Moscow: Academy of State Fire Service of the Ministry of Emergency Measures of Russia.

УДК 539.3

К.Г. ДЕГТЯРЬОВ, В.І. ГНІТЬКО, О.О. СТРЕЛЬНИКОВА
Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України
А.М. ТОНКОНОЖЕНКО
ДП КБ "Південне" ім. М.К. Янгеля

РОЗРАХУНКОВІ МОДЕЛІ ДЛЯ АНАЛІЗУ МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТРИВИМІРНИХ НАНОКОМПОЗИТІВ НА ОСНОВІ МЕТОДІВ СКІНЧЕНИХ ТА ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Для дослідження локальних деформаційних та міцнісних властивостей нанокомпозитів з поодинокими нановключеннями або неоднорідностями здійснені гранично-елементне та скінченно-елементне формулювання тривимірних статичних задач теорії пружності. Метод скінченних елементів застосовано для визначення напружено-деформованого стану різних репрезентативних об'ємних елементів тривимірних нанокомпозитів. Вивчено вплив форми і відносних розмірів неоднорідностей та матриць репрезентативного об'єму на ефективні модулі пружності нанокомпозитів. Розглядаються матриці у вигляді гексагональної призми та циліндра скінченних розмірів та неоднорідності як сфери або циліндри із закругленими краями. При використанні методу граничних елементів здійснено зведення двовимірних сингулярних рівнянь теорії пружності до одновимірних для випадку, коли область інтегрування є поверхнею обертання. При цьому статичні задачі визначення пружних характеристик нанокомпозитів зводяться до розв'язання систем одновимірних сингулярних інтегральних рівнянь. Це дозволяє розробити лише одну процедуру для визначення пружних характеристик, яку можна використовувати для опису пружних переміщень та зусиль як у матриці, так і у нановключенні. Розрахунки довели, що для оцінки ефективного модуля пружності композитного наноматеріалу достатньо розглядати матрицю з поодиноким включенням, оскільки мультиматричні моделі не демонструють результатів, відмінних від випадку поодинокого включення.

Ключові слова: нановключення, матриця, репрезентативний об'ємний елемент, методи скінченних та граничних елементів.

К.Г. ДЕГТЯРЕВ, В.И. ГНИТЬКО, Е.А. СТРЕЛЬНИКОВА
Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины
А.М. ТОНКОНОЖЕНКО
ГП КБ "Южное" им. М.К. Янгеля

РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ АНАЛИЗА МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТРЕХМЕРНЫХ НАНОКОМПОЗИТОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ КОНЕЧНЫХ И ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Для исследования локальных деформационных и прочностных свойств нанокомпозитов с одиночными нановключеннями или неоднородностями приведены гранично-элементные и конечно-элементные формулировки трехмерных статических задач теории упругости. Метод конечных элементов применен для исследования напряженно-деформированного состояния различных репрезентативных объемных элементов трехмерных нанокомпозитов. Изучено влияние формы и относительных размеров неоднородностей и матриц репрезентативного объема на эффективные модули упругости нанокомпозитов. Рассматриваются матрицы в виде гексагональной

призмы и цилиндра конечных размеров. Неоднородности представляются сферами или цилиндрами с закругленными краями. При использовании метода граничных элементов двумерные сингулярные уравнения теории упругости сведены к одномерным для случая, когда область интегрирования является поверхностью вращения. При этом статические задачи определения упругих характеристик нанокомпозитов сводится к решению систем одномерных сингулярных интегральных уравнений. Это позволяет разработать только одну процедуру для определения упругих характеристик, которую можно использовать для описания упругих перемещений и усилий как в матрице, так и в нановключении. Расчеты доказали, что для оценки эффективного модуля композитного наноматериала достаточно рассмотреть матрицу с одиночным включением, поскольку применение мультиматричных моделей не приводит к существенному изменению результатов.

Ключевые слова: нановключения, матрица, репрезентативный объемный элемент, методы конечных и граничных элементов

K.G. DEGTYAREV, V.I. GNITKO, E.A. STRELNIKOVA

A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of the Ukrainian Academy of Sciences

A.M. TONKONozHENKO

M.K. Yangel Yuzhnoye State Design Office

COMPUTATIONAL MODELS FOR THE ANALYSIS OF MECHANICAL PROPERTIES OF THREE-DIMENSIONAL NANOCOMPOSITES BASED ON THE METHODS OF FINITE AND BOUNDARY ELEMENTS

To study the local deformation and strength properties of nanocomposites with single inclusions or inhomogeneities, the boundary-element and finite-element formulations of three-dimensional static problems of elasticity theory are performed. The finite element method is used to determine the stress-strain state of various representative volume elements of 3D nanocomposites. The main objective is to study the influence of forms and relative sizes of inhomogeneities and matrices for representative volumes on the elasticity effective modulus of nanocomposites. The matrixes in the form of a hexagonal prism and a finite-size cylinder are considered. Inhomogeneities are considered as spheres or cylinders with rounded edges. Using the method of boundary elements, the reduction of two-dimensional singular equations of the elasticity theory to one-dimensional ones has been made when the integration domain is a surface of rotation. The completeness of the system of boundary integral equations is achieved by considering the given differential connection between the displacement components and traction jump on the nanosized surface separated the materials. For the nanoinclusion zero-elastic characteristics, the system of key integral and differential equations is obtained on the nanohole surface in the three-dimensional elastic matrix for a static load. Finite-elemental formulation is made taking into account the conditions of full contact on nanoscale material separation surfaces. Then the static problems of determining the elastic characteristics of nanocomposites are reduced to solving systems of one-dimensional singular integral equations. This allows us to develop only one procedure for determining the elastic characteristics that can be used to describe the elastic displacements and tractions in the matrix as well as in the inclusion. The calculations have proved that for estimation the effective module of elasticity of the nanocomposite it is sufficient to consider the matrix with single inclusion, since bulky, multi-matrix models do not show results that are different from the case of single inclusion.

Keywords: nanoinclusions, matrix, representative volume element, bound and finite element methods

Постановка проблеми

Пружні нанокompозити відносяться до сучасних технологічних матеріалів, які широко використовуються на практиці для відповідальних покриттів інженерних споруд та систем. Завдяки їх внеску відбувається значне зміцнення відповідальних об'єктів зі збереженням їх легкості. Тому розробка нових методів для ефективного вивчення властивостей нанокompозитів надзвичайно актуальна. Ця задача досить складна, тому виникає потреба в нехай наближених, але зручних для аналізу аналітичних та числових розв'язках. В цьому дослідженні розглядається матриця репрезентативного об'єму з включеннями різної конфігурації для вивчення впливу форми і відносних розмірів неоднорідностей та матриць репрезентативного об'єму на ефективні модулі пружності нанокompозитів. Використовуються методи скінченних та граничних елементів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

В останні роки з'явилися публікації щодо нанокompозитів, в яких наведені ускладнені моделі як репрезентативних об'ємів, так і граничних умов на інтерфейсах. В [1–2] вводять величину поверхневого напруження як важливої характеристики наноструктурованих матеріалів і нанокompозитів. Запропоновано підходи, які використано для оцінки ефективних модулів пружності нанокompозиту з інтерфейсом Гертіна-Мердока, у рамках моделі рідко-заповненого середовища [3] та різні самоузгоджувальні схеми [3–4]. Спільною особливістю цих публікацій є використання моделі "поодинокі неоднорідності", тому ці результати потребують обґрунтування та з'ясування меж застосовності. Також був розроблений підхід мультипольних розвинень [5–6] для отримання повного розв'язку задачі теорії пружності для взаємодіючих сферичних неоднорідностей з інтерфейсом Гертіна-Мердока як мікромеханічної моделі нанокompозиту. Цей підхід дає аналітичний розв'язок і є ефективним інструментом для вивчення подібних проблем. Ефективні модулі за різними підходами до осереднення обчислені в роботах [7–8]. Проте потенціал цих методів залишався нерозкритим щодо оцінки тривимірних пружних структур з нанорозмірними неоднорідностями загальної топології та властивостями інтерфейсів. Це можна пояснити необхідністю істотної модифікації згаданих методів, особливо у випадках тривимірних наноструктур з одиничними та множинними наночастками неканонічної геометрії та некласичними контактними умовами. Модифікації методів скінченних та граничних елементів для вивчення механічних властивостей нанокompозитів і присвячена ця робота.

Мета дослідження

Метою дослідження є створення методики для ефективної оцінки пружних властивостей матричних нанокompозитів з поодинокими включеннями і періодично структурованих композитних метаматеріалів тривимірної конфігурації з використанням сучасних методів граничних і скінченних елементів.

Викладення основного матеріалу дослідження

Аксіально-симетричні задачі теорії пружності для ізотропного тіла з неоднорідністю

Розглянемо пружний скінченний циліндр з неоднорідністю. Припустимо, що неоднорідність має форму циліндра з закругленими торцями (рис. 1). Зовнішня межа тіла та його об'єм позначаються відповідно S і Ω_1 . Зовнішня поверхня включення та його область позначаються як S_{int} та Ω_2 . Поверхня $S = \partial\Omega_1$ є граничною поверхнею, що включає границю неоднорідності S_{int} ; тому $S = S_{\text{int}} \cup S_1$, де S_1 є граничною поверхнею циліндру (рис. 1). Припустимо, що тіло статично навантажується уздовж межі S граничними зусиллями t і усередині області об'ємними силами f . Цей пружний циліндр з неоднорідністю можна розглядати як репрезентативний об'ємний елемент для

вивчення механічних властивостей композитів та нанокompозитів. У подальшому нехай Ω_1 – область матриці, а Ω_2 – область, яка зайнята неоднорідністю.

Тривимірні рівняння ізотропної теорії пружності показують, що дивергенція тензора напружень дорівнює нулю, тобто

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f}; \quad \boldsymbol{\sigma} = 2G[\nu/(1-2\nu)\text{tr}(\mathbf{e})\mathbf{I} + \mathbf{e}]; \quad 2\mathbf{e} = \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T; \quad \text{tr}(\mathbf{e}) = e_{ii}, \quad (1)$$

де $\mathbf{u}$ – вектор переміщень, $\mathbf{e}$ – тензор нескінченно малих деформацій, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напружень, $\mathbf{f}$ – об'ємна сила, ν – коефіцієнт Пуассона, $G = 0.5E / (1+\nu)$ – модуль зсуву, E – модуль Юнга, e_{ii} – перший інваріант тензору деформацій.

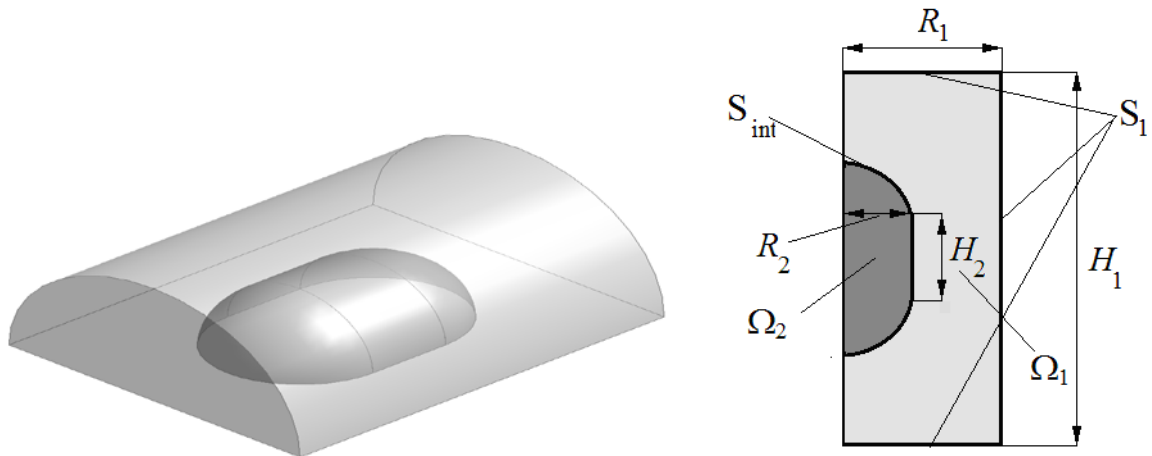


Рис. 1. Пружний циліндр зі включенням, його ескіз та під-області

Нехай P_0 , P та Q є точками колокацій: точкою на зовнішній поверхні S і всередині області, відповідно. Зв'язок між внутрішніми зусиллями тіла та його зміщеннями може бути виражений граничним інтегральним рівнянням (тотожність Сомільяни) у такому вигляді:

$$\mathbf{C}\mathbf{u} = \iint_{\sigma} \mathbf{U}(P, P_0) \mathbf{t}(P) d\sigma - \iint_{\sigma} \mathbf{T}(P, P_0) \mathbf{u}(P) d\sigma + \iiint_{\Omega} \mathbf{U}(P, Q) \mathbf{f} d\Omega,$$

де $\mathbf{C}$ – постійна матриця, яка залежить від положення точки P на поверхні σ , $\mathbf{U}(P, P_0) = \{U_{ij}\}$, $\mathbf{T}(P, P_0) = \{T_{ij}\}$ – фундаментальний розв'язок Кельвіна:

$$U_{ij}(P, P_0) = \frac{1}{16\pi(1-\nu)Gr} [(3-4\nu)\delta_{ij} + r_i r_j],$$

$$T_{ij}(P, P_0) = \frac{1}{8\pi(1-\nu)r^2} \left\{ [(1-2\nu)\delta_{ij} + 3r_i r_j] \frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}} - (1-2\nu)(r_i n_j - r_j n_i) \right\}.$$

Тут $r = (r_i r_i)^{1/2}$, $r_i = x_i(P) - x_i(P_0)$, $r_i = \partial r / \partial x_i(P) = r_i / r$.

Вводимо матричні оператори:

$$\mathbf{A}(\sigma_1, \sigma_2) \mathbf{u} = \iint_{\sigma_1} \mathbf{T}(P, P_0) \mathbf{u}(P) d\sigma_1, \quad \mathbf{B}(\sigma_1, \sigma_2) \mathbf{t} = \iint_{\sigma_1} \mathbf{U}(P, P_0) \mathbf{t}(P) d\sigma_1, \quad P_0 \in \sigma_2.$$

Приймаючи до уваги, що

$$\mathbf{A}(\sigma_1, \sigma_1)\mathbf{u} = \mathbf{C}\mathbf{u} + \iint_{\sigma_1} \mathbf{T}(P, P_0)\mathbf{u}(P)d\sigma_1,$$

отримаємо основне інтегральне співвідношення у вигляді

$$\mathbf{A}(\sigma, \sigma)\mathbf{u} = \mathbf{B}(\sigma, \sigma)\mathbf{t}.$$

З метою адаптації розрахункових гранично-елементних моделей для поодинокого нановключення до подальшого числового аналізу у просторовій області запропоновано схеми регуляризації отриманих граничних інтегральних рівнянь з сингулярностями різного порядку у ядрах від входження фундаментальних розв'язків відповідних статичних задач континуальної механіки. Здійснено явне адитивне виділення сингулярностей у рівняннях гранично-елементної моделі [9].

Двовимірні сингулярні рівняння теорії пружності зведено до одновимірних для випадку, коли область інтегрування є поверхнею обертання [10–11]. Тоді статичні задачі визначення пружних характеристик нанокмполімерів зводяться до розв'язання систем одновимірних сингулярних інтегральних рівнянь. Це дозволяє розробити лише одну процедуру для визначення пружних характеристик, яку можна використовувати для опису пружних переміщень та зусиль як у матриці, так і у нановключенні.

На першому етапі розглядаємо випадок розтягування вздовж однієї з координатних осей. В точках матриці та включення отримуємо дві системи сингулярних інтегральних рівнянь відповідно. З кожної з цих систем знаходимо зусилля на поверхні розділу як функції відповідних переміщень. Це дає змогу на нанорівневій поверхні розділу використовувати як умови ідеального контакту, так і некласичні контактні умови Гертінга-Мердока.

З метою побудови стійких числових алгоритмів розв'язання одновимірних систем сингулярних інтегральних рівнянь виконано аналіз сингулярностей в ядрах отриманих інтегральних операторів осесиметричної задачі теорії пружності [12]. Доведено, що сингулярні ядра містять два типи особливостей: логарифмічну особливість та особливість типу Коші. Доведено також, що всі компоненти ядер отриманих інтегральних операторів можна звести до двох типів: ядра гармонічних потенціалів простого шару та ядра гармонічних потенціалів подвійного шару. Ці інтегральні оператори для поверхні обертання зведено до обчислення інтегралів, що містять еліптичні інтеграли першого та другого роду [10–11]. Зауважимо, що у запропоновану схему потрібно залучати лише граничні значення зусиль зі сторони матриці і нановключення на міжфазній поверхні розділу, які є безпосередніми розрахунковими функціями в гранично-інтегральних формулюваннях.

Прикладом для валідації методу слугує довгий циліндр, який закріплений на одному торці ($z=0$) та підданий розтягуючому навантаженню F на іншому ($z = L$). Відношення радіуса циліндра R до його довжини L складало $1/10$, модуль пружності обирався рівним $E=2,11 \cdot 10^6$ МПа. Задача має аналітичний розв'язок. Сітка, що використовується при числовому моделюванні, має 120 граничних елементів уздовж циліндричної частини та 60 елементів вздовж верхнього та нижнього радіусів циліндра. Подальше згущення сітки не приводило до суттєвої зміни результатів. Задача розв'язана з використанням граничних елементів із сталою апроксимацією густини та з застосуванням 6-точкових квадратур Гаусса для обчислення інтегралів за несингулярними елементами.

В табл. 1 нижче надані нормалізовані переміщення $w^* = w\pi ER^2/FL$, які обчислені в точках $r/R = 0.05, 0.25, 0.5, 0.75, 0.99$ при $z = L$.

Далі розглянуто задачу про напружено-деформований стан пружного циліндра (матриці) з неоднорідністю (включенням). Розглянуто циліндр, закріплений на одному торці ($z=0.0$), навантажений рівномірно на торці ($z=5.0$), та має включення у формі циліндра з закругленими торцями (рис.1).

Відношення довжин циліндру та включення прийнято рівним $H_1/H_2=5$, а відношення їх радіусів є $R_1/R_2=2$, модулі пружності обрано $E_1=2,11 \cdot 10^6$ МПа, $E_2=2,11 \cdot 10^7$ МПа, коефіцієнти Пуассона є $\nu_1=\nu_2=0.3$, тобто вважалось, що модуль пружності включення на порядок більший в порівнянні з модулем пружності матриці. Досліджено вплив неоднорідності на напружено-деформований стан циліндра. Застосовано метод граничних суперелементів [12–13], при чому результуюча система лінійних алгебраїчних рівнянь містить лише невідомі переміщення на поверхні інтерфейсу S_{int} (рис. 1).

Таблиця 1

Метод	Точки, r/R				
	0.05	0.25	0.5	0.75	0.99
МГЕ	1.006	1.0003	1.00001	1.0004	1.02
Аналітичне значення	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

При числовій симуляції використані N_i одновимірних граничних елементів на поверхнях Σ_i ($i=1,2,3$): $N_1=150$, $N_2=30$, $N_3=240$. Подальше збільшення кількості елементів не привело до суттєвої зміни результатів.

Рис. 2 демонструє розподіл переміщень в пружному циліндрі з включенням вздовж поверхні інтерфейсу.

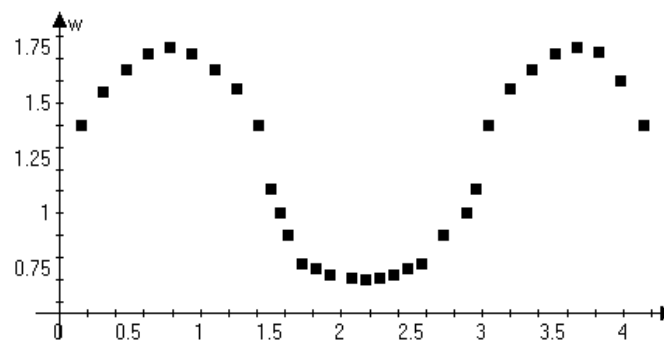


Рис. 2. Переміщення на поверхні інтерфейсу

У порівнянні з циліндром, що не містить включення, переміщення мають суттєво неоднорідний характер.

Дослідження репрезентативних об'ємів методом скінченних елементів

Метод скінченних елементів застосовано для визначення напружено-деформованого стану різних репрезентативних об'ємних елементів тривимірних нанокомпозитів. Вивчено вплив форми і відносних розмірів неоднорідностей та матриць репрезентативного об'єму на ефективний модуль пружності нанокомпозитів. Розглядаються матриці у вигляді гексагональної призми та циліндра скінченних розмірів. Неоднорідності розглядаються у вигляді сфер або циліндрів із закругленими крями.

Використовуючи метод скінченних елементів, розглядаємо такі форми матриць для репрезентативних об'ємних елементів: циліндр (рис 1), гексагональна призма (рис.

3а)) та мультиматриця (рис. 3.б)). Було залучено класичні умови контакту. Умови кріплення реалізовані у вигляді жорсткого защемлення одного з шестикутників. Навантаження F подається на другий шестикутник як сила розтягування. Як матриця, так і область включення поділяються на тетраедричні скінченні елементи.

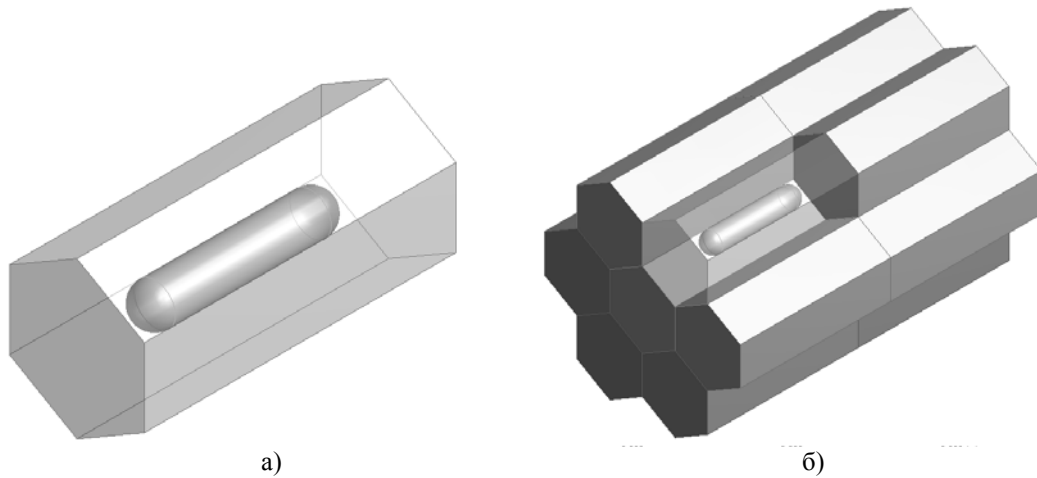


Рис. 3. Схеми різних репрезентативних об'ємних елементів

Розроблено методику дослідження напружено деформованого стану різних репрезентативних об'ємних елементів тривимірних нанокомпозитів. Матеріал неоднорідності мав модуль пружності, що значно перевищував модуль пружності матриці. Досліджено випадок, коли репрезентативний об'єм має декілька неоднорідностей однакової форми. Отримані результати порівняно з даними для поодинокого включення. Результати розрахунку демонструють зміну напружено деформованого стану та осереднених властивостей нанокомпозиту для різних репрезентативних об'ємних елементів.

Основними співвідношеннями є диференціальні рівняння (1) з умовами контакту на поверхні інтерфейсу та умовами кріплення. Як матриця, так і область включення поділяються на тетраедричні скінченні елементи. В якості наближеного розв'язку задачі розглянемо кусково-лінійну вектор-функцію $\mathbf{u}_h(x, y, z)$, яка неперервна в тривимірній області, що розглядається, і лінійна на кожному тетраедрі. На множині тетраедрів ця функція визначена таким чином:

$$u_j^h(x, y, z) = \sum_{i=1}^n u_{ji} \varphi_i(x, y, z), \quad j = 1, 2, 3,$$

де u_{ji} – невідомі вузлові значення, $\varphi_i(x, y, z)$ – функції форми.

Розроблено дві скінченно-елементні моделі репрезентативних об'ємних елементів. Ці моделі та відповідні схеми дискретизації зображені на рис. 4а) та 4б).

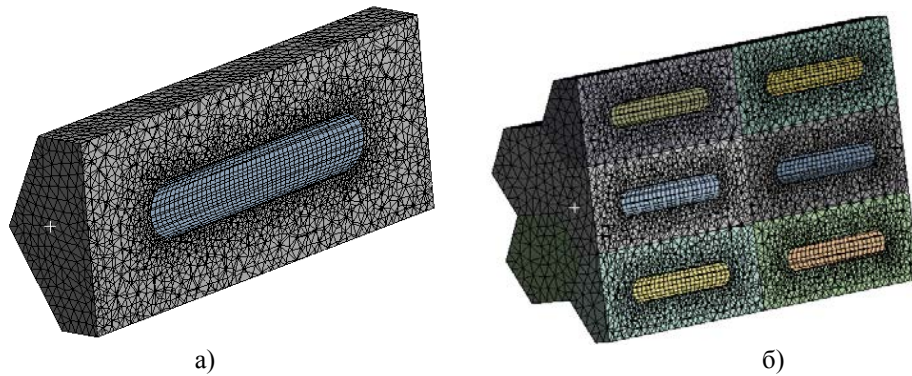


Рис. 4. Скінченно-елементні моделі різних репрезентативних об'ємних елементів

Кількість елементів у версії поодинокого включення в репрезентативний об'ємний елемент становить 115 тисяч, а кількість вузлів – 200 тисяч. Кількість елементів у варіанті взаємодіючих включень в репрезентативний об'ємний елемент становить 700 тисяч, а число вузлів – 950 тисяч.

Умови закріплення були реалізовані у вигляді жорсткого закріплення по площі одного з шестигранників. Навантаження додавалася до другого шестиграннику у вигляді одиничної сили, що розтягує. Розрахунок був проведений в статичному формулюванні, де час навантаження не впливав на результат. Критерієм оцінки міцності конструкції виступає модуль пружності

$$E = \frac{F \cdot l}{\Delta l \cdot s},$$

де l – довжина конструктивного елемента, Δl – осьова деформація, s – площа, де прикладалось навантаження.

Були обрані такі геометричні характеристики репрезентативного об'єму та механічні властивості матриць. Розміри матриці: висота – 400 нм, ширина грані – 100 нм. Базовий розмір включення: висота – 253 нм, діаметр півсфер – 53 нм, об'ємна частка включення в матриці складала 5%.

Властивості матеріалів матриці є такими:

Сталь: Модуль Юнга – 210 ГПа, коефіцієнт Пуассона – 0,28.

Мідь: Модуль Юнга – 110 ГПа, коефіцієнт Пуассона – 0,34.

Алюміній: Модуль Юнга – 71 ГПа, коефіцієнт Пуассона – 0,33.

Властивості матеріалу включення обирались таким чином: модуль Юнга дорівнював 1180 ГПа, коефіцієнт Пуассона – 0,25.

Отримано осьові деформації конструкції для кожного з матеріалів матриці, і на цій основі обчислені ефективні модулі пружності. У зв'язку з нерівномірним розподілом осьової деформації, обиралось її максимальне значення у відповідному перерізі, з чого випливає, що ефективний модуль пружності буде не усередненим, а мінімально можливим. Усереднений модуль пружності як, правило, має значення на 2–4% вище.

На рис. 5–7 наведені розподіли осьової деформації для всіх розглянутих репрезентативних об'ємів. На рис. 8 наведено розподіл осьової деформації для мультиматричного репрезентативного об'єму.



Рис. 5. Сталева матриця

Максимальна деформація склала $6,37 \times 10^{-11}$. Ефективний модуль пружності дорівнює 241,5 ГПа, що на 15% вище модуля пружності стали 210 ГПа.

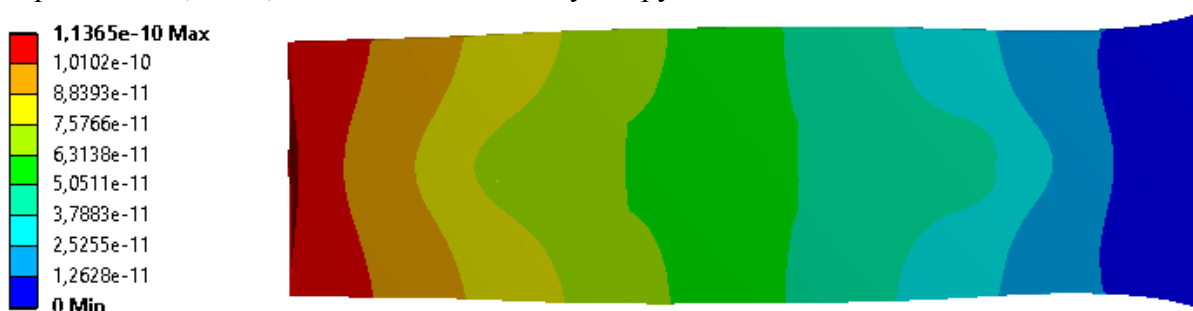


Рис. 6. Мідна матриця

Максимальна деформація склала $1,136 \times 10^{-10}$. Ефективний модуль пружності дорівнює 135,6 ГПа, що на 23% вище модуля пружності міді 110 ГПа.



Рис. 7. Алюмінієва матриця

Максимальна деформація склала $1,697 \times 10^{-10}$. Ефективний модуль пружності дорівнює 90,6 ГПа, що на 27,6% вище модуля пружності алюмінію 71 ГПа.

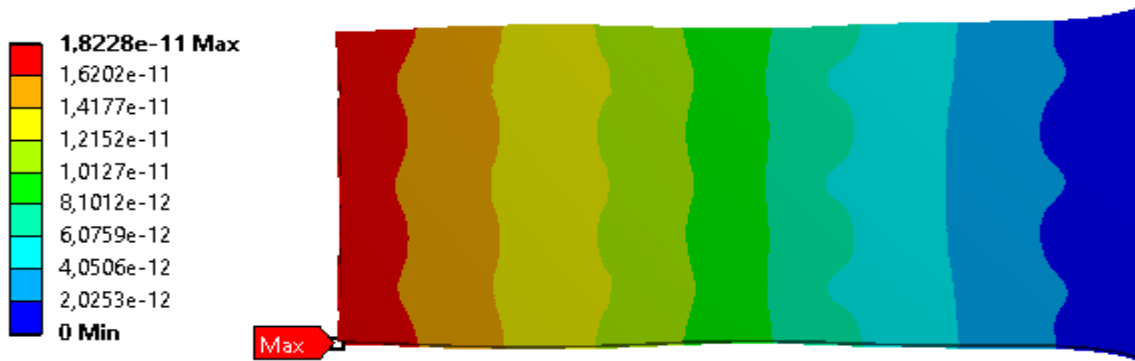


Рис. 8. Стальна мультиматриця

Максимальна деформація складала $1,823 \times 10^{-11}$. Ефективний модуль пружності дорівнює 241,5 ГПа, що на 15% вище модуля пружності сталі 210 ГПа.

На рис. 9 наведено залежність ефективного модулю від частки нанорозмірного включення для сталевих матриць.

З розрахунків випливає, що однорідні матеріали значно програють в міцності нанокомпозитним. За результатами розрахунків різниця складала, як мінімум, від 15% для моделі із сталеву матрицею до 27,6% для алюмінієвої

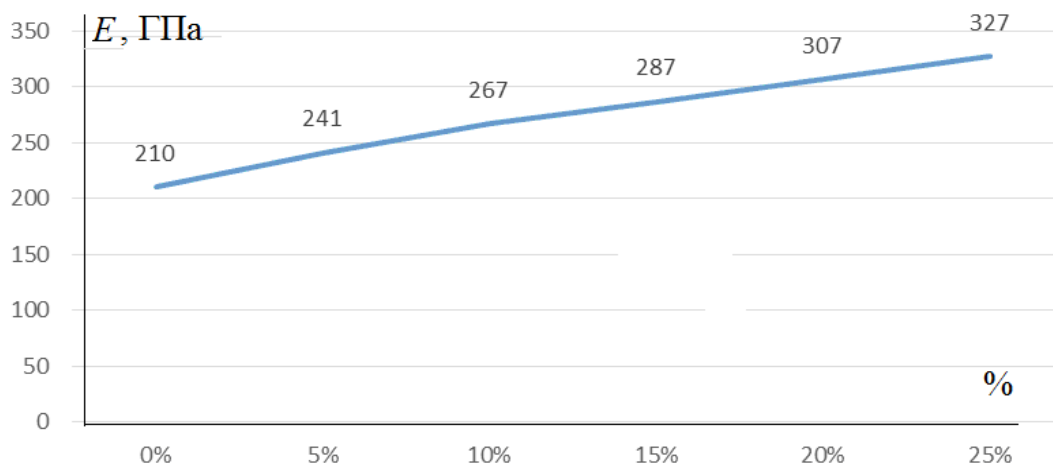


Рис. 9. Залежність модуля пружності для сталевих матриць від частки нанорозмірного включення

Висновки

Для дослідження властивостей композитного наноматеріалу достатньо розглядати матрицю з поодиноким включенням, адже, громіздкі, мультиматричні моделі не демонструють результатів, які відмінні від випадку поодинокого включення. Отримані дані також демонструють, що найбільш ефективна об'ємна частка нанорозмірного включення в репрезентативному об'ємі матеріалу складає близько 5%, подальше її зростання демонструє менше зміцнення. Слід зазначити, що максимальні осьові деформації виникали на кутах шестикутної призми, і, саме вони кілька знижували реальний ефективний модуль пружності конструкцій. Отже, побудова матриць, з рівновіддаленими від нановключення елементами, наприклад, трубчастих, здатна відчутно поліпшити міцність нанокомпозитів. Надалі буде розроблено підхід, заснований на сумісному використанні МГЕ та МКЕ, який дозволить ефективно аналізувати репрезентативні об'ємні елементи з трубчастими і оболонковими включеннями та відкрити нові можливості для оцінки міцнісних характеристик тривимірних пружних структур з нанорозмірними неоднорідностями загальної форми.

Список використаної літератури

1. Wang J., Huang Z., Duan H. Surface stress effect in mechanics of nanostructured materials. *Acta Mechanica Solida Sinica*. 2011. Vol. 24. P. 52-82.
2. Dong C. Y., Zhang G. L. Boundary element analysis of three-dimensional nanoscale inhomogeneities. *International Journal of Solids and Structures*. 2013. Vol. 50. P. 201-208.
3. Duan H. L., Wang J., Huang Z. P., Karihaloo B. L. Size-dependent effective elastic constants of solids containing nanoinhomogeneities with interface stress. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53. P. 1574-1596.
4. Quang Le., He H. Q. Size-dependent effective thermoelastic properties of nanocomposites with spherically anisotropic phases. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2007. Vol. 55. P. 1889-1921.
5. Kushch V. I. Elastic fields and effective stiffness tensor of spheroidal particle composite with imperfect interface. *Mechanics of Materials*. 2018. Vol. 124. P. 45-54.
6. Kushch V. I. Stress field and effective elastic moduli of periodic spheroidal particle composite with Gurtin-Murdoch interface. *International Journal of Engineering Science*. 2018. Vol. 132. P. 79-96.
7. McCartney L. N. Maxwell's far-field methodology predicting elastic properties of multiphase composites reinforced with aligned transversely isotropic spheroids. *Philosophical Magazine*. 2010. Vol. 90. P. 4175-4207.
8. Mori S., Tanaka K. Average stress in matrix and average energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metall*. 1973. Vol. 21. P. 571-574.
9. Караєв А. О., Стрельнікова О. О. Сингулярні інтеграли в аксіально-симетричних задачах теорії потенціалу. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2018. Т. 1. С. 10-18.
10. Gnitko V., Degtyarev K., Naumenko V., Strelnikova E. Reduced Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Cylindrical and Conical Tanks with Baffles. *Int. Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences*. 2016. Vol. 1, I. 1. P.14-27.
11. Gnitko V., Degtyarev K., Naumenko V., Strelnikova E. Coupled BEM and FEM Analysis of fluid-structure interaction in dual compartment tanks. *Int. Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2018. Vol. 6(6). P. 976-988.
12. Ravnik J., Strelnikova E., Gnitko V., Degtyarev K., Ogorodnyk U. BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in a double tank. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2016. Vol. 67. P. 13-25.
13. Gnitko V., Degtyarev K., Naumenko V., Strelnikova E. BEM and FEM analysis of the fluid-structure Interaction in tanks with baffles. *Int. Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2017. Vol. 5, I. 3. P. 317-328.

References

1. Wang, J., Huang, Z., & Duan, H. (2011) Surface stress effect in mechanics of nanostructured materials. *Acta Mechanica Solida Sinica*, **24**, 52–82.
2. Dong, C. Y., & Zhang G. L. (2013) Boundary element analysis of three-dimensional nanoscale inhomogeneities. *International Journal of Solids and Structures*, **50**, 201-208.
3. Duan, H.L., Wang, J., Huang, Z.P., & Karihaloo, B.L. (2005) Size-dependent effective elastic constants of solids containing nanoinhomogeneities with interface stress. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **53**, 1574–1596.

4. Quang, Le., & He, H. Q. (2007) Size-dependent effective thermoelastic properties of nanocomposites with spherically anisotropic phases. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **55**, 1889–1921.
5. Kushch, V. I. (2018) Elastic fields and effective stiffness tensor of spheroidal particle composite with imperfect interface. *Mechanics of Materials*, **124**, 45–54.
6. Kushch, V. I. (2018) Stress field and effective elastic moduli of periodic spheroidal particle composite with Gurtin-Murdoch interface. *International Journal of Engineering Science*, **132**, 79–96.
7. McCartney, L. N. (2010) Maxwell's far-field methodology predicting elastic properties of multiphase composites reinforced with aligned transversely isotropic spheroids. *Philosophical Magazine*, **90**, 4175–4207.
8. Mori, S., & Tanaka K. (1973) Average stress in matrix and average energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metall*, **21**, 571–574.
9. Karaiev, A. O., & Strelnikova, O. O. (2018) Synhuliarni intehraly v aksialno-symetrychnykh zadachakh teorii potentsialu. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia*, **1**, 10-18.
10. Gnitko, V., Degtyarev, K., Naumenko, V., & Strelnikova, E. (2016) Reduced Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Cylindrical and Conical Tanks with Baffles. *Int. Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences*, **1**(1), 14-27.
11. Gnitko, V., Degtyarev, K., Naumenko, V., & Strelnikova, E. (2018) Coupled BEM and FEM Analysis of fluid-structure interaction in dual compartment tanks. *Int. Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, **6**(6), 976-988.
12. Ravnik, J., Strelnikova, E., Gnitko, V., Degtyarev, K., & Ogorodnyk, U. (2016) BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in a double tank. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **67**, 13-25.
13. Gnitko, V., Degtyarev, K., Naumenko, V., & Strelnikova, E. (2017) BEM and FEM analysis of the fluid-structure Interaction in tanks with baffles. *Int. Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, **5** (3), 317-328.

УДК 62-50

Г.О. ДИМОВА, В.С. ДИМОВ
Херсонський національний технічний університет**ГЕНЕРУВАННЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ**

Багато системи представляються за допомогою диференціального рівняння, що зв'язує вхідний сигнал з вихідним. Імпульсна характеристика $h(t, u)$ є просто розв'язок, коли вхідним сигналом служить імпульс в момент часу u . У даній статті розглянуті методи реалізації системи, що описується диференціальним рівнянням n -ого порядку з постійними коефіцієнтами. Будь-яке несингулярне лінійне перетворення вектора стану веде до нового уявлення стану. Отримано дисперсійне рівняння, що не містить прийнятого сигналу і є матричним рівнянням Ріккати.

Ключові слова: матриця стану, матриця управління, генерація повідомлень, коваріаційна функція, імпульсна характеристика, білий шум, дисперсійна матриця.

А.О. ДЫМОВА, В.С. ДЫМОВ
Херсонский национальный технический университет**ГЕНЕРИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ**

Многие системы представляются посредством дифференциального уравнения, связывающего входной сигнал с выходным. Импульсная характеристика $h(t, u)$ есть просто решение, когда входным сигналом служит импульс в момент времени u . В данной статье рассмотрены методы реализации системы, описываемой дифференциальным уравнением n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Любое несингулярное линейное преобразование вектора состояния ведет к новому представлению состояния. Получено дисперсионное уравнение, не содержит принятого сигнала и является матричным уравнением Риккати.

Ключевые слова: матрица состояния, матрица управления, генерация сообщений, ковариационная функция, импульсная характеристика, белый шум, дисперсионная матрица.

G.O. DYMOVA, V.S. DYMOV
Kherson National Technical University**GENERATION OF RANDOM PROCESSES BY DYNAMIC SYSTEMS**

The article is devoted to the analysis of the behavior of dynamic systems of various nature. Many dynamic systems are represented by one or several differential equations connecting the input signal with the output one. The impulse response $h(t, u)$ is a simple solution when the input signal is the input pulse at time u . All processes in the system are generated by passing white noise through a linear system with time-varying parameters. The article discusses the three main ideas of the description of systems using differential equations. The methods for implementing the system described by an n -th order differential equation with constant coefficients are given. Any non-singular linear transformation of the state vector leads to a new representation of the state of a linear dynamical system. Systems with time-varying parameters and multichannel systems with many inputs and outputs are considered. Using the example of a system that generates two output messages, it was found

that the excitation function is a vector function. For the problem of modeling a message, it is assumed that the exciting function is white noise with a matrix covariance function, and the initial conditions can be random variables. The next step was to consider the solution of the equation of state of the system and the properties of the transition state matrix for the case of a system with constant parameters. By performing some transformations, a dispersion equation is obtained that does not contain the received signal, so it can be solved before receiving information of any nature and used to determine the transfer coefficients of a linear dynamic system. In the general case, it is impossible to explicitly obtain an exact analytical solution, but the equation is obtained in a form convenient for integration on a computer. The dispersion equation is the Riccati matrix equation, which is used to identify and predict the state of a dynamic system, namely, to determine the basic matrices of the equations of state and observation.

Keywords: state matrix, control matrix, message generation, covariance function, impulse characteristic, white noise, dispersion matrix.

Постановка проблеми

Лінійні системи характеризуються за допомогою імпульсної характеристики $h(t, u)$ або просто $h(\tau)$ у випадку з постійними в часі параметрами. Відмінною особливістю такого опису є те, що вхідний сигнал вважається відомим на інтервалі $-\infty < t < \infty$. Імпульсна характеристика $h(t, u)$ являється просто рішенням диференційного рівняння, коли вхідним сигналом служить імпульс в момент часу u .

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Існує три рішення для опису систем за допомогою диференційних рівнянь.

Перше рішення пов'язане з початковими умовами і змінними стану при розгляді динамічних систем [2, 6]. Стан системи визначається як мінімальна кількість інформації щодо впливів попередніх сигналів на вході системи, необхідне для повного опису вихідного сигналу при $t \geq 0$. Змінні величини, що містять цю інформацію, є змінними стану. Якщо задані стан системи в момент часу t_0 та вхідний сигнал на інтервалі від t_0 до t_1 , то можна знайти як вихідний сигнал, так і стан системи в момент часу t_1 .

Друге рішення зводиться до реалізації (або моделювання) диференційного рівняння за допомогою аналогового обчислювача. Його можна представити як систему, що складається з інтеграторів, ланцюгів зі змінними в часі коефіцієнтами передачі, суматорів і нелінійних безінерційних пристроїв, об'єднаних таким чином, щоб відтворити необхідне співвідношення між вхідними і вихідним сигналами. Початкова умова $y(t_0)$ виступає тут як зміщення на виході інтегратора. Зміщена вихідна напруга інтегратора є змінною стану системи [1, 2, 4, 5, 9].

Третє рішення відноситься до питання генерації випадкового процесу. Якщо $u(t)$ є випадковим процесом або $y(t_0)$ є випадкова величина (або вони обидва є випадковими), то $y(t)$ є також випадковий процес.

Мета дослідження

Для визначення коефіцієнтів системи диференційних рівнянь, що описують динамічну систему, необхідно отримати таке рівняння, яке не залежить від вхідного сигналу.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розглянемо систему, яка описується диференціальним рівнянням виду:

$$y^{(n)}(t) + p_{n-1}(t)y^{(n-1)}(t) + \dots + p_0(t)y(t) = b_0u(t),$$

де $y^{(n)}(t)$ – n -а похідна від $y(t)$;

$p_i(t)$ – оператор диференціювання;
 $u(t)$ – сигнал на вході системи;
 b_0 – ваговий коефіцієнт.

Для визначення розв'язку рівняння n -ого порядку необхідно знати значення $y(t)$, ..., $y^{(n-1)}(t)$ в момент часу t_0 . Першим кроком при знаходженні реалізації в формі аналогового обчислювача є моделювання членів лівої частини цього рівняння. Наступний крок полягає в такому взаємному з'єднанні цих величин, щоб вказане рівняння задовольнялося. Диференціальне рівняння визначає вхідна напруга на суматорі. Вводимо початкові умови, задаючи визначені зміщення на виходах інтегратора. Змінні стану є зміщені напруги на виході інтегратора.

Простіше працювати з векторним диференціальним рівнянням першого порядку, ніж зі скалярним диференціальним рівнянням n -го.

Нехай

$$\begin{aligned}x_1(t) &= y(t), \\x_2(t) &= \dot{y}(t) = \dot{x}_1(t), \\&\vdots \\x_n(t) &= y^{(n-1)}(t) = \dot{x}_{n-1}(t),\end{aligned}$$

$$\dot{x}_n(t) = y^{(n)}(t) = -\sum_{k=1}^n p_{k-1}y^{(k-1)}(t) + b_0 = -\sum_{k=1}^n p_{k-1}x_k(t) + b_0u(t),$$

Позначивши систему $x_i(t)$ через матрицю-стовпець, помічаємо, що скалярному рівнянню n -ого порядку еквівалентне наступне n -мірне векторне рівняння першого порядку [2, 9, 10]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \quad (1)$$

де $\mathbf{A}$ – матриця стану системи;

$\mathbf{B}$ – матриця управління (входу).

Вектор $\mathbf{x}(t)$ є вектором стану для даної лінійної системи, а (1) – рівнянням стану системи. Будь-яке несингулярне лінійне перетворення вектора $\mathbf{x}(t)$ дає інший вектор стану. Вихідна напруга $y(t)$ пов'язана з вектором стану рівнянням [7, 11, 12, 13]:

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \quad (2)$$

де $\mathbf{C}$ – матриця вимірювання.

Рівняння (2) вихідне рівняння системи. Рівняння – (1) і (2) – повністю визначають систему.

Для систем зі змінними в часі параметрами в якості основного уявлення розглянемо векторні рівняння [3, 9]:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)u(t), \quad (3)$$

$$y(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t), \quad (4)$$

де $\mathbf{x}(t)$ – вектор стану;

$\mathbf{A}(t)$ та $\mathbf{B}(t)$ – змінні матриці диференційного рівняння;

$u(t)$ – сигнал на вході системи, процес типу білого шуму;

$\mathbf{C}(t)$ – матриця вимірювання.

Рівняння (3) – рівняння стану системи, а (4) – вихідне рівняння системи.

Використовуючи в якості вхідного впливу білий шум

$$E[u(t)u(\tau)] = q\delta(t - \tau),$$

можна моделювати деякі нестационарні випадкові процеси. Нестационарний процес може з'явитися навіть тоді, коли матриці $\mathbf{A}$ та $\mathbf{B}$ постійні, а $\mathbf{x}_0(t)$ – детермінована величина [2, 7].

Розглянемо систему, яка генерує два вихідних повідомлення $y_1(t)$ та $y_2(t)$ (рис. 1).



Рис. 1. Генерація двох повідомлень.

Стан першої системи описується рівняннями:

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{A}_1(t)\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}_1(t)u_1(t),$$

$$y_1(t) = \mathbf{C}_1(t)\mathbf{x}_1(t),$$

де $\mathbf{x}_1(t)$ – n -мірний вектор стану.

Представлення другої системи, аналогічно до першої, та має вигляд:

$$\dot{\mathbf{x}}_2(t) = \mathbf{A}_2(t)\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{B}_2(t)u_2(t),$$

$$y_2(t) = \mathbf{C}_2(t)\mathbf{x}_2(t),$$

де $\mathbf{x}_2(t)$ – m -мірний вектор стану.

Єдина векторна система рівнянь з двомірним вектором стану є більш зручним способом опису цих двох систем:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1(t) & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1(t) & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_2(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1(t) & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}.$$

Результуючі диференціальні рівняння мають вигляд:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t), \quad (5)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t). \quad (6)$$

Збуджуюча функція є векторною.

Для моделювання процесу припустимо, що збуджуюча функція – білий шум з матричною коваріаційною функцією [12]:

$$E[u(t)u(\tau)] = \mathbf{Q}\delta(t - \tau),$$

де $\mathbf{Q}$ – від’ємно визначена матриця.

Блок-схема процесу моделювання буде виглядати наступним чином (рис. 2):

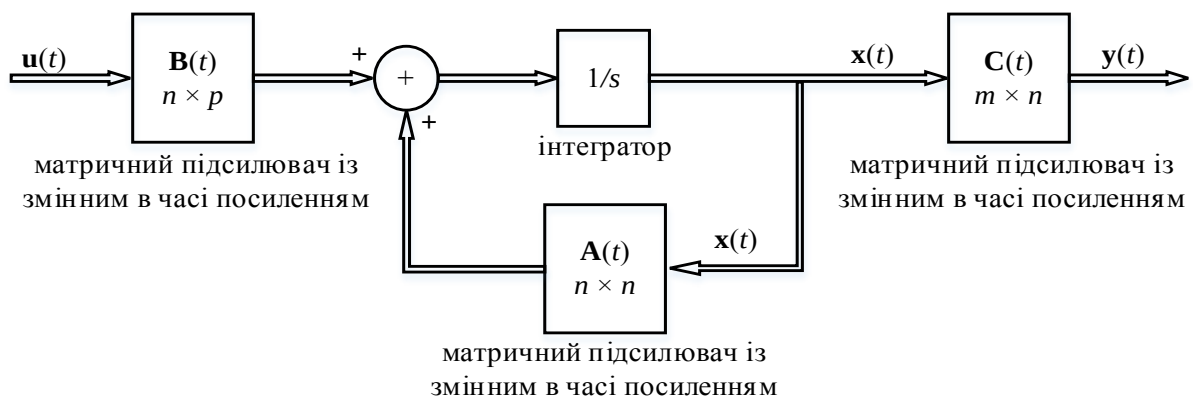


Рис. 2. Схема генерації процесу $y(t)$.

При випадкових початкових умовах необхідно задати коваріаційну функцію і середнє значення $E[\mathbf{x}(t_0)]$ в початковий момент часу при t_0 [2, 13]:

$$\mathbf{K}_x(t_0, t_0) = E[\mathbf{x}(t_0)\mathbf{x}^T(t_0)]. \quad (7)$$

Пов'язані процеси можна моделювати шляхом заміни діагональних матриць в (5), (6) і (7) матрицями загального вигляду.

Якщо рівняння (5) – однорідне рівняння з постійними коефіцієнтами, тоді:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t),$$

з початковою умовою $\mathbf{x}(t_0)$. Якщо $\mathbf{x}(t)$ та $\mathbf{A}$ – скаляри, то розв'язок має вигляд:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0).$$

Для векторного випадку можна показати, що

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)} \mathbf{x}(t_0),$$

де $e^{\mathbf{A}t}$ визначається нескінченним рядом:

$$e^{\mathbf{A}(t)} = \mathbf{I} + \mathbf{A}t + \frac{\mathbf{A}^2 t^2}{2!} + \dots,$$

де $\mathbf{I}$ – одинична матриця.

Функцію $e^{\mathbf{A}(t-t_0)}$ позначимо через $\Phi(t-t_0) = \Phi(\tau)$. Функція $\Phi(t-t_0)$ являється перехідною матрицею стану системи, яка визначається як функція двох змінних $\Phi(t, t_0)$, що задовольняє диференціальному рівнянню

$$\dot{\Phi}(t, t_0) = \mathbf{A}(t) \Phi(t, t_0) \quad (8)$$

з початковою умовою $\Phi(t_0, t_0) = \mathbf{I}$.

Розв'язок в будь-який момент часу має вигляд:

$$\mathbf{x}(t, t_0) = \Phi(t, t_0) \mathbf{x}(t_0). \quad (9)$$

Для неоднорідного випадку загальний розв'язок містить однорідний і частинний розв'язки вигляду:

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t, t_0) \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \mathbf{B}(\tau) \mathbf{u}(\tau) d\tau. \quad (10)$$

Лінійні системи з параметрами, що змінюються в часі, характеризуються за допомогою імпульсної характеристики $\mathbf{h}(t, \tau)$ за умови, що вхідна величина відома на інтервалі від $-\infty$ до t [3]. Таким чином,

$$y(t) = \int_{-\infty}^t \mathbf{h}(t, \tau) \mathbf{u}(\tau) d\tau. \quad (11)$$

У більшості випадків вплив початкової умови $\mathbf{x}(-\infty)$ в (10) не проявляється, отже, приймаємо її рівною нулю. Тоді отримаємо

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t) \int_{-\infty}^t \Phi(t, \tau) \mathbf{B}(\tau) \mathbf{u}(\tau) d\tau. \quad (12)$$

Порівнюючи (11) та (12), маємо

$$\mathbf{h}(t, \tau) = \begin{cases} \mathbf{C}(t) \Phi(t, \tau) \mathbf{B}(\tau), & t \geq \tau, \\ 0, & \text{при інших } t. \end{cases}$$

Матриці $\mathbf{C}(t)$, $\Phi(t, \tau)$ та $\mathbf{B}(\tau)$ залежать від уявлення системи, але матрична імпульсна характеристика є єдиною.

Встановимо статистичні властивості векторних процесів $\mathbf{x}(t)$ та $\mathbf{y}(t)$, коли $\mathbf{u}(t)$ є вибірковою функцією векторного випадкового процесу типу білого шуму:

$$E[\mathbf{u}(t) \mathbf{u}^T(\tau)] = \mathbf{Q} \delta(t - \tau).$$

Взаємна кореляція між вектором стану $\mathbf{x}(t)$ системи, що збуджується білим шумом $\mathbf{u}(t)$ з нульовим середнім, і вхідною величиною $\mathbf{u}(\tau)$, що дорівнює

$$\mathbf{K}_{xu}(t, \tau) = E[\mathbf{x}(t) \mathbf{u}^T(\tau)]. \quad (13)$$

Ця розривна функція має вигляд

$$\mathbf{K}_{xu}(t, \tau) = \begin{cases} 0, & \tau > t, \\ \frac{1}{2} \mathbf{B}(t) \mathbf{Q}, & \tau = t, \\ \Phi(t, \tau) \mathbf{B}(\tau) \mathbf{Q}, & t_0 < \tau < t. \end{cases} \quad (14)$$

Підставимо (9) у визначення (13), тоді отримаємо

$$\mathbf{K}_{xu}(t, \tau) = E \left\{ \left[\Phi(t, t_0) \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \alpha) \mathbf{B}(\alpha) \mathbf{u}(\alpha) d\alpha \right] \mathbf{u}^T(\tau) \right\},$$

де α – час запізнювання.

Внесемо математичне очікування під знак інтеграла і припустимо, що початковий стан $\mathbf{x}(t_0)$ не залежить від $\mathbf{u}(\tau)$ при $\tau > t_0$, тоді

$$\mathbf{K}_{xu}(t, \tau) = \int_{t_0}^t \Phi(t, \alpha) \mathbf{B}(\alpha) E[\mathbf{u}(\alpha) \mathbf{u}^T(\tau)] d\alpha = \int_{t_0}^t \Phi(t, \alpha) \mathbf{B}(\alpha) \mathbf{Q} \delta(\alpha - \tau) d\alpha.$$

При $\tau > t$ цей вираз дорівнює нулю. Якщо $\tau = t$, а дельта-функція симетрична, так як є межею коваріаційної функції, то необхідно взяти тільки половину площі біля правої граничної точки інтервалу. Таким чином,

$$\mathbf{K}_{xu}(t, t) = \frac{1}{2} \Phi(t, t) \mathbf{B}(t) \mathbf{Q}.$$

Використовуючи результат, який випливає з (8), отримаємо вираз, розташований у другому рядку формули (14).

Якщо $\tau < t$, матимемо

$$\mathbf{K}_{xu}(t, \tau) = \frac{1}{2} \Phi(t, \tau) \mathbf{B}(\tau) \mathbf{Q}, \quad \tau < t, \quad (15)$$

що відповідає третьому рядку формули (14). Окремий випадок (15) має місце, якщо покласти $\tau \rightarrow t$

$$\lim_{\tau \rightarrow t} \mathbf{K}_{xu}(t, \tau) = \mathbf{B}(\tau) \mathbf{Q}.$$

Звідси взаємкореляційна функція вихідного вектора $\mathbf{y}(t)$ та $\mathbf{u}(\tau)$:

$$K_{yu}(t, \tau) = \mathbf{C}(t) \mathbf{K}_{xu}(t, \tau).$$

Позначимо

$$\Lambda_x(t) = \mathbf{K}_x(t, t).$$

Отже,

$$\Lambda_x(t) = E[\mathbf{x}(t) \mathbf{x}^T(t)]. \quad (16)$$

Диференціюючи обидві частини рівняння (16), отримаємо:

$$\frac{d\Lambda_x(t)}{dt} = E\left[\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} \mathbf{x}^T(t)\right] + E\left[\mathbf{x}(t) \frac{d\mathbf{x}^T(t)}{dt}\right]. \quad (17)$$

Підставляючи (5) в перший член (17), отримаємо:

$$E\left[\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} \mathbf{x}^T(t)\right] = E\left\{[\mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)] \mathbf{x}^T(t)\right\}. \quad (18)$$

Використовуючи властивість (15) до другого члену (18), отримаємо

$$E\left[\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} \mathbf{x}^T(t)\right] = \mathbf{A}(t) \Lambda_x(t) + \frac{1}{2} \mathbf{B}(t) \mathbf{Q} \mathbf{B}^T(t).$$

Тоді дисперсійна матриця вектора стану $\mathbf{x}(t)$ системи (5) задовольняє диференціальному рівнянню

$$\dot{\Lambda}_x(t) = \mathbf{A}(t)\Lambda_x(t) + \Lambda_x(t)\mathbf{A}^T(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{Q}\mathbf{B}^T(t) \quad (19)$$

з початковою умовою

$$\Lambda_x(t_0) = E[\mathbf{x}(t_0)\mathbf{x}^T(t_0)].$$

Висновки

Дисперсійне рівняння (19) не містить прийнятого сигналу, тому його можна розв'язувати до прийому будь-якої інформації та використовувати для знаходження коефіцієнтів передачі. Дисперсійне рівняння є матричним рівнянням Ріккаті, яке за допомогою метода підстановки в роботі [8] зводиться до лінійного диференціального рівняння, розв'язок якого трансформується в зворотному напрямі в розв'язок рівняння Ріккаті, що є вдосконаленням методу визначення основних матриць динамічної системи з використанням рівняння Ріккаті.

Список використаної літератури

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. Москва: Мир, 1989. 540 с.
2. Ван дер Варден Б. Л. Алгебра. Москва: Наука, 1976. 649 с.
3. Ван Трис Г. Л. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 1. Москва: Советское радио, 1972. 744 с.
4. Василенко Г. И. Теория восстановления сигналов: От редукции к идеальному прибору в физике и технике. Москва: Советское радио, 1979. 372 с.
5. Вдовин В. М., Суркова Л. Е., Валентинов В. А. Теория систем и системный анализ: Учебник. Москва: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К°", 2016. 644 с.
6. Емельянов С. В., Коровин С. К., Сизиков В. И. Бинарные системы управления нестационарными процессами с применением аддитивных и мультипликативных обратных связей. Москва: МНИИПУ, 1983. 61 с.
7. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. Москва: Наука, 1991. 432 с.
8. Марасанов В. В., Забытовская О. И., Дымова А. О. Прогнозирование структуры динамических систем. *Вісник ХНТУ*. 2012. № 1 (44). С. 292-302.
9. Обнаружение изменений сигналов в динамических системах / Ред. М. Бассвиля. Москва: Мир, 1989. 278 с.
10. Описание дискретных систем [Електронний ресурс]. 2017. URL: <https://studizba.com/lectures/1-avtomatizaciya/32-kompyuternoe-upravlenie/475-16-opisanie-diskretnyh-sistem.html> (дата звернення 15.03.18).
11. Ортега Дж., Рейнболд В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений с многими неизвестными. Москва: Мир, 1975. 558 с.
12. Сейдж Э. П., Уайт III Ч. С. Оптимальное управление системами. Москва: Радио и связь, 1982. 392 с.
13. Сейдж Э. П., Мелса Дж. Л. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. Москва: Связь, 1976. 496 с.

References

1. Bendat, Dzh., & Pirsol, A. (1989) *Prikladnoy analiz sluchaynykh dannykh*. Moskva: Mir.
2. Van der Varden, B. L. (1976) *Algebra*. Moskva: Nauka.
3. Van Tris, G. L. (1972) *Teoriya obnaruzheniya, otsenok i modulyatsii*. T I. Moskva: Sovetskoye radio.
4. Vasilenko, G. I. (1979) *Teoriya vosstanovleniya signalov: Ot reduksii k ideal'nomu priboru v fizike i tekhnike*. Moskva: Sovetskoye radio.
5. Vdovin, V. M., Surkova, L. Ye., & Valentinov, V. A. (2016) *Teoriya sistem i sistemnyy analiz: Uchebnik*. Moskva: Izdatel'sko-torgovaya korporatsiya "Dashkov i K°".
6. Yemeliyanov, S. V., Korovin, S. K., & Sizikov, V. I. (1983) *Binarnyye sistemy upravleniya nestatsionarnymi protsessami s primeneniym additivnykh i mul'tiplikativnykh obratnykh svyazey*. Moskva: MNIIPU.
7. L'yung, L. (1991) *Identifikatsiya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya*. Moskva: Nauka.
8. Marasanov, V. V., Zabytovskaya, O. I., & Dymova A. O. (2012) *Prognozirovaniye struktury dinamicheskikh sistem*. *Visnyk KhNTU*. **1** (44), pp. 292-302.
9. Bassvilya, M. (Ed.) (1989) *Obnaruzheniye izmeneniy signalov v dinamicheskikh sistemakh*. Moscow: Mir.
10. *Opisaniye diskretnykh sistem* (2017). Retrieved from <https://studizba.com/lectures/1-avtomatizaciya/32-kompyuternoe-upravlenie/475-16-opisanie-diskretnyh-sistem.html> (data zvernennya 15.03.18).
11. Ortega, Dzh., & Reynbold, V. (1975) *Iteratsionnyye metody resheniya nelineynykh sistem uravneniy s mnogimi neizvestnymi*. Moscow: Mir.
12. Seydzh, E. P., & Uayt III, CH. S. (1982) *Optimalnoye upravleniye sistemami*. Moscow: Radio i svyaz'.
13. Seydzh, E. P., & Melsa, Dzh. L. (1976) *Teoriya otsenivaniya i yeye primeneniye v svyazi i upravlenii*. Moscow: Svyaz', 1976.

УДК 519.713:681.52

М.Б. ЄДИНОВИЧ, І.В. БАЙРАК, С.Л. КАРПЕНКО
Херсонський національний технічний університет

ЗАСТОСУВАННЯ СТАНДАРТУ ІЕС 61499 ПРИ ПРОЕКТУВАННІ РОЗПОДІЛЕНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ЛІНІЄЮ ВИРОБНИЦТВА ДЕРЕВИННО-СТРУЖКОВИХ ПЛИТ

У статті розглянуті питання проектування розподілених систем управління із застосуванням стандарту ІЕС 61499. Проведено порівняльний аналіз способів проектування систем управління із застосуванням стандартів ІЕС 61131 та ІЕС 61499. Проаналізована структура стандарту ІЕС 61499, структура функціональних блоків та розподіл ресурсів. Проведено аналіз технологічної схеми виробництва ДСП., На основі проведеного аналізу запропоновано структуру управління із застосуванням функціональних блоків стандарту ІЕС 61499. Розроблено граф управління виконанням блоку керування пресом формування ДСП.

Ключові слова: ІЕС 61499, розподілена система управління, функціональний блок, програмований логічний контролер, деревинно-стружкова плита.

М.Б. ЕДИНОВИЧ, І.В. БАЙРАК, С.Л. КАРПЕНКО
Херсонский национальный технический университет

ПРИМЕНЕНИЕ СТАНДАРТА ІЕС 61499 ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЛИНИЕЙ ПРОИЗВОДСТВА ДРЕВЕСНО-СТРУЖЕЧНЫХ ПЛИТ

В статье рассмотрены вопросы проектирования распределенных систем управления с применением стандарта ІЕС 61499. Проведен сравнительный анализ способов проектирования систем управления с применением стандартов ІЕС 61131 и ІЕС 61499. Проанализированная структура стандарта ІЕС 61499, структура функциональных блоков и распределение ресурсов. Проведен анализ технологической схемы производства ДСП. На основе проведенного анализа предложена структура управления с применением функциональных блоков стандарта ІЕС 61499. Разработан граф управления исполнением блока управления прессом формирования ДСП.

Ключевые слова: ІЕС 61499, функциональный блок, распределенная система управления, программированный логический контроллер, древесно-стружечная плита.

М.Б. YEDYNOVYCH, I.V. BAIRAK, S.L. KARPENKO
Kherson National Technical University

APPLICATION OF IEC 61499 STANDARD FOR THE DESIGN OF A DISTRIBUTED CONTROL SYSTEM FOR MANUFACTURING PARTICLEBOARDS

The appearance of the first distributed control systems is associated with the widespread use of digital automation in the control system. The IEC 61499 architecture was conceived in anticipation of the demand for distributed automation. It incorporates several solutions facing distributed automation challenges. It can be said that IEC 61499 proposes a system level design language for distributed measurement and control systems, thus bridging the gap between the popular PLC programming languages and distributed systems. According to the IEC 61499 model, a distributed system consists of computer devices equipped with interfaces to the environment, such as communication networks or physical

machinery and processes. The universal design artefact of the IEC 61499 architecture is function block (FB). Function blocks can be used for describing decentralized control logic, but also for describing properties of devices, such as their interfaces. To combine several function blocks into an application, they are connected by event and data connection arcs. Thus, the complete functionality of distributed control system can be represented in terms of function blocks and connections between them.

The analysis of the technological scheme of production of particleboard was conducted. Particleboard or chipboard is manufactured by mixing wood particles or flakes together with a resin and forming the mixture into a sheet. The particles are then dried, and any oversized or undersized particles are screened out.

Resin is then sprayed as a fine mist onto the particles. After the particles pass through a mist of resin sufficient to coat all surfaces, they are layered into a continuous carpet. The formed sheets are compressed under pressures between 2 and 3 megapascals (290 and 440 psi) and temperatures between 140 and 220 °C (284 and 428 °F) to set and harden the glue. The entire process is controlled to ensure the correct size, density and consistency of the board.

On the basis of the conducted analysis, a management structure with the use of functional blocks of IEC 61499 standard has been proposed. Execution Control Chart (ECC) of the press control unit for the formation of particleboard has been developed.

Keywords: IEC 61499, distributed control system, function block, programmable logic controller, particleboard.

Постановка проблеми

Поява перших розподілених систем управління (PCУ) пов'язана із широким застосуванням цифрових засобів автоматики в АСУТП. ЕОМ централізованих АСУ і АСУТП повинні були обробляти сигнали від тисяч, а то і десятків тисяч точок вводу/виводу, що потребувало значних обчислювальних потужностей, а також багатокілометрових ліній зв'язку. Тому у 70-х роках XX століття була створена концепція розподіленої системи управління (Distributed Control System, DCS), яка передбачала поділ технологічного процесу на окремі ділянки (сегменти) під управлінням локальних станцій. Датчики і виконавчі пристрої могли підключатися до станції як по аналоговим, так і по цифровим лініям зв'язку. В будь-якому разі це значно скорочувало загальну довжину комунікацій, підвищувало надійність зв'язку і знижувало вимоги до обчислювальної потужності контролера. Станції управління підключалися до мережі підприємства, що давало можливість централізовано контролювати виробництво.

Проектування розподілених систем управління може бути реалізовано з використанням стандартів ІЕС 61131 або ІЕС 61499. Перший з них призначено для програмування ПЛК, проектування ведеться "знизу догори", коли готові компоненти системи об'єднуються в єдине ціле. При такому підході важко врахувати усі особливості великих систем, інколи витрати, необхідні для проектування системи, можуть навіть перевищувати витрати на обладнання. Стандарт ІЕС 61499 дозволяє проектувати розподілену систему як єдину структуру з подальшою розбивкою її на окремі компоненти. Системний підхід, який пропонує стандарт ІЕС 61499 дозволяє значно скоротити витрати на проектування та підвищити якість самого проекту. Широкому впровадженню стандарту ІЕС 61499 перешкоджає недостатня кількість фахівців з ІЕС 61499 та величезна кількість засобів автоматизації з підтримкою стандарту ІЕС 61131. Також існують певні проблеми із стійкістю алгоритмів ІЕС 61499 [1].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Міжнародне промислове співтовариство визнало необхідність розробки нових стандартів для програмованих логічних контролерів. Як результат були розроблені ІЕС 61131 та ІЕС 61499, які разом з новими технологіями мають величезний вплив на проектування і впровадження промислових систем управління.

Ці два стандарти тісно пов'язані і створюють основу для розвитку системи управління, а також для розвитку прогресивних технологій в найближчому майбутньому.

Стандарт ІЕС 61131 базується на добре перевірених методиках [2], які в даний час використовуються в різних формах і в багатьох контрольних продуктах. Він всебічно визначає весь процес розробки програмного забезпечення для програмованих логічних контролерів і систем управління, включаючи мови програмування, реалізацію, зв'язок і технічну документацію.

Стандарт ІЕС61499 визначає розподілену модель як розбивку різних частин промислового процесу автоматизації й складної системи управління на функціональні блоки. Застосунок розподіляється шляхом розміщення екземплярів функціональних блоків на різних ресурсах в одному або більше пристроях. Застосунок з багатьма функціональними блоками відображається як один елемент хоча екземпляри функціональних блоків розподіляються по ресурсах і обладнанню.

Ключовою особливістю функціональних блоків ІЕС61499 є управління ними за допомогою зовнішніх подій, а не тільки за допомогою вхідних даних, як у стандарті ІЕС 61131 [3–4].

Функціональний блок (ФБ) в ІЕС61499 це програмна функціональна одиниця, яка є найменшим елементом у розподіленій системі керування. Особливістю ФБ в ІЕС 61499 є можливість управління подіями і великий ступінь узагальнення функціональних блоків [4].

Функціональний блок складається з двох частин (рис. 1). Верхня частина функціонального блоку записує події в алгоритмах, надає інформацію про стан між введенням, виходом та появами виконання алгоритму. Нижня частина функціонального блоку містить алгоритми та внутрішні дані, які приховані всередині функціонального блоку.

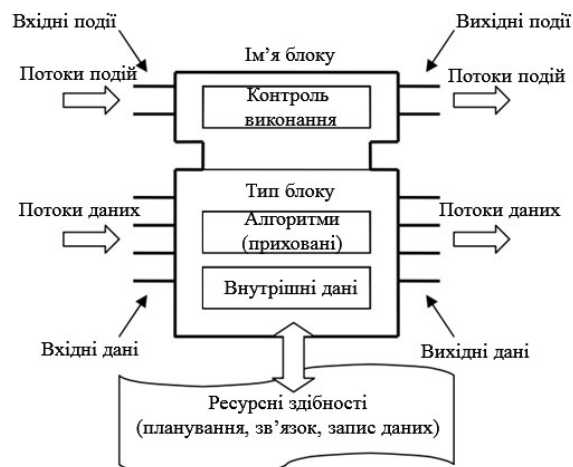


Рис. 1. Модель функціонального блоку.

Для визначення базового функціонального блоку ІЕС61499 треба задати наступні елементи: вхідні й вихідні змінні, вхідні й вихідні події, алгоритм блоку, діаграму управління виконанням (ЕСС – Execution Control Chart). Семантично ЕСС еквівалентна скінченному автомату Мура. Діаграма управління виконанням - це опис реакцій на зовнішні впливи, у якому задається, що саме потрібно зробити, якщо

відбулася конкретна подія. Вхідні події ініціюють і управляють виконанням функціонального блоку IEC61499. Крім зовнішніх (вхідних) подій вказується (при необхідності), які події будуть генеруватися при закінченні виконання функцій-оброблювачів. Найбільш зручною мовою для створення діаграм управління виконанням є SFC. Для опису алгоритму перетворення вхідних даних у вихідні (алгоритму блоку) використовуються мови стандарту IEC61131-3 (FBD, SFC, LD, ST, IL) і ті ж типи даних, що в IEC61131-3.

Процес виконання функціонального блоку IEC61499 описується в такий спосіб:

- Ініціалізація й виклик екземпляра для перевірки вхідної події;
- Перевірка на появу події;
- Виконання алгоритму функціонального блоку;
- Генерація вихідної події.

Мета дослідження

Дослідити переваги застосування стандарту IEC 61499 для програмування розподілених систем управління технологічними процесами. На основі стандарту IEC 61499 розробити розподілену систему управління лінією з виробництва деревинно-стружкової плити (ДСП).

Викладення основного матеріалу дослідження

При моделюванні розподіленої системи управління із використанням стандарту IEC 61499 необхідно виділити компоненти системи та основні зв'язки між ними. Розглянемо технологію виробництва ДСП та виокремимо основні етапи виробництва.

В даний час деревостружкові плити – найпопулярніший матеріал. Головні переваги ДСП – низька вартість і простота обробки. ДСП роблять з пресованої великої деревної стружки з додаванням термореактивної синтетичної смоли в якості сполучного речовини.

Повноцінною сировиною для ДСП є будь-яка малоцінна деревина, як хвойних, так і листяних порід. Використання круглої деревини скорочується за рахунок використання таких матеріалів, як тріска, тирса і вторинна деревина. Часто в виробництво ДСП йдуть всі види сировини одночасно, або в змішаних видах. Технологічний процес представлено блок-схемою на рис. 2 [5].

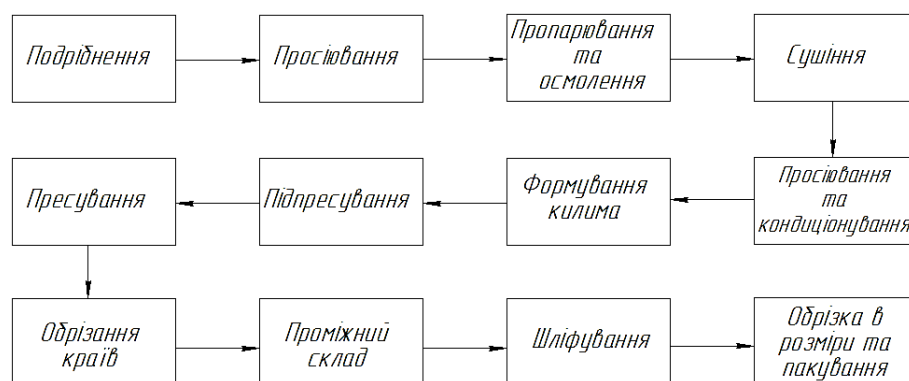


Рис.2. Технологічний процес виробництва ДСП.

На етапі підготовки сировини кускові відходи подрібнюються в тріску, а з тріски і великих стружок виготовляються стружки необхідних розмірів: товщиною від 0,2 до 0,5 мм, довжиною 5–40 мм, шириною до 10 мм. Кругла деревина очищується від кори, ріжеться на мірні відрізки, як правило, довжиною 1 м, і після замочування розщеплюється вздовж волокон на дрібні фрагменти з наступним подрібненням до потрібної кондиції.

Плита має тришарову структуру. Зовнішні шари виготовляються з дрібних стружок, а серцевина – з більш великих. Тому маса стружки розділяється і та частина, що призначається для зовнішніх шарів, додатково подрібнюється. Після сушіння відбувається сортування. За допомогою просіювання невідповідні фракції відокремлюються і перерозподіляються, а занадто велика стружка повертається на подрібнення.

Підготовлена стружка змішується з синтетичною смолою, яка входить до складу ДСП в якості сполучної речовини. Ця операція проводиться в спеціальній машині, де смола розпилюється на дрібні краплі і осідає на поверхні деревних часток, "підвішених" в потоці повітря. Такий механізм дозволяє покрити клеєм всю поверхню стружки і не допустити перевитрати смоли. Стружка надходить у дозатор, який викладає її на стрічковий транспортер або піддон, формуючи шар заданої товщини. Послідовно вкладаються три шари, згідно з тришаровою структурою ДСП.

Отриманий "килим" поділяється за довжиною на пакети стандартного розміру, та подається в вібропрес для попереднього ущільнення. Після попереднього пресування виходять брикети, здатні витримати переміщення в основний гідропрес. Перед пресуванням брикети нагріваються до 75°C з допомогою НВЧ-випромінювання. В пресі на них впливає температура $150\text{--}180^{\circ}\text{C}$ і тиск $20\text{--}35\text{ кг/см}^2$. Під дією тиску матеріал ущільнюється, а нагрівання викликає твердіння сполучної речовини.

Після завершення пресування готові листи ДСП охолоджуються потоками повітря, потім укладаються в стопи і залишають на кілька діб. За цей час в матеріалі поступово вирівнюється температура. До повної готовності матеріал проходить шліфування поверхонь і розкрій на аркуші заданого формату. Після цього вони маркуються та упаковуються для відправки споживачеві. При виготовленні меблевої або облицювальної плити у технологічний ланцюжок додається етап ламінування.

Після огляду компонентів системи необхідно виділити основні параметри, що впливають на виробництво. Для прикладу візьмемо етап пресування. На цьому етапі основними параметрами є: температура пресування, тиск пресу та час пресування. Ці параметри безпосередньо впливають на результат пресування.

Побічними параметрами, які впливають на процес пресування непрямым шляхом, є: товщина стружки (Thickness), що визначається на етапі подрібнення, співвідношення шарів дрібної та крупної стружки (FractionProp) та вологість стружки після осмолення та кондиціонування (Wetness), що визначаються на етапі формування килима.

Подібну систему управління можна представити у вигляді функціональних блоків стандарту ІЕС 61499 з виділенням основних блоків: "Просіювання" (Grinding), "Формування килима" (CarpetFormation), "Пресування" (HotPress). Даними в такій системі є вищеперераховані параметри, які розміщені внизу функціонального блока. Подіями ж в такій системі є "Зміна режиму подрібнення" (ChangeMode) та "Зміна пропорції шарів" (PropChange), які дозволяють управляти результатом без зміни основних параметрів. Вони мають обмежений діапазон регулювання за допомогою допоміжних параметрів, які можуть бути змінені.

Встановивши логічні зв'язки між даними та подіями, отримаємо зразок прикладної моделі розподіленої системи управління для ділянки пресування, що зображена на рис. 3. На схемі для простоти показано тільки ті події і дані, які мають безпосереднє відношення до функціонування пресу. На основі технологічної схеми розроблено блок-схему алгоритму роботи блока "Пресування", яку показано на рис. 4. Як видно зі схеми, управління відбувається відповідно до значень товщини килима, його геометричних розмірів, вологості та температури преса. На основі цих даних задається зусилля та температура пресування.

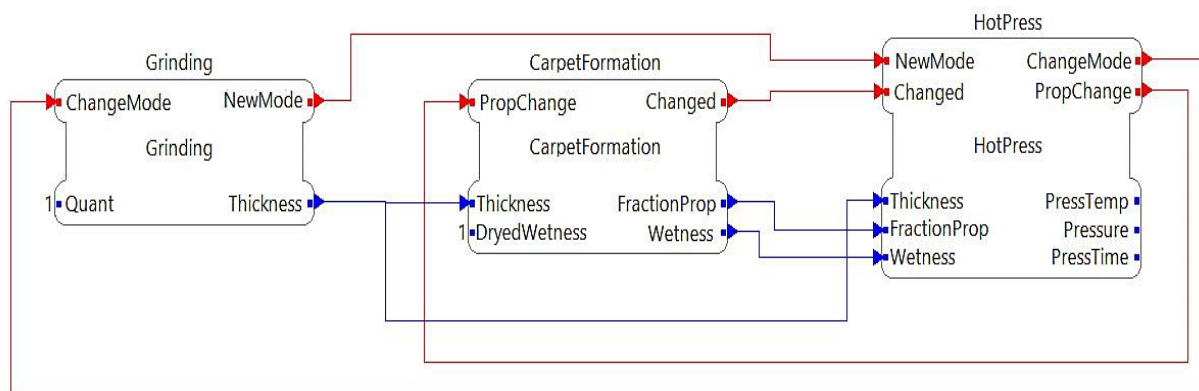


Рис. 3 FBD програма управління пресом.

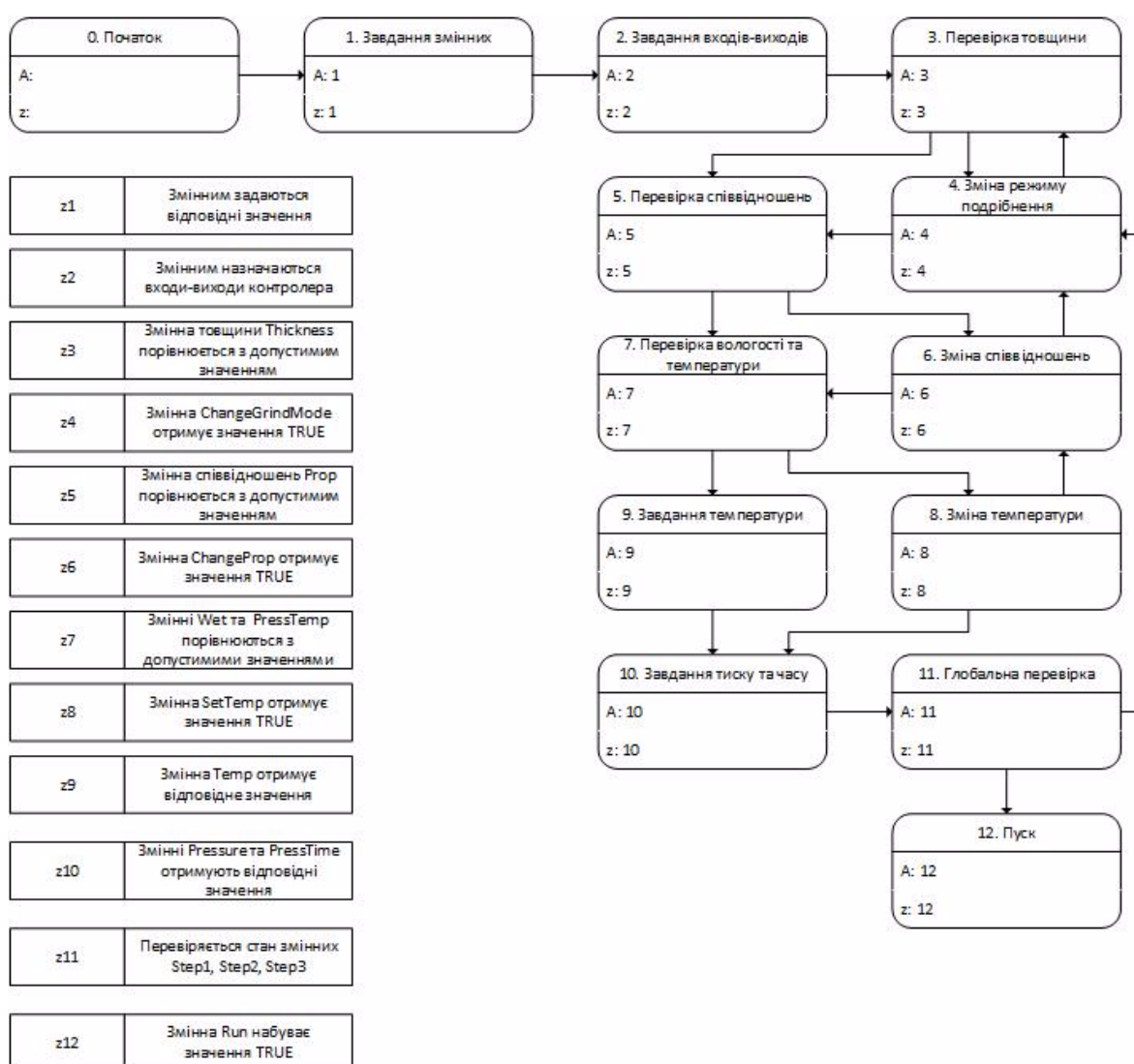


Рис. 4 Граф управління виконанням блоку управління пресом HotPress.

На рис. 4 представлено граф або діаграму управління виконанням (ЕСС – Execution Control Chart) блоку управління пресом HotPress. За допомогою ЕСС графа описується робота преса – значення тиску, температури та часу витримки під тиском у

залежності від стану килима (товщина та вологість). Стандарт IEC 61499 дозволяє описувати алгоритм виконання на мовах стандарту IEC 61131-3.

Сучасні інструментальні засоби, наприклад, Visio2Switch, MetaAuto та інші, дозволяють по графу переходів, який побудований в певній нотації й зображений за допомогою відповідного редактора, наприклад Visio, автоматично реалізувати його у вигляді ізоморфної програми мовою C.

Для програмування контролерів із використанням функціональних блоків стандарту IEC 61499 застосовують такі інструментальні середовища, як IsaGRAF, 4diac та інші [6–7]. Генератор розподілу IsaGRAF автоматично створює всі необхідні зв'язки між функціональними блоками з врахуванням особливостей обраної промислової мережі. Ці зв'язки обмінюються інформацією прозоро по комунікаційному інтерфейсу. Засоби IsaGRAF опікуються всіма аспектами розподілу застосунку. Зокрема, у комунікаційний інтерфейс і в алгоритм виконання додаються затримки, які повинні братися в розрахунки під час проектування розподіленого застосунку.

Висновки

Застосування стандарту IEC 61499 для програмування розподілених систем управління забезпечує системний підхід у розробці програмного забезпечення автоматизованих систем управління технологічними процесами (АСУТП). У статті розглянуто фрагмент FBD програми управління лінії з виробництва деревинно-стружкової плити (ДСП) на основі блоків стандарту IEC 61499. Застосування цих блоків дозволяє враховувати стан продукту на усіх ділянках лінії з метою оптимального управління головним пристроєм лінії - пресом.

Список використаної літератури

1. Dai W. W., Vyatkin V. A. Case Study on Migration from IEC 61131 PLC to IEC 61499 Function Block Control. In Proceedings of *Industrial Informatics*, 2009. INDIN 2009. 7th IEEE International Conference. Cardiff, Wales, 2009. pp. 79–84.
2. Lewis R. Programming industrial control systems using IEC 1131-3 London: The Institution of Electrical Engineers, 1998. 346 p.
3. Lewis R. Modelling control systems using IEC 61499. London: The Institution of Engineering and Technology, 2001. 248 p.
4. IEC 61499. URL: <https://www.iec.ch/>
5. Шварцман Г. М., Щедро Д. А. Производство древесно-стружечных плит. Москва: Лесная промышленность, 1987. 648 с.
6. Офіційний сайт IsaGRAF. URL: <http://www.isagraf.com/index.htm>
7. Офіційний сайт 4diac. URL: <https://www.eclipse.org/4diac/>

References

1. Dai, W. W., & Vyatkin, V. A. (2009) Case Study on Migration from IEC 61131 PLC to IEC 61499 Function Block Control. In Proceedings of *Industrial Informatics*, 2009. INDIN 2009. 7th IEEE International Conference. Cardiff, Wales, 2009. pp. 79–84.
2. Lewis, R. (1998) Programming industrial control systems using IEC 1131-3 London: The Institution of Electrical Engineers.
3. Lewis, R. (2001) Modelling control systems using IEC 61499. London: The Institution of Engineering and Technology.
4. IEC 61499. (2018) Retrieved from: <https://www.iec.ch/>
5. Shvartsman, G. M., & Schedro, D. A. (1987) Proizvodstvo drevesno-struzhechnyih плит. Moscow: Lesnaya promyshlennost.
6. Official site IsaGRAF. (2018) Retrieved from: <http://www.isagraf.com/index.htm>
7. Official site 4diac. (2018) Retrieved from: <https://www.eclipse.org/4diac/>

УДК 681.51(075.8)

П.В. КАШТАЛЬЯН, С.А. РОЖКОВ
Херсонская государственная морская академия
Т.И. ТЕРНОВАЯ

Херсонский национальный технический университет

ДЕКОМПОЗИЦИЯ В ЗАДАЧЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

Данная работа посвящена решению задачи декомпозиции системы управления стабилизацией координат морского судна.

В статье рассмотрен вопрос построения математической модели судна, как динамического объекта в поле возмущающих сил, получена обобщенная модель объекта и его декомпозиция. Современные технологии и задачи мореплавания выдвинули задачу позиционирования судов. Расширение объема работы на шельфе, обслуживание платформ и оперативные работы требует точного позиционирования при значительном волнении. Возникает все больше приложений динамического позиционирования (ДП), появляются новые классы судов для этих приложений, а сами системы ДП становятся более массовыми и дешевыми. Таким образом, актуальна разработка методов и средств повышения точности позиционирования. В работе показано, что данная задача относится к задачам с распределенными параметрами, а модель судна имеет второй порядок. Поставлена задача анализа методов регулирования используемых для динамического позиционирования.

Не смотря на значительные усилия разработчиков и большое количество реализованных проектов, достичь длительного удержания судна при волнении в заданной позиции не удастся. Причиной этого является не только недостаток энерговооруженности используемых судов. Многочисленные исследования в области развития систем регулирования пока не дают ожидаемого результата. Исходя из сложившейся ситуации, в статье предпринята попытка анализа методов построения систем регулирования и разработки алгоритма точного позиционирования судна при энергии волнения, не превышающей энерговооруженности объекта (судна). В результате проведенного исследования были сделаны следующие выводы: 1) задача динамического позиционирования является задачей с распределенными параметрами; 2) описание судна, как объекта регулирования, представляет собой дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка; 3) декомпозиция задачи регулирования координат плавающего средства позволяет выделить отдельную подсистему динамического позиционирования; 4) учитывая, что использование современных методов регулирования не позволяет создать системы способные длительно сохранять необходимую точность позиционирования, требуется анализ используемых методов регулирования.

Ключевые слова: динамическое позиционирование, декомпозиция, энергообеспечение судна.

П.В. КАШТАЛЬЯН, С.О. РОЖКОВ
Херсонська державна морська академія
Т.І. ТЕРНОВА
Херсонський національний технічний університет

ДЕКОМПОЗИЦІЯ В ЗАДАЧІ ДИНАМІЧНОГО ПОЗИЦІОНУВАННЯ

Дана робота присвячена вирішенню задачі декомпозиції системи управління стабілізацією координат морського судна.

У статті розглянуто питання побудови математичної моделі судна, як динамічного об'єкта в полі сил, що збурюють, отримано узагальнену модель об'єкта і його декомпозицію. Сучасні технології і зачі мореплавання висунули задачу позиціонування суден. Розширення обсягу роботи на шельфі, обслуговування платформ і оперативні роботи вимагають точного позиціонування при значному хвилюванні. Виникає все більше додатків динамічного позиціонування (ДП), з'являються нові класи судів для цих додатків, а самі системи ДП стають більш масовими і дешевими. Таким чином, актуальна розробка методів і засобів підвищення точності позиціонування. В роботі показано, що дана задача відноситься до задач з розподіленими параметрами, а модель судна має другий порядок. Поставлено завдання аналізу методів регулювання використовуваних для динамічного позиціонування.

Не дивлячись на значні зусилля розробників і велику кількість реалізованих проектів, досягти тривалого утримання судна при хвилюванні в заданій позиції не вдається. Причиною цього є не лише брак енергоозброєності використовуваних судів. Численні дослідження в області розвитку систем регулювання поки не дають очікуваного результату. Виходячи з ситуації, що склалася, в статті зроблено спробу аналізу методів побудови систем регулювання і розробки алгоритму точного позиціонування судна при енергії хвилювання, що не перевищує енергоозброєності об'єкта (судна). В результаті проведеного дослідження були зроблені наступні висновки: 1) задача динамічного позиціонування є задачею з розподіленими параметрами; 2) опис судна, як об'єкта регулювання, являє собою диференціальне рівняння в приватних похідних другого порядку; 3) декомпозиція задачі регулювання координат плаваючого засобу дозволяє виділити окрему підсистему динамічного позиціонування; 4) з огляду на те, що використання сучасних методів регулювання не дозволяє створити системи здатні довго зберігати необхідну точність позиціонування, потрібен аналіз використовуваних методів регулювання.

Ключові слова: динамічне позиціонування, декомпозиція, енергозабезпечення судна.

P.V. KASHTALYAN, S.A. ROZHKOVA
Kherson State Maritime Academe
T.I. TERNOVAYA
Kherson National Technical University

DECOMPOSITION IN THE PROBLEM OF DYNAMIC POSITIONING

This paper is devoted to solving the problem of decomposition of the control system for stabilization of the coordinates of a marine vessel.

The article discusses the issue of building a mathematical model of a ship as a dynamic object in the field of perturbing forces, and a generalized model of the object and its decomposition are obtained. Modern technologies and tasks of navigation put forward the task of positioning ships. Expansion of work on the shelf, maintenance of platforms and operational work requires precise positioning with considerable excitement. More and more dynamic positioning (DP) applications are emerging, new classes of vessels for these applications are emerging, and DP systems themselves are becoming more widespread and cheaper. Thus, the development of methods and means of improving the accuracy of positioning is relevant. The paper shows that this task is related to tasks with distributed parameters, and the ship model is of the second order. The task is to analyze the regulation methods used for dynamic positioning.

In spite of the significant efforts of the developers and the large number of completed projects, it is not possible to achieve a long vessel retention during a wave in a given position. The reason for this is not only the lack of power supply of the ships used. Numerous studies in the development of regulatory systems do not yet provide the expected result. Based on the current situation, the article attempts to analyze the methods for constructing regulatory systems and develop an algorithm for accurately positioning a vessel at a wave energy not exceeding the electrical capacity of the object (vessel). As a result of the study, the following conclusions were made: 1) the problem of dynamic positioning is a task with distributed parameters; 2) the description of the vessel as an object of regulation is a second-order partial differential equation; 3) decomposition of the task of controlling the coordinates of the floating means allows you to select a separate dynamic positioning subsystem; 4) given that the use of modern methods of regulation does not allow creating systems capable of maintaining the necessary positioning accuracy for a long time, analysis of the methods of regulation used is required.

Keywords: dynamic positioning, decomposition, power supply of the vessel.

Постановка проблемы

Современные технологии и задачи мореплавания выдвинули задачу позиционирования судов. Расширение объема работы на шельфе, обслуживание платформ и оперативные работы требует точного позиционирования при значительном волнении. Возникает все больше приложений динамического позиционирования (ДП), появляются новые классы судов для этих приложений, а сами системы ДП становятся более массовыми и дешевыми. Таким образом, актуальна разработка методов и средств повышения точности позиционирования.

Однако, не смотря на значительные усилия разработчиков и большое количество реализованных проектов, достичь длительного удержания судна при волнении в заданной позиции не удастся [6, 8, 11, 13]. Причиной этого является не только недостаток энерговооруженности используемых судов. Многочисленные исследования в области развития систем регулирования пока не дают ожидаемого результата. Исходя из сложившейся ситуации, в статье предпринята попытка анализа методов построения систем регулирования и разработки алгоритма точного позиционирования судна при энергии волнения, не превышающей энерговооруженности объекта (судна).

Анализ последних исследований и публикаций

Современные технологии добычи полезных ископаемых на морском шельфе, задачи строительства и проведения аварийных работ требуют обеспечения неподвижности судна в географических координатах [1, 2]. Собственно, проблема определения координат решается достаточно широким спектром методов. Автоматические системы управления гидроплатформами позволяют обеспечить определение отклонений в пределах нескольких сантиметров, спутниковые системы обеспечивают диапазон до десятка сантиметров, оптические системы обеспечивают точность в пределах десятков метров и радионавигационные системы обеспечивают предварительную привязку объекта [3]. Однако существует вторая сторона медали – удержать судно в данной точке с заданной точностью [4, 5]. Эта задача подразумевает регулирование в пространстве координат [6], и при этом возникает ряд вопросов о построении математической модели объекта управления (судна) [7, 8]. Говоря о математических моделях, описывающих динамику судна, выделим прежде всего фундаментальные исследования, в которых рассматривают судно как объект с распределенными параметрами [9].

Цель исследования

Даная работа посвящена решению задачи декомпозиции системы управления стабилизацией координат морского судна.

Изложение основного материала исследования

Рассмотрим окрестности судна под воздействием внешних возмущений: волнения, течений и ветровых потоков. Опишем среду в виде трех векторных полей: $F_1(x)$ – векторное поле воздушной среды, $F_2(x)$ – векторное поле волнового слоя, $F_3(x)$ – векторное поле течений, где вектор x имеет координаты x, y, z . В этом случае, определяя векторные поля, как поля силы в каждой точке пространства, можно определить вектор возмущения как

$$\left. \begin{array}{l} \text{if } z_{\max} \geq z \geq z_o \rightarrow \mathbf{F} = \mathbf{F}_1(\mathbf{x}) \\ \text{if } z_o \geq z \geq z_1 \rightarrow \mathbf{F} = \mathbf{F}_2(\mathbf{x}) \\ \text{if } z_1 \geq z \geq z_{\min} \rightarrow \mathbf{F} = \mathbf{F}_3(\mathbf{x}) \end{array} \right\} \quad (1)$$

Учитывая тот факт, что грани между слоями среды довольно условны, возможно разделить воздействия, если предположить равенство векторов каждого слоя. Собственно, таким образом можно разделить ветровое и волновое воздействия и воздействие течения. В таком случае каждый слой связан с воздействием на корпус судна.

Рассмотрим замкнутый цилиндр с контуром L в векторном пространстве $F(x)$ (рис. 1).

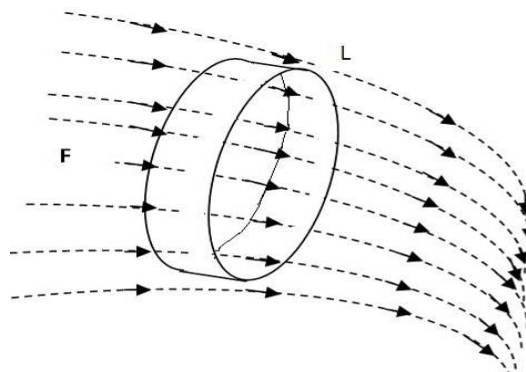


Рис. 1. Поле возмущений

Так как в пределах области L в поле нет источников и $\text{div}F(x)=0$, то поток вектора $F(x)$ через контур L должен быть равен нулю:

$$\Phi = \oint_{S_L} \mathbf{F}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} dS = 0. \quad (2)$$

Предположим, что поле возмущений взаимодействует с границей области L . Если воздействие возмущения приводит к смещению границ области, то условие сохранения области сводится к отсутствию возмущений на границе:

$$\oint_{S_L} \mathbf{F}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \rightarrow \mathbf{F}(\mathbf{x})_{x \in L} = \mathbf{0}. \quad (3)$$

Таким образом, в каждой точке x , принадлежащей L должна действовать сила, компенсирующая поле возмущений:

$$F(x)_{x \in L} - U(x)_{x \in L} = 0. \quad (4)$$

В предположении (1) при условии (2) и (3) требование наличия компенсирующего поле возмущений F , поля управления U выражение (4) является простым рецептом динамического позиционирования.

На рис. 2 и рис. 3 показаны воздействия возмущающих полей на судно и взаимодействие возмущения и управления после совмещения поверхности L с поверхностью судна.

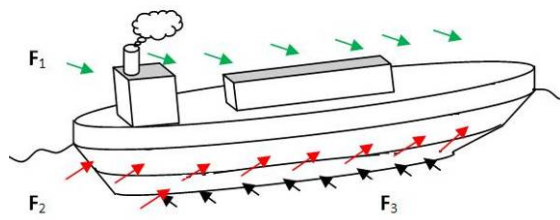


Рис. 2. Воздействие возмущающих полей на судно

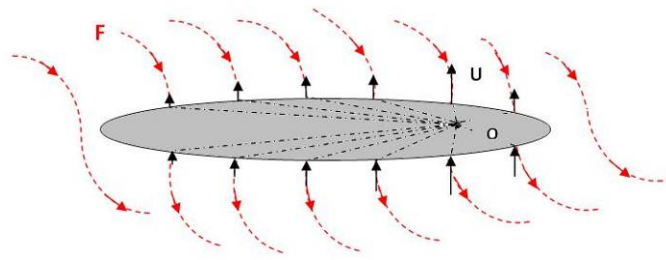


Рис. 3. Взаимодействие возмущения и управления

Очевидно, что во внутренней области, ограниченной поверхностью L , возмущающие поля не действуют. Следовательно, в поле возмущения поверхность судна ограничивают область, где внешнее поле отсутствует. При этом предположим, что эта область не деформируется, а поле управления формируется за счет нескольких источников, создающих соленоидальные поля в лакуне и на ее границе (рис. 3).

Однако мы имеем дело с динамическим объектом, находящимся под воздействием поля возмущающих сил. Описать динамику объекта достаточно сложно, но в данном случае возможно воспользоваться принципом Геймгольца, который утверждает, что любое векторное поле можно представить суммой потенциального и соленоидального полей. Таким образом, движение системы содержит апериодическую и колебательную составляющие. Опираясь на принцип Гамильтона можно утверждать, что дифференциальные уравнения, описывающие движение должны иметь минимальный порядок [14].

Таким образом, поле $F(x)$ связанное с объектом определяется сумой двух полей, потенциального $\Phi(x)$ и соленоидального $\Psi(x)$, при этом выполняются условия:

$$\begin{aligned} F(x) &= \Phi(x) + \Psi(x); \\ \text{rot} \Phi(x) &\equiv 0; \\ \text{grad} \Psi(x) &\equiv 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Для потенциальной составляющей поля справедливо [10]:

$$\iiint_{\Omega} \text{div} F dv = \iint_{S_{\Omega}} F ds \quad (6)$$

Для объекта с неизменной геометрией, в каждой точке в границах объекта, условие (6) выполняется сильно и как следствие равны подынтегральные выражения:

$$\operatorname{div} F d\mathbf{v} = F ds. \quad (7)$$

Совместив направляющий вектор площадки с векторной линией, из (7) получаем:

$$\left(\operatorname{div} F \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right) ds = F ds. \quad (8)$$

Следовательно, для потенциальной компоненты в (5) должно выполняться уравнение:

$$\operatorname{div} F \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = F. \quad (9)$$

С другой стороны, для соленоидальной компоненты выполняется условие [10]:

$$\oint_L F d\mathbf{l} = \iiint_{S_L} \operatorname{rot} F \hat{\mathbf{o}} s. \quad (10)$$

Для недеформируемого тела при совмещении вектора $d\mathbf{l}$ с векторной линией поля из (10), получаем:

$$F d\mathbf{l} = \operatorname{rot} F \hat{\mathbf{o}} s. \quad (11)$$

Или за счет связи направления нормали и векторной линии. Можем записать (11) в виде:

$$F d\mathbf{l} = (\operatorname{rot} F d\mathbf{x}) d\mathbf{l}. \quad (12)$$

Или учитывая, что произведение ротора поля на вектор смещения определяет момент инерции, можем записать:

$$m \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} = (\operatorname{rot} F d\mathbf{x}) = -m V \mathbf{x}. \quad (13)$$

Для соленоидальной компоненты поля из (12, 13) выполняется условие:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} + V \mathbf{x} = \mathbf{0}, \quad (14)$$

где матрица V состоит из детерминантов, определяющих изменение момента при смещении на $d\mathbf{x}$.

Так как должен выполняться принцип Гейгюна, совместим оба условия: (9) и (14), – в одно:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} + \operatorname{div} F \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} + V \mathbf{x} = F. \quad (15)$$

При учете возмущающих сил из (15) получаем:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} + \operatorname{div} \mathbf{F} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} + \mathbf{V} \mathbf{x} = \mathbf{F} + \mathbf{Q}. \quad (16)$$

Полученное уравнение (16) описывает движение динамического, недеформируемого объекта в поле возмущающих сил. Собственно, это уравнение показывает, что судно не только смещается в системе координат, но и совершает колебательные движения относительно этих координатных осей.

При этом возможно ставить задачу стабилизации объекта при помощи поля управлений $U(x)$. Существенно то, что в данном случае линеаризация дает не систему Коши первого порядка, а систему второго порядка:

$$\frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} = \mathbf{D} \frac{d\mathbf{x}}{dt} + \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} = \mathbf{Q} \mathbf{q}. \quad (17)$$

Второй порядок дифференциального уравнения (17) является минимально возможным для одновременного описания колебательного и поступательного движений, что соответствует структуре задачи. При этом всегда можно разбить движения на смещения и вращения относительно осей координат [11], что приводит к декомпозиции (разделению) задачи на стабилизацию курсового угла и кренов судна.

Разделив вектор состояния на подвекторы, получим:

$$\mathbf{x}_x = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}_y = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}_z = \begin{bmatrix} z \\ x \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Тогда линеаризованная модель может быть разделена на подсистемы:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{x}_x}{dt^2} &= \mathbf{D}_x \frac{d\mathbf{x}_x}{dt} + \mathbf{A}_x \mathbf{x}_x + \mathbf{B}_x \mathbf{u}_x = \mathbf{Q}_x \mathbf{q}_x \\ \frac{d^2 \mathbf{x}_y}{dt^2} &= \mathbf{D}_y \frac{d\mathbf{x}_y}{dt} + \mathbf{A}_y \mathbf{x}_y + \mathbf{B}_y \mathbf{u}_y = \mathbf{Q}_y \mathbf{q}_y \\ \frac{d^2 \mathbf{x}_z}{dt^2} &= \mathbf{D}_z \frac{d\mathbf{x}_z}{dt} + \mathbf{A}_z \mathbf{x}_z + \mathbf{B}_z \mathbf{u}_z = \mathbf{Q}_z \mathbf{q}_z \\ \frac{d^2 \mathbf{x}_0}{dt^2} &= \mathbf{D}_0 \frac{d\mathbf{x}_0}{dt} + \mathbf{A}_0 \mathbf{x}_0 + \mathbf{B}_0 \mathbf{u}_0 = \mathbf{Q}_0 \mathbf{q}_0 \end{aligned} \right\}. \quad (19)$$

Первые три подсистемы (19) стабилизируются достаточно точно соответствующими регуляторами курса, килевой и бортовой качки [11, 12]. Более сложным оказалось обеспечить точное позиционирование по координатам $\mathbf{x}_0$, $\mathbf{y}_0$. Несмотря на достаточно большое количество работ по данной проблеме, реализовать систему, обеспечивающую точное позиционирование при существенных возмущениях, не удается [13].

Задача данной работы определена как решение проблемы динамического позиционирования, поэтому считаем влияние качки судна устраненными.

Ошибка, связанная с описанием объекта системой первого порядка, ухудшает результаты, однако в современную систему управления входит алгоритм идентификации и ошибка порядка системы может быть снижена.

Таким образом, ставится задача определения причины затруднений в реализации современных алгоритмов регулирования в задаче динамического позиционирования судна.

Выводы

Задача динамического позиционирования является задачей с распределенными параметрами.

Описание судна, как объекта регулирования, представляет собой дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка.

Декомпозиция задачи регулирования координат плавающего средства позволяет выделить отдельную подсистему динамического позиционирования.

Учитывая, что использование современных методов регулирования не позволяет создать системы способные длительно сохранять необходимую точность позиционирования, требуется анализ используемых методов регулирования.

Список использованной литературы

1. Шостак В. П. Динамическое позиционирование плавучих объектов. Чикаго, Мегатрон, 2010. 130 с.
2. Guidelines for vessels with dynamic positioning systems. Ongsberg K-Pos DP IMO, International maritime organization MSC/Circ. 645 (1994) URL: <http://imo.udhb.gov.tr/dosyam/EKLER/MS-Circ.645.pdf>
3. Быковский А. В. и др. Повышение точности инерциальных навигационных систем с использованием внешней информации. Москва: МГТУ, 1989. 148 с.
4. Фрейдзон И. Р., Филипов Л. Г. Автоматические системы динамического удержания буровых судов. Судостроение за рубежом. 1980. № 1. С. 13-27.
5. Integrated Dynamic Positioning System (DPS-1) Technical Description. (2018) URL: www.emi-marine.com.
6. Thor I. Fossen. (2005) A nonlinear unified state-space model for ship maneuvering and control in a seaway. Journal of Bifurcation and Chaos. 15 (9), 2717-2746. DOI: 10.1142/S0218127405013691
7. Чижиумов С. Д. Основы динамики судов на волнении. Комсомольск-на-Амуре: ГОУВПО "КнАГТУ", 2010. 110 с.
8. Thor I. Fossen, Tristan Perez. (2009) Kalman Filtering for Positioning and Heading Control of Ships and Offshore Rigs. IEEE Control Systems Magazine. 29, 6, 32-46.
9. Зубова А. А. Моделирование гидродинамического взаимодействия судов на основе методов вычислительной гидродинамики: дисс. ... канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2015.
10. Будак Б. М., Фомин С. В. Кратные интегралы и ряды. Москва: Наука, 1965. 607 с.
11. Asgeir J. Sørensen. Marine Control Systems Propulsion and Motion Control of Ships and Ocean Structures. Lecture Notes. Report UK-13-76. Trondheim: Department of Marine Technology Norwegian University of Science and Technology, 2013. 525 p.
12. Лукомский Ю. А., Чугунов В. С. Системы управления морскими подвижными объектами. Ленинград: Судостроение, 1988. 272 с.
13. Мирошников А. Н., Антоненко В. П. (2018) Системы динамического позиционирования: новые задачи и тенденции развития. URL: http://korabel.ru/news/comments/_dinamicheskogo_pozicionrovaniya_novye_zadachi_i_tendencii_razvitiya_2html
14. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 712 с.

References

1. Shostak, V. P. (2010) *Dinamicheskoe pozitsionirovanie plavuchih ob'ektov*. Chikago, Megatron.
2. Guidelines for vessels with dynamic positioning systems. Ongsberg K-Pos DP IMO, International maritime organization MSC/Circ. 645. (1994) Retrieved from <http://imo.udhb.gov.tr/dosyam/EKLER/MSC-Circ.645.pdf>
3. Byikovskiy, A. V. i dr. (1989) *Povyishenie tochnosti inertsialnyih navigatsionnyih sistem s ispolzovaniem vneshney informatsii*. Moscow: MGTU.
4. Freydzon, I. P., & Fillipov L. G. (1980) *Avtomaticheskie sistemyi dinamicheskogo uderzhaniya burovyyih sudov*. Sudostroenie za rubezhom. 1, 13-27.
5. Integrated Dynamic Positioning System (DPS-1) Technical Description. (2018) Retrieved from www.emi-marine.com.
6. Thor I. Fossen. (2005) A nonlinear unified state-space model for ship maneuvering and control in a seaway. *Journal of Bifurcation and Chaos*. 15 (9), 2717-2746. DOI: 10.1142/S0218127405013691
7. Chizhiumov, S. D. (2010) *Osnovyi dinamiki sudov na volnenii*. Komsomolsk-na-Amure: GOUVPO "KnAGTU".
8. Thor, I. Fossen, Tristan Perez. (2009) Kalman Filtering for Positioning and Heading Control of Ships and Offshore Rigs. *IEEE Control Systems Magazine*. 29, 6, 32-46.
9. Zubova, A. A. (2015) *Modelirovanie gidrodinamicheskogo vzaimodeystviya sudov na osnove metodov vyichislitelnoy gidrodinamiki* (PhD Thesis), Sankt-Peterburg, 2015.
10. Budak B. M., & Fomin S. V. (1965) *Kratnyie integraly i ryadyi*. Moskva: Nauka.
11. Asgeir, J. Sørensen. (2013) *Marine Control Systems Propulsion and Motion Control of Ships and Ocean Structures*. Lecture Notes. Report UK-13-76. Trondheim: Department of Marine Technology Norwegian University of Science and Technology.
12. Lukomskiy, Yu. A., & Chugunov, V. S. (1988) *Sistemyi upravleniya morskimi podvizhnyimi ob'ektami*. Leningrad: Sudostroenie.
13. Miroshnikov A. N., Antonenko V. P. (2018) *Sistemyi dinamicheskogo pozitsionirovaniya: novye zadachi i tendentsii razvitiya*. Retrieved from http://korabel.ru/news/comments/_dinamicheskogo_pozicionirovaniya_novye_zadachi_i_tendentsii_razvitiya_2html
14. Krasovskiy, A. A. (Ed.) (1987) *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya*. Moscow: Nauka. Gl. red. fiz. -mat. lit.

УДК 658.011.56

А.М. МАЦУЙ, В.О. КОНДРАТЕЦЬ
Центральноукраїнський національний технічний університет**ОБҐРУНТУВАННЯ ВТОРИННОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА СИСТЕМИ
КОНТРОЛЮ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ КУЛЬОВОГО ПОДРІБНЕННЯ РУДИ
ОПТИМІЗАЦІЄЮ, АНАЛІЗОМ, МОДЕЛЮВАННЯМ**

Дана публікація присвячена обґрунтуванню вторинного перетворювача системи контролю енергоефективності руйнування руди безпосередньо в барабані кульового млина. Первинним перетворювачем тут є пружна пластина, а прогин її центральної частини в наслідок руйнування руди при ударах куль через передаточний елемент – вихідною величиною, яка може фіксуватися або за переміщенням, або за деформацією. Існує широке коло засобів для вимірювання таких параметрів. Тому методом оптимізації на першому етапі дослідження відкидалися засоби, які об'єктивно не придатні для реалізації цих функцій. З залишку кілька засобів було вилучено шляхом аналізу. Далі досліджувались магнітоіндукційний і тензометричний перетворювачі. Аналізом доведено, що тензометричний перетворювач може виконувати функції вимірювання сигналу. Магнітоіндукційний перетворювач досліджувався методом моделювання. Показано, що він, забезпечений перетворювачем Холла, може фіксувати такі переміщення точно і за лінійною залежністю. Магнітоіндукційний перетворювач з обмоткою може давати додаткову інформацію про швидкість переміщення пружної пластини при ударі кулі. Обидва перетворювачі потребують установки проміжного передаточного елемента. Магнітоіндукційний – для забезпечення переміщення рухомого елемента з магнітним'якого матеріалу в площині, паралельній немагнітній прокладці, а тензометричний – для забезпечення деформування невеликої балки з двома ідентичними перетворювачами для компенсації впливу температури і підвищення чутливості.

Ключові слова: подрібнення руди, енергоефективність, вторинний перетворювач, обґрунтування.

А.Н. МАЦУЙ, В.А. КОНДРАТЕЦЬ
Центральноукраинский национальный технический университет**ОБОСНОВАНИЕ ВТОРИЧНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ СИСТЕМЫ
КОНТРОЛЯ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ ШАРОВОГО ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ РУДЫ
ОПТИМИЗАЦИЕЙ, АНАЛИЗОМ, МОДЕЛИРОВАНИЕМ**

Данная публикация посвящена обоснованию вторичного преобразователя системы контроля энергоэффективности разрушения руды непосредственно в барабане шаровой мельницы. Первичным преобразователем здесь есть упругая пластина, а прогиб ее центральной части вследствие разрушения руды при ударах шаров через передаточный элемент - выходной величиной, которая может фиксироваться или перемещением, или деформацией. Существует широкий круг средств для измерения таких параметров. Поэтому методом оптимизации на первом этапе исследования отбрасывались средства, которые объективно не пригодны для реализации этих функций. Из остатка несколько средств было изъято путем анализа. Далее исследовались магнитоиндукционный и тензометрический преобразователи. Анализом доказано, что тензометрический преобразователь может выполнять функции измерения сигнала. Магнитоиндукционный преобразователь исследовался методом моделирования. Показано, что он, снабженный преобразователем Холла, может фиксировать такие перемещения точно и по линейной зависимости.

Магнитоиндукционный преобразователь с обмоткой может давать дополнительную информацию о скорости перемещения упругой пластины при ударе шара. Оба преобразователя требуют установки промежуточного передаточного элемента. Магнитоиндукционный – для обеспечения перемещения подвижного элемента с магнитомягкого материала в плоскости, параллельной немагнитной прокладке, а тензометрический – для обеспечения деформирования небольшой балки с двумя идентичными преобразователями для компенсации влияния температуры и повышения чувствительности.

Ключевые слова: измельчение руды, энергоэффективность, вторичный преобразователь, обоснование.

A.N. MATSUI, V.A. KONDRATETS
Central Ukrainian National Technical University

RATIONALE OF SECONDARY CONVERTER SYSTEMS OF CONTROL OF ENERGY EFFICIENCY BALL GRINDING OF ORE BY OPTIMIZATION, ANALYSIS, AND MODELING

This publication is devoted to the justification of the secondary converter of the system for monitoring the energy efficiency of ore destruction directly in the drum of a ball mill. The primary transducer here is an elastic plate, and the deflection of its central part due to the destruction of the ore at the impacts of the balls through the transfer element is the output value, which can be fixed either by displacement or deformation. The secondary converters of the system for monitoring the energy efficiency of ore destruction in a ball mill drum are subject to increased requirements, mainly for high accuracy in detecting small displacements and vibration resistance. There is a wide range of measurements of such parameters. Therefore, the method of optimization at the first stage of research discarded funds that are objectively unsuitable for the implementation of these functions. Among those that are supposed to be suitable, the method of analysis excluded from the list the means that cannot be realized as a result of specific reasons. Promising devices turned out to be new for this purpose magnetic induction and strain gauges. An analysis has shown that a strain gauge transducer can perform signal conversion functions. Magnetic induction transducer was studied by modeling. It is shown that he, equipped with a Hall transducer, can fix such movements precisely and linearly. Magnetic induction transducer with a winding can provide additional information about the speed of movement of the elastic plate when the ball strikes. It has been established that both types of transducers are suitable as secondary transducers for moving the central part of the elastic plate. Both transducers require the installation of an intermediate transfer element connected to the central part of the elastic plate. Magnetic induction - to ensure the movement of the moving element with a magnetic material in a plane parallel to the non-magnetic strip, and strain gauge - to ensure the deformation of a small beam with two identical transducers to compensate for the effect of temperature and increase sensitivity. The prospect of further research is the development of secondary converters of magnetic induction and strain gauges types.

Keywords: grinding ore, energy efficiency, secondary converter, rationale.

Постановка проблеми

Підвищена собівартість вітчизняного залізорудного концентрату ставить в нерівні умови національних виробників даного продукту і виробів з нього на світовому ринку. Тому удосконалення енерговитратних і матеріаловитратних технологічних процесів, якими є подрібнення вихідної руди, особливо в перших стадіях, є дуже

важливим. Особливо вузьким місцем є контроль енергоефективності подрібнення вихідної руди в кульових млинах, оскільки її зменшення приводить до значних перевитрат електроенергії, що негативно впливає на собівартість кінцевої продукції рудозбагачувальних фабрик – концентрату. Автоматичний контроль і підтримання оптимального значення енергоефективності руйнування залізної руди дозволять значно знизити непродуктивні перевитрати електричної енергії і зменшити собівартість залізородного концентрату.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Середню потужність електродвигуна кульового млина першої стадії і його шум використовують в якості критерію автоматичної оптимізації в екстремальних системах, які підтримують робочу точку на статичній характеристиці середньої потужності або інтенсивність сигналу в функції заповнення рудою поблизу екстремуму. Керуючим впливом є потік вихідної руди в кульовий млин. В промисловості такі системи широкого застосування не знайшли, тому що максимум продуктивності за готовим класом не відповідає робочій точці в області екстремуму. В зв'язку з цим проблему автоматичної оптимізації рудопідготовки розв'язують шляхом компенсації збурюючих впливів вихідного живлення (що проблематично) або пошуком і обґрунтуванням параметрів, які піддаються автоматичному контролю і які безпосередньо характеризують енергетичну ефективність процесу руйнування матеріалу в барабані кульового млина [1]. Такий підхід безпосереднього вимірювання об'єму зруйнованої руди (енергоефективності руйнування) запропоновано авторами даної публікації [2]. Енергоефективність руйнування руди визначається деформацією пружної пластини в процесі взаємодії пружного елемента, руди і падаючої кулі [3]. Тобто, вихідним сигналом первинного перетворювача є величина деформації центральної частини пружної пластини – її переміщення в момент удару. Обґрунтуванням типу і розробкою вторинного перетворювача в таких вимірюваннях ніхто не займався.

Мета дослідження

Метою дослідження є обґрунтування типу вторинного перетворювача і його основних параметрів шляхом оптимізації, аналізу і математичного моделювання процесів у технічних засобах даного призначення.

Викладення основного матеріалу

При вимірюванні енергетичної ефективності руйнування руди безпосередньо в барабані кульового млина використовується удар кулі по сприймаючому стержню через матеріал, що на ньому знаходиться. В елементарній механіці удар пружних тіл рахують миттєвою подією. У дійсності цей процес триває певний час. Тривалість співударяння деталей у більшості кінематичних пар складає десятитисячні і навіть соті частки секунди [4]. Співударяння деталей характеризується не лише малою тривалістю, великими силами взаємодії, але і занадто великими перепадами напруг. Теорію співударяння пружних тіл розробив в кінці XVIII століття Г. Герц. Вона дозволяє визначити форму і тривалість імпульсу співударяння деталей. Відповідно цій теорії імпульс має форму напівхвилі косинусоїди [4]. Користуючись формулами перетворення Фур'є, можливо отримати частотний спектр такого імпульсу. Теорія Герца розглядає удар пружних тіл без розміщення інших складових між ними, тому у даному випадку її безпосередньо використати не можливо.

Удар пружних тіл породжує пружну хвилю. Основною формою пружної хвилі рахують аперіодичний імпульс [5]. Його головними параметрами є амплітуда, тривалість, частотний спектр.

Тривалість імпульсу визначається протяжністю співударяння деталей, яка насамперед залежить від їх маси, геометрії поверхонь, матеріалу [4]. У даному випадку маса, геометрія поверхонь, матеріал елементів, що взаємодіють між собою, не змінюються.

Це є передумовою незмінності тривалості співударяння кулі і стержня, що виконує роль первинного перетворювача. Однак на цей процес буде впливати руда, що знаходиться між елементами, які стикаються, а саме її кількість, крупність, міцність. Тому процес співударяння кулі і стержня у даному випадку буде значно ускладнюватися. В ньому можна виокремити тривалість руйнування руди і тривалість безпосередньо удару кулі по торцю стержня. Саме цей процес тут буде визначальним. Він формує характер впливу на стержень і амплітуду переміщення центральної частини пружної пластини.

Форма імпульсу пружної хвилі визначається акустичними властивостями джерела випромінювання та середовища [5]. Джерело пружної хвилі можливо розглядати як аналог генератора східчастого діяння [5]. Таке східчасте діяння буде прикладене до торця стержня і викличе переміщення пружної пластини первинного перетворювача. При досягненні кінцевого положення за рахунок накопиченої енергії прогнута пружна пластини з врахуванням того, що на стержень сила з боку кулі вже не діє, здійсниться перехідний процес повернення механічної системи у попередній стан. Враховуючи, що прямий хід під ударом кулі через шматки твердого матеріалу може мати дещо викривлену форму, більш доцільно фіксувати зворотний хід пружної пластини зі стану деформованого зміщення у вихідне положення. При цьому східчасте діяння буде визначатися величиною деформації пластини, відповідно осередненому амплітудному значенню вхідного впливу, що міг мати дещо викривлену форму. Характер зворотного переміщення завжди буде незмінним і визначатися механічними властивостями системи та величиною деформації пружної пластини. Залежність зруйнованого об'єму руди на торці стержня від амплітуди відхилення центральної частини пружної пластини є практично лінійною [3].

Вихідним сигналом первинного перетворювача системи контролю енергетичної ефективності руйнування руди в барабані кульового млина є переміщення центральної частини пружної пластини. Тому вторинний перетворювач повинен відноситись до пристроїв, що вимірюють малі переміщення або деформацію пружних елементів. Як показує аналіз, розроблений великий арсенал таких пристроїв. За принципом дії та призначенням їх можливо подати у вигляді рис. 1, до якого включені відомі засоби. Магнітоіндукційний перетворювач традиційно використовується для інших призначень, однак аналіз показав, що його можливо застосувати для вимірювання невеликих переміщень.



Рис. 1. Класифікація вторинних перетворювачів переміщення центральної частини пружної пластини за принципом дії і призначенням.

З такого широкого переліку пристроїв суворий відбір найбільш ефективного можливо здійснити за допомогою оптимізаційного підходу. Спочатку доцільно з рис. 1 вилучити пристрої, які точно не можуть бути реалізованими в даних вимірюваннях. Для цього слід обґрунтувати критерій оптимальності для здійснення процедури вилучення певних пристроїв. Відомо, що критерій оптимальності складають за фізичним змістом задачі. Вимірювання виконуються на обертовому об'єкті – барабані кульового млина. Тому, як показав аналіз, в якості джерела електричної енергії для живлення системи найбільш доцільно використовувати акумулятор, який періодично замінюють на заряджений. Тут складно використовувати змінний струм, практично не можливо тримати джерела стиснутого повітря та використовувати ненадійні та достатньо складні технічні засоби. Також недопустимо використовувати пристрої з великими габаритами. За принципом дії первинного перетворювача вторинні перетворювачі повинні сприймати малі переміщення, порівняно малі, але не занадто малі зусилля. На вимірюваному об'єкті має місце вплив сильних збурюючих факторів, особливо вібрацій і температури, яка може змінюватися в основному від $+5^{\circ}\text{C}$ до $+50^{\circ}\text{C}$. Критерієм оптимальності тут може бути вираз

$$J_B = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5 + J_6 + J_7 = \sum_{i=1}^7 J_i, \quad (1)$$

де частковим критерієм J_i присвоюється одиниця у випадку присутності в пристрої певної особливості. Тут J_1 – низька надійність; J_2 – необхідність у використанні змінного струму живлення або стисненого повітря; J_3 – складність; J_4 – сильний вплив збурних факторів; J_5 – великі габарити; J_6 – вимірювання великих переміщень; J_7 – відхилення робочих зусиль від помірного середнього значення.

Для розв'язання даної задачі оптимізації можливо застосувати метод динамічного програмування [6]. Він є ефективним засобом розв'язання задач оптимізації дискретних багатостадійних процесів, для яких загальний критерій оптимальності описується адитивною функцією критеріїв оптимальності окремих стадій [7]. Тут виокремлюємо сім стадій оптимізації розуміючи під стадією наявність у кожному вимірювальному пристрої однієї з наведених у (1) ознак. Задачу оптимізації даних багатостадійних процесів у кожному пристрої можливо сформулювати як задачу пошуку оптимальної стратегії, для якої критерій оптимальності J_B приймає максимальне значення.

Метод динамічного програмування фактично являє собою алгоритм визначення оптимальної стратегії керування на усіх стадіях процесу [8]. Закон керування на кожній стадії звичайно знаходять шляхом розв'язання частинних задач оптимізації послідовно для усіх стадій процесу за допомогою інших методів дослідження. У даному випадку здійснюється аналіз літературних джерел, де вказується про наявність в конкретному вимірювальному засобі тих чи інших ознак. У даному випадку, як і в їх більшості, кінцевий розв'язок отримують в чисельній формі. Результати розв'язку звичайно зводять в таблиці. Результати виконаного аналізу вторинних пристроїв приведені в табл.1. З даних табл.1 слідує, що низьку надійність мають потенціометричні перетворювачі як контактні та піддані дії вологи, агресивної атмосфери і пилу, пневматичні в наслідок дії вологи і пилу, п'єзоелектричні в умовах високої вологи та вібрацій. П'ять засобів потребують змінної напруги живлення або стисненого повітря. Три вимірювальні системи відрізняються великою складністю, на 11 пристроїв сильно впливають збурні фактори. Дев'ять пристроїв відрізняються великими габаритами, а шість призначені для вимірювання великих переміщень. П'єзокерамічні (п'єзотрансформаторні) призначені для невеликих зусиль, а магнітопружні навпаки для великих зусиль. Найбільше значення критерію оптимальності склало 4 – це вісім вимірювальних засобів. Дещо менше значення критерію оптимальності 3 отримали п'єзоелектричні перетворювачі, а споріднені з ними п'єзотрансформаторні

перетворювачі мають $J_B = 4$. Пристрої з таким значенням результуючого критерію оптимальності не можливо застосувати для контролю енергетичної ефективності подрібнення руди в барабанах кульових млинів. Для подальшого розгляду слід залишити ємнісні, магнітоіндукційні п'єзоелектричні перетворювачі й тензометри з $J_B = 1$ та тензометричні перетворювачі з $J_B = 0$, які мають найкращий показник у порівнянні цих пристроїв.

Таблиця 1

Значення часткових і результуючих критеріїв оптимальності при вилученні пристроїв з повного переліку, які не підходять для вирішення даної задачі

Вторинні перетворювачі	Часткові критерії оптимальності							Результуючий критерій оптимальності
	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	
Індуктосини	–	1	1	–	1	1	–	4
Індуктивні	–	1	–	1	1	1	–	4
Диференціально-трансформаторні	–	1	–	1	1	1	–	4
Ємнісні	–	–	–	1	–	–	–	1
Потенціометричні	1	–	–	1	1	1	–	4
Магнітоіндукційні	–	–	–	–	1	–	–	1
Цифрові	–	–	1	1	1	1	–	4
Лазерні	–	–	1	1	1	1	–	4
Пневматичні	1	1	–	1	1	–	–	4
Тензометричні	–	–	–	–	–	–	–	–
Тензометри	–	–	–	1	–	–	–	1
П'єзоелектричні (п'єзотрансформаторні)	1	–/1	–	1	–	–	1	3/4
П'єзокерамічні	–	–	–	1	–	–	–	1
Магнітопружні	–	1	–	1	1	–	1	4

Аналіз вторинних перетворювачів, які виокремлені для подальшого розгляду, показує, що їх можливо подати у вигляді рис. 2, з якого видно, що вони представлені



Рис. 2. Класифікація вторинних перетворювачів, які імовірно підходять для вимірювання переміщення центральної частини пружної пластини.

двома групами – активними і пасивними. Активні або генераторні перетворювачі у даному випадку є більш придатними, оскільки на обертових об'єктах типу барабана кульового млина існує дефіцит енергії живлення. Результати вимірювання енергетичної ефективності подрібнення руди з обертової частини об'єкта вимірювання за допомогою

радіоканалу [9] передаються на нерухому. Оскільки канал передачі інформації з обертової частини об'єкта на нерухому обов'язково має певну похибку, для забезпечення заданої точності керування необхідно її компенсувати на інших ділянках вимірювального ланцюга. Цього можливо досягти практично лише за рахунок підвищення точності вторинних перетворювачів. Отже, обраний вторинний перетворювач по можливості повинен забезпечувати найбільш високу точність вимірювання переміщення. Тому пристрої, відмічені на рис. 2, необхідно проаналізувати більш докладніше.

П'єзокерамічні перетворювачі мають високу чутливість і не потребують джерела живлення, однак напруга, яка виникає при зміні температури, у ряді випадків може стати джерелом значних похибок [10]. Крім того, необхідність кріплення їх до деталі (бажано гвинтами) не дозволяє їх використати для таких вимірювань.

Нині найбільш відпрацьованими є тензометричні перетворювачі. Датчик наклеюють на поверхню досліджуваної деталі для вимірювання діючого зусилля. Перетворювачі характеризуються вимірювальною базою, що звичайно дорівнює 5...20 мм, їх опір становить 30...500 Ом. Дія перетворювачів ґрунтується на явищі тензоефекту – зміні активного опору провідників при механічній деформації. Придатність матеріалу для датчиків характеризує коефіцієнт тензочутливості

$$k = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l} = 1 + 2\mu + \frac{\Delta \rho/\rho}{\Delta l/l}, \quad (2)$$

де R – активний опір провідника; l – довжина провідника; μ – коефіцієнт Пуассона; ρ – питомий електричний опір провідника.

Провідник повинен мати мінімальний температурний коефіцієнт електричного опору α , великий питомий опір, добру механічну міцність і відтворюваність характеристик. Звичайно застосовують константан: $k \approx 2$; $\rho \approx 0,48$ Ом·мм²/м. Залізохромалюмінієвий сплав має найкращі усереднені характеристики: $k \approx 2,85$; $\rho \approx 1,45$ Ом·мм²/м; $\alpha \approx 13 \cdot 10^{-6}$, 1/°C, а найбільший коефіцієнт тензочутливості у платинорадію – 5,8. Застосовують також перетворювачі з решіткою із тонкої фольги, впресованої у пластмасову плівку. Якщо метал решітки замінити напівпровідниковим матеріалом, матимемо тензомер. Найбільшого поширення набрали кремнієві тензометри, які мають велику чутливість ($k \approx 100...150$) і невеликі габарити ($2...7 \times 0,2 \times 0,15$ мм). Їх недоліками є нелінійність характеристики, велика термочутливість та ін.. Це не дозволяє тензометри використати в якості вторинних перетворювачів при контролі енергетичної ефективності подрібнення руди в барабані кульового млина.

Ємнісні перетворювачі в основному реалізують залежність для плоскопаралельного конденсатора

$$C = \epsilon S / \delta, \quad (3)$$

де C – ємність конденсатора; ϵ – діелектрична проникність середовища між обкладками (наприклад повітря); S – площа; δ – відстань між обкладками.

На великі можливості ємнісних перетворювачів вказано в роботі [11]. Одночасно в цій же роботі та інших літературних джерелах підкреслюється, що ємнісні перетворювачі не отримали широкого розповсюдження. Велика різноманітність форм та конструкцій сприймаючих елементів не дозволили зробити узагальнюючих висновків в цілому за даним напрямом досліджень. Для практичних потреб використовують в основному ємнісні перетворювачі, побудовані на принципі повітряного проміжку, що змінюється, як конденсаторні мікрофони [10]. З залежності

(3) видно, що статична характеристика таких перетворювачів буде нелінійною. Створення ємнісних перетворювачів спиралось на теорію та практику, які розвивалися рядом авторів в різних країнах. Розробка в США серійних ємнісних перетворювачів переміщення стала їх вершиною, оскільки вони ефективно використовуються в промисловості завдяки способу їх виготовлення. Цим була доведена ефективність і працездатність ємнісних перетворювачів, але теоретичні проблеми залишилися не розв'язаними. В роботі [11] вказується на необхідність подолання перепон, що стоять на шляху ефективного використання ємнісних перетворювачів. Зокрема, в [12] розвинуто ряд аспектів теорії ємнісних перетворювачів, що дає можливість усунення деяких їх недоліків. Введення охоронного кільця в плоско-паралельний конденсатор також сприяє підвищенню точності вимірювання переміщення [10]. Використання високостабілізованих джерел височастотних коливань також дозволяє ще на одну ступінь підвищити точність ємнісних перетворювачів. В той же час ще не ліквідовані недоліки, вказані в роботі [11], стосовно того, що поверхню пластин перетворювача практично не можливо очистити під час роботи. Тому на нього діють температура, волога, пил, пара різних речовин та інші фактори. Вказані недоліки та особливості не можливо усунути в короткий термін, що не дозволяє ефективного використати ємнісні перетворювачі при контролі енергетичної ефективності руйнування руди в барабані кульового млина.

Магнітоіндукційні перетворювачі традиційно використовувалися в інших цілях, однак аналіз показав, що їх можливо застосувати і при вимірюванні невеликих переміщень. Один з варіантів такого перетворювача подано на рис.3. Постійний магніт 1 (рис.3) з допомогою полюсних наконечників 2 створює магнітний потік Φ , який проникає через немагнітну струмопровідну прокладку 3 товщиною a у повітряний простір 4. Нерухомий контрольований об'єм 5, зайнятий магнітним полем, створюється завдяки повітряному зазору 7 довжиною l . Фрагмент пружної пластини 6, наближаючись до полюсних наконечників 2 в результаті її деформації, змінює магнітну проникність контрольованого об'єму 5 і, як наслідок, величину магнітного потоку Φ_M в магнітній системі, який можливо перетворювати у величину, зручну для подальшого використання.

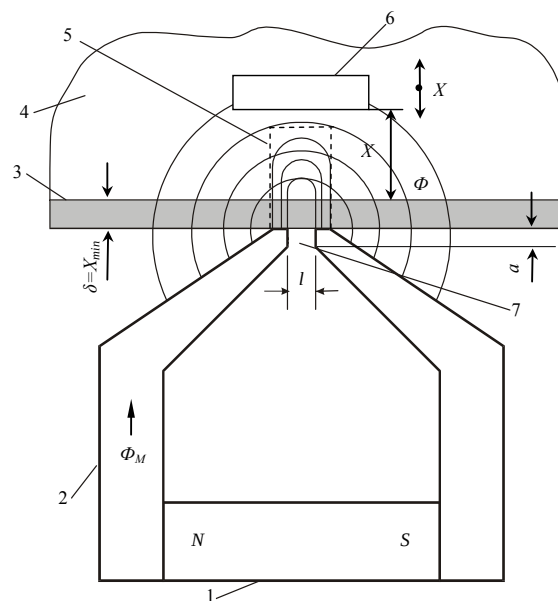


Рис. 3. Магнітоіндукційний перетворювач з фрагментом пружної пластини, що наближається до полюсних наконечників:

- 1 – постійний магніт; 2 – полюсний наконечник; 3 – немагнітна і електроізолююча прокладка;
4 – повітряний простір; 5 – нерухомий контрольований об'єм у якому змінюється магнітна проникність; 6 – фрагмент пружної пластини; 7 – повітряний зазор.

Магнітний потік Φ , як видно з рис. 3, має дві складові. Напруженість магнітного поля в таких магнітних системах біля зазору нерівномірна. Максимальне її значення спостерігається безпосередньо в зазорі. З віддаленням вздовж нормалі від крайки зазору відбувається зменшення напруженості магнітного поля за сумою двох експонент [13]. Встановлено, що при невеликих значеннях X напруженість магнітного поля описується першою складовою. Напруженість магнітного поля в основному розповсюджується на глибину 20 мм і на цих відстанях має практично незмінне значення як у поздовжньому, так і в поперечному напрямках. В межах 0...3 мм напруженість лінійно змінюється від віддалення x від крайки повітряного проміжку. Виконавши роздільну немагнітну прокладку товщиною 1 мм або дещо менше, в межах переміщення до 3 мм очікується лінійна залежність напруженості магнітного поля від переміщення.

Знайдемо залежність магнітного потоку від переміщення x центру пружної пластини. В магнітній системі перетворювача магнітний потік в сталі Φ_C дорівнює магнітному потоку у повітряному проміжку Φ_{II} [14]. Розглянемо магнітний потік у повітряному проміжку маючи на увазі, що магнітна напруга в сталі U_{MC} також дорівнює магнітній напрузі у повітряному проміжку U_{MII} [14]. На підставі закону Ома для магнітного ланцюга можна записати $U_M = \Phi R_M$ або $U_M = H l_g$, де Φ – магнітний потік; R_M – магнітний опір ділянки ланцюга; l_g – довжина ділянки магнітного ланцюга. При цьому відповідно напруженість магнітного поля, магнітний опір і магнітна провідність ділянки ланцюга дорівнюють:

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{\Phi}{\mu_0 \mu_r S}; R_M = \frac{1}{\mu_0 \mu_r S}; G_M = \frac{1}{R_M} = \frac{\mu_0 \mu_r S}{l_g}, \quad (4)$$

де B – магнітна індукція; μ_0 – магнітна проникність вакууму; μ_r – магнітна проникність матеріалу ланцюга; S – площа поперечного перерізу магнітопроводу.

Помножимо і поділимо праву частину першого виразу в (4) на довжину ділянки магнітного ланцюга і, знайшовши обернену величину H , визначимо значення магнітного потоку у повітряному проміжку:

$$\Phi = H l_g G_M = H l_g \frac{\mu_0 \mu_r S}{l_g}. \quad (5)$$

У магнітній системі магнітоіндукційного перетворювача через повітряний проміжок одночасно проходить чотири магнітних потоки, як це видно з рис.3. Застосовуючи загальну залежність (5) і знаходячи відповідні параметри магнітного ланцюга, для кожного з них можливо визначити аналітичні значення.

Магнітний потік у повітряному проміжку між полюсними наконечниками дорівнює

$$\Phi_{II} = H_{II} l \frac{\mu_0 \mu_{II} a b}{l} = H_{II} \mu_0 \mu_{II} a b, \quad (6)$$

де a – ширина крайки полюсних наконечників; b – ширина полюсних наконечників, що відповідає розміру постійного магніту; μ_{II} – магнітна проникність повітря.

Магнітний потік у немагнітній прокладці:

$$\Phi_{III} = \frac{H_{I1} + H_{I2}}{2} l_1 \cdot \frac{\mu_0 \mu_{I1} \delta b}{l_1} = H_{Icp} \cdot l_1 \frac{\mu_0 \mu_{I1} \delta b}{l_1} = H_{Icp} \mu_0 \mu_{I1} \delta b, \quad (7)$$

де $H_{\Pi 1}$, $H_{\Pi 2}$, H_{cp} – відповідно напруженість магнітного поля на лівому, правому кінці та посередині немагнітної прокладки; $\mu_{\Pi M}$ – магнітна проникність матеріалу прокладки; l_1 – розмір магнітного поля вздовж повітряного проміжку поза магнітною системою, що складає наближено 10...12 мм.

Магнітний потік у змінному магнітному проміжку:

$$\Phi_{\Pi V} = \mu_0 \mu_{\Pi} b \left[(H_{\Pi} - k_H X_{\min}) X - \frac{k_H}{2} X^2 \right], \quad (8)$$

де k_H – коефіцієнт нахилу прямої, що проходить через точку H_{Π} в декартовій системі координат.

Магнітний потік, що проходить через пружну пластину:

$$\Phi_{CV} = \mu_0 \mu_r b \left\{ \left[H_{\Pi} - k_H \left(X_{\min} + \frac{1}{2} X_{\max} \right) \right] X_{\max} - (H_{\Pi} - k_H X_{\min}) X + \frac{k_H}{2} X^2 \right\}, \quad (9)$$

де $X_{\max}$ – відповідає найбільшому віддаленню X пружної пластини при входженні в неї магнітного поля на нормативну глибину ΔX .

Як видно з отриманих залежностей, перші два магнітні потоки є незмінними, тому в магнітоіндукційному перетворювачі їх можливо не враховувати. Тоді результуючий магнітний потік визначиться залежністю:

$$\Phi_P = \Phi_{\Pi V} + \Phi_{CV}, \quad (10)$$

де всі потоки є змінними і нелінійно залежать від переміщення центральної частини пружної пластини.

Розглянемо закономірність зміни окремих і результуючого магнітного потоку в магнітоіндукційному перетворювачі при переміщенні центральної частини пружної пластини за наступних умов: $X=0...2$ мм; $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; $\mu_{\Pi}=1,00000038$; $b=0,025$ м; $X_{\min}=0,001$ м; $H_{\Pi}=250000$ а/м; $k_H=9 \cdot 10^7$ а/м²; $\mu_C=31,847133$; $X_{\max}=0,002$ м. Графіки зміни магнітних потоків, отримані в процесі комп'ютерного моделювання з використанням рівнянь (8) і (9), приведені на рис.4. З рис.4 видно, що магнітний потік у змінному повітряному проміжку незначний порівняно з магнітним потоком у пружній пластині. Обидва магнітних потоки мають екстремум.

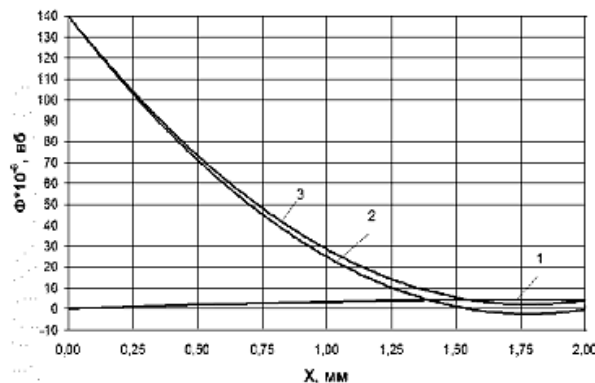


Рис.4. Залежність магнітних потоків магнітоіндукційного перетворювача від переміщення центральної частини пружної пластини
1 – $\Phi_{\Pi V}$; 2 – Φ_{CV} ; 3 – $\Phi_P = \Phi_{\Pi V} + \Phi_{CV}$

Результуючий магнітний потік також має екстремум в кінці діапазону зміни переміщення. Суттєва нелінійність зміни результуючого магнітного потоку магнітоіндукційного перетворювача не дозволяє його використати для контролю енергетичної ефективності подрібнення руди в барабані кульового млина. Він точно може фіксувати лише невеликі (до 0,25 мм) переміщення, що не задовольняє процес, створюваний первинним перетворювачем.

Зважаючи на це, доцільно розглянути ще одне конструктивне рішення магнітоіндукційного перетворювача (рис.5.). Воно базується на тому, що на певному віддаленні від крайки полюсних наконечників у площині, паралельній нелінійній прокладці, напруженість магнітного поля є незмінною в межах $\pm 5 \dots 6$ мм відносно центральної частини повітряного проміжку. При переміщенні рухомого елемента 1 відносно повітряного проміжку магнітної системи 2 частина магнітного потоку в даному перерізі проходить через магнітном'який матеріал, а частина – через повітря. Переміщення рухомого елемента 1 на величину X змінює магнітний опір даної ділянки магнітопроводу, що приводить до зміни робочого магнітного потоку. Він буде функцією переміщення X і швидкості переміщення рухомого елемента 1.

Розглянемо випадок виходу рухомого елемента 1 з магнітоіндукційного перетворювача, починаючи від осьової лінії повітряного зазору (рис.5). Фізично це відповідає поверненню пружної пластини у вихідний стан після удару кулі. При виході рухомого елемента з магнітного поля перетворювача буде змінюватися магнітна проникність даного перерізу. Її можливо подати через магнітні проникності окремих ділянок ланцюга та середнє значення магнітної проникності цієї ділянки [15]. При цьому, нехтуючи розсіюванням магнітного потоку, буде справедливою рівність

$$\mu_C V_C + \mu_P V_P = \mu_{CM} V_{CM} = \mu_{CM} (V_C + V_P), \quad (11)$$

де μ_{CM} – середнє значення магнітної проникності на ділянці магнітного ланцюга;
 V_C , V_P , V_{CM} – відповідно об'єми магнітном'якого матеріалу, повітря та всього ланцюга.

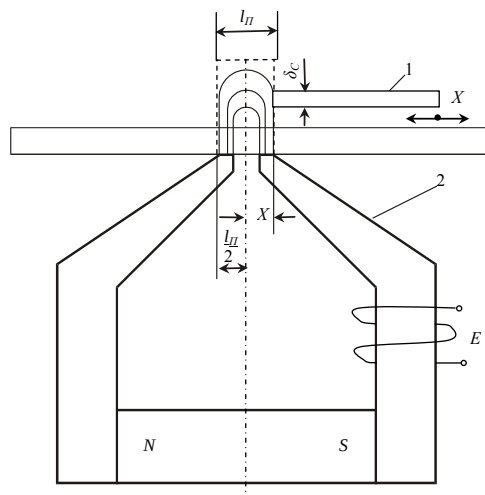


Рис. 5. Магнітоіндукційний перетворювач з елементом, що рухається паралельно немагнітній прокладці:

1 – рухомий елемент з магнітном'якого матеріалу, приєднаний до центральної частини пружної пластини; 2 – магнітна система перетворювача.

Якщо рухомий елемент переміщується від осі магнітоіндукційного перетворювача на периферію, то об'єм повітряної ділянки магнітного ланцюга буде:

$$V_{II} = V_{III} + V_{IV} = \delta_C b_C \frac{l_{II}}{2} + \delta_C b_C X, \quad (12)$$

де V_{III} – незмінний об’єм повітряної ділянки магнітного ланцюга; V_{IV} – змінний об’єм повітряної ділянки того ж ланцюга.

Змінний об’єм ланцюга з магнітним’якого матеріалу складає

$$V_{CV} = \left(\frac{l_{II}}{2} - X \right) \delta_C b_C, \quad (13)$$

де b_C – ширина рухомого елемента (полюсних наконечників).

З іншого боку, об’єм ділянки магнітного ланцюга, що розглядається, дорівнює

$$V_{CM} = \delta_C b_C l_{II}. \quad (14)$$

З врахуванням $\mu_0 \mu_z = \mu_a$, абсолютних магнітних проникностей ділянок і визначених об’ємів для магнітного ланцюга можливо записати

$$\mu_{aCM} V_{CM} = \mu_{aII} V_{III} + \mu_{aIV} V_{IV} + \mu_{aC} V_C. \quad (15)$$

Підставивши в (15) визначені об’єми всієї ділянки магнітного ланцюга та її частин і зробивши перетворення, визначимо

$$\mu_{aCM} = \frac{1}{2} (\mu_{aII} + \mu_{aC}) - (\mu_{aC} - \mu_{aII}) \frac{X}{l_{II}}. \quad (16)$$

З (16) видно, що магнітна проникність всієї ділянки магнітного ланцюга лінійно залежить від переміщення X рухомого елемента.

Відповідно (5), (16) і значенням параметрів визначимо змінний магнітний потік магнітоіндукційного перетворювача з окремим рухомих елементом

$$\Phi = H_{II} \delta_C b_C \left[\frac{(\mu_{aII} + \mu_{aC})}{2} - \frac{(\mu_{aC} - \mu_{aII})}{l_{II}} X \right], \quad (17)$$

де H_{II} – напруженість магнітного поля в ділянці магнітного ланцюга, що розглядається.

З залежності (17) видно, що магнітний потік магнітоіндукційного перетворювача лінійно змінюється при переміщенні рухомого елемента (центральної частини пружної пластини). Виміряти цей потік, точніше його частину, можливо перетворювачем Холла. Враховуючи зв’язок параметрів у перетворювачі Холла і те, що магнітний потік $\Phi = B \cdot S$, де B – індукція магнітного поля; S – площа, через яку проходить магнітний потік, електрорушійна сила на виході вимірювального ланцюга буде

$$E_x = \frac{R_x}{d_x} I_x \frac{\Phi_x}{S_x}, \quad (18)$$

де R_x – стала Холла; d_x – товщина пластинки перетворювача Холла; I_x – струм, що проходить через перетворювач.

Отже, за рівнем е.р.с. Холла можливо робити судження про прогин центральної частини пружної пластини при ударі кулі. Контроль переміщення можливо здійснювати достатньо точно. Для цього перетворювач Холла необхідно розмістити у наскрізній щілині, зробленій у полюсному наконечнику.

Електрорушійна сила магнітоіндукційного перетворювача з врахуванням (17) буде мати значення

$$E_M = -w \frac{d\Phi}{dt} = w H_{II} \frac{\delta c b_c}{l_{II}} (\mu_{ac} - \mu_{al}) \frac{dX}{dt}. \quad (19)$$

Як видно з (19), E_M пропорційна першій похідній від переміщення, тобто швидкості переміщення рухомого елемента, що можливо використати як допоміжну інформацію.

Отже, магнітоіндукційний перетворювач є одним з найкращих пристроїв для контролю переміщення центральної частини пружної пластини. Однак достатньо ефективним є і тензометричний провідниковий перетворювач. Особливо його характеристики покращуються якщо також застосувати проміжний рухомий елемент, зв'язаний з центральною частиною пружної пластини, який деформує додатковий елемент – закріплену нерухомо з одного кінця невелику балку. При цьому тензоперетворювач кріпиться не на пружній пластині, а на балці, де встановлюють такий же компенсаційний тензоперетворювач, який вмикають у сусіднє з робочим плече вимірювального моста. При цьому обидва перетворювачі є робочими і піддаються різній за знаком, але однакою за величиною деформації. Тут чутливість збільшується у два рази і компенсується вплив температури.

Висновки

До вторинного перетворювача системи контролю енергетичної ефективності руйнування руди у барабані кульового млина висуваються підвищені вимоги в основному стосовно високої точності визначення невеликих переміщень та вібростійкості. Розроблений широкий перелік таких пристроїв. Методом оптимізації відкинуті ті з них, які не можливо застосувати. Серед тих, що імовірно підходять методом аналізу вилучені з переліку засоби, які не можливо реалізувати в наслідок конкретних причин. Перспективними пристроями виявилися нові для даного призначення магнітоіндукційні та традиційні тензометричні. Придатність для таких вимірювань тензометричних перетворювачів досліджувалася методом аналізу, а магнітоіндукційних – моделюванням. Встановлено, що в якості вторинних перетворювачів переміщення центральної частини пружної пластини підходять обидва типи перетворювачів. Як у випадку тензометричних, так і магнітоіндукційних перетворювачів необхідно використовувати проміжний елемент, зв'язаний з центральною частиною пружної пластини. У випадку тензоперетворювачів проміжний елемент деформує затиснену з одного кінця невелику балку, на якій розташовані два перетворювачі з ідентичними характеристиками, які однаково деформуються з різним знаком. У магнітоіндукційних пристроях проміжний елемент повинен забезпечувати переміщення рухомого елемента з магнітним якого матеріалу в площині, паралельній немагнітній і електроізолюючій прокладці перетворювача. Цей пристрій крім фіксування величини переміщення може видавати додаткову інформацію про швидкість переміщення центральної частини пружної пластини.

Перспективою подальших досліджень є розробка вторинних перетворювачів переміщення центральної частини пружної пластини магнітоіндукційного та тензометричного типів, що дозволить при використанні їх в системах управління значно знизити перевитрати електроенергії, куль і футеровки.

Список використаної літератури

1. Пивняк Г. Г., Вайсберг Л. А., Кириченко В. И. и др. Измельчение. Энергетика и технология. Москва: Изд. дом "Руда и Металлы", 2007. 296 с.
2. Мацуй А. М., Кондратець В. О. (2018) Реалізація і забезпечення автоматичного контролю енергоефективності подрібнення руди кульовими млинами. Proceedings of

- the "Science, research, development. technics and technology #8". (Germany, Berlin, August 30-31, 2018). Warszawa: Diamond trading tour, pp. 28-35.
3. Kondratets V. A., Matsui A. N. Theoretical and experimental studies of an elastic plate as a means of identification of the energy-efficient fracturing of the ore. *Computer Science Information Technology Automation Journal*. 2018. №8. P. 19-32.
 4. Павлов Б. В. Диагностика "болезней машин". Москва: Колос, 1971. 136 с.
 5. Белокур И. П. Дефектология и неразрушающий контроль. Киев: Вища школа, 1990. 207 с.
 6. Майзер Х., Эйджин Н., Тролл Р. и др. Исследование операций: в 2 т. Т. 1: Методологические основы и математические методы / пер. с англ. под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби. Москва: Мир, 1981. 712 с.
 7. Атенков А. В., Галкин С. В., Зарубин В. С. Методы оптимизации / под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. Москва: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 440 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. XIV).
 8. Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. Москва: Высшая школа, 2001. 208 с.
 9. Мацуй А. М., Кондратець В. О. Теоретичне дослідження системної стабілізації підсилювальних властивостей радіоканалу для агрегатів з обертовими частинами. *Вісник Житомирського державного технічного університету. Технічні науки*. 2018. №1 (81). С. 191-201.
 10. Нуберт Г. П. Измерительные преобразователи неэлектрических величин. Введение в теорию, расчет и конструирование / Пер. с англ. М.М. Фетисова. Ленинград: Энергия, 1970. 360 с.
 11. Воронцов Л. Н., Кондорф С. Приборы автоматического контроля размеров в машиностроении. Москва: Машиностроение, 1988. 280 с.
 12. Кондратець В. О. Розвиток теорії ємнісних датчиків як засобів автоматичного контролю технологічних процесів. *Прогресивные технологии и системы машиностроения*. 2000. №12. С. 116-120.
 13. Мацуй А. М., Кондратець В. О. Теоретичне і експериментальне дослідження магнітоелектричної системи, що сприймає крупність пісків односпірального класифікатора. *Електротехніка та електроенергетика*. 2017. №2. С. 38-49.
 14. Зевеке Г. В., Ионкин П. А., Нетушил А. В. и др Основы теории цепей. Москва: Энергоатомиздат, 1989. 528 с.
 15. Вейнберг А. К. Магнитная проницаемость, электропроводность, диэлектрическая проницаемость и теплопроводность среды, содержащей сферические и эллипсоидальные включения. *ДАН СССР*. 1966. Т. 169, № 3. С. 543-546.

References

1. Pivnyak, G. G., Vaisberg, L. A., & Kirichenko, V. I. (2007) *Izmel'chenie. Energetika i tekhnologiya*. Moscow: Izd. dom "Ruda i Metally".
2. Matsui, A. M., & Kondratets, V. O. (2018) Realizatsiia i zabezpechennia avtomatychnoho kontroliu enerhoefektyvnosti podribnennia rudy kulovymy mlynamy. *Proceedings of the Science, research, development technics and technology #8*. (Germany, Berlin, August 30-31, 2018). Warszawa: Diamond trading tour, pp. 28-35.
3. Kondratets, V. A., & Matsui, A. N. (2018) Theoretical and experimental studies of an elastic plate as a means of identification of the energy-efficient fracturing of the ore. *Computer Science Information Technology Automation Journal*. **8**, 19-32.
4. Pavlov, B. V. (1971) *Diagnostika "boleznei mashin"*. Moscow: Kolos.
5. Belokur, I. P. (1990) *Defektologiya i nerazrushayushchii kontrol*. Kiev: Vyshcha shkola.
6. Maizer, Kh., Eidzhin, N., & Troll, R. (1981) *Issledovanie operatsii*. Moscow: Mir.

7. Attenkov, A. V., Galkin, S. V., & Zarubin, V.S. (2001) *Metody optimizatsii*. Moscow: MGTU im. N.E. Bauman.
8. Venttsel, E. S. (2001) *Issledovanie operatsii. Zadachi, printsipy, metodologiya*. Moscow: Vysshaya shkola.
9. Matsui, A. M., & Kondratets, V. O. (2018) Teoretychne doslidzhennia systemnoi stabilizatsii pidysliuvalnykh vlastyivostei radiokanalu dlia ahrehativ z obertovymy chastynamy. *Visnyk Zhytomyrskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu. Tekhnichni nauky*. **1**, 81, 191-201.
10. Nubert, G. P. (1970) *Izmeritelnyie preobrazovateli neelektricheskikh velichin. Vvedenie v teoriyu, raschet i konstruirovaniie*. Leningrad: Energiya.
11. Vorontsov, L. N., & Kondorf, S. (1988) *Pribory avtomaticheskogo kontrolya razmerov v mashinostroenii*. Moscow: Mashinostroenie.
12. Kondratets, V. O. (2000) Rozvytok teorii yemnisnykh datchyiv yak zasobiv avtomaticheskoho kontroliu tekhnolohichnykh protsesiv. *Progressivnyie tehnologii i sistemy mashinostroeniya*. **12**, 116-120.
13. Matsui, A. M., & Kondratets, V. O. (2017) Teoretychne i eksperymentalne doslidzhennia mahnitoelektrychnoi systemy, shcho spryimaie krupnist piskiv odnospiralnoho klasyfikatora. *Elektrotekhnika ta elektroenerhetyka*. **2**, 38-49.
14. Zeveke, G. V., Ionkin, P. A., & Netushil, A. V. (1989) *Osnovy teorii tsepei*. Moscow: Energoatomizdat.
15. Veinberg, A. K. (1966) Magnitnaya pronitsaemost, elektroprovodnost, dielektricheskaya pronitsaemost i teploprovodnost sredy, soderzhashey sfericheskie i ellipsoidalnyie vklyucheniya. *DAN SSSR*. **169**, 3, 543-546.

UDC 004.942:537.525

I.V. MELNYK

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorskiy Kiev Polytechnic Institute"

A.V. POCHYNOK

University of the State Fiscal Service of Ukraine, Educational and Research
Institute of Information Technology and Management, Irpin, Kyiv Region

DEFINING OF ENERGETIC EFFICIENCY OF TRIODE GLOW DISCHARGE ELECTRON GUNS WITH PLANE ADDITIONAL ELECTRODE

The mathematical model of triode high-voltage glow discharge electrodes' system with the plane additional electrode is considered in the article. The proposed model is based on defining the plasma boundary position on the base of solving cubic equation with taking into account the real electrodes' geometry. The formula for recalculation of plasma boundary position from one-dimensional model to electrodes' system with conic anode is obtained. The results of calculation of energetic efficiency for real parameters of electron gun are presented and analyzed in the article. Calculation results are compared with experimental data. Obtained accuracy of calculation, in comparing with experimental results, is nearly 10 – 15%.

Keywords: high voltage glow discharge, anode plasma, triode electrodes' system, plane electrode, one-dimensional model.

I.B. МЕЛЬНИК

Національний технічний університет України

"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

A.B. ПОЧИНОК

Університет державної фіскальної служби України, Навчально-науковий
інститут інформаційних технологій та менеджменту, м. Ірпінь Київської області

ВИЗНАЧЕННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ ТРІОДНИХ ЕЛЕКТРОННИХ ГАРМАТ ВИСОКОВОЛЬТНОГО ТЛІЮЧОГО РОЗРЯДУ ІЗ ПЛОСКИМ ДОПОМІЖНИМ ЕЛЕКТРОДОМ

У статті описується математична модель тріодних електродних систем високовольтного тліючого розряду із плоским допоміжним електродом. Такі електронні гармати знаходять широке впровадження у промисловості для виконання технологічних операцій зварювання, паяння, відпалювання виробів, нанесення композитних керамічних покриттів та для переплавлення тугоплавких металів з метою їх очищення від шкідливих домішок. Запропонована математична модель базується на визначенні положення плазмової межі через аналітичне розв'язування кубічного рівняння з використанням формул Кордано з урахуванням реальної геометрії електродів. Задача пошуку положення плазмової межі в електродній системі високовольтного тліючого розряду вирішується через розв'язок рівняння балансу заряджених часток у розрядному проміжку. Спочатку задача визначення положення плазмової межі відносно катода була розв'язана для аксиально-симетричної системи із лінійною геометрією електродів. У статті розглянута структурна схема такої електродної системи та визначені базові параметри сформованої математичної моделі. Після цього, також через аналітичне розв'язування кубічного рівняння з використанням формул Кордано, отримана формула для перерахунку положення плазмової межі з одномірної системи до системи із конусним анодом. У статті також отримані формули для розрахунку енергетичної ефективності тріодної електронної гармати із конусним анодом та палатинчатим електродом. Наведені та проаналізовані результати розрахунку енергетичної ефективності реальної електронної гармати. Розрахункові результати порівнюються з експериментальними даними. Всі експерименти були проведені в лабораторії електронно-променевої технології пристроїв Національного технічного університету України «Київський

політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Отримана точність розрахунків, порівняно із експериментальними даними, складає біля 10 – 15%. Отримані в статті наукові результати є вкрай цікавими та важливими для науковців та інженерів, які займаються розробкою електронно-променевого технологічного обладнання та його впровадженням у сучасне виробництво.

Ключові слова: високовольтний тліючий розряд, анодна плазма, триодна електродна система, плоский електрод, одновимірна модель.

И.В. МЕЛЬНИК

Национальный технический университет Украины
"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"

А.В. ПОЧИНОК

Университет государственной фискальной службы Украины, Учебно-научный институт информационных технологий и менеджмента, г. Ирпень Киевской области

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТРИОДНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУШЕК ВЫСОКОВОЛЬТНОГО ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА С ПЛОСКИМ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫМ ЭЛЕКТРОДОМ

В статье описывается математическая модель триодных электродных систем высоковольтного тлеющего разряда с плоским вспомогательным электродом. Предлагаемая модель основана на определении положения границы плазмы путём решения кубического уравнения для реальной геометрии электродов. Получена формула для пересчёта положения плазменной границы из одномерной системы в систему с коническим анодом. В статье приведены и проанализированы результаты расчёта энергетической эффективности реальной электронной пушки. Результаты расчётов сравниваются с экспериментальными данными. Полученная точность расчёта относительно экспериментальных данных составила 10 – 15%.

Ключевые слова: высоковольтный тлеющий разряд, анодная плазма, плоский электрод, одномерная модель.

Analysis of Recent Researches and Publications

High Voltage Glow Discharge (HVGD) electron guns are widely used in industry for electron beam welding, brazing, deposition of metallic and ceramic coatings, refining of refractory metals, as well as for annealing of thin-wall items [1–6]. Using for maintaining of HVGD the cathodes from different metals and different operation gases, including active and noble ones, in range of operation pressure 0.1 – 10 Pa, is possible [1, 2]. The advantages of this type of electron guns are follows [1 – 6]:

- choosing of suitable gases and its mixes can be defined mostly by the requirements of technological process;
- relatively low price both of the electron guns and of evacuation system for technological installation;
- simplicity of disassembling and repairing of electron guns with changing of spare details, including the cathodes, which can spoiled after hundreds hours of uninterrupted operation in the difficult vacuum conditions;
- possibility of control of discharge current both by changing operation pressure [7] and by lighting additional low voltage discharge [8, 9].

Problem Statement

Especially interesting for advanced industrial application is triode HVGD electron guns with the third additional electrode, where the fast control of beam current in the time range of tens or hundreds microsecond is possible [8, 9]. Such fast control is lead to the stable power of HVGD electron gun during long time of operation, as well as to its advanced possibilities with using pulse regime of operation [8 – 10, 12]. For example, such physically-complex technological processes, as deposition of ceramic multicomponent coatings [4, 5, 10] or obtaining of chemically-complex alloys

with mixing in alternative magnetic field [6], are possible to realizing in the pulse regime of operation of HVGD electron gun in the soft vacuum.

Purpose of the Study

Unfortunately, suitable simplified mathematical models for engineering calculation of triode HVGD electrodes' systems still don't exist today. By this reason elaboration and manufacturing application of advanced triode HVGD electron guns with fast control of discharge current in uninterrupted regime and with pulse regime of operation are still restrained. Therefore describing of simplified mathematical model of the triode glow discharge electron gun electrodes' system with the plane additional electrode is the subject of this paper.

Description of Main Material of Research

General structured scheme of considered HVGD triode electrodes' system.

Really, triode electrodes systems with different geometry are used for fast control and precision changing of HVGD current [8, 9, 11, 12]. Main of these systems' are follows:

- system with the ring-like positive electrode, placed in the plasma volume;
- system with the cylindrical negative electrode, placed near the cylindrical anode;
- system with the plane positive additional electrode, placed in the body of electron gun outside the anode surface, scheme of which presented at Fig. 1.

The electrodes' system consists on metallic spherical cathode 1, located on the top of gun construction and disposed on the high-voltage insulator 8, capsule of electron gun 10, focusing anode diaphragm 3 and the plane additional electrode 4. Formed electron beam 5 penetrated through ionized anode plasma 6 with sharp boundary 7 and focused by the magnetic lens 11 on the treated item 2. Anode plasma 6 with boundary 7 is usually considered in HVGD electrodes systems as the source of ions and as additional electrode with fixed potential [2, 3, 8, 9].

The main advantage of electrode system, presented in Fig. 1, is the most precision control of discharge current. But, in any case, HVGD system with additional electrode on the theoretical point of view can be considered as the systems with the hollow anode [8, 9, 11]. The acceleration voltage noted in the Fig. 1 as $-U_{ac}$ and the control voltage as $+U_c$.

Equivalent plane one-dimensional HVGD electrodes' system and its external and internal parameters. Since numerical solving of complex problem of finding plasma boundary form and position is very sophisticated and required enormous computer resources, therefore combined theoretic and experimental methodology is usually used for simulation of triode HVGD electrodes' systems. On the first step the approximated values of beam current on the base of one-dimensional model of HVGD system is calculated. Generally such models are analytical and based on solving of cubic equations [8, 9]. But since in real electrodes system square of emission surface is usually different, the value of discharge current has to be recalculated. After that the photographs of discharge gap have to be analysed with using computer image recognising technique for defining plasma boundary position relatively to the cathode surface as the sharp curve, on which the brightness of discharge lighting changing from dark to light area [2, 8].

Geometrical model of one-dimensional HVGD electrodes system, which is equivalent to the two-dimensional axially-symmetric system, was presented in the Fig. 1, is presented in Fig. 2.

It is clear form the Fig. 2, that main geometry parameters of considered modelling one-dimensional system are follows:

1. longitudinal size of the discharge gap l ;
2. its' transversal size d_{tr} ;
3. longitudinal size of the anode plasma in one-dimensional electrodes' system d_{pl} ;
4. distance from the cathode surface to the anode plasma boundary d_{cp} ;
5. the transversal size of cathode r_c .

Another important internal parameter of the formed mathematical model is the residual pressure p_{a0} , which, under conditions of HVGD lighting, with taking into account the lighting of additional discharge, laying in the range 0.1 – 10 Pa. Therefore, physical conditions of main and additional discharge lighting in the HVGD triode electrodes' system are complexly defined by the electrodes' materials, sort of operation gas and its' pressure, the accelerated voltage and the voltage on the additional electrode.

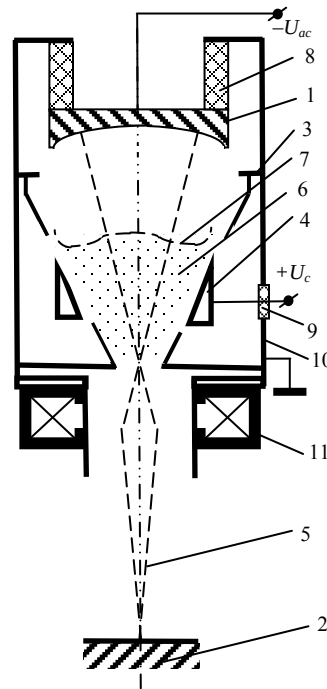


Fig. 1 Scheme of triode HVGD electron guns' electrodes' system with the plane additional electrode. 1 – cathode, 2 – treated item, 3 – anode, 4 – additional plane electrode, 5 – electron beam, 6 – anode plasma, 7 – plasma boundary, 8 – high-voltage insulator, 9 – low-voltage insulator, 10 – guns' capsule, 11 – magnetic lens for focusing electron beam on the treated item

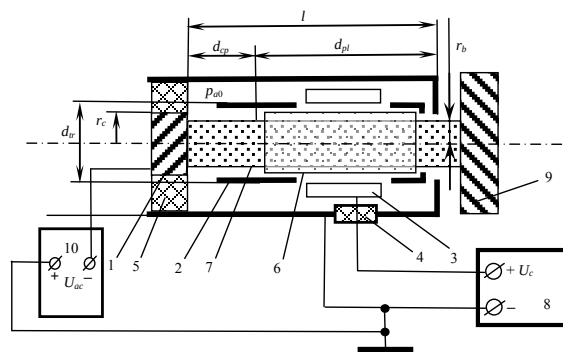


Fig. 2 Geometry parameters of equivalent one-dimensional HVGD electrodes system with the plain cathode and anode [8, 9]. 1 – cathode, 2 – HVGD anode, 3 – plane electrode for lighting of additional discharge, 4 – low-voltage insulator, 5 – high-voltage insulator, 6 – anode plasma, 7 – electron beam, 8 – low-voltage control power source, 9 – treated item, 10 – high-voltage power source

But in conditions of HVGD lighting the interaction of charged particles flows ones with another and with the electrodes' surfaces are also greatly influence to the discharge parameters. Among these processes and corresponded internal discharge parameters mostly important are follows [2, 3, 8, 9, 12].

1. Emission of electrons from the cathode surface under the action of its bombarding by ions. This process is characterized by the generalized factor of secondary ion-electron emission γ_c for using operation gas and cathode material.

2. Physical processes, connected with gas ionization by the fast beam electrons and by the slow electrons, reflected from the surface of HVGD anode. These processes are characterized by the corresponded cross-sections of gas ionizing by the fast electrons Q_{if} and by the slow Q_{is} .

3. Process of ions recharging on the atoms of residual gas. This process for corresponded ion energy E_i and the pressure of residual gas p_{a0} is characterized by the cross-section of recharging Q_{i0} .

4. Process of ambipolar diffusion of ions in the anode plasma, by which the ions moving from plasma to the cathode of additional discharge. This process is characterized by the length of free moving of electrons λ_e and ions λ_i for corresponded pressure of residual gas p_{a0} .

5. Process of secondary ion-electron emission from the cathode of additional discharge under the action of slow ions which moving from the plasma. This process is characterized by the factor of secondary ion-electron emission for using operation gas and HVGD anode material γ_a .

6. The important parameters of anode plasma, by which defined the energetic and geometry parameters of forming electron beam, are the temperature of electrons T_e and its' mobility μ_e . By these parameters defined the volume, occupied by the anode plasma, and, correspondently, the longitudinal size of plasma d_p .

Considered HVGD parameters are used in proposed mathematical model, which will be considered in the next section of the article.

Mathematical model of considered HVGD electrodes' system.

The generalized methodology for theoretical estimations of anode plasma parameters and defining approximate value of longitudinal size of the anode plasma d_p is based on solving the equation of balance of charged particles [3, 8, 9]:

$$z_f + z_s + z_{dis} = z_{dif}, \quad (1)$$

where z_f – efficiency of gas ionizing by the fast beam electrons, z_s – efficiency of gas ionizing by the slow electrons, z_{dis} – efficiency of appearance of ions in additional discharge, z_{dif} – efficiency of living the ions from plasma by process of diffusion.

Equation (1) in the physical conditions of HVGD lighting transforming to cubic equation relatively parameter d_p , which analytical solving with using Cordano formulas given following result [8, 9, 12]:

$$\begin{aligned} R_1 &= A_i U_{ac}^{-a_i} (A_i U_{ac}^{-a_i} + 1) \cdot \sqrt{\frac{kT_e + eU_d}{2\pi m_e}}; \quad R_2 = f\eta_i \eta_U^{-a_i} k_e; \quad R_5 = R_1 R_2 p_{a0} Q_{ep0}, \\ R_3 &= 3(kT_e + eU_d) \cdot N_0 \cdot \alpha_i \sqrt{\frac{kT_e + eU_d}{2\pi m_e}} \exp\left(-\frac{U_i}{\frac{kT_e}{e} + U_d}\right); \\ R_4 &= \mu_{e0} (kT_e + eU_d) \cdot \left(\frac{\pi}{p_{a0}}\right)^2 \left(1 + \frac{\gamma d_{tr}}{\lambda_e}\right); \quad (2) \\ c &= -\frac{R_1 + R_3 + R_1 R_2}{R_5}, \quad d = \frac{R_4}{R_5}, \quad p = -\frac{c^2}{3}, \quad q = \frac{2c^3}{27} + d, \end{aligned}$$

$$D_{eq} = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2, u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D_{eq}}};$$

$$v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D_{eq}}}; y = u + v, \quad d_p = y - \frac{c}{3},$$

where η_i and η_U – the coefficients of ions reflection from the HVGD anode by the current and by the energy correspondently, k_e – coefficient of elongation of ions trajectories, f – transparent coefficient for HVGD anode, Q_{ep0} – cross-section of ions dissipation on the ions' of residual gas, U_i – potential of gas ionizing, N_0 – Loshmidt constant, T_e – the temperature of electrons in anode plasma, μ_{e0} – mobility of electrons in anode plasma, A_i , a_i , α_i – semi-empirical coefficients, c , d – the coefficients of solving cubic equation, D_{eq} – discriminant of this equation, p , q , u , v and y – additional variables.

For electrodes' system with conic anode, presented at Fig. 1, the plasma longitudinal size d_{pc} can be recalculated with using value of d_{pl} , obtained from equations (2), with using following relations [1]:

$$d_{pc} = \sqrt[3]{\frac{3R_a^2 d_{pl} l_a^4}{2h_a^4 s w^2} - \frac{l_a^{12} R_a^6}{27h_a^{15} s^3 w^2} + \sqrt{\frac{9R_a^4 d_{pl}^2 l_a^8}{4h_a^8 s^2 w^2} - \frac{3l_a^{24} R_a^{12}}{729h_a^{30} s^6 w^6} - \frac{2R_a^8 l_a^{16} d_{pl}}{9h_a^{19} s^4 w^4}}}, \quad (3)$$

$$s = 1 + \left(\frac{R_a}{h_a}\right)^2 - \sqrt{1 + \left(\frac{R_a}{h_a}\right)^2}, \quad w = 3 - \frac{s \cdot h_a^2}{h_a^2 + R_a^2},$$

where R_a – radius of anode basis, h_a – highness of anode, l_a – generatrix line of conic anode surface.

With known longitudinal size of the anode plasma d_{pl} , defined by equations (2, 3), concentration of ions defined by following formulas [8, 9, 12]:

$$C_1 = A_i U_{ac}^{-a_i} (1 + A_i U_{ac}^{-a_i}) \cdot (1 + \eta_i \eta_u^{-a_i} (1 - f(1 - d_p p_{a0} Q_{ep0}))),$$

$$C_2 = \frac{\pi^2 \mu_{i0}}{(d_n p_{a0})^2} \left(1 + \frac{\gamma d_{non}}{\lambda}\right) - 3N_0 \alpha_i \sqrt{\frac{e(kT_e + eU_p)}{2\pi m_e}}, \quad (4)$$

$$C_3 = (kT_e + eU_p) \exp\left(-\frac{U_i}{\frac{kT_e}{e} + U_p}\right) C_2, \quad n_i = \frac{C_1}{C_3}.$$

Without taking into account the losses of electrons' current at the anode, the equation for HVGD current can be written as [8, 9]:

$$I_d = e(A_i U_{ac}^{-a_i} + 1) \cdot \sqrt{\frac{2m_e}{kT_e}} S_a = \pi e d_p (A_i U_{ac}^{-a_i} + 1) \cdot \left(\frac{d_{tr}}{2}\right)^2 \sqrt{\frac{2m_e}{kT_e}}, \quad (5)$$

and for current of additional discharge [8, 9]:

$$I_c = e n_i S_c (1 + \gamma_c) \sqrt{\frac{2eU_c}{m_i}}, \quad (6)$$

where concentration of ions in anode plasma n_i obtained from equation system (4).

With known values of the currents of main and additional discharges, defined by the equations (5, 6), the energetic efficiency of triode electron source for electrodes' system, presented at Fig. 1, calculated as follows [8, 9, 12]:

$$\eta_d = 1 - \frac{2 + k_e(1 + 2k_e\gamma\mu_{e0})}{2k_e(1 + \gamma k_e)}; k_e = lp_{a0}\overline{Q_{i0}}; \quad \eta_r = \frac{\eta_d}{1 + \frac{\eta_d U_c I_c}{U_{ac} I_d}}. \quad (7)$$

Simulation results, have been obtained with using equations (2 – 7), will be presented and analyzed in the next part of the article.

Obtained simulation results and its' discussion

Calculations with using equations (2 – 7) have been provided for such HVGD parameters: $l=100$ mm, $d_{tr}=100$ mm, $r_c=700$ mm, $U_i=18$ V, $\gamma=4.6$, $a_i=0.343$, $Q_{ea}=5.3 \cdot 10^{-19}$ m², $\eta_I=0.7$, $\eta_U=0.95$, $\alpha_i=1.452$, $f=0.99$, $A_i=3.8 \cdot 10^{-6}$, $a=2.5 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $b=25.4 \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$. The

results of simulation for different acceleration voltage, operation pressure and voltage of additional discharge, as well as corresponded experimental results, are presented at Fig. 3.

It is clear from obtained simulation results presented at Fig. 3 that energetic efficiency of triode glow discharge electron gun with plane additional electrode is increasing with growing acceleration voltage, control voltage and operation pressure. This fact can be easy explained by higher level of gas ionization, which leads to grates increasing of HVGD current correspondently to current of additional discharge [8, 9]. In any case, lighting of additional discharge lead to increasing of ions' concentration in anode plasma, and in such conditions HVGD current increased by the power low with power index $m > 1$ [3, 8, 9]. The same dependence given experimental results have been obtained and plotted in the Fig. 3 by the circle points. Experimental points at Fig. 3, a, corresponded to curves 3 and 6, and points at Fig. 3, b – to curves 5 and 6. One can see from dependences, plotted at Fig. 3, that disagreement between theoretical and experimental results is not grater, than 10 – 15%.

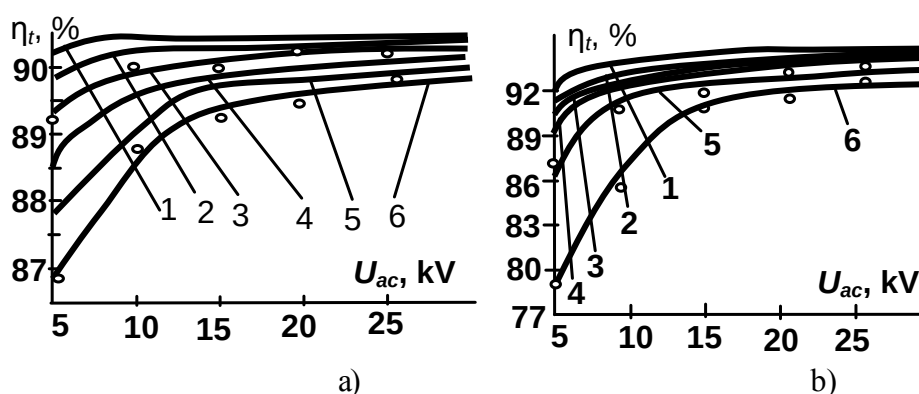


Fig. 3 Dependences of energetic efficiency of HVGD electrodes' system on acceleration voltage, voltage of additional discharge (a) and operation pressure (b): a – $p_{a0} = 0,5$ Pa; 1 – $U_c = 240$ V, 2 – $U_c = 210$ V, 3 – $U_c = 180$ V, 4 – $U_c = 150$ V, 5 – $U_c = 120$ V, 6 – $U_c = 90$ V; b – $U_c = 150$ V; 1 – $p_{a0} = 0,2$ Pa, 2 – $p_{a0} = 0,4$ Pa, 3 – $p_{a0} = 0,5$ Pa, 4 – $p_{a0} = 0,6$ Pa, 5 – $p_{a0} = 0,8$ Pa, 6 – $p_{a0} = 1$ Pa

Conclusions

The mathematical model, proposed in the article, allows defining on the first step of engineering design the energetic efficiency of elaborated triode glow discharge electron gun with the plane additional electrode. Provided analyze also shown that for the system with plane electrode energetic efficiency η_t is on few percents grater, than for the system with the negative ring-like electrode [8, 9]. In any case, the energetic efficiency of such guns is very high and for acceleration voltage 25 kV approve to 90%. Therefore such guns can be successfully used in modern electronics and instrument making industry for deposition of chemically-complex thin films and for refining of refractory metals, alloys and ceramics [4–6].

References

1. Denbnovetsky, S. V., Melnyk, V. G., & Melnyk, I. V. (2003) High Voltage Glow Discharge Electron Sources And Possibilities of Its Application in Industry for Realising of Different Technological Operations. *IEEE Transactions on plasma science*, **31**, 5, October, 987-993.
2. Denbnovetsky, S. V., Melnyk, V. G., & Melnyk, I. V. (1997) Model of Beam Formation in a Glow Discharge Electron Gun with a Cold Cathode. *Applied Surface Science*, **111**, 288-294.
3. Novikov, A. A. (1983) Istochniki elektronov vysokovoltного tleyuschego razryada s anodnoy plasmoy [High Voltage Glow Discharge Electron Sources with Anode Plasma]. Moscow: Energoatomizdat. (Published in Russian language).
4. Grechanyuk, M. I., Melnyk, A. G., Grechanyuk, I. M., Melnyk, V. G., & Kovalchuk, D. V. (2014) Modern Electron Beam Technologies and Equipment for Melting and Physical Vapor Deposition of Different Materials. *Elektrotechnica and Electronica (E+E)*, **49**, 5-6, 115-121.
5. Mattausch, G., Zimmermann, B., Fietzke, F., Heinss, J. P., Graffel, B., Winkler, F., Roegner, F. H., & Metzner C. (2014) Gas Discharge Electron Sources – Proven and Novel Tools for Thin-Film Technologies. *Elektrotechnica and Electronica (E+E)*, **49**, 5-6, 183-195.
6. Ladokhin, S. V., Levitskiy, N. I., & Chernyavsky, V. B. at al. (2007) Elektronno-luchevaya plavka v liteynom proizvodstve [Electron-Beam Melting in Foundry]. Kiev: Stal.
7. Denbnovetsky, S. V., Melnyk, V. I., Melnyk, I. V., Tugay, B. A. (2002) Model of Control of Glow Discharge Electron Gun Current for Microelectronics Production Applications. Proceedings of the *Sixth International Conference on Material Science and Material Properties for Infrared Optoelectronics* (Ukraine, Kyiv, May 22-24, 2002), Kyiv: SPIE, **5065**, pp. 64-76.
8. Melnyk, I. V., & Tuhai, S. B. (2012) Modelirovanie Geometrii Granitsy Anodnoy Plasmy v Triodnyh Istochnikah Elektronov Vysokovoltного Tleyuschego Razryada [Simulation of Geometry of Anode Plasma Boundary in Triode High Voltage Glow Discharge Electrodes Systems]. *Elektronnoe Modelirovanie*, **34**, 1, 15-28. (Published in Russian Language).
9. Melnyk, I. V., & Tuhai, S. B. (2012) Analiticheskiy Raschet Polozheniya Granitsy Anodnoy Plasmy v Vysokovoltном Rozryadnom Promezhutke pri Zazhegani Vspomogatelnogo Razryada' [Analytical Calculation of Anode Plasma Boundary Position in a High Voltage Glow Discharge Gap with Lighting of Additional Discharge]. *Izvestiya Vuzov. Radioelectronika*, **55**, 11, pp. 50 – 59. (Published in Russian Language).

10. Rykalin, N. N., Zuev, I. V., & Uglov, A. A. (1978) *Osnovy elektronno-luchevoi obrabotki materialov* [Foundation of Electron-Beam Treatment of Materials]. Moscow: Mashinostoenie, (Published in Russian language).
11. Denbnovetsky, S. V., Melnyk, V. I., Melnyk, I. V., Tugay, B.A. (1998) Investigation of forming of electron beam in glow discharge electron guns with additional electrode. *Proceedings of the XVIII-th International Symposium on Discharges and Electrical Insulation in Vacuum. (Netherlands, Eindhoven, August 17-21, 1998)*, **2**, pp. 637-640. DOI: 10.1109/DEIV.1998.738530
12. Melnyk, I. V., Cytrnyatynskiy, I. S., & Piasetska, N. I. (2016) Iteratively methodic of simulation of triode high voltage glow discharge electrodes systems with taking into account the temperature and mobility of slow electrons in anode plasma. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Radio Physics and Electronics*. **1** (24), pp. 30-34.

УДК 515. 2 + 519.5

Д.О. НІЩИН, О.С. СИДОРЕНКО

Національний технічний університет
"Харківський політехнічний інститут"

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ ЗАЛЕЖНОСТІ СУСПІЛЬСТВА ВІД ПСИХОАКТИВНИХ РЕЧОВИН

Проаналізовано динаміку розвитку залежності від психоактивних речовин за останні роки в суспільстві. Розглянуто базові регресивні моделі біологічних систем. Обґрунтовано вибір моделі міжпопуляційних взаємодій, як основи для моделювання епідемії залежності від психоактивних речовин. Проведено оцінку представленої моделі. Запропоновано методи усунення недоліків моделі. Розроблено алгоритм і програма для пакета MatLab. Отримані результати представлені у вигляді графіків і функцій кривих другого порядку. Була проведена екстраполяція вихідних даних. Визначено напрямки подальших досліджень.

Ключові слова: психоактивні речовини, математичне моделювання, наркозалежність, регресійна модель, модель Лотки-Вольтерра.

Д.О. НИЦЫН, О.С. СИДОРЕНКО

Национальный технический университет
"Харьковский политехнический университет"

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ ЗАВИСИМОСТИ ОБЩЕСТВА ОТ ПСИХОАКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ

Проанализирована динамика развития зависимостей от психоактивных веществ за последние годы. Рассмотрены базовые регрессионные модели биологических систем. Обоснован выбор модели межпопуляционных взаимодействий, как основы для моделирования эпидемии зависимости от психоактивных веществ. Проведена оценка представленной модели. Предложены методы устранения недостатков модели. Разработан алгоритм и программа для пакета MatLab. Полученные результаты представлены в виде графиков и функций кривых второго порядка. Была проведена экстраполяция исходных данных. Определено направление дальнейших исследований.

Ключевые слова: психоактивные вещества, математическая модель, наркозависимость, регрессионная модель, модель Лотки-Вольтерра.

D. NITSYN, O. SYDORENKO

National Technical University
"Kharkiv Polytechnic Institute"

MATHEMATICAL MODEL FORECASTING DEVELOPMENT OF DEPENDENCE IN SOCIETY FROM PSYCHOACTIVE SUBSTANCES

In order to achieve a slowdown in the rate of dependence on psychoactive substances (PSS), scientific development of effective territorial prophylaxis programs should be carried out on the basis of the combined efforts of interested state, scientific, medical, law enforcement, pedagogical, sports institutions, and community groups. The dynamics of

dependence on psychoactive substances development in the society in recent years has been analyzed. analysis of existing methods of mathematical and geometric modeling of biological systems for the description of epidemic processes associated with the spread of dependence on drugs and other PSSs in predicting the dynamics of morbidity in drug addiction and alcoholism in Ukraine as a whole and in its individual regions. When analyzing methods, it is necessary to take into account the specificity of the perception of modeling results by medical personnel, which requires an expanded and adequate visualization of the results of simulation. Thus, the dynamics of the development of populations dependent on PSS varies with time depending on the set of social and medical factors. The choice of a mathematical model was carried out on the basis of the initial analysis of the system. In accordance with the object and goals, mathematical models in biology can be divided into two large classes. The incompleteness of data and a significant number of external factors of the biological system under study does not allow the use of simulation models. In this regard, basic regressive models are subject to study. One of the fundamental assumptions underlying all growth models is the proportionality of the population growth rate of its population. For complex biological systems, reproduction occurs under a more complicated law, but in the simplest model one can assume that the rate of reproduction of a population is proportional to its size. The basic regression models of biological systems are considered. The choice of the model of interpopulation interactions as the basis for modeling an epidemic of dependence on psychoactive substances is substantiated. The evaluation of the presented model is carried out. The methods of elimination of model shortcomings are proposed. An algorithm and program for the MatLab package are developed. The obtained results are presented in the form of graphs and fuccits of curves of the second order. Extrapolation of output data was carried out. The direction of further research is determined.

Keywords: psychoactive substances, mathematic model, drug addiction, regression model, model Lotka-Volterra.

Постановка проблеми

В Україні щорічно реєструється понад 40000 нових випадків захворювання на алкоголізм. Незважаючи на те, що спостерігається явна перевага хворих на алкоголізм, наркоманія за темпами зростання захворюваності, поширеності, медичних та соціальних наслідків виходить на перше місце. Наркотики стають все більш доступними, асортимент їх розширюється, а споживач молодіє, смертність від передозування наркотиків збільшується. Викликає занепокоєння стан фізичного і морального здоров'я громадян країни, нестабільність суспільства. Для того щоб домогтися уповільнення темпів поширення залежності від психоактивних речовин (ПАР), необхідно здійснювати наукову розробку ефективних територіальних програм профілактики на основі об'єднання зусиль зацікавлених державних, наукових, медичних, правоохоронних, педагогічних, спортивних установ, громадських формувань. Відомо, що будь-яка політика, спрямована на протидію подальшому поширенню стану залежності від ПАР, може бути успішною тільки у тому випадку, якщо вона ґрунтується на надійних епідеміологічних дослідженнях, науково обґрунтованих методах прогнозування та оцінки результатів проведених профілактичних заходів. Крім того, сучасний науково обґрунтований підхід до прогнозування розвитку епідемічних процесів передбачає створення адекватних математичних моделей на основі вивчення достатнього масиву даних про динаміку зазначених процесів у минулому, а також факторів, що впливають на них. Розробка адекватних математичних моделей за вказаними епідемічним процесам, поглибить знання про механізми поширення залежності від ПАР і створить наукову основу для формування ефективної державної політики, щодо споживання наркотиків, алкоголю і

тютюну, а також створить умови для створення ефективних методів контролю якості профілактичних заходів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Основаючись на аналізі сучасної літератури та статистичних даних про епідеміологічну ситуацію залежності від ПАР в Україні була поставлена задача створення адекватної моделі поширення алко- та наркозалежності у суспільстві. Статистичні дані були отримані зі звіту про науково-дослідну роботу "Розроблення математичних методів моделювання епідемічних процесів, пов'язаних із поширенням залежності від наркотиків та інших психоактивних речовин", шифр теми НАМН СЗ.2Ф.14 (керівник НДР: зав. відділом клінічної та соціальної наркології, доктор медичних наук О. Мінко; відповідальний виконавець: провідний науковий співробітник, кандидат медичних наук Л. Маркозова).

Мета дослідження

Метою статті є аналіз існуючих методів математичного та геометричного моделювання біологічних систем для опису епідемічних процесів, пов'язаних з поширенням залежності від наркотиків і інших ПАР при прогнозуванні динаміки захворюваності на наркоманії і алкоголізмом як в Україні в цілому, так і окремих її регіонах. При аналізі методів необхідно враховувати специфіку сприйняття результатів моделювання медичними працівниками, що вимагає розширеної і адекватної візуалізації результатів моделювання.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розвиток популяції хворих, або розвиток епідемії залежності від ПАР, можна розглядати як окремий випадок розвитку будь-якої популяції. З одного боку, кожен залежний від ПАР хворий протягом свого життя рекрутує певну кількість нових споживачів алкоголю або наркотиків (еквівалент розмноження), з іншого – існують обставини, які обмежують зростання чисельності такої популяції. Такими є зусилля держави, спрямовані на профілактику станів залежності, лікування хворих наркологічного профілю та його якість, загибель хворих, боротьба з незаконним обігом наркотиків і продажом алкоголю неповнолітнім, інші адміністративні та економічні фактори, що властиві даному соціуму і супроводжують процес поширення епідемії.

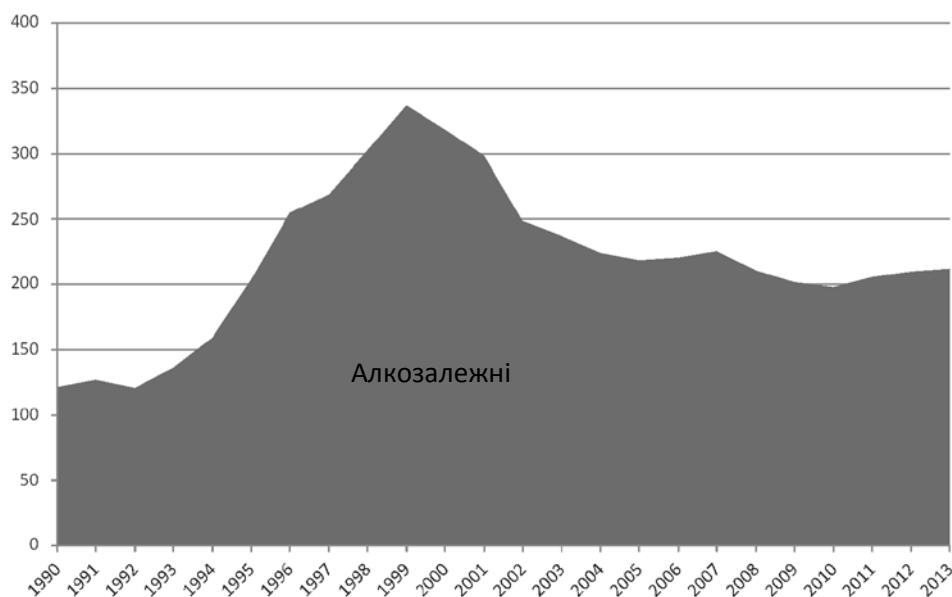


Рис. 1. Динаміка епідемії залежності від алкоголю.

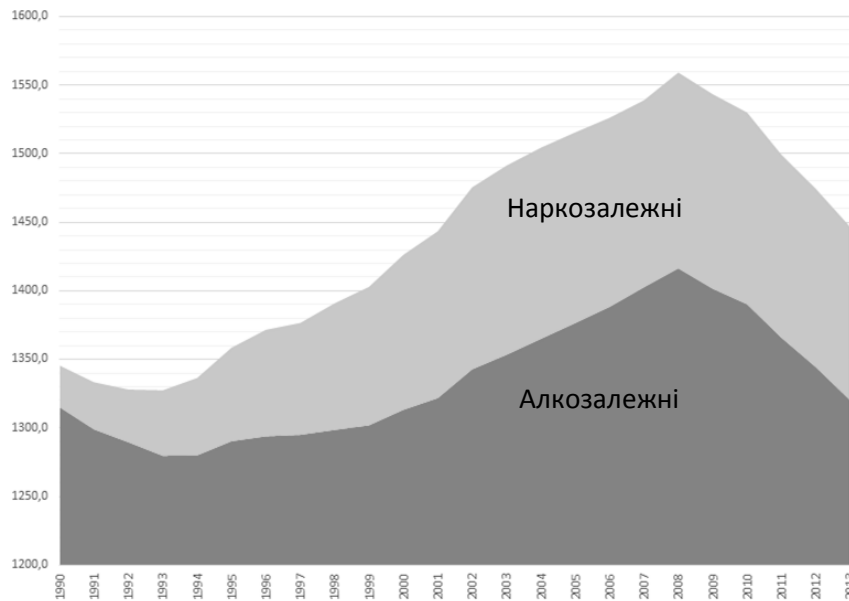


Рис. 2 Динаміка взаємодії популяцій алко- і наркозалежних.

На наведених графіках даних статистики наочно показано неоднорідний розвиток популяцій залежних від ПАР. Явно видно, що коливальний процес має максимум у 1999 році для рис.1 і у 2008 році для рис.2. Мінімум коливального процесу для рис.1 припадає на 1992 та 2010 роки. Причому, кількість хворих в ці роки значно різняться, що вказує на зміну характеру коливань до і після точки максимуму. На рис.2 спостерігається один загальний мінімум у 1993 році. Мінімум коливальної кривої після точки максимуму для рис.2 не визначений, але за характером кривих з 1994 по 2008 рік і з 2008 по 2013 рік можна припустити відмінність коливальних процесів.

Таким чином, динаміка розвитку популяцій залежних від ПАР змінюється з часом у залежності від безлічі соціальних і медичних чинників.

Вибір математичної моделі здійснювався на підставі проведеного первинного аналізу системи. У відповідності з об'єктом і цілями, математичні моделі в біології можна поділити на два великі класи.

Перший – регресивні моделі включають емпірично встановлені залежності (формули, диференціальні та різницеві рівняння, статистичні закони тощо), що не претендують на розкриття механізму досліджуваного процесу. Коефіцієнти в регресійних моделях зазвичай визначаються за допомогою процедур ідентифікації параметрів моделей за експериментальними даними. При цьому, найчастіше мінімізується сума квадратів відхилень теоретичної кривої від експериментальної для всіх точок вимірювань, тобто коефіцієнти моделі підбираються таким чином, щоб мінімізувати функцію:

$$F = \sum_{i=1}^N w_i \left[x_e^i - x_t^i(a_1, a_2, \dots, a_n) \right]^2, \quad (1)$$

тут i – номер спостереження в векторі даних; x_e^i – експериментальні значення змінних; x_t^i – теоретичні значення змінних; $a_1, a_2, \dots, a_n$ – параметри, що підлягають оцінці; w_i – вага i -ого спостереження; N – число спостережень.

Другий клас – імітаційні моделі конкретних складних живих систем, як правило, максимально враховують наявну інформацію про об'єкт. Імітаційні моделі застосовуються для опису об'єктів різного рівня організації живої матерії – від біомакромолекул до моделей біогеоценозів. В останньому випадку моделі повинні включати блоки, що описують як живі, так і "скісні" компоненти. Обчислена на комп'ютері картина "життя" системи дозволяє простежити, як закони проявляються у функціонуванні біологічних об'єктів.

Неповнота даних і значна кількість зовнішніх факторів біологічної системи, що досліджується, не дозволяють використовувати імітаційні моделі. Зважаючи на це, вивченню підлягають базові регресивні моделі.

Всі біологічні системи різного рівня організації, починаючи від біомакромолекул до популяцій, є термодинамічно нерівноважними, відкритими для потоків інформації, речовини і енергії. Тому нелінійність – невід'ємна властивість базових систем математичної біології. Незважаючи на величезну різноманітність живих систем, можна виділити деякі найважливіші притаманні їм якісні властивості: зростання, самообмеження зростання, здатність до перемикання (існування в двох або декількох стаціонарних режимах), автоколивальні режими (біоритми), просторову неоднорідність, квазістохастичність. Всі ці властивості можна продемонструвати на порівняно простих нелінійних динамічних моделях, які і виступають в ролі базових моделей математичної біології.

Одне з фундаментальних припущень, що лежить в основі всіх моделей зростання – пропорційність швидкості росту популяції її чисельності. Для складних біологічних систем розмноження відбувається по більш складному закону, але в найпростішій моделі можна припустити, що швидкість розмноження популяції пропорційна її чисельності. Цей процес описує формула Мальтуса, яка лінійна відносно змінної x , що характеризує чисельність (концентрацію) особин у популяції:

$$\frac{dx}{dt} = Rx. \quad (2)$$

Тут R в загальному випадку може бути функцією як самої чисельності, так і часу, або бути залежною від інших зовнішніх і внутрішніх факторів. Якщо коефіцієнт пропорційності $R = r = \text{const}$ (як це припускав Мальтус), чисельність зростатиме необмежено по експоненті:

$$x = x_0 e^{rt} x_0 = x; \quad t = 0. \quad (3)$$

Для більшості популяцій існують обмежувальні фактори, тому з тих чи інших причин зростання популяції припиняється. Базовою моделлю, яка описує обмежений зростання, є модель Ферхюльста:

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K} \right). \quad (4)$$

Тут параметр K зветься "ємність популяції" і виражається в одиницях чисельності (або концентрації). Він не має будь-якого простого фізичного або біологічного сенсу і носить системний характер, тобто визначається цілою низкою різних факторів, які неможливо врахувати в моделі.

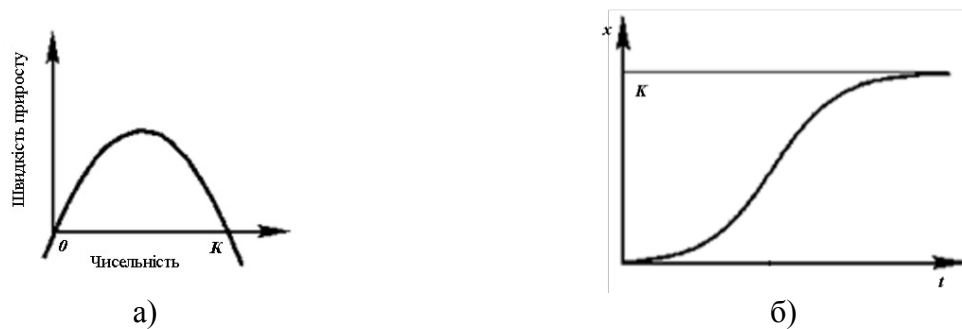


Рис. 3 Система з обмеженим зростанням:
а) – залежність швидкості приросту від чисельності;
б) – залежність чисельності від часу

Однією з причин обмеження зростання може бути недолік живильного середовища (лімітування по субстрату на мові мікробіології). Мікробіологи давно підмітили, що в умовах обмеження по субстрату швидкість росту зростає пропорційно до концентрації субстрату, а якщо субстрату вдосталь, то виходить на постійну величину, яка визначається генетичними можливостями популяції. Вважається доведеним, що серед людей тільки частина схильна до залежності від наркотиків і алкоголю. З епідеміологічної точки зору вони є субстратом розвитку залежності від ПАР. Протягом деякого часу чисельність популяції зростає експоненціально, поки швидкість зростання не починає обмежуватися будь-якими іншими факторами. Це означає, що залежність швидкості росту R у формулі (2) від субстрату може бути описана у вигляді:

$$R(S) = \frac{\mu_0 S}{K_s + S}. \quad (5)$$

тут K_s – константа, рівна концентрації субстрату, при якій швидкість росту дорівнює половині максимальної, μ_0 – максимальна швидкість росту.

Змінювати зростання популяції можуть не тільки фактори зовнішнього середовища, а й вплив іншої популяції. Прийнято виділяти три основних типи міжпопуляційних відносин: "+ +", "—" та "+ –". При цьому знаком "плюс" позначається позитивний, сприятливий вплив однієї популяції на іншу, а знаком "мінус" – несприятливий. Відповідні типи міжпопуляційних взаємин отримали найменування:

"++" – протокооперація, мутуалізм або симбіоз;

"—" – взаємне конкурентне подавлення або конкуренція за загальний ресурс;

"+ –" – відносини типу хижак-жертва або паразит-господар.

Крім того, прийнято виділяти два типи відносин, при яких одна популяція, роблячи позитивний або негативний вплив на іншу, сама не відчуває з її боку ніякого впливу (відносини типу " ± 0 ").

Знаки "+" і "-" в цій символіці, крім загальноприйнятого метафоричного сенсу, мають конкретний математичний сенс. Якщо динаміка двох взаємодіючих популяцій описується системою диференціальних рівнянь:

$$\dot{x} = xf(x, y); \quad \dot{y} = yg(x, y); \quad (6)$$

де похідні df/dy і dg/dx мають постійний знак при всіх значеннях змінних, то поєднання знаків цих похідних визначає характер міжпопуляційних відносин відповідно до загальноприйнятої класифікації. З цієї точки зору відношення типу « ± 0 » є виключною, виродженою ситуацією.

У загальному вигляді взаємодія між популяціями описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = a_1 N_1 + a_{12} N_1 N_2 + a_{11} N_1^2 \\ \frac{dN_2}{dt} = a_2 N_2 + a_{21} N_1 N_2 + a_{22} N_2^2 \end{cases} \quad (7)$$

де, N_1, N_2 – шукані значення числа популяцій, а $a_i, a_{ij}, i, j = \overline{1, 2}$ – параметри системи, деякі з яких можуть приймати значення 0.

За параметрами можна судити про міжпопуляційні взаємодії:

1) $a_{ij} N_i N_j$ – відповідає міжпопуляційній конкуренції.

Таким чином:

- якщо $a_{ij} < 0$ – має місце конкуренція;
- якщо $a_{ij} > 0$ – симбіоз;
- якщо a_{12} і a_{21} мають протилежні знаки – має місце модель хижак-жертва;

2) $a_{ii} N_i^2$ – показник внутрішньовидової конкуренції. Даний доданок має сенс тільки при $a_{ii} < 0$;

3) $a_i N_i$ – відповідає показнику вільного розмноження популяції (сила популяції):

- якщо, $a_i > 0$ – популяція схильна до росту;
- якщо, $a_i < 0$ – вимирання.

При різних значеннях коефіцієнтів будуть виходити різні графіки функції, якими можна інтерполювати експериментальні дані. Також цікаво те, що оцінюючи отримані коефіцієнти, можна зробити висновок про взаємодію популяцій.

Після оцінки задачі моделювання був зроблений висновок про відсутність внутрішньовидової конкуренції. Таким чином, приймається $a_{ii} = 0$ і отримуємо:

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = a_1 N_1 + a_{12} N_1 N_2 \\ \frac{dN_2}{dt} = a_2 N_2 + a_{21} N_1 N_2 \end{cases} \quad (8)$$

Дана система рівнянь при коефіцієнтах a_{12} і a_{21} протилежних знаків є моделлю Лотки-Вольтерра (хижак-жертва). В основу моделі покладено такі ідеалізовані уявлення про характер внутрішньовидових і міжвидових відносин в системі хижак-жертва:

- 1) під час відсутності хижака популяція жертва розмножується відповідно до принципу Мальтуса – експоненціально;
- 2) популяція хижака під час відсутності жертви експоненціально вимирає;
- 3) сумарна кількість жертв, які споживається населенням хижака в одиницю часу, лінійно залежить і від щільності популяції жертви, і від щільності популяції хижака;

- 4) спожита хижаком біомаса жертви з постійним коефіцієнтом переробляється в біомасу хижака;
- 5) будь-які додаткові фактори, що впливають на динаміку популяцій, відсутні.

Чисельність жертв буде збільшуватися тим повільніше, чим більше існує хижаків, а чисельність хижаків – тим швидше, чим більш чисельні жертви. Таким чином, коефіцієнти приросту відповідно дорівнюють:

$$(\varepsilon_1 - \gamma_1 N_2), \dots, (-\varepsilon_2 - \gamma_2 N_1),$$

де N_1 і N_2 – чисельність популяцій жертви і хижака; ε_1 – швидкість розмноження жертви в відсутності хижака; ε_2 – природна смертність хижака, γ_1 і γ_2 – коефіцієнти, відповідні потреби в їжі для кожного з двох видів.

Зроблені припущення призводять до системи диференціальних рівнянь для опису чисельності популяцій в моделі хижак–жертва:

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = N_1(\varepsilon_1 + \gamma_1 N_2) \\ \frac{dN_2}{dt} = -N_2(\varepsilon_2 + \gamma_2 N_1) \end{cases} \quad (9)$$

Розглянута модель міжпопуляційної взаємодії є достатньо гнучкою для моделювання складних епідеміологічних процесів. Адекватно підібрані коефіцієнти a_{ij} відображають взаємодію між розглянутими популяціями: залежні – здорові, алкоголіки – наркомани. При правильному емпіричному визначенні коефіцієнтів можна зробити висновки про характер міжпопуляційних відносин, тобто агресивності кожної із взаємодіючих популяцій окремо. Отримана інформація є основою для короткочасного і пролонгованого прогнозу. Коефіцієнти a_i несуть в собі інформацію про стійкість досліджуваних популяцій до зовнішнього середовища. У системі, що моделюється, це відображає різні соціальні, юридичні, ідеологічні, фінансові та інші чинники.

Варто додати, що базова модель міжпопуляційних взаємодій може бути модифікована під властивості тієї чи іншої системи. Таким чином, ця модель є варіантом вибору для вирішення задачі моделювання поширеності залежності від ПАР.

Висновки

Розглянуто задачу моделювання розвитку епідемії залежності від психоактивних речовин і проведено первинний аналіз системи. Розглянуто основні регресивні моделі розвитку популяцій. Показано, що базова модель міжпопуляційної взаємодії може лягти в основу вирішення поставленої задачі. Напрямок подальших досліджень є модифікація обраної моделі і розробка методу визначення коефіцієнтів диференціальних рівнянь.

Список використаної літератури

1. Базыкин А. Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. Москва: Институт компьютерных исследований, 2003. 367 с.
2. Марри Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях. Москва: Мир, 1983. 397 с.

3. Modelling Drug Use: Methods to Quantify and Understand Hidden Processes. / F. Sharp, R. Neaman (Ed.) Luxembourg: European Monitoring Centre for Drugs and Drug Addiction, 2001. 245 с.
4. Неймарк Ю. И. Математические модели в естествознании и технике. Н. Новгород: Нижегородский университет, 2004. 281 с.

References

1. Bazyikin, A. D. (2003) Nelineynaya dinamika vzaimodeystvuyuschih populyatsiy. Moscow: Institut kompyuternyih issledovaniy.
2. Marri, J. (1983) Nelineynye differentsialnyie uravneniya v biologii. Lektsii o modelyah. Moscow: Mir.
3. Sharp F., & Neaman R. (Ed.) (2001) Modelling Drug Use: Methods to Quantify and Understand Hidden Processes. Luxembourg: European Monitoring Centre for Drugs and Drug Addiction.
4. Neymark, Yu. I. (2004) Matematicheskie modeli v estestvoznanii i tehnike. N. Novgorod: Nizhegorodskiy universitet.

УДК 515.2:519.6

Ю.І. НИКОЛАЄНКО, В.Г. ІЛЬВОВСЬКИЙ
Фізико-технічний ліцей при ХНТУ та ДНУ
С.В. МОІСЕЄНКО
Херсонський національний технічний університет

РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ ДІРІХЛЕ ДЛЯ РІВНЯННЯ ЛАПЛАСА В ПОЛЯРНИХ КООРДИНАТАХ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

В роботі побудована модель випадкових блукань у полярних координатах для областей, які містять координатний полюс. За допомогою даної моделі можна розв'язувати задачу Діріхле для рівняння Лапласа у крузі та в будь-яких областях, що є частиною круга. Для обчислення апіорних перехідних ймовірностей застосована ітераційна процедура, до того ж наявність полюсу в області не збільшує її похибку. Побудована однокрокова модель випадкових блукань для круга. Показано, що для області у формі круга однокрокова модель випадкових блукань забезпечує більшу точність розрахунків, порівняно з багатокроковою.

Ключові слова: метод Монте-Карло, випадкові блукання, однокрокова модель, ітераційна процедура, задача Діріхле для рівняння Лапласа, полярні координати.

Ю.И. НИКОЛАЕНКО, В.Г. ИЛЬВОВСКИЙ
Физико-технический лицей при ХНТУ и ДНУ
С.В. МОИСЕЕНКО
Херсонский национальный технический университет

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В ПОЛЯРНИХ КООРДИНАТАХ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

В работе построена модель случайных блужданий в полярных координатах для областей, содержащих координатный полюс. С помощью данной модели можно решать задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге и в любых областях, являющимися частью круга. Для вычисления априорных переходных вероятностей применена итерационная процедура, причем наличие полюса в области не увеличивает ее погрешность. Построена одношаговая модель случайных блужданий для круга. Показано, что для области в форме круга одношаговая модель случайных блужданий обеспечивает более высокую точность вычислений, по сравнению с многошаговой.

Ключевые слова: метод Монте-Карло, случайные блуждания, одношаговая модель, итерационная процедура, задача Дирихле для уравнения Лапласа, полярные координаты.

Yu.I. NIKOLAYENKO, V.G. ILVOVSKY
Physics and Technical Lyceum at KhNTU and DNU
S.V. MOISEENKO
Kherson National Technical University

THE SOLUTION PROBLEM OF DIRIHLE FOR EQUATION OF LAPLACE IN POLAR COORDINATES BY METHOD MONTE CARLO

In this work, a model of random walks in polar coordinates for regions containing a coordinate pole is constructed. With this model, we can solve the problem Dirihle for equation of Laplace by method Monte-Carlo in a circle and in all areas that are part of the

circle. Transient probabilities, as a rule, are found by the method of statistical tests, but in this work implemented the iteration procedure for calculating the a priori transition probabilities. We also note that the probabilities of transition to the boundary nodes, symmetric with respect to the axis from which the particle started, exactly coincide, which is practically not observed in the application of the statistical test method. Problem Dirihle for equation of Laplace for the on circle can be solved by using integral formula of Poisson. In this paper, a one-dimensional model of random walks in a circle is constructed on the basis of the Poisson integral formula. For a circle, a formula is derived for calculating the probability of transition from any node inside the circle to the node at the boundary of the circular region. Comparative testing of transition probabilities, calculated using two different models, was carried out. The results showed that for a circle, the one-time model of random walks always provides greater accuracy than multi-stage, provided that the distance between the nodes at the edge of the circle is twice less than that of the circle. The test results showed that the pole presense does not increase the error of the calculations. As a result, this multi-stage model can be used for any areas that contain a coordinate pole, can to build a iterative procedure for a more complex area, having the experience of constructing it for a circle and a semicircle. To calculate the transition probabilities, we must apply the formulas obtained. However, do not forget that the one-way model of random walks runs only in the circle.

Keywords: method of Monte Carlo, random walks, one-step model, iteration procedure, problem Dirihle for equation of Laplace, polar coordinates.

Постановка проблеми

Велика кількість прикладних задач приводить до необхідності розв'язання крайових задач для рівнянь математичної фізики. При дослідженні стаціонарних процесів різної фізичної природи (теплопровідність, дифузія) зазвичай приводять до задач еліптичного типу.

Найбільш поширеним рівнянням цього типу є рівняння Лапласа. Будь які обчислення, що виконуються при наближеному розв'язанні більшості задач, не можуть ігнорувати той факт, що сітка моделі побудована в певній системі координат. До найбільш поширених систем координат відносяться декартова, полярна та довільна (ортогональна і неортогональна). Якщо область має форму кола або сектора, то при застосуванні декартової системи виникають проблеми з описом функції на межі області. Тому для таких областей природно застосовувати полярну систему координат, в якій розрахункові вузли співпадають з граничними вузлами.

В ряді робіт [4-9] вже застосовувалася полярна система координат для розв'язання задачі Діріхле для рівняння Лапласа методом Монте-Карло. Але при цьому розглядалася тільки область у вигляді кільцевого сектора. Тому залишається проблема розв'язання цієї задачі для областей, в яких міститься координатний полюс.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

В полярних координатах задача Діріхле для рівняння Лапласа має вигляд [1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} = 0, \\ U|_{\Gamma} = f(r, \varphi). \end{cases} \quad (1)$$

де $f(r, \varphi)$ – задана функція на межі області Γ .

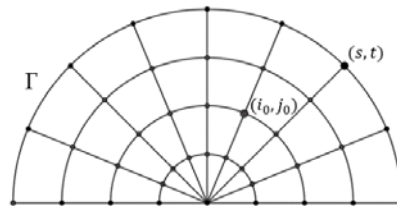


Рис. 1. Координатна сітка

При чисельному розв'язку задачі методом Монте-Карло область (рис. 1) покривають координатною сіткою, а значення шуканої функції у внутрішніх вузлах сітки розраховують за формулою (2)[2]:

$$U(r_{i_0}, \varphi_{j_0}) = \sum_{(s,t)} P(i_0, j_0; s, t) \cdot f(r_s, \varphi_t) \quad (2)$$

де (r_s, φ_t) – координати вузлів на межі області, а $P(i_0, j_0; s, t)$ – ймовірність для випадково блукаючої частинки перейти з внутрішнього вузла з координатами (r_{i_0}, φ_{j_0}) у вузол на межі області з координатами (r_s, φ_t) .

Модель випадкових блукань для розрахунку перехідних ймовірностей в полярних координатах вже розглядалась в роботах [3], [4], але вона не пристосована для областей, які містять координатний полюс. У роботі [5] була запропонована двокрокова модель випадкових блукань, але тільки для 4-вузлового кільцевого сектора.

Мета дослідження

У даній роботі ставиться задача відрегулювати модель випадкових блукань у полярних координатах так, щоб її можна було застосовувати для областей, які містять координатний полюс, а також побудувати однокрокову модель випадкових блукань для області у формі кола.

Викладення основного матеріалу дослідження

Перехідні ймовірності в формулі (2), як правило, знаходять методом статистичних випробувань, але в роботах [8–9] запропонована ітераційна процедура обчислення перехідних ймовірностей. Суть даної процедури полягає в тому, що розглядається не траєкторія випадково блукаючої частинки, а ймовірність перебування частинки в кожному вузлі області на кожному кроці. До початку блукання ймовірність перебування частинки в точці старту дорівнює одиниці, а в усіх інших вузлах дорівнює нулю. На кожному кроці у всіх внутрішніх вузлах області ймовірність перебування частинки розраховується за формулою повної ймовірності. При потраплянні в вузол на межі частинка блукання припиняє, а ймовірності перебування частинки в цих вузлах на кожному кроці накопичуються. Процедура повторюється до тих пір, доки сума ймовірностей перебування частинки в вузлах на межі області буде відрізнятися від 1 на величину, не більше заданої похибки, при цьому накопичені ймовірності в вузлах на межі якраз дорівнюють ймовірностям переходу в ці вузли.

В якості прикладу покажемо як реалізується ітераційна процедура на області, що має форму кола (рис.2), в якому координатний полюс суміщений з центром кола.

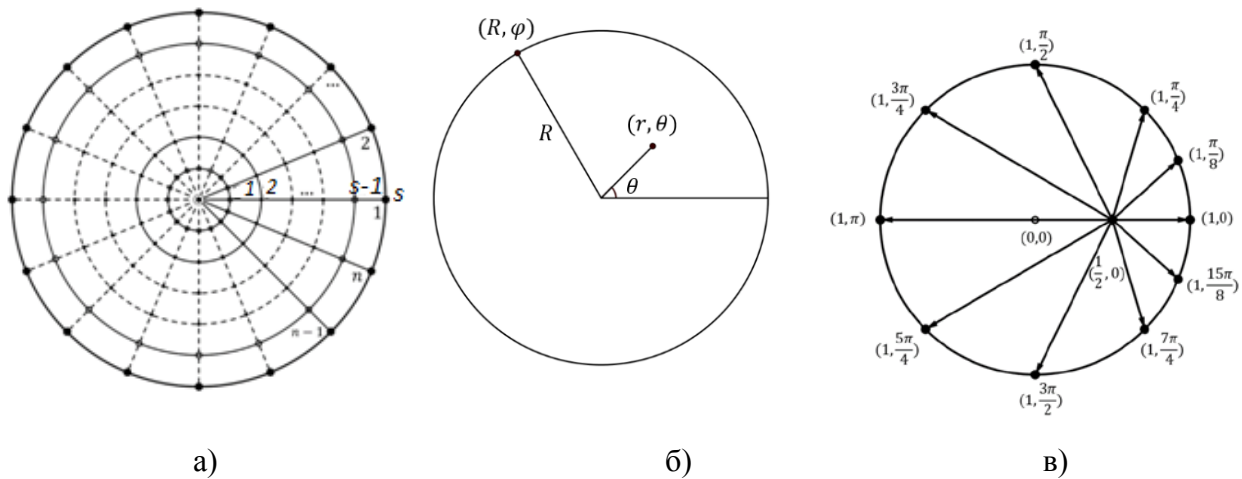


Рис. 2. Розрахункова область:

а) для ітераційної процедури; б) для однокрокових блукань; в) для тестового прикладу.

За допомогою ітераційної процедури знайдемо апріорні перехідні ймовірності $P(i, j; s, t)$ потрапляння частинки у граничні вузли (s, t) . Будемо розраховувати ймовірність перебування частинки у вузлі (i, j) на $(k+1)$ -ому кроці, який не належить межі області, не є сусіднім з межею або полюсом і не є полюсом полярної системи координат. Ця ймовірність відповідає до формули повної ймовірності, має наступний вигляд:

$$P^{(k+1)}(i, j) = P_1(r_i + h) \cdot P^{(k)}(i+1, j) + P_3(r_i - h) \cdot P^{(k)}(i-1, j) + P_2(r_i) \cdot P^{(k)}(i, j-1) + P_4(r_i) \cdot P^{(k)}(i, j+1), \quad (3)$$

де $P_1(r_i) = \frac{r_i \alpha^2 (2r_i - h)}{4(r_i^2 \alpha^2 + h^2)}$, $P_3(r_i) = \frac{r_i \alpha^2 (2r_i + h)}{4(r_i^2 \alpha^2 + h^2)}$ – ймовірності переходу в сусідній вузол в радіальному напрямі в бік полюсу і від полюсу відповідно;

$P_2(r_i) = P_4(r_i) = \frac{h^2}{2(r_i^2 \alpha^2 + h^2)}$ – ймовірність переходу в сусідні вузли в азимутальному напрямі,

α – крок в азимутальному напрямі, h – в радіальному напрямі.

Для вузла сусіднього з межею області в формулі (3) необхідно покласти $P_1(r_s) = 0$, оскільки на межі області блукання припиняються.

Для обчислення ймовірності виходу частинки з полюсу системи координат застосуємо теорему про середнє значення гармонічної функції [6], відповідно до якої:

$$U(M_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U(h, \varphi) d\varphi, \quad (4)$$

де M_0 – співпадає з полюсом і є центром круга радіусом h . Якщо у формулі замінити інтеграл інтегральною сумою, то отримаємо:

$$U(M_0) \approx \sum_j U(h, \varphi_j) \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \approx \frac{1}{n} \sum_j U(h, \varphi_j), \quad (5)$$

де $\Delta\varphi = \alpha = \frac{2\pi}{n}$.

Подібним чином формула (5) обґрунтовується в роботі [7]. Ця формула має вигляд формули (2), де $\frac{1}{n}$ дорівнює ймовірності виходу з центрального вузла в будь-який із сусідніх вузлів. При $n=4$ отримана формула перетворюється в відому формулу усереднення гармонічної функції по "прямому хресту", похибка якої дорівнює $O(h^4)$. При збільшенні n точність формули збільшується. Отже, дана формула не погіршує похибку процедури, тому що похибка коефіцієнтів формули (3) має порядок $O(h^4)$.

Ймовірність перебування частинки у вузлах, які є сусідніми з полюсом має вигляд:

$$P^{(k+1)}(1, j) = P_1(2h) \cdot P^{(k)}(2, j) + P_2(h) \cdot P^{(k)}(1, j-1) + P_4(h) \cdot P^{(k)}(1, j+1) + \frac{1}{n} \cdot P^{(k)}(0), \quad (6)$$

де $P^{(k)}(0)$ – ймовірність перебування частинки в центральному вузлі на k -ому кроці.

Для полюсу формулу (3) треба замінити наступною формулою:

$$P^{(k+1)}(0) = P_1(h) \cdot \sum_{j=1}^n P^{(k)}(1, j). \quad (7)$$

Для вузла (s, t) на межі області:

$$P^{(k+1)}(s, t) = P^{(k)}(s, t) + P_3(r_{s-1}) \cdot P^{(k)}(s-1, t). \quad (8)$$

Для випробування процедури використаємо круг з радіусом $R=1$, сітку з $s = 25$, $n = 96$, а за стартову позицію частинки візьмемо точку з полярними координатами $(1/2; 0)$.

Відмітимо, що ймовірності переходу у граничні вузли, симетричні відносно осі, з якої стартувала частинка, точно співпадають, що практично не спостерігається при застосуванні методу статистичних випробувань. Також за допомогою процедури за досить невеликий час можна розрахувати ймовірності потрапляння в усі вузли на межі області з будь-якою точністю (похибка $< \delta$), що в методі статистичних випробувань практично не досяжне. Розв'язок задачі (1) слід очікувати з точністю до $O(h^4)$, внаслідок сіткових похибок.

Задачу Діріхле для рівняння Лапласа у круговій області (рис.2б) можна розв'язати за допомогою інтегральної формули Пуассона (1) [1]:

$$U(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{R^2 - r^2}{R^2 - 2Rr \cos(\theta - \varphi) + r^2} U(\varphi) d\varphi, \quad (9)$$

де вираз $\frac{R^2 - r^2}{R^2 - 2Rr \cos(\theta - \varphi) + r^2}$ має назву ядро Пуассона.

Таблиця 1

Ймовірності потрапляння в окремі вузли на межі круга радіуса 1 через k ітерацій при старті з точки $(1/2; 0)$

φ	Кількість ітерацій				
	$k = 6000$	$k = 12000$	$k = 18000$	$k = 24000$	$k = 60000$
0	0.03474	0.035127	0.0351724	0.03517777	0.035178482
$\pi/8$	0.02467	0.025059	0.0251043	0.02510960	0.025110311
$\pi/2$	0.00526	0.005640	0.0056858	0.00569111	0.005691827
π	0.00266	0.003045	0.0030907	0.00309602	0.003096732
$5\pi/4$	0.00314	0.003523	0.0035681	0.00357341	0.003574119
$3\pi/2$	0.00526	0.005640	0.0056858	0.00569111	0.0056918267
$15\pi/8$	0.02467	0.025059	0.0251043	0.02510960	0.025110311
$\delta = 1 - \sum_{s,t} P(s,t)$	0.042	0.0049	0.00058	0.000068	0.0000000002
Час (с)	2.13	4.30	6.34	8.42	21.12

Наближено замінимо інтеграл Пуассона (9) його інтегральною сумою, в якій $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{n}$:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{R^2 - r^2}{R^2 - 2Rr \cos(\theta - \varphi) + r^2} U(\varphi) d\varphi \approx \sum_{j=1}^n \frac{R^2 - r^2}{R^2 - 2Rr \cos(\theta - \varphi_j) + r^2} U(R, \varphi_j) \frac{\Delta\varphi}{2\pi},$$

Звідси отримаємо:

$$U(r, \theta) \approx \sum_{j=1}^n \frac{R^2 - r^2}{n \cdot (R^2 - 2Rr \cos(\theta - \varphi_j) + r^2)} U(R, \varphi_j). \quad (10)$$

Зазначимо, що дана інтегральна сума не застосовується для відстаней нескінченно близьких до границі, тобто. $r \in [0; R)$.

Формула (8) має вигляд формули (2), в якій перехідні ймовірності $P(r, \theta; R, \varphi_j)$ розраховуються за формулою:

$$P(r, \theta; R, \varphi_j) = \frac{R^2 - r^2}{n \cdot (R^2 - 2Rr \cos(\theta - \varphi_j) + r^2)}. \quad (11)$$

У табл. 2 наведено результати знаходження перехідних ймовірностей за допомогою формули (11) та ітераційної процедури. Для розрахунків використовуємо сітку з $s = 25$, $n = 96$ із стартовою позицією частинки в точці з координатами $(1/2, 0)$ (рис. 2 в).

Ми бачимо, що значення ймовірностей, розрахованих двома методами дещо відрізняються, при чому найбільші розбіжності спостерігаються для точки (1,0), яка є найближчою до точки старту. Перевіримо, який з цих способів точніший.

Проведемо тестування (табл. 3) отриманих результатів за допомогою гармонічної функції $f(r, \varphi)$: $f(r, \varphi) = r^2 \cos 2\varphi + 2$.

Таблиця 2

Перехідні ймовірності, розраховані за формулою (11) (в чисельнику) і за допомогою ітераційної процедури (в знаменнику), при старті з точки (r, θ) в вузли на границі $(1, \varphi)$

Φ ініш Старт	(1,0)	(1, $\pi/8$)	(1, $\pi/4$)	(1, $\pi/2$)
(1/8, 0)	$\frac{0.0133929}{0.0133963}$	$\frac{0.0130680}{0.0130699}$	$\frac{0.0122238}{0.0122233}$	$\frac{0.0100966}{0.0100956}$
(1/4, 0)	$\frac{0.0173611}{0.0173729}$	$\frac{0.0162609}{0.0162638}$	$\frac{0.0137748}{0.0137705}$	$\frac{0.0091912}{0.0091904}$
(1/2, 0)	$\frac{0.0312500}{0.0313466}$	$\frac{0.0239559}{0.0239241}$	$\frac{0.0143905}{0.0143762}$	$\frac{0.0062500}{0.0062509}$

Таблиця 3

Наближені значення $\bar{f}_1(r, \theta)$, $\bar{f}_2(r, \theta)$ функції $f(r, \theta)$, розраховані за формулою (10) та за допомогою ітераційної процедури відповідно, та їх відносні похибки

r	$f(r, \theta)$	$\bar{f}_1(r, \theta)$	ε_1	$\bar{f}_2(r, \theta)$	ε_2
1/24	2.001736111	2.001736111	0 %	2.001743914	0.00039%
1/4	2.062500000	2.062500000	$2.2 \cdot 10^{-14}$ %	2.062623717	0.0060%
1/2	2.250000000	2.250000000	$3.9 \cdot 10^{-14}$ %	2.250247427	0.011%
5/8	2.390625000	2.390625000	$1.3 \cdot 10^{-13}$ %	2.390887123	0.011%
3/4	2.562500000	2.562500000	$2.5 \cdot 10^{-10}$ %	2.562731016	0.0090%
7/8	2.765625000	2.765641447	0.00059 %	2.765770939	0.0053%

У табл. 3 бачимо, що точність результатів при застосуванні одномаршрутної моделі випадкових блукань набагато вища, ніж при застосуванні багатомаршрутної при $r < 7/8$. Проте біля межі круга точність суми (11) набагато зменшується.

У ході експерименту ми порівнюватимемо відстань між вузлами $l = 2\pi(R-h)/n$ і відстань до межі (у нашому випадку $d = 1/24$). З'ясуємо, при якому їх відношенні $\omega = l/d$ забезпечується необхідна нам точність.

Результати обчислення наведені в табл. 4.

Для порівняння нагадаємо, що точне значення функції в даній точці $f(0,23/24) = 2,9184027778$. При $n = 96$, відносна похибка при застосуванні ітераційної процедури становить 0.0019%.

Точність обчислення значення функції за одномаршрутною моделлю зрівнюється з точністю розрахунків за допомогою ітераційної процедури, коли відстань між вузлами на межі в два рази менша, ніж відстань до межі, а при $l = d/4$ точність одно маршрутної схеми стає на порядки вище.

Таблиця 4

Наближені значення функції $\bar{f}_1(r, \theta)$ в точці з координатами $(23/24; 0)$, розраховані за допомогою суми (10) при різних кількостях вузлів n

n	96	144	192	288	576
$\bar{f}_1\left(\frac{23}{24}, 0\right)$	3.021	2.932	2.920101	2.9184313	2.9184027779
ω	1.571	1.047	0.785	0.524	0.262
ε_1	3.5 %	0.451%	0.058%	0.00098 %	$4.6 \cdot 10^{-9}\%$

Висновки

В роботі удосконалена процедура розрахунку апіорних ймовірностей, що дозволяє розв'язати задачу Діріхле для областей, що містять полюс за досить короткий час та з достатньо високою точністю. Для області у формі круга запропонована однокрокова модель випадкових блукань, яка дозволяє розв'язувати задачу (1) значно точніше, якщо досліджувана точка знаходиться від межі круга на відстані принаймні вдвічі більший ніж відстань між вузлами.

Відмітимо також, що точність розрахунків за допомогою ітераційної процедури залишається високою і для точок, які знаходяться на відстані одного кроку числової сітки від межі круга.

Список використаної літератури

1. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров. Москва: Мир, 1985. 384 с.
2. Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Е. З. Численные методы анализа. Москва: Наука, 1967. 368 с.
3. Хомченко А. Н., Гучек П. И., Хомченко Б. А. Геометрия блужданий по контрольным объёмам в полярных координатах. *Сучасні проблеми геометричного моделювання*: збірка праць Міжнародної науково-практичної конференції. Частина 2. Харків: ХІПБ МВС України, 1998. 2-13 с.
4. Николаенко Ю. И., Сергиенко Д. А., Моисеенко С. В. Моделирование случайных блужданий в полярных координатах. *Вестник Херсонского национального технического университета*. 2012. № 2 (45). С. 276-281.
5. Ляхович Т. П. Двумерные решётки в полярных координатах для маршрутизации случайных блужданий. *Математическое моделирование в образовании, науке и промышленности*: Сборник научных трудов. С.-Пб.: Санкт-Петербургское отделение НАН В.Ш., 2000. 119-122 с.
6. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. Москва: Наука. ГРФМЛ, 1972. 735 с.
7. Хомченко А. Н., Валько Н. В. Дискретные аналоги интегрального условия гармоничности функции. *Вестник Херсонского национального технического университета*. 2004. № 1(19). С.17-19.
8. Николаенко Ю. И., Моисеенко С. В. Итерационная процедура вычисления переходных вероятностей случайных блужданий и её альтернативы. *Вестник Херсонского национального технического университета*. 2009. № 2 (35). С. 323-327.
9. Николаенко Ю. И., Моисеенко С. В., Зуб П. М. Расчёт априорных вероятностей при решении задачи Дирихле для уравнения Пуассона методом Монте-Карло. *Вестник Херсонского национального технического университета*. 2010. № 3(39). С. 345-349.

References

1. Farlou, S. (1985) *Uravneniya s chastnyimi proizvodnyimi dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov*. Moscow: Mir.
2. Demidovich, B. P., Maron, I. A., & Shuvalova, E. Z. (1967) *Chislennyye metody analiza*. Moscow: Nauka.
3. Khomchenko, A. N., Guchek, P. I., & Khomchenko, B. A. (1998) *Geometriya bluzhdaniy po kontrolnyim ob'yomam v polyarnykh koordinatah*. Proceedings of the *Suchasni problemy heometrychnoho modeliuvannia*, Chastyna 2. Kharkiv: KhPIB MVS Ukrainy, pp. 2-13.
4. Nikolaenko, Yu. I., Sergienko, D. A., & Moiseenko, S. V. (2012) *Modelirovanie sluchaynykh bluzhdaniy v polyarnykh koordinatah*. *Vestnik Hersonskogo natsionalnogo tekhnicheskogo universiteta*. 2 (45), 276-281.
5. Lyahovich, T. P. (2000) *Dvumernyye reshyotki v polyarnykh koordinatah dlya marshrutizatsii sluchaynykh bluzhdaniy*. *Matematicheskoe modelirovanie v obrazovanii, nauke i promyshlennosti*. S.-Pb.: Sankt-Peterburgskoe otdelenie NAN V.Sh., pp. 119-122.
6. Tihonov, A. N., & Samarskiy, A. A. (1972) *Uravneniya matematicheskoy fiziki*. Moscow: Nauka. GRFML.
7. Khomchenko, A. N., & Valko, N. V. (2004) *Diskretnyye analogi integralnogo usloviya garmonichnosti funktsii*. *Vestnik Khersonskogo natsionalnogo tekhnicheskogo universiteta*. 1 (19), 17-19.
8. Nikolaenko, Yu. I., & Moiseenko, S. V. (2009) *Iteratsionnaya protsedura vyichisleniya perehodnykh veroyatnostey sluchaynykh bluzhdaniy i eygo alternativyi*. *Vestnik Khersonskogo natsionalnogo tekhnicheskogo universiteta*. 2 (35), 323-327.
9. Nikolaenko, Yu. I., Moiseenko, S. V., & Zub, P. M. (2010) *Raschyot apriornykh veroyatnostey pri reshenii zadachi Dirihle dlya uravneniya Puassona metodom Monte-Karlo*. *Vestnik Khersonskogo natsionalnogo tekhnicheskogo universiteta*. 3 (39), 345-349.

УДК 514.18

С.Ф. ПИЛИПАКА, В.М. НЕСВІДОМІН, В.М. БАБКА
Національний університет біоресурсів і природокористування України
М.Б. КЛЕНДІЙ
Бережанський агротехнічний інститут НУБіП України

РУХ ЧАСТИНКИ ПО СТАЦІОНАРНІЙ ГВИНТОВІЙ ПОВЕРХНІ ІЗ ЗАДАНОЮ КРИВОЮ ОСЬОВОГО ПЕРЕРІЗУ

Розглянуто рух частинки по гвинтовій поверхні під дією сили власної ваги. Крива осьового перерізу гвинтової поверхні задана параметричними рівняннями. Складено рівняння руху частинки після його стабілізації, тобто для випадку, коли частинка рухається із сталою швидкістю. Рівняння складені в проекціях на орти рухомого тригранника Дарбу. Розглянуто окремий випадок, коли осьовим перерізом поверхні є пряма лінія, тобто гвинтовою поверхнею є косий гелікоід. В цьому випадку розв'язком є аналітичний вираз. Для деяких кривих осьового перерізу поверхні розв'язання рівнянь потребує застосування чисельних методів. Розглянуто приклади, побудовано поверхні із нанесеними на них траєкторіями руху частинки.

Ключові слова: гвинтова поверхня, рух частинки, сила ваги, траєкторія, швидкість, тригранник Дарбу, рівняння руху.

С.Ф. ПИЛИПАКА, В.Н. НЕСВИДОМИН, В.Н. БАБКА
Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины
Н.Б. КЛЕНДИЙ
Бережанский агротехнический институт НУБиП Украины

ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ПО СТАЦИОНАРНОЙ ВИНТОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ЗАДАННОЙ КРИВОЙ ОСЕВОГО СЕЧЕНИЯ

Рассмотрено движение частицы по винтовой поверхности под действием силы собственного веса. Кривая осевого сечения винтовой поверхности задана параметрическими уравнениями. Составлены уравнения движения частицы после его стабилизации, то есть для случая, когда частица движется с постоянной скоростью. Уравнения составлены в проекциях на орты подвижного трехгранника Дарбу. Рассмотрен отдельный случай, когда осевым сечением поверхности является прямая линия, то есть винтовой поверхностью является косой геликоид. В этом случае решение имеет аналитическое выражение. Некоторые кривые осевого сечения поверхности требуют применения численных методов для решения уравнений. Рассмотрены примеры, построены поверхности с нанесенными на них траекториями движения частицы.

Ключевые слова: винтовая поверхность, движение частицы, сила веса, траектория, скорость, трехгранник Дарбу, уравнения движения.

S.F. PYLYPAKA, V.M. NESVIDOMIN, V.M. BABKA
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine
M.B. KLENDIY
IS NULES of Ukraine "Berezhany Agrotechnical Institute"

PARTICLE MOTION ON A STATIONARY SCREW SURFACE WITH A SET AXIAL CURVE

The movement of a particle along a helical surface under the action of its own weight is considered. The axial section curve of the helical surface is given by parametric equations.

The equations of motion of the particle after its stabilization are compiled, that is, for the case when the particle moves at a constant speed. The equations are compiled in projections onto the orths of the Darboux rolling trihedron. One of them is directed tangentially to the trajectory of the particle, the second is normal to the surface, and the third is perpendicular to the first two. The first and third orths form a tangent plane to the surface. The particle is at the top of the trihedron. When it moves together with a trihedron at a constant speed, all forces acting on the particle are balanced. The curvature of the trajectory, which creates centrifugal force, and the surface roughness are taken into account. By eliminating the system is reduced to one equation with one unknown, allowing you to find the distance from helix points to its axis. After that you can find the speed of the particle.

A separate case is considered when the axial section of the surface is a straight line, that is, the helical surface is an oblique helicoid. In this case, the equation is simplified and the solution has an analytical expression. Some curves of the axial section of the surface require the use of numerical methods for solving equations. The examples are considered, the surfaces with trajectories of the particle motion are plotted are built.

The influence of the structural parameters of the surface on the nature of the particle motion is investigated. The pitch of the helical surface is essential. The movement of particles of technological material with different friction coefficient was studied. The trajectories of their motion are constructed, allowing to visually assess the distribution of particles with different coefficients of friction over the surface during movement.

Keywords: screw surface, particle motion, weight force, trajectory, speed, Darboux trihedron, equations of motion.

Постановка проблеми

Існує багато пристроїв, у яких робочий процес пов'язаний із контактуванням технологічного матеріалу із поверхнями робочих органів. В процесі такої взаємодії матеріал певним чином рухається по поверхні. Такий рух може бути вимушеним під дією зовнішніх чинників, а також може бути спричинений силою власної ваги елемента матеріалу. В такому випадку прикладеною силою є також сила тертя, спричинена шорсткістю поверхні. Аналітичний опис елемента матеріалу по поверхні є надзвичайно складним, тому для невеликих розмірів такого елемента прийнято вважати його матеріальною частинкою. І навіть в такому випадку аналітичний опис руху частинки по поверхні зводиться до розв'язування нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку. Якщо робочою поверхнею є гвинтова, то рух частинки по ній з часом стабілізується і кінематичні характеристики стають сталими. В такому випадку замість диференціальних рівнянь потрібно розв'язувати звичайні, але це не означає, що задача перетворюється на елементарну. В матеріалі статті це показано на конкретних прикладах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

В минулому гвинтові поверхні використовувалися для розділення окремих фракцій зернових сумішей. Це спричинило пошук аналітичного опису процесу переміщення частинок по гвинтових поверхнях. Аналіз робіт в цьому напрямі зроблено в монографії [1]. Там зазначено, що елементарний розв'язок даної задачі в застосуванні до проектування спіральних сепараторів розробив проф. Л.Б. Левенсон. Рух матеріальної частинки по косому (нерозгортному) гелікоїду досить ґрунтовно розглянуто в працях проф. М.І. Акімова. М.І. Сисоєв розглянув рух частинки по розгортному і косому гелікоїдах [2]. Ці задачі розв'язані в циліндричній системі координат. Великий вклад в розвиток цього напрямку досліджень вніс акад. Заїка П.М. [3]. Він почав застосовувати програмні продукти для чисельного розв'язування диференціальних рівнянь. Дослідження руху частинок по гвинтових лінійчатих

поверхнях розглянуто в працях [4, 5]. Рух технологічного матеріалу по гвинтових поверхнях має місце в гвинтових спусках і спіральних сепараторах для збагачення руд. Теоретичні основи цих процесів висвітлено в працях [6–8].

Мета дослідження

Скласти рівняння руху частинки по гвинтовій поверхні під дією сили власної ваги в проекціях на орти рухомого тригранника Дарбу після стабілізації руху.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розглянемо розташування тригранників Френе і Дарбу в загальному випадку. Супровідний тригранник Френе напрямної просторової кривої в кожній її точці займає визначене положення, яке визначається її диференціальними характеристиками. Одиничний орт $\bar{\tau}$ є дотичним до кривої, орт головної нормалі $\bar{n}$ спрямований до центра кривини, орт бінормалі $\bar{b}$ перпендикулярний двом попереднім. Супровідний тригранник Дарбу може бути побудований в точці кривої на поверхні, причому його орт $\bar{T}$ збігається із ортом $\bar{\tau}$ тригранника Френе. Орт $\bar{N}$ спрямований по нормалі до поверхні, отже третій орт $\bar{P}$ лежить в дотичній до поверхні площині. В спільній для обох тригранників нормальній площині між ортами $\bar{n}$ і $\bar{N}$ існує кут ε . На рис. 1,а дотична до поверхні площина μ для наочності показана трикутником з вершинами на осях декартової системи $OXYZ$. Крива лежить на поверхні і є траєкторією руху спільної вершини тригранників, у якій знаходиться частинка. Сама поверхня на рис. 1,а не показана, оскільки рух по ній в околі точки на траєкторії можна розглядати як рух по дотичній площині.

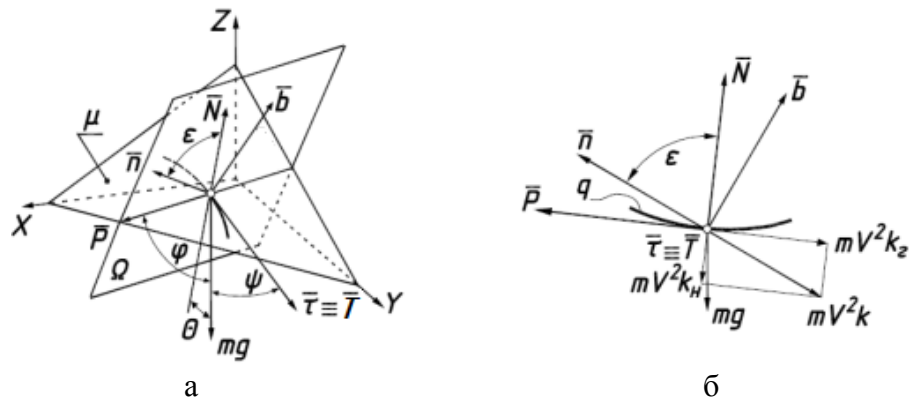


Рис. 1. Супровідні тригранники Френе та Дарбу кривої – траєкторії руху частинки по поверхні:

- а) загальний випадок розташування тригранників в конкретній точці траєкторії;
- б) розкладання відцентрової сили на орти тригранника Дарбу у спільній нормальній площині обох тригранників

Розглянемо діючі на точку сили. Відцентрова сила, яка виникає внаслідок руху точки по криволінійній траєкторії, завжди направлена вздовж головної нормалі $\bar{n}$ в протилежну сторону від центра кривини. Оскільки орт $\bar{n}$ знаходиться в нормальній площині Ω , то і відцентрова сила mV^2k , де m – маса частинки, V – швидкість її руху і k – кривина траєкторії в даній точці теж буде діяти в даній площині перпендикулярно до траєкторії руху. На рис. 1,б нормальна площина траєкторії Ω показана без спотворення, тобто напрям погляду на неї вибраний так, що орти $\bar{\tau} \equiv \bar{T}$ проєкціюються в точку, а дотична площина μ – в пряму лінію. Перетин двох перпендикулярних площин Ω і μ дає пряму лінію, вздовж якої направлений орт $\bar{P}$ перпендикулярно до $\bar{N}$ і $\bar{\tau}$. Ця ж лінія буде дотичною до кривої q – лінії перерізу поверхні нормальною площиною Ω . Три взаємно перпендикулярних вектори $\bar{\tau} \bar{N} \bar{P}$ утворюють другий супровідний тригранник траєкторії – тригранник Дарбу. Між ортами $\bar{N}$ і $\bar{n}$ та $\bar{b}$ і $\bar{P}$ попарно існує кут ε , який при русі частинки змінюється і залежить від її положення на

траєкторії, тобто в загальному випадку є змінним. Для нашого випадку після стабілізації руху, коли тригранники будуть рухатися по гвинтовій лінії, він буде сталим. При русі частинки по поверхні тільки сила ваги mg ($g=9,81 \text{ м/с}^2$) має змінний напрям в натуральній системі координат, решта ж сил строго орієнтована вздовж осей супровідних тригранників.

Після стабілізації руху швидкість V частинки буде сталою і всі прикладені до неї сили будуть врівноважені. Запишемо рівновагу діючих сил в проекції на орти рухомого тригранника Дарбу. На орт $\bar{T}$ спроекціюється сила ваги mg і в протилежну сторону сила тертя fR , де f – коефіцієнт тертя, R – реакція поверхні. Вектор дії відцентрової сили знаходиться у нормальній площині, тому на орт $\bar{T}$ не проєкціюється. Враховуючи вищесказане, запишемо:

$$mg \cos \psi - fR = 0, \quad (1)$$

де ψ – кут між ортом $\bar{T}$ і вектором сили ваги mg (рис. 1,а).

Реакція поверхні R направлена вздовж нормалі до поверхні $\bar{n}$ і є сумою двох складових: сили ваги в проекції на орт $\bar{n}$ $mg \cdot \cos \theta$ (рис. 1,а) і відцентрової сили в проекції на орт $\bar{n}$ $mV^2 k \cdot \cos \varepsilon$. Складова кривини $k \cdot \cos \varepsilon$ в проекції на орт $\bar{n}$ носить назву нормальної кривини: $k_n = k \cdot \cos \varepsilon$. Отже складову відцентрової сили можна записати через нормальну кривину у вигляді $mV^2 k_n$ (рис. 1,б). Кут θ є кутом між вертикальним напрямом дії сили ваги і ортом $\bar{n}$, кут ε є кутом між ортами тригранників $\bar{n}$ і $\bar{n}$. Отже, рівновага сил в проекції на орт $\bar{n}$ запишеться:

$$R = mg \cos \theta + mV^2 k_n. \quad (2)$$

Тепер запишемо рівновагу сил в проекції на орт $\bar{P}$. Проекція відцентрової сили на орт $\bar{P}$ запишеться: $mV^2 k \cdot \sin \varepsilon$. Зважаючи на те, що добуток $k \cdot \sin \varepsilon$ носить назву геодезичної кривини k_ε , тобто $k_\varepsilon = k \cdot \sin \varepsilon$, можна записати вираз проекції відцентрової сили на орт $\bar{P}$: $mV^2 k_\varepsilon$ (рис. 1,б). Складову сили ваги $mg \cdot \cos \varphi$, де φ – кут між вектором сили ваги і ортом $\bar{P}$, врівноважує складову відцентрової сили. Отже, рівняння рівноваги сил в проекції на орт $\bar{P}$ запишеться:

$$mV^2 k_\varepsilon = mg \cos \varphi. \quad (3)$$

Підставимо (2) в (1) і скоротимо отримане рівняння на масу m . Рівняння (3) теж скоротимо на масу m . Після цього запишемо систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} g \cos \psi - f(g \cos \theta + V^2 k_n) = 0; \\ V^2 k_\varepsilon = g \cos \varphi. \end{cases} \quad (4)$$

Систему (4) можна звести до одного рівняння виключенням із неї швидкість V . Із (3) знаходимо:

$$V^2 = \frac{g}{k_\varepsilon} \cos \varphi. \quad (5)$$

Після підстановки виразу (5) у перше рівняння системи отримаємо співвідношення нормальної і геодезичної кривини k_n/k_ε . Зважаючи на те, що $k_n/k_\varepsilon = \text{ctg} \varepsilon$, а також після скорочення на сталу g , отримаємо:

$$\cos \psi - f(\cos \theta + \text{ctg} \varepsilon \cos \varphi) = 0. \quad (6)$$

Розглянемо приклади. Лінію осевого перерізу гвинтової поверхні задамо параметричними рівняннями в плоскій системі координат параметричними рівняннями у функції незалежної змінної u :

$$\rho = \rho(u); \quad h = h(u). \quad (7)$$

Крива (7) може бути зміщена від осі на сталу d (рис. 2,а). Наприклад, якщо за криву взяти дугу кола радіуса r , яке зміщене на сталу d , то рівняння (7) набувають вигляду:

$$\rho = r \sin u + d; \quad h = r \cos u. \quad (8)$$

Для утворення гвинтової поверхні дугу кола (8) потрібно рівномірно обертати навколо осі Oh і одночасно рухати вздовж неї, тобто надати цій кривій гвинтового переміщення. Такий спосіб утворення поверхні описується параметричними рівняннями:

$$X = \rho \cos \alpha; \quad Y = \rho \sin \alpha; \quad Z = h + b\alpha, \quad (9)$$

де α – друга незалежна змінна поверхні (кут повороту кривої перерізу поверхні навколо вертикальної осі), b – гвинтовий параметр – стала величина.

Гвинтова поверхня (9) з кривою осевого перерізу (8) зображена на рис. 2,б.

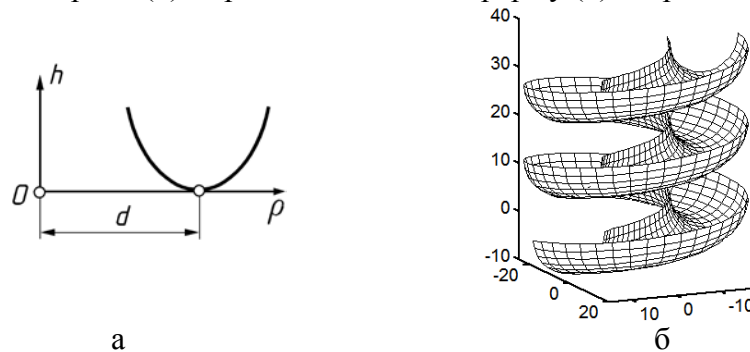


Рис. 2. Схема утворення поверхні за заданою кривою осевого перерізу:
а) розташування кривої в плоскій системі координат;
б) поверхня, утворена гвинтовим рухом заданої кривої

Щоб розписати рівняння (6), потрібно знати вирази всіх кутів, що до нього входять, отже потрібно знати напрям векторів, що утворюють ці кути.

Проекції вектора нормалі $\bar{n}$ до поверхні (9) знаходимо, як векторний добуток двох векторів, дотичних до координатних ліній. Проекціями цих векторів є частинні похідні першого порядку поверхні (9):

$$\begin{aligned} X_u &= \rho'_u \cos \alpha; & Y_u &= \rho'_u \sin \alpha; & Z_u &= h'_u; \\ X_\alpha &= -\rho \sin \alpha; & Y_\alpha &= \rho \cos \alpha; & Z_\alpha &= b. \end{aligned} \quad (10)$$

Нижнім індексом позначена змінна, по якій відбувається диференціювання. Знаходимо векторний добуток векторів (10):

$$\bar{N} = \begin{vmatrix} X & Y & Z \\ X_u & Y_u & Z_u \\ X_\alpha & Y_\alpha & X_\alpha \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} b\rho'_u \sin v - \rho h'_u \cos v; \\ -b\rho'_u \cos \alpha - \rho h'_u \sin \alpha; \\ \rho\rho'_u. \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Після приведення вектора нормалі $\bar{N}$ (11) до одиничного його проекції запишуться:

$$\bar{N} = \left\{ \frac{b\rho'_u \sin \alpha - \rho h'_u \cos \alpha}{\sqrt{\rho^2(\rho'^2_u + h'^2_u) + b^2\rho'^2_u}}; \quad -\frac{b\rho'_u \cos \alpha + \rho h'_u \sin \alpha}{\sqrt{\rho^2(\rho'^2_u + h'^2_u) + b^2\rho'^2_u}}; \quad \frac{\rho\rho'_u}{\sqrt{\rho^2(\rho'^2_u + h'^2_u) + b^2\rho'^2_u}} \right\}. \quad (12)$$

Спільний орт для двох тригранників $\bar{\tau} \equiv \bar{T}$ спрямований по дотичній до траєкторії руху частини. Оскільки траєкторією руху є гвинтова лінія, то проекції дотичної ми знайдемо диференціюванням рівнянь (9) по змінній α при $\rho = \text{const}$:

$$x' = -\rho \sin \alpha; \quad y' = \rho \cos \alpha; \quad z' = b. \quad (13)$$

В рівняннях (13) похідні позначені малими літерами, оскільки при $\rho = \text{const}$ рівняння описують не поверхню, а лінію на ній. Рівняння (9) можуть описувати як поверхню, так і лінію на ній. Щоб розрізнити рівняння поверхні від рівнянь лінії, в першому випадку будемо застосовувати великі літери, в другому – малі. Привівши вектор (13) до одиничного, запишемо його проекції:

$$\bar{T} = \left\{ -\frac{\rho \sin \alpha}{\sqrt{\rho^2 + b^2}}; \quad \frac{\rho \cos \alpha}{\sqrt{\rho^2 + b^2}}; \quad \frac{b}{\sqrt{\rho^2 + b^2}} \right\}. \quad (14)$$

Третій орт $\bar{P}$ тригранника Дарбу перпендикулярний до векторів $\bar{N}$ і $\bar{T}$, тобто його можна знайти із векторного добутку вказаних векторів. Оскільки вектори $\bar{N}$ (12) і $\bar{T}$ (14) є одиничними, то при розкритті визначника теж отримаємо одиничний вектор:

$$\bar{P} = \begin{vmatrix} X & Y & Z \\ T_x & T_y & T_z \\ N_x & N_y & N_z \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{b\rho h'_u \sin \alpha + \rho'_u(\rho^2 + b^2)\cos \alpha}{\sqrt{\rho^2 + b^2}\sqrt{\rho^2(\rho'^2_u + h'^2_u) + b^2\rho'^2_u}}; \\ -\frac{b\rho h'_u \cos \alpha - \rho'_u(\rho^2 + b^2)\sin \alpha}{\sqrt{\rho^2 + b^2}\sqrt{\rho^2(\rho'^2_u + h'^2_u) + b^2\rho'^2_u}}; \\ \frac{h'_u \rho^2}{\sqrt{\rho^2 + b^2}\sqrt{\rho^2(\rho'^2_u + h'^2_u) + b^2\rho'^2_u}}. \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Слід мати на увазі, що напрям вектора $\bar{P}$, отриманого в результаті векторного добутку (15), може мінятися на протилежний, якщо поміняти місцями другий і третій рядки у визначнику. Для того, щоб отримана система тригранника Дарбу була правою, в другому рядку визначника мають бути проекції вектора $\bar{T}$, а в третьому – вектора $\bar{N}$.

Нам ще потрібні проекції одиничного вектора $\bar{n}$ головної нормалі траєкторії, щоб можна було знайти кут ε між ним і нормаллю $\bar{N}$ до поверхні. Його знаходять за відомими формулами через перші і другі похідні напрямної кривої (для нашого випадку – гвинтової лінії). Ми візьмемо готовий результат із праці [9], в якій вони наведені для гвинтової лінії:

$$\bar{n} = \{-\cos \alpha; \quad -\sin \alpha; \quad 0\}. \quad (16)$$

Останній вектор – напрям дії сили ваги mg . Позначимо його літерою $\bar{j}$ і запишемо його проекції із врахуванням того, що він спрямований вниз:

$$\bar{j} = \{0; \quad 0; \quad -1\}. \quad (17)$$

Кути між парами векторів $\bar{L}$ і $\bar{M}$ будемо знаходити за відомою формулою. Оскільки всі вектори в нас одиничні, вона запишеться:

$$\cos(\bar{L}, \bar{M}) = L_x M_x + L_y M_y + L_z M_z. \quad (18)$$

Застосувавши формулу (18), знаходимо косинуси потрібних кутів.

Для векторів $\bar{T}$ (14) і $\bar{j}$ (17):

$$\cos \psi = -\frac{b}{\sqrt{\rho^2 + b^2}}. \quad (19)$$

Для векторів $\bar{N}$ (12) і $\bar{j}$ (17):

$$\cos \theta = -\frac{\rho \rho'_u}{\sqrt{\rho^2 (\rho'^2_u + h'^2_u) + b^2 \rho'^2_u}}. \quad (20)$$

Для векторів $\bar{P}$ (15) і $\bar{j}$ (17):

$$\cos \varphi = -\frac{h'_u \rho^2}{\sqrt{\rho^2 + b^2} \sqrt{\rho^2 (\rho'^2_u + h'^2_u) + b^2 \rho'^2_u}}. \quad (21)$$

Для векторів $\bar{N}$ (12) і $\bar{n}$ (16):

$$\cos \varepsilon = \frac{\rho h'_u}{\sqrt{\rho^2 (\rho'^2_u + h'^2_u) + b^2 \rho'^2_u}}. \quad (22)$$

Підставимо отримані кути (19), (20), (21) і (22) в рівняння (6) і після спрощень отримаємо:

$$b \rho'_u \sqrt{\rho^2 + b^2} = f \rho \sqrt{\rho^2 (\rho'^2_u + h'^2_u) + b^2 \rho'^2_u}. \quad (23)$$

З рівняння (23) можна знайти відстань ρ від осі гвинтової поверхні до точок гвинтової лінії – траєкторії руху частинки. Для знаходження швидкості руху скористаємося формулою (5), до якої входить вираз геодезичної кривини траєкторії. Вона визначається із добутку $k_\varepsilon = k \sin \varepsilon$. Кривина k гвинтової лінії відома. Вона є сталою і визначається із формули:

$$k = \frac{\rho}{\rho^2 + b^2}. \quad (24)$$

Синус кута ε знаходимо із виразу (22). Після підстановки цих даних у (5) отримаємо:

$$V^2 = -g \rho \frac{h'_u}{\rho'_u}. \quad (25)$$

Щоб розв'язати рівняння (23) і знайти швидкість (25), необхідно задати форму лінії осьового перерізу поверхні. Нехай нею буде дуга кола (8) на відстані d від осі обертання. Знаходимо похідні рівнянь (8):

$$\rho'_u = r \cos u; \quad h'_u = -r \sin u. \quad (26)$$

Після підстановки (8) і (26) в (23) і (25) одержимо:

$$b \cos u \sqrt{(r \sin u + d)^2 + b^2} = f(r \sin u + d) \sqrt{(r \sin u + d)^2 + b^2 \cos^2 u}. \quad (27)$$

$$V^2 = g(r \sin u + d) \operatorname{tg} u. \quad (28)$$

Рівняння (27) потрібно розв'язати відносно невідомого кута u . В аналітичному вигляді цього зробити не вдається, тому потрібно застосовувати чисельні методи. Візьмемо поверхню із заданими конструктивними параметрами: $r=0,25$, $d=0,5$, $b=0,2$. Чисельне розв'язання рівняння (27) дає наступні значення кута u для різних значень коефіцієнта тертя f : $u=0,4443$ при $f=0,3$; $u=0,8359$ при $f=0,2$; $u=1,5708$ при $f=0$. По мірі зменшення сили тертя частинка піднімається від дна жолоба вгору. При відсутності тертя вона повертається по дузі кола на 90° , тобто до верхньої точки півкола. Відповідно росте швидкість руху: $V=1,68$ м/с при $f=0,3$; $V=2,73$ м/с при $f=0,2$; $V=\infty$ при $f=0$. При відсутності тертя частинка розганяється до нескінченності, але це за умови, що не існує опору повітря.

На рис. 3,а побудовано гвинтову поверхню за заданими конструктивними параметрами і нанесено на неї траєкторії руху частинки з різними коефіцієнтами тертя.

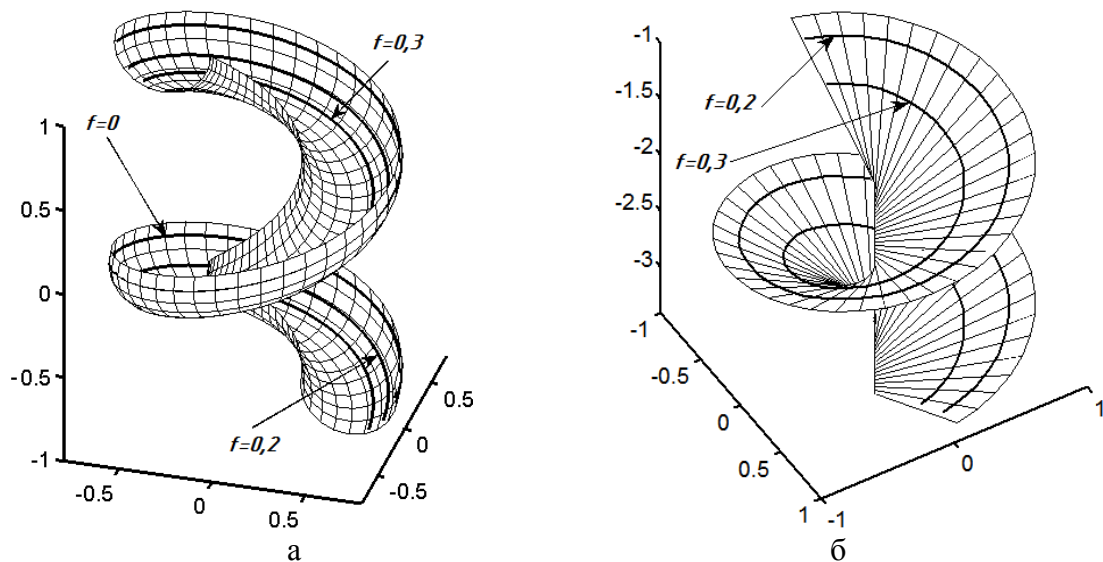


Рис. 3. Траєкторії руху частинки по гвинтових поверхнях:

- а) по поверхні, утвореній гвинтовим рухом дуги кола;
- б) по поверхні, утвореній гвинтовим рухом прямої лінії

Розглянемо найпростіший випадок, коли лінією осьового перерізу є пряма, проведена під кутом β до горизонтальної площини. Гвинтова поверхня є лінійчатою і носить назву косої гелікоїди. Параметричні рівняння лінії осьового перерізу запишуться:

$$\rho = u \cos \beta; \quad h = u \sin \beta. \quad (29)$$

Підставимо рівняння (29) і їх похідні $\rho'_u = \cos \beta$, $h'_u = \sin \beta$ у (23) і після спрощень отримаємо:

$$b\sqrt{u^2 \cos^2 \beta + b^2} = fu \cos \beta \sqrt{u^2 + b^2}. \quad (30)$$

Розв'яжемо рівняння (30) відносно параметра u , який носить фізичний зміст і є довжиною прямолінійної твірної поверхні від осі до точки на гвинтовій лінії:

$$u = \frac{b}{\sqrt{2}f} \sqrt{1 - f^2 + \sqrt{\frac{4f^2}{\cos^2 \beta} + (1 - f^2)^2}}. \quad (31)$$

Із (31) видно, що відстань u зростає пропорційно гвинтовому параметру b поверхні. При підстановці в (25) першого вразу (29) і похідних отримаємо вираз швидкості:

$$V = \sqrt{-gu \sin \beta}. \quad (32)$$

Для гелікоїда із кутом нахилу прямолінійних твірних $\beta = -45^\circ$ (при $\beta = 45^\circ$ буде одна і та ж поверхня, однак при від'ємному значенні кута не виникне недоречностей у формулі (32)) і гвинтовому параметрі $b =$ отримаємо наступні значення відстані u для різних значень коефіцієнта тертя f : $u = 0,4443$ при $f = 0,3$; $u = 0,8359$ при $f = 0,2$; $u = \infty$ при $f = 0$. За відсутності сил тертя і опору повітря частинка віддаляється від осі гелікоїда на нескінченну відстань. Зі зменшенням коефіцієнта тертя росте швидкість руху частинки: $V = 1,8$ м/с при $f = 0,3$; $V = 2,2$ м/с при $f = 0,2$. Поверхню гелікоїда і траєкторії руху частинки на ній показано на рис. 3,б.

Висновки

При русі частинки по гвинтовій поверхні її кінематичні параметри стабілізуються і стають сталими. Їх можна знайти, склавши рівняння рівноваги діючих на частинку сил в проекціях на орти рухомого тригранника Дарбу. Три отриманих рівняння можна звести до одного, із якого можна знайти відстань від осі гвинтової поверхні до точок траєкторії руху частинки, яка теж є сталою. Для розв'язання рівняння потрібно застосовувати чисельні методи. Тільки в окремих випадках (наприклад, коли перерізом поверхні є пряма лінія), існує аналітичний розв'язок. За відсутності сил тертя і опору повітря швидкість руху частинки прямує в нескінченність.

Список використаної літератури

1. Василенко П. М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. Киев: УАСХН, 1960. 283 с.
2. Сысоев Н. И. Теоретические основы и расчет сортировки "Змейка". *Сельхозмашина*. 1949. № 8. С. 5-8.
3. Заика П. М. Избранные задачи земледельческой механики. Киев: УСХА, 1992. 507 с.
4. Войтюк Д. Г., Пилипака С. Ф. Знаходження траєкторії руху матеріальної точки по гравітаційній розгортній поверхні на прикладі розгортного гелікоїда. *Механізація і енергетика сільського господарства*: матеріали IV міжнародна науково-технічна конференція MOTROL-2003. Т. 6. (Харків, 17-19 жовтня 2003 р.). Київ: НАУ, 2003. С. 113-126.
5. Войтюк Д. Г., Лінник М. К., Пилипака С. Ф. Дослідження руху матеріальної частинки по поверхні косоного гелікоїда під дією сили власної ваги. *Техніка АПК*. 2006. № 12. С 17-22.

6. Аникин М. Ф., Иванов В. Д., Певзнер Л. М. Винтовые сепараторы для обогащения руд. Москва: Недра, 1970. 184 с.
7. Черненко В. Д. Расчет средств непрерывного транспорта. Санкт-Петербург: Политехника, 2011. 386 с.
8. Галкин В. И., Шешко Е. Е. Транспортные машины. Москва: Горная книга, 2010. 588 с.
9. Пилипака С. Ф. Абсолютна траєкторія точки, яка рухається в системі супровідного тригранника Френе при переміщенні його по просторовій кривій. *Електротехніка і механіка*. 2007. № 1. С. 43-51.

References

1. Vasilenko, P. M. (1960) Teoriya dvizheniya chastitsyi po sherohovatyim poverhnostyam sel'skohozyaystvennykh mashin. Kiev: UASHN.
2. Syisoev, N. I. (1949) Teoreticheskie osnovy i raschet sortirovki "Zmeyka". *Sel'hoz mashina*. **8**, 5-8.
3. Zaika, P. M. (1992) Izbrannyye zadachi zemledel'cheskoy mehaniki. Kiev: USHA.
4. Voitiuk, D. H., & Pylypaka, S. F. (2003) Znakhodzhennia traiektorii rukhu materialnoi tochky po hravitatsiinii rozghortnii poverkhni na prykladi rozghortnoho helikoida. Proceedings of the *Mekhanizatsiia i enerhetyka sil'skoho hospodarstva*: materialy IV mizhnarodna naukovo-tekhnichna konferentsiia MOTROL-2003. V. 6. (Ukraine, Kharkiv, October 17-19, 2003), Kyev: NAU, pp. 113-126.
5. Voitiuk, D. H., Linnyk, M. K., & Pylypaka, S. F. (2006) Doslidzhennia rukhu materialnoi chastynky po poverkhni kosoho helikoida pid diieiu syly vlasnoi vahy. *Tekhnika APK*. **12**, 17-22.
6. Anikin, M. F., Ivanov, V. D., & Pevzner, L. M. (1970) Vintovyye separatoryi dlya obogascheniya rud. Moscow: Nedra.
7. Chernenko, V. D. (2011) Raschet sredstv nepreryivnogo transporta. Sankt-Peterburg: Politehnika.
8. Galkin, V. I., Sheshko, E. E. (2010) Transportnyie mashinyi. Moscow: Gornaya kniga.
9. Pylypaka, S. F. (2007) Absoliutna traiektoriia tochky, yaka rukhaietsia v systemi suprovidnoho tryhrannyka Frene pry peremishchenni yoho po prostorovii kryvii. *Elektrotekhnika i mekhanika*. **1**, 43-51.

УДК 532.516

Д.А. РЕДЧИЦ
Институт транспортных систем и технологий НАН Украины
С.В. МОИСЕЕНКО
Херсонский национальный технический университет

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОЗВУКОВОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ОБТЕКАНИЯ КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ ПРОФИЛЯ НАСА 0015

Представлены результаты расчетов осциллирующего профиля НАСА 0015 для трех режимов течения: слабый отрыв потока, соответствующий среднему углу атаки 4° ; развитый отрыв – 11° (докритическое обтекание профиля); массивный отрыв – 15° (закритическое обтекание профиля). Для численного моделирования обтекания осциллирующего профиля применяются осредненные по Рейнольдсу нестационарные уравнения Навье-Стокса несжимаемой жидкости, замкнутые однопараметрической моделью турбулентной вязкости. Разработанный неявный конечно-объемный численный алгоритм базируется на методе искусственной сжимаемости модифицированный для расчета нестационарных задач. Анализируются полученные поля завихренности, мгновенные линии тока, гистерезисные кривые нестационарных аэродинамических нагрузок профиля для трех характерных режимов обтекания. Разработанная методика позволяет воспроизводить структуру нестационарного отрывного обтекания осциллирующего профиля. Различия в аэродинамических характеристиках стационарного и осциллирующего профилей при одних и тех же углах атаки хорошо согласуются с экспериментальными данными. Сравнение результатов расчетов обтекания колеблющегося профиля с экспериментальными данными и известными расчетами других авторов показало преимущество модели турбулентности SALSA по сравнению с другими тестируемыми моделями, особенно при наличии массивного отрыва потока.

Ключевые слова: колеблющийся аэродинамический профиль, уравнения Навье-Стокса, модель турбулентности, отрыв потока.

Д.О. РЕДЧИЦЬ
Інститут транспортних систем і технологій НАН України
С.В. МОІСЕСЬНКО
Херсонський національний технічний університет

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДОЗВУКОВОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ОБТІКАННЯ ПРОФІЛЮ НАСА 0015, ЩО КОЛИВАЄТЬСЯ

Представлено результати розрахунків профілю НАСА 0015, що коливається, для трьох режимів течії: слабкий відрив потоку, що відповідає середньому куту атаки 4° ; розвинений відрив – 11° (докритичне обтікання профілю); масивний відрив – 15° (закритичне обтікання профілю). Для чисельного моделювання обтікання профілю, що коливається, застосовуються осереднені за Рейнольдсом нестационарні рівняння Нав'є-Стокса нестисливої рідини, замкнуті однопараметричною моделлю турбулентної в'язкості. Розроблений неявний скінчено-об'ємний чисельний алгоритм базується на методі штучної стисливості, що модифікований для розрахунку нестационарних задач. Аналізуються отримані поля завихренності, миттєві лінії течії, гістерезисні криві нестационарних аеродинамічних навантажень профілю для трьох характерних режимів обтікання. Розроблена методика дозволяє відтворювати структуру нестационарного відрывного обтікання профілю, що коливається. Відмінності в аеродинамічних характеристиках стаціонарного профілю і профілю, що

коливається, при одних і тих же кутах атаки добре узгоджуються з експериментальними даними. Порівняння результатів розрахунків обтікання профілю, що коливається з експериментальними даними і відомими розрахунками інших авторів показало перевагу моделі турбулентності SALSA в порівнянні з іншими моделями, що тестувались особливо при наявності масивного відриву потоку.

Ключові слова: аеродинамічний профіль, що коливається, рівняння Нав'є-Стокса, модель турбулентності, відрив потоку.

D.O. REDCHYTS

Institute of Transport Systems and Technologies of Ukrainian National Academy of Science

S.V. MOISEENKO

Kherson National Technical University

NUMERICAL SIMULATION OF SUBSONIC TURBULENT FLOW OF OSCILLATING NACA 0015 AIRFOIL

The results of calculations of the oscillating NACA 0015 airfoil for three flow regimes are presented: a weak flow separation corresponding to an average angle of attack of 4° ; developed separation – 11° (subcritical flow around the airfoil); massive separation – 15° (supercritical flow around the airfoil). The authors have developed a specialized CFD package in which a compromise between the required computational resources and the quality of the results. On the one hand, provide a complete approach of computational fluid dynamics based on the Navier-Stokes equations, including several differential turbulence models, as well as multi-block approach for the flows in multiply connected domains. Designed CFD package allows us to solve the problem of dynamics and aerodynamics, including electrodynamics processes, electrochemistry, multiphase fluids, combustion processes and plasma kinetics. For the numerical simulation of the flow around an oscillating airfoil, Reynolds-averaged unsteady Navier-Stokes equations of an incompressible fluid closed by a one-parameter turbulent viscosity model are used. The developed implicit finite-volume numerical algorithm is based on the method of artificial compressibility modified for the calculation of unsteady tasks. Visualization of turbulent flow around oscillating NACA 0015 airfoil is obtained. The obtained fields of vorticity, instantaneous streamlines, and hysteresis curves of unsteady aerodynamic loads of the airfoil are analyzed for three characteristic flow regimes. The stages of generation, development and stalling of vortices are described in the flow around oscillating NACA 0015 airfoil. The developed technique makes it possible to reproduce the structure of an unsteady separated flow around an oscillating airfoil. The differences in the aerodynamic characteristics of the stationary and oscillating airfoils at the same angles of attack are in good agreement with the experimental data. Comparison of the computational results of a flow around an oscillating airfoil with experimental data and known calculations by other authors showed the advantage of the SALSA turbulence model compared to other tested models, especially in the presence of massive flow separation.

Keywords: oscillating aerodynamic airfoil, Navier-Stokes equations, turbulence model, flow separation.

Постановка проблемы

Увеличение коэффициента использования энергии ветра ветроагрегатами связано с улучшением аэродинамических характеристик ветротурбины и технических параметров электромеханического оборудования. Известные методики расчета аэродинамических характеристик ветротурбин основаны на эмпирических соотношениях, импульсной теории и стационарных аэродинамических характеристиках

профилей [1]. Дальнейшее совершенствование аэродинамических характеристик ветроагрегатов связано с использованием методик, базирующихся на нестационарных уравнениях Навье-Стокса и уравнении вращения ветротурбины [2]. При низких коэффициентах быстроходности, а также при запуске и остановке роторов вертикально-осевых ветроагрегатов на их лопастях происходит динамический срыв потока. Явление динамического срыва потока наблюдается при виражах самолетов, движении назад лопастей ротора вертолетов, на рабочих колесах авиационных двигателей, что приводит к вибрациям, шуму, резкому изменению аэродинамических характеристик несущих поверхностей, развитию флаттера.

Анализ последних исследований и публикаций

Первые работы по этой фундаментальной проблеме механики жидкости были посвящены исследованию колебаний профиля с умеренной амплитудой. Обзор литературы можно найти в работах McCroskey [3, 4], Carr [5], Telionis [6]. В большинстве случаев эксперименты проводились в диапазоне чисел Маха от 0.01 до 0.3, что соответствует несжимаемому режиму течения, на крыльях с профилями NASA 0012 и NASA 0015.

Результаты численного моделирования динамического срыва потока приведены в работах [5-14]. Исследованию ламинарного режима обтекания посвящены работы [8, 9]. Для расчета осциллирующего профиля в работе [9] применялись уравнения Навье-Стокса несжимаемой жидкости с использованием алгоритма SIMPLE. Осредненные уравнения Навье-Стокса сжимаемого газа для расчета осциллирующего профиля использовались в работах [10-13]. В работе [15] рассматривалось пять моделей турбулентности: алгебраическая Болдвина-Ломакса [16], Renormalization Group Theory (RNG), основанная на алгебраической модели [17], полуэмпирическая Джонсона-Кинга [18, 19], однопараметрические Болдвина-Барса (BB) [20] и Спаларта-Аллмараса (SA) [21]. Удовлетворительные результаты с использованием этих моделей турбулентности были получены лишь для малых углов колебаний профиля.

Цель исследования

Целью настоящей работы является исследование особенностей обтекания и аэродинамических характеристик осциллирующего профиля на основе осредненных уравнений Навье-Стокса, выбор приемлемой модели турбулентности для расчета отрывных течений в широком диапазоне углов атаки и характера движения профиля.

Изложение основного материала исследования

Постановка задачи. Математическое моделирование дозвукового турбулентного обтекания колеблющегося профиля проведено с использованием нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (URANS).

Для замыкания осредненных уравнений Навье-Стокса несжимаемой жидкости (1) использовались однопараметрические модели турбулентности. Из однопараметрических моделей турбулентности наиболее распространенной является модель Спаларта-Аллмараса (SA) [21], которая разработана для задач внешнего обтекания при малых углах атаки с небольшими отрывными зонами. Линейная модель Спаларта-Аллмараса, адаптированная к тензору скоростей деформаций (SALSA) [23], схожа с оригинальной моделью SA. Она основана на принципе вихревой вязкости для слабосжимаемых течений с пренебрежимо малыми флуктуациями плотности. Основное отличие SALSA от стандартной модели турбулентности SA заключается в использовании тензора скоростей деформаций вместо тензора скоростей ротации, а также модификации членов генерации, диссипации и деструкции.

В качестве начальных условий задавались параметры невозмущенного потока во всей расчетной области. На внешней границе применялись неотражающие граничные условия, для расчета которых использовался метод характеристик. На поверхности

твердого тела ставилось условие прилипания. В модели турбулентности SALSA значение рабочей переменной на теле задавалось равным нулю, на выходной границе ставилось условие Неймана.

CFD пакет и его верификация. Для численного решения поставленной задачи использовался разработанный специализированный пакет вычислительной аэродинамики (CFD пакет) на основе уравнений Навье-Стокса, включая несколько дифференциальных моделей турбулентности, для расчета стационарных и нестационарных ламинарных и турбулентных течений.

Система исходных уравнений, записывалась относительно произвольной криволинейной системы координат. Согласование полей давления и скорости осуществлялось с помощью метода искусственной сжимаемости, модифицированного для расчета нестационарных задач [22]. Интегрирование системы исходных уравнений осуществлялось численно с использованием метода контрольного объема. Для конвективных потоков использовалась противопоточная аппроксимация Rogers-Kwak [24], основанная на схеме Рунге третьего порядка точности. В моделях турбулентности для аппроксимации конвективных слагаемых применялась схема TVD с ограничителем потоков ISNAB третьего порядка. Производные в вязких членах аппроксимировались центрально-разностной схемой второго порядка. Алгоритм решения уравнений базируется на трехслойной неявной схеме с подитерациями по псевдовремени второго порядка точности по физическому времени. Полученная блочно-матричная система линейных алгебраических уравнений решалась методом минимизации обобщенной невязки GMRES с ILU(k) предобуславливанием.

Тестирование разработанного CFD пакета выполнено на следующих задачах: течение в каверне, задача Блазиуса, обтекание стационарного и вращающегося цилиндра и профиля крыла. Некоторые результаты решения этих задач приведены в работах [2, 25-27].

Результаты и обсуждение. Ниже представлены результаты расчетов, проведенные для осциллирующего профиля NACA 0015, применительно к экспериментальным данным, представленным в работе [28] при числе Рейнольдса, определенном по хорде профиля и скорости невозмущенного потока, $Re = 1.95 \times 10^6$ для трех режимов течения: а) слабый отрыв потока, соответствующий среднему углу атаки $\alpha_0 = 4^\circ$; б) развитый отрыв (докритическое обтекание профиля), соответствующее $\alpha_0 = 11^\circ$; в) массивный отрыв (закритическое обтекание профиля), соответствующее $\alpha_0 = 15^\circ$. Мгновенный угол атаки крыла определяется по закону $\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \sin(\omega t)$. Амплитуда колебаний относительно среднего угла составляла $\alpha_1 = \pm 4.2^\circ$, а безразмерная частота $k = \omega c / 2V_\infty = 0.1$. Ось вращения профиля находилась на четверти хорды от носовой части профиля. Экспериментальные данные усреднялись (двадцать циклов колебаний). Результаты приведены для третьего цикла колебаний. Расчеты выполнены на существенно неравномерной О-сетке, состоящей из 600x400 узлов. Сетка строилась методом многих поверхностей [29]. Внешняя граница расчетной области находилась на расстоянии 20 хорд от центра колебания профиля. Сгущение узлов проводилось в направлении нормали к поверхности, а также к носовой и хвостовой частям профиля. Для адекватного разрешения пристеночных эффектов в пограничном слое находилось порядка 250 точек. Безразмерный шаг по времени, рассчитанный по длине хорды и скорости невозмущенного потока, составляет $\Delta t = 0.005$. На один полный цикл колебания необходимо 6620 шагов.

а) Случай слабого отрыва потока

Основное течение безотрывное, отрыв наблюдается только в небольшой области вблизи задней кромки. Сравнение аэродинамических коэффициентов, полученных с помощью различных моделей турбулентности, с экспериментальными данными [28] приведены на рис. 1. Результаты, полученные с помощью моделей турбулентности SA (—) и SALSA (—), удовлетворительно совпадают между собой и с экспериментальными данными (○) [28] по коэффициенту подъемной силы (рис. 1 а). При движении профиля вниз некоторая задержка в восстановлении пограничного слоя в хвостовой области профиля получена при использовании модели SA. Небольшие отличия в распределении давления по поверхности, практически в хвостовой области, приводят к значительным отличиям в коэффициентах силы лобового сопротивления (рис. 1 б) и крутящего момента (рис. 1 в) для модели SA. Результаты, полученные с помощью этой модели, хуже согласуются с экспериментальными данными и результатами по модели SALSA.

б) Случай развитого отрыва (докритическое обтекание профиля)

Основное течение стационарное, отрывная зона не превышает половины длины профиля, наблюдаются отдельные колебания в следе и в части отрывной зоны. На наветренной части профиля течение безотрывное. Колебания профиля индуцируют нестационарный отрыв турбулентного пограничного слоя на подветренной поверхности хвостовой части профиля, подобные вихревой дорожке Кармана в следе за цилиндром. При движении профиля вверх точка отрыва движется вверх по потоку в направлении передней кромки профиля, увеличивая зону отрыва. Положение точки отрыва соответствует приблизительно половине длины хорды.

При увеличении угла атаки профиля от минимального значения, величина подъемной силы совпадает с соответствующими значениями при статических углах атаки (рис. 2 а). Затем кривая подъемной силы проходит выше данных (◇ эксперимент [30]) полученных для неподвижных профилей. Это обусловлено тем, что отрывная зона на подветренной стороне профиля не успевает развиться до размеров, соответствующих стационарному случаю. Подъемная сила с увеличением угла атаки продолжает расти почти линейно до момента, пока профиль не изменит направление своего движения. Начало движения профиля вниз приводит к изменению размеров вихрей, срывающихся с верхней поверхности профиля, падению величины подъемной силы ниже значений при статическом угле атаки. Движение по кривым направлено по часовой стрелке.

Результаты, полученные с помощью различных моделей турбулентности, приведены на рис. 2 а. Модели турбулентности SA (— настоящая работа, □ расчет [31]) и Wilcox $k-\omega$ (▲ расчет [32]) показывают завышенные значения коэффициента подъемной силы и подобны между собой (рис. 2а). При использовании модели Baldwin-Barth (Δ расчет [31]) наблюдается медленный процесс восстановления пограничного слоя в случае отрыва и присоединения при движении профиля вниз. Процесс завершается лишь на начальном этапе движения профиля вверх, чем и объясняются заниженные значения коэффициента подъемной силы.

Гистерезисная кривая коэффициента подъемной силы для модели турбулентности SALSA (— настоящая работа, • расчет [31]) удовлетворительно согласуется с экспериментом. Модель турбулентности SALSA лучше передает положение точки отрыва, что сказывается на удовлетворительном совпадении коэффициента подъемной силы, включая конец этапа движения профиля вниз (рис. 2а). Небольшое различие между результатами, полученными в настоящей работе для

данной модели, и данными работы [31] объясняется различными размерами расчетной сетки (600x400 узлов в настоящей работе против 482x72 узлов в работе [31]).

Модель SALSA показывает удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными по коэффициентам лобового сопротивления и крутящего момента, в отличие от SA.

Тестирование различных моделей турбулентности не выявило отрыва потока вблизи носовой части профиля в начальном этапе динамического срыва потока. Особенности этого течения отличаются от наблюдаемых экспериментально на профиле NACA 0012. McCroskey [33] и Chancrasekhara [34] установили, что динамический срыв вихрей начинается в районе отрыва на передней кромке профиля. Этот феномен на профиле NACA 0012 объясняется наличием развитого турбулентного пограничного слоя вблизи передней кромки профиля. Отличие между этими двумя профилями состоит в различной кривизне этой области. Пограничный слой в районе передней кромки профиля NACA0012 менее заторможен, чем у профиля NACA 0015.

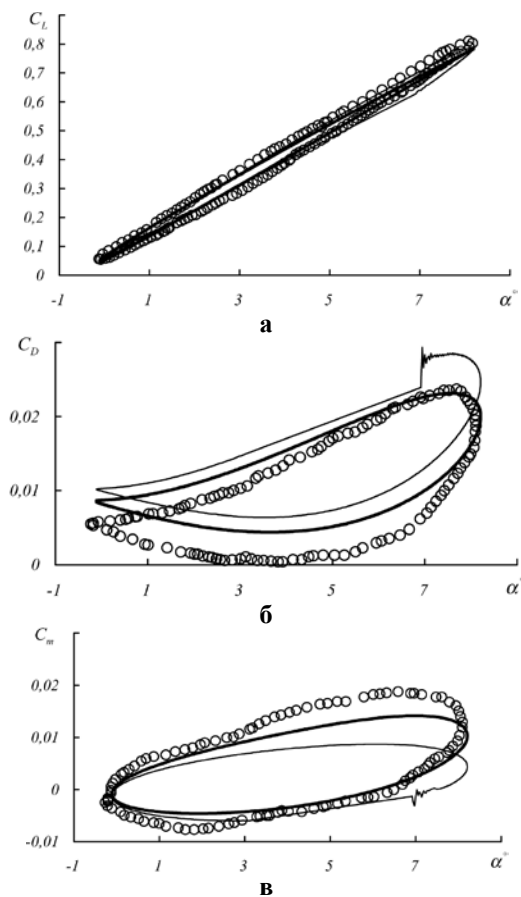


Рис. 1. Зависимости коэффициентов подъемной силы (а), лобового сопротивления (б) и крутящего момента от угла атаки для случая слабого отрыва потока.

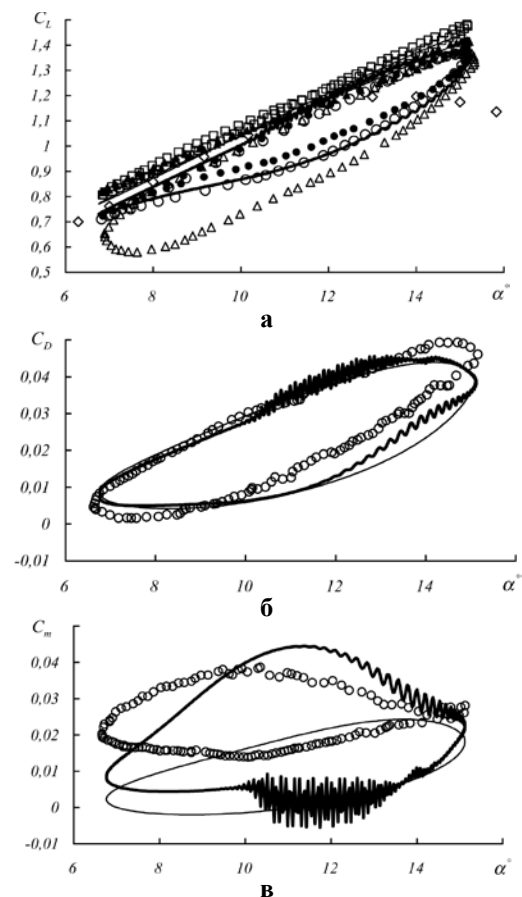


Рис. 2. Зависимости коэффициентов подъемной силы (а), лобового сопротивления (б) и крутящего момента от угла атаки для случая развитого отрыва потока.

в) Случай массивного отрыва (закритическое обтекание профиля)

Структура течения характеризуется ярко выраженными нестационарными явлениями. Отрыв потока зарождается на подветренной стороне вблизи носика профиля, распадаясь затем на систему вихрей с различными скоростями движения. В значениях интегральных параметров проявляются существенные осцилляции, зависящие от скорости схода вихрей. При $\alpha_0 = 15^\circ$ доминирующим является крупномасштабный отрыв потока. Отрыв пограничного слоя возникает в районе задней

кромки профиля при движении профиля вверх и продолжает распространяться вверх по потоку, когда направление движения профиля меняется на противоположное. Нестационарное обтекание характеризуется периодическим срывом больших вихревых структур на той стадии цикла, когда профиль движется вниз. Эти структуры переносятся над верхней поверхностью профиля и покидают пределы профиля до того, как профиль полностью закончит движение вниз. Масштабы зоны вязко-невязкого взаимодействия настолько большие, что толщина пограничного слоя порядка длины хорды профиля, особенно, в процессе схода вихрей. Нестационарные аэродинамические характеристики превосходят свои статические аналоги и образуют большую гистерезисную кривую. После достижения профилем наибольшего отклонения в ходе колебательного цикла сгенерированное нестационарное поле течения характеризуется наличием массивного отрыва и большими размерами вихревых структур. Максимальные значения коэффициентов подъемной силы, лобового сопротивления и крутящего момента могут значительно превышать их статические аналоги. Даже незначительное нестационарное движение поверхности тела может привести к качественным различиям в поведении аэродинамических характеристик.

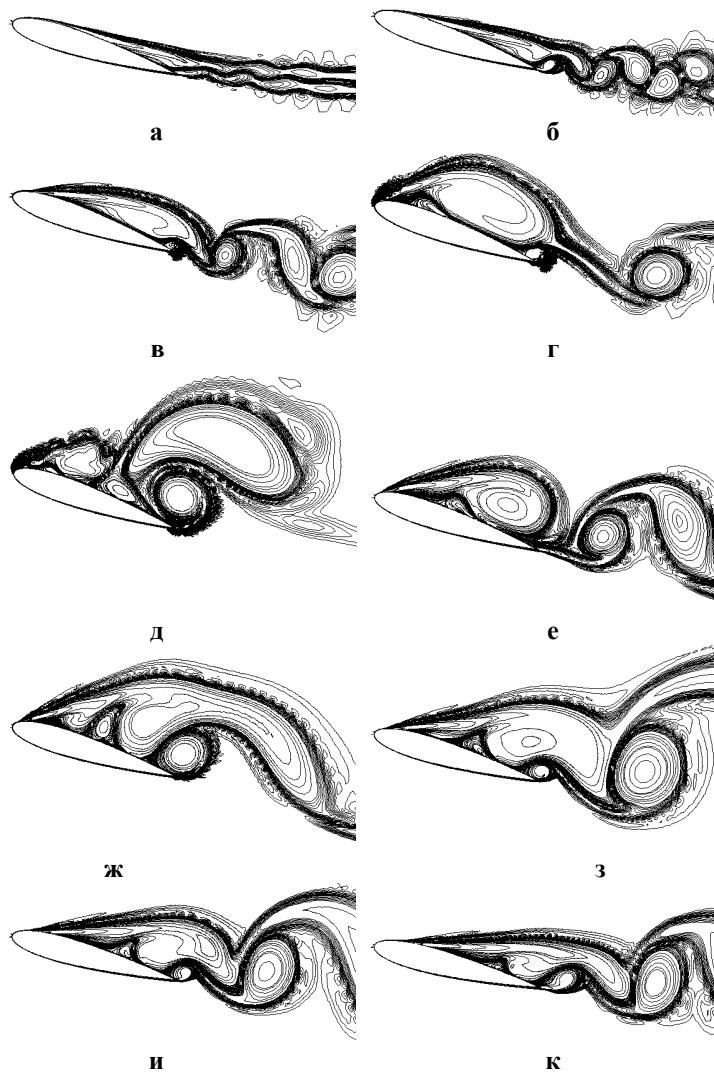


Рис 3. Контуры завихренности при обтекании:
модель Baldwin-Barth
модель SA

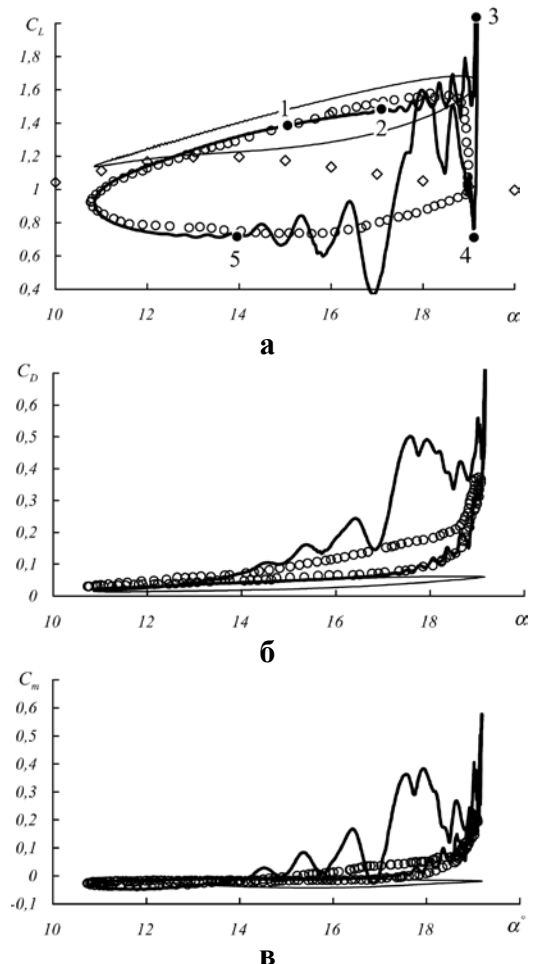


Рис 4. Зависимости коэффициентов
подъемной силы (а), лобового
сопротивления (б) и крутящего момента
от угла атаки для случая массивного
отрыва потока
модель SALSA.

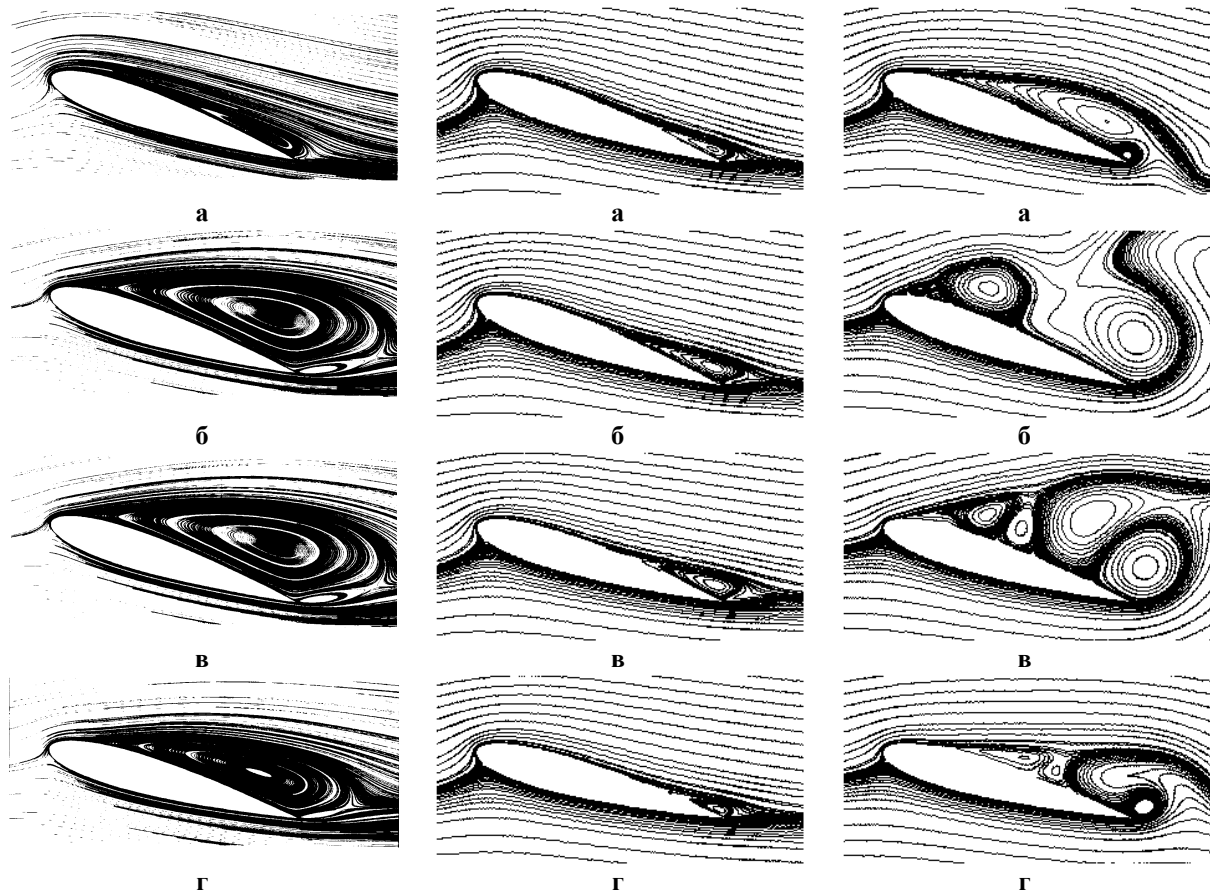


Рис. 5. Линии тока при обтекании колеблющегося профиля NACA 0015 для различных углов атаки и направлений движения: а – $19^\circ \uparrow$, б – $19^\circ \downarrow$, в – $17^\circ \downarrow$, г – $15^\circ \downarrow$.

Для этого режима течения можно выделить пять стадий.

1. Угол атаки профиля превышает статический угол срыва потока (рис. 4 а (1)). Поток изменяет направление движения в пограничном слое.

2. Начало срыва потока (рис. 3 а и рис. 4 а (2)). Дальнейшее увеличение угла атаки приводит к динамическому срыву вихрей с передней кромки профиля. Этот угол на 5° больше статического угла срыва, так как нестационарные эффекты затягивают срыв потока и тем самым увеличивают динамическое значение коэффициента подъемной силы в сравнении со статическим.

3. Вихри переносятся вдоль хорды приблизительно с одной четвертью скорости невозмущенного потока (рис. 3 б-г и рис. 4 а (2-3)). Это приводит к увеличению подъемной силы. Центр давления смещается от носика профиля к хвостовой части.

4. Резкое падение подъемной силы (рис. 3 д-з и рис. 4 а (3-4)). После достижения вихрем хвостовой части профиля, происходит полный (глобальный) отрыв потока с верхней поверхности. Вихрь, порожденный задней кромкой профиля, взаимодействует с основным вихрем (рис. 3 д). Направление вращения их различны. После начала движения профиля вниз пик давления в районе передней кромки профиля резко падает.

5. Присоединение потока (рис. 3 и, к и рис. 4 а (5)) начинается вблизи передней кромки и смещается по направлению к хвостовой части профиля, когда угол атаки становится достаточно малым.

Гистерезисные циклы коэффициентов подъемной силы, лобового сопротивления и крутящего момента, полученные с помощью различных моделей турбулентности при $\alpha_0 = 15^\circ$, показаны на рис. 4. Модель SA дает завышенный пик давления в носовой области профиля. Это приводит к завышенным значениям подъемной силы (рис. 4 а) и

заниженому лобовому опору (рис. 4 б). Модель турбулентності SALSA показує кращі результати, ніж SA в порівнянні з експериментом по коефіцієнту підйомної сили (рис. 4 а). Однак в її поведінці спостерігаються коливання при русі профілю вниз. Це є наслідком масивного сходу вихреїв з верхньої поверхності профілю (рис. 3 д-з). Відсутність таких коливань в експерименті пояснюється осередненням нестационарної картини течії.

В разі масивного сходу потоку спостерігається різкий ріст лобового опору (рис. 4 б) і крутячого моменту (рис. 4 в) в кінці циклу русі профілю вгору по моделі SALSA. Модель турбулентності SALSA показує задовільне співпадіння з експериментом по цим інтегральним характеристикам.

Порівняння ліній току, побудованих по миттєвemu полю швидкостей, для різних положень профілю $19^\circ \uparrow, 19^\circ \downarrow, 17^\circ \downarrow, 15^\circ \downarrow$ в течение одного циклу коливання і розраховані з допомогою моделей турбулентності BB, SA, SALSA, приведені на рис. 5. При русі профілю вгору положення точки відриву переміщується від задньої кромки профілю вгору по потоку. Максимальний розмір вихреїв спостерігається при куті $\approx 17^\circ$ на ділянці русі профілю вниз. Її сід приводить до зміщенню положення точки відриву вниз по потоку.

Динамічні вихреві структури, отримані з допомогою моделей турбулентності BB [20] і SALSA (наявна робота), подібні між собою. При використанні моделі турбулентності SALSA спостерігається велика кількість вихреїв при русі профілю вниз. Довжина відривної зони при використанні моделі турбулентності SA (наявна робота) мінімальна, а по моделі BB – максимальна (рис. 5).

Висновки

Для чисельного моделювання обтікання осцилюючого профілю застосовуються осереднені по Рейнольдсу нестационарні рівняння Нав'є-Стокса несжимаємої рідини, закриті однопараметричною моделлю турбулентної в'язкості. Результати розрахунків отримані на основі розробленого неявного кінцево-об'ємного чисельного алгоритму, базуючогося на методі штучної сжимаємої. Виконано аналіз отриманих миттєвих ліній току, контурів інтенсивностей завихреності, коефіцієнтів підйомної сили, лобового опору і крутячого моменту для трьох характерних режимів обтікання. Розроблена методика дозволяє відтворювати структуру нестационарного відривного обтікання осцилюючого профілю. Різниця в аеродинамічних характеристиках стаціонарного і осцилюючого профілів при одних і тих же кутах атаки добре узгоджується з експериментальними даними. Порівняння результатів розрахунків з експериментальними даними і відомими розрахунками показало перевагу моделі турбулентності SALSA по порівнянню з іншими тестованими моделями.

Список використаної літератури

1. Кривцов, В. С., Олейников, А. М., Яковлев, А. И. Неисчерпаемая энергия. Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "ХАИ", 2003. 919 с.
2. Приходько, А. А., Редчиц, Д. А. Математическое моделирование динамики и аэродинамики ветроагрегатов. Вестник Харьковского национального университета. 2005. № 703, Вып. 5. С. 178-197.
3. McCroskey, W. J. Some current research in unsteady fluid dynamics. *Fluid Mechanics*. 1977. Vol. 12, № 3. P. 12-37.

4. McCroskey, W. J. Unsteady airfoils. *Fluid Mechanics*. 1982. Vol. 14, № 6. P. 285-301.
5. Carr, L. W. Progress in analysis and prediction of dynamic stall. *J. Aircraft*. 1988. Vol. 25, № 6. P. 285-301.
6. Telionis, D. P. Unsteady Boundary Layers, Separated and Attached. *Journal of Fluids Engineering*. 1977. 101(1). P. 29-43. DOI: 10.1115/1.3448732
7. Fant, D. B., Rockwell, L. D. Physics of unsteady separated flows at high angle of attack. *J. Aircraft*. 1992. Vol. 29, № 8. P. 121-132.
8. Ghia, K. N., Yang, Y. Study of the Role of Unsteady Separation in the Formation of Dynamic Stall Vortex. *AIAA Paper*. 1992. Vol. 32, № 12. P. 1122-1134.
9. Visbal, M. R., Shang, J. S. Investigation of the Flow Structure Around a Rapidly Pitching Airfoil. *AIAA Paper*. 1989. Vol. 27, № 4. P. 805-832.
10. Wu, J. C., Huff, D. L., Sankar, L. N. Evaluation of three turbulence models in static air loads and dynamic stall predictions. *J. Aircraft*. 1990. Vol. 27, № 5. P. 382-401.
11. Rizetta, D. P., Visbal, M. R. Comparative numerical study of two turbulence models for airfoil static and dynamic stall. *AIAA Journal*. 1993. Vol. 31, № 11. P. 784-799.
12. Rumsey, C. L., Vatsa, V. N. A comparison of the predictive capabilities of several turbulence models using upwind and central-difference computer codes. *AIAA Paper*. 1993. Vol. 31, № 11. P. 192-208.
13. Dindar, M., Kaynak U. Effect of turbulence modeling on dynamic stall of a NACA 0012 airfoil. *AIAA Paper*. 1992. Vol. 29, № 8. P. 27-53.
14. Geissler, W., Vollmers H. Unsteady separated flows on rotor airfoils analysis and visualization of numerical data. *AIAA Paper*. 1992. Vol. 29, № 8. P. 78-92.
15. Srinivasan, G. R., Ekaterinaris, J. A., McCroskey W. J. Evaluation of turbulence models for unsteady flows of an oscillating airfoil. *Computers & Fluids*. 1995. Vol. 24, № 7. P. 833-861.
16. Baldwin, B., Lomax, H. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. *AIAA Paper*. 1978. Vol. 19, № 4. P. 18-26.
17. Yakhot, V., Orzag S. A. Renormalization group analysis of turbulence. Basic theory. *J. Scientific Computation*. 1986. Vol. 14, № 4. P. 92-101.
18. Johnson, D. A., King, L. S. A mathematically simple turbulence closure model for attached and separated turbulent boundary layers. *AIAA Journal*. 1985. Vol. 23, № 11. P. 1684-1699.
19. Johnson, D.A. Nonequilibrium algebraic turbulence modeling considerations for transonic airfoils and wings. *AIAA Paper*. 1992. Vol. 12, № 7. P. 26 -43.
20. Baldwin, B.S., Barth T. J. A one-equation turbulence transport model for high Reynolds number wall-bounded flows. *AIAA Paper*. 1991. Vol. 11, № 8. P. 610-631.
21. Spalart, P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow *AIAA Paper*. 1992. Vol. 12, № 1. P. 439-478.
22. Chorin, A.J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. *J. Comput. Phys*. 1967. Vol. 2. P. 12-26.
23. Rung, T., Bunge, U., Schatz, M., Thiele, F. Restatement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation. *AIAA Journal*. 2003. Vol. 4, № 7. P. 1396-1399.
24. Rogers, S., Kwak D. An upwind differencing scheme for the incompressible Navier-Stokes equations. *Journal Numerical Mathematics*. 1991. Vol. 8. P. 43-64.
25. Приходько, А. А., Редчиц, Д. А. Численное моделирование нестационарного течения в следе за цилиндром на основе уравнений Навье-Стокса. *Прикладная гидромеханика*. 2005. Т. 7, № 1. С. 56-71.

26. Prikhod'ko, A. A., Redtchits D. A. Numerical modeling of a viscous incompressible unsteady separated flow past a rotating cylinder. *Fluid Dynamics*. 2009. Vol. 44, № 6. P. 823-829.
27. Редчиц, Д.А. Алгоритм численного решения двумерных течений несжимаемой жидкости на основе уравнений Навье-Стокса и его верификация. *Вісник Дніпропетровського університету. Механіка*. 2004. Вип. 8. Т. 1, № 6. С. 67–75.
28. Piziali, R. A. An Experimental Investigation of 2D and 3D Oscillating Wing Aerodynamics for a Range of Angle of Attack Including Stall. *NASA TM 4632*. 1993. URL: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19950012704>
29. Флетчер, К. Вычислительные методы в динамике жидкости. Москва: Мир, 1991. Т. 1. 501 с.; Т. 2. 552 с.
30. Sheldahl, R. E., Klimas P. C. Aerodynamic characteristics of seven symmetrical airfoil sections through 180-degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axes wind turbines. *Sandia National Laboratories Albuquerque. SAND80-2114*. 1995. P. 118.
31. Bunge, U., Martin, A., Schmidt, S., Schatz, M., Thiele F. DES and its Applications at Technical University of Berlin. *Proc. International Conf. on DES – WORKSHOP*. St. Petersburg, 2003.
32. Wilcox, D. C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*. 1988. Vol. 26, № 11. P. 1299-1310.
33. McCroskey, W. J., Pucci S. L. Viscous inviscid interaction on oscillating airfoils in subsonic flow. *AIAA Journal*. 1982. Vol. 20, № 5. P. 167-187.
34. Chandrasekhara M. S., Cart, L. W. Compressibility effects on dynamic stall of oscillating airfoils. In *AGARD-CP-552. Proceedings of the AGARD 75th Fluid Dynamics Panel Meeting and Symposium on Aerodynamics and Aeroacoustics of Rotorcraft*. (Germany, Berlin, 1982). Berlin, 1982.

References

1. Krivtsov, V. S., Oleynikov, A. M., & Yakovlev, A. I. (2003) Neischerpaemaya energiya. Harkov: Nats. aerokosm. un-t "HAI".
2. Prihodko, A. A., & Redchits, D. A. (2005) Matematicheskoe modelirovanie dinamiki i aerodinamiki vetroagregatov. *Vestnik Harkovskogo Natsionalnogo Universiteta*. **703**, 5, 178-197.
3. McCroskey, W. J. (1977) Some current research in unsteady fluid dynamics. *Fluid Mechanics*. **12**, 3, 12-37.
4. McCroskey, W. J. Unsteady airfoils. *Fluid Mechanics*. 1982. Vol. 14, № 6. P. 285-301.
5. Carr, L. W. (1988) Progress in analysis and prediction of dynamic stall. *J. Aircraft*. **25**, 6, 285-301.
6. Telionis, D. P. (1977) Unsteady Boundary Layers, Separated and Attached. *Journal of Fluids Engineering*. **101**(1), 29-43. DOI: 10.1115/1.3448732
7. Fant, D. B., & Rockwell, L. D. (1992) Physics of unsteady separated flows at high angle of attack. *J. Aircraft*. **29**, 8, 121-132.
8. Ghia, K. N., & Yang, Y. (1992) Study of the Role of Unsteady Separation in the Formation of Dynamic Stall Vortex. *AIAA Paper*. **32**, 12, 1122-1134.
9. Visbal, M. R., & Shang, J. S. (1989) Investigation of the Flow Structure Around a Rapidly Pitching Airfoil. *AIAA Paper*. **27**, 4, 805-832.
10. Wu, J. C., Huff, D. L. , & Sankar, L. N. (1990) Evaluation of three turbulence models in static air loads and dynamic stall predictions. *J. Aircraft*. **27**, 5, 382-401.
11. Rizetta, D. P., & Visbal, M. R. (1993) Comparative numerical study of two turbulence models for airfoil static and dynamic stall. *AIAA Journal*. **31**, 11, 784-799.

12. Rumsey, C. L., & Vatsa, V. N. (1993) A comparison of the predictive capabilities of several turbulence models using upwind and central-difference computer codes. *AIAA Paper*. **31**, 11, 192-208.
13. Dindar, M., & Kaynak U. (1992) Effect of turbulence modeling on dynamic stall of a NACA 0012 Airfoil. *AIAA Paper*. **29**, 8, 27-53.
14. Geissler, W., & Vollmers H. (1992) Unsteady separated flows on rotor airfoils analysis and visualization of numerical data. *AIAA Paper*. **29**, 8, 78-92.
15. Srinivasan, G. R., Ekaterinaris, J. A., & McCroskey W. J. (1995) Evaluation of turbulence models for unsteady flows of an oscillating airfoil. *Computers & Fluids*. **24**, 7, 833-861.
16. Baldwin, B., & Lomax, H. (1978) Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. *AIAA Paper*. **19**, 4, 18-26.
17. Yakhot, V., & Orzag S. A. (1986) Renormalization group analysis of turbulence. Basic theory. *J. Scientific Computation*. **14**, 4, 92-101.
18. Johnson, D. A., & King, L. S. (1985) A Mathematically Simple Turbulence Closure Model for Attached and Separated Turbulent Boundary Layers. *AIAA Journal*. **23**, 11, 1684-1699.
19. Johnson, D.A. (1992) Nonequilibrium algebraic turbulence modeling considerations for transonic airfoils and wings. *AIAA Paper*. **12**, 7, 26 -43.
20. Baldwin, B.S., & Barth T. J. (1991) A one-equation turbulence transport model for high Reynolds number wall-bounded flows. *AIAA Paper*. **11**, 8, 610-631.
21. Spalart, P. R., Allmaras S. R. (1992) A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *AIAA Paper*. **12**, 1, 439-478.
22. Chorin, A.J. (1967) A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. *J. Comput. Phys*. **2**, 12-26.
23. Rung, T., Bunge, U., Schatz, M., & Thiele, F. (2003) Restatement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation. *AIAA Journal*. **4**, 7, 1396-1399.
24. Rogers, S., & Kwak D. (1991) An upwind differencing scheme for the incompressible Navier-Stokes equations. *Journal Numerical Mathematics*. **8**, 43-64.
25. Prihodko, A. A., & Redchits, D. A. (2005) Chislennoe modelirovanie nestatsionarnogo techeniya v slede za tsilindrom na osnove uravneniy Nave-Stoksa. *Prikladnaya gidromekhanika*. **7**, 1, 56-71.
26. Prihod'ko, A. A., & Redtchits D. A. (2009) Numerical modeling of a viscous incompressible unsteady separated flow past a rotating cylinder. *Fluid Dynamics*. **44**, 6, 823-829.
27. Redchits, D.A. (2004) Algoritm chislennogo resheniya dvumernyih techeniy neshzhimaemoy zhidkosti na osnove uravneniy Nave-Stoksa i ego verifikatsiya. *Visnyk Dnipropetrovskoho universytetu. Mekhanika*. **8**, 1, 6, 67-75.
28. Piziali, R. A. (1993) An Experimental Investigation of 2D and 3D Oscillating Wing Aerodynamics for a Range of Angle of Attack Including Stall. *NASA TM 4632*. 1993. Retrieved from <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19950012704>
29. Fletcher, K. (1991) Vyichislitelnyie metodyi v dinamike zhidkosti. V. 1-2. Moscow: Mir.
30. Sheldahl, R. E., & Klimas P. C. (1995) Aerodynamic characteristics of seven symmetrical airfoil sections through 180-degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axes wind turbines. *Sandia National Laboratories Albuquerque. SAND80-2114*, pp. 118.

31. Bunge, U., Martin, A., Schmidt, S., Schatz, M., & Thiele F. (2003) DES and its Applications at Technical University of Berlin. Proceedings of the *International Conf. on DES – WORKSHOP*. (Russia, St. Petersburg, 2003), St. Petersburg.
32. Wilcox, D. C. (1998) Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*. **26**, 11, 1299-1310.
33. McCroskey, W. J., & Pucci S. L. (1982) Viscous inviscid interaction on oscillating airfoils in subsonic flow. *AIAA Journal*. **20**, 5, 167-187.
34. Chandrasekhara M. S., & Cart, L. W. (1982) Compressibility effects on dynamic stall of oscillating airfoils. In AGARD-CP-552. Proceedings of the *AGARD 75th Fluid Dynamics Panel Meeting and Symposium on Aerodynamics and Aeroacoustics of Rotorcraft*. (Germany, Berlin, 1982). Berlin.

УДК 621.9.08

С.А. РУСАНОВ, А.А. ОМЕЛЬЧУК, Д.Д. ФЕДОРЧУК
Херсонський національний технічний університет

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ І ПРОГРАМНІ ПРОДУКТИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ КІНЕМАТИКИ І АНАЛІЗУ СТРАТЕГІЙ ОБРОБКИ

Розглянуто математичні моделі та програмні продукти для забезпечення якості та експлуатації каркасних просторових компоновок багатогоординатного обладнання машинобудівної і суміжних галузей. Використано феноменологічний підхід, що спирається на вхідні данні статичних показників компоновки-прототипу з подальшим теоретичним визначенням областей рішень і варіацією усіх змінних для створення інших нових компоновок обладнання із заданими технологічними властивостями. Розроблено програмне забезпечення для розрахунку оберненої задачі кінематики та напружено-деформованого стану для механізмів паралельної структури, яке в свою чергу може використовуватися як пост-процесор для визначення працездатності будь-якої нової компоновки верстатів. Наведено варіанти методів аналізу кінематики і розрахунку даних, отриманих в створених програмних системах.

Ключові слова: засоби проектування, обладнання з МПС, жорсткість каркасних компоновок, лінійка програм: "Tools Glide", "Tools Response", "Tools App", пружні відтискання, аналіз деформацій, корегування КП.

С.А. РУСАНОВ, А.А. ОМЕЛЬЧУК, Д.Д. ФЕДОРЧУК
Херсонский национальный технический университет

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ПРОГРАММНЫЕ ПРОДУКТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КИНЕМАТИКИ И АНАЛИЗА СТРАТЕГИЙ ОБРАБОТКИ

Рассмотрены математические модели и программные продукты для обеспечения качества и эксплуатации каркасных пространственных компоновок многокоординатного оборудования машиностроительной и смежных отраслей. Использован феноменологический подход, опирающийся на входные данные статических показателей компоновки-прототипа с последующим теоретическим определением областей решений и вариацией всех переменных для создания других компоновок оборудования с заданными технологическими свойствами. Разработано программное обеспечение для расчета обратной задачи кинематики и напряженно-деформированного состояния для механизмов параллельной структуры, которое, в свою очередь, может быть использоваться как пост-процессор для определения работоспособности любой новой компоновки станков. Приведены варианты методов анализа кинематики и расчета данных, полученных в созданных программных системах.

Ключевые слова: средства проектирования, оборудование с МПС, жесткость, каркасных компоновок, линейка программ: "Tools Glide", "Tools Response", "Tools App", упругие деформации, анализ деформаций, корректировка УП

S.A. RUSANOV, A.A. OMELCHUK, D.D. FEDORCHUK
Kherson National Technical University

MATHEMATICAL MODELS AND SOFTWARE PRODUCTS FOR SOLVING THE PROBLEM OF CINEMATICS AND ANALYSIS OF STRATEGIES OF PROCESSING

There is a variety of design tasks, especially the problems of choosing the optimal (under external constraints) solutions where it is necessary to analyse a large number of factors and process a large amount of information. In the engineering industry there are tasks of finding the optimal layout in the space of possible designs of modular structure equipment. The development of related auxiliary mathematical tools for solving similar problems for the layout space of the frame structure equipment with parallel actuators, focused on the implementation of technological operations for processing materials, is considered.

Today it is difficult to imagine the designing of products and designs without the use of certain CAD systems. The most crucial role among the variety of CAD / CAM / CAE programs is played by finite element analysis packages. The range of tasks solved by them covers almost all areas of engineering calculations: strength, oscillations, stability, dynamics, acoustics, hydrodynamics, aerodynamics, and the like.

A separate part of the program are geometric modelling systems that allow you to work with forms in three-dimensional space (changing the shape of a model, adding and removing parts of it, detailing the shape of a visual model, etc.). Modelling the work of frame processing equipment is possible, and often necessary, when searching for the optimal layout.

Mathematical models and software products for quality assurance of multi-coordinate equipment of machine-building and related industries are considered. A phenomenological approach based on the input data of the static prototype layout indicators with the subsequent theoretical determination of the decision areas and the variation of all variables for the creation of other new layouts of the equipment with given technological properties is used. Software has been developed for calculating the inverse kinematics problem for mechanisms of parallel structure, which in turn can be used as a post-processor to determine the performance of any new machine layout. Variants of methods for analyzing kinematics and calculating data obtained in computer mathematics systems are given.

Key words: design tools, equipment with MPS, rigidity of frame assemblies, programs: Tools Glide, Tools Response, Tools App, elastic squeezing, deformation analysis, NC correction.

Постановка проблеми

Існує різноманіття задач проектування, особливо задач вибору оптимальних (в умовах зовнішніх обмежень) рішень, де потрібно здійснювати аналіз великої кількості факторів та обробку великого обсягу інформації. В машинобудівній галузі можна виділити серед подібних задач – задачі пошуку оптимальної компоновки в просторі можливих конструкцій обладнання модульної структури – задачі компонентики [1–3]. Далі розглядається розробка супутніх допоміжних математичних засобів для вирішення подібних задач для простору компоновок обладнання каркасної структури з паралельними виконавчими ланками, орієнтованих на виконання матеріалооброблювальних технологічних операцій.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Сьогодні складно уявити проектування виробів і конструкцій без застосування тих чи інших САПР [4]. Найбільш відповідальну роль серед усього розмаїття CAD/CAM/CAE-програм грають пакети кінцево-елементного аналізу. Коло

розв'язуваних ними завдань охоплює майже всі сфери інженерних розрахунків: міцність, коливання, стійкість, динаміка, акустика, гідродинаміка, аеродинаміка тощо.

Окремою частиною програм є системи геометричного моделювання, які дозволяють працювати з формами в тривимірному просторі (зміна форми моделі, додавання і видалення її частини, деталізація форми візуальної моделі та ін.). Моделювання роботи каркасного оброблювального устаткування можливо, а часто й необхідне при проведенні пошуку його оптимальної компоновки. В якості прикладу на рис. 1 вказана кінцево-елементна та розрахункова модель напружено-деформованого стану каркасного оброблювального обладнання з паралельними приводами [5–7].

Але подібна модель, що виконана в загальних САПР, потребує значного часу на підготовчі процедури, значного машинного часу для розрахунків, не має можливостей для перекомпоновки (якщо компоновальна схема визнана за результатами розрахунків невдалою), не має можливостей для генерування траєкторій робочих рухів інструмента та відповідного зворотнього зв'язку з оброблювальним середовищем, не має можливостей для завдання адекватних зусиль взаємодії (сил різання) та ін. Тому є актуальним створення цільових програмних засобів, в яких безпосередньо були б враховані потреби швидкої перекомпоновки, знижений час для підготовчих процедур та час розрахунків.

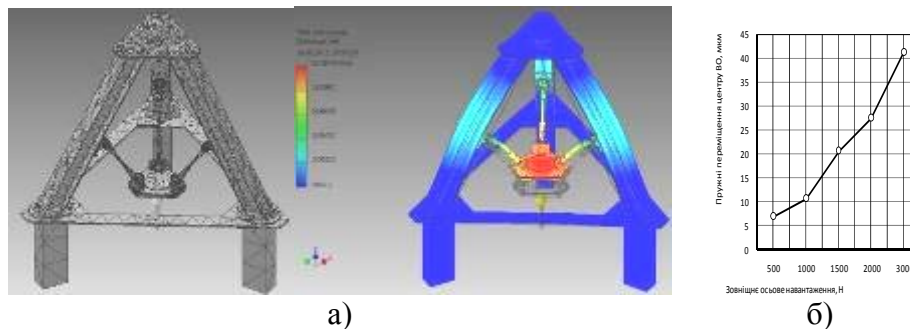


Рис. 1. Результати моделювання відтискань центру рухомої платформи від навантажувальної сили: а – наочне зображення моделювання; б – залежність пружних переміщень центру рухомої платформи від значення навантажувальної сили (за даними [5–7])

Мета дослідження

Метою дослідження є побудова математичних моделей для прикладної оцінки жорсткості обладнання просторових компоновок із механізмами паралельної структури та точності відтворення траєкторії робочого органу в умовах силового навантаження (сил різання загального вигляду), що в свою чергу дозволить оцінити можливість використання такого обладнання для обробки складно-профільних деталей з можливістю швидкої перекомпоновки моделі. Проведення теоретичного аналізу типових стратегій обробки на каркасному глайд-обладнанні поверхонь обертання з визначенням пружних відтискань шарнірно-стрижневої системи з робочим органом.

Викладення основного матеріалу дослідження

Сучасні складні системи різноманітної природи представляють собою комплекс різних підсистем, що виконують певні технологічні функції і пов'язані між собою процесами інтенсивної динамічної взаємодії. Зазначені системи часто є нелінійними, багатовимірними і багатозв'язними.

В "великих" і "надвеликих" системах особливо гостро стоять проблеми оперативного перекомпоновування, швидкого декомпоновування на ієрархічно зв'язані елементи тощо. До великих систем доцільно відносити складні системи, фундаментальні властивості яких змінюються при подальшому збільшенні розмірності

системи. При цьому відбувається якісна зміна їх поведінки, що викликає проблеми в управлінні такими системами і може призвести до припинення їх функціонування. Математична модель такої великої системи складається з математичних моделей елементів і математичних моделей взаємодії елементів. Взаємодія елементів розглядається звичайно як результат сукупності впливів кожного елемента на інші.

Математичні моделі синтезованих структур, що входять до методики інженерних розрахунків повинні складатися з [8–9]:

- вхідних даних, що представлені у вигляді відповідних числових масивів, та задають геометрію обладнання, початкове (відлікове) положення ланок (напрямних, штанг, платформи, шарнірів, інструмента), потрібні траєкторії руху робочої ланки та напрямного вектора інструмента;

- розрахункових залежностей, що пов'язують орієнтацію рухомої платформи в довільний момент машинного часу за поточним положенням робочої ланки та напрямним вектором інструмента та з відповідним положенням в попередній та/або початковий момент часу;

- розрахункових залежностей, що знаходять необхідне для реалізації заданих траєкторій положення рухомих кареток на напрямних.

Для реалізації математичної моделі в якості вхідних даних необхідно сформулювати масиви, які задають геометрію обладнання у вигляді координатних трійок вузлів ланок для початкового (відлікового) положення та задати масиви, які описують потрібну для реалізації траєкторію у вигляді координатних трійок для кожного кроку за машинним часом, та масиви, які описують потрібні для реалізації напрямні вектори інструменту у вигляді проекцій на відповідні координатні вісі.

Для розрахунку кінематики для кожного кроку за машинним часом розраховуються просторові кути повороту рухомої платформи, координати центру платформи та координати усіх шарнірів платформи. Аналогічно для кожного кроку за машинним часом на основі отриманих координат усіх шарнірів рухомої платформи розраховуються координати рухомих кареток на напрямних. Кінематичні моделі є основою для відповідного програмного модуля кінематики.

Розглянемо орієнтацію базових елементів (рис. 2).

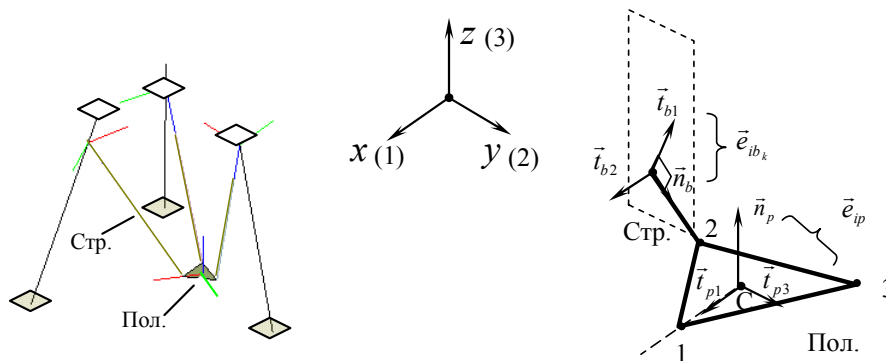


Рис. 2. Орієнтація базових елементів (стрижні та полігони).

✓ Орієнтація стрижнів.

Позначимо: базис k -ого стрижня $\{\vec{e}_{ib_k}\}$, базис платформи (полігона) $\{\vec{e}_{ip}\}$.

Вертикальна площина, що включає стрижень (на рис. 2 позначена пунктиром) задається як $(\vec{S}_1 \times \vec{S}_2)(\vec{r} - \vec{r}_2) = 0$ – що є рівнянням площини, яка проходить через $\vec{r}_2$ та $\vec{S}_1$ і $\vec{S}_2$, де $\vec{S}_1 = \vec{n}_b$ – напрямний вектор стрижня (він є одним з елементів базису $\{\vec{e}_{ib_k}\}$), $\vec{S}_2 = \vec{k}$ – вектор вертикалі в глобальній системі.

$$\vec{S}_1 = \vec{n}_b = \frac{1}{\|\cdot\|} \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix},$$

де $\|\cdot\|$ – норма вектора.

Таким чином для випадку, що розглядається (глобальна координатна система)

$$\vec{S}_2 = \vec{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{r}_{1b} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}, \quad \vec{r}_{2b} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} - \text{координати початкового та кінцевого шарнірів}$$

стрижня.

Аналогічним чином знаходимо інші елементи базису $\{\vec{e}_{ib_k}\}$ $\vec{t}_{b_1}$ та $\vec{t}_{b_2}$:

$$\vec{t}_{b_2} = \frac{\vec{n}_b \times \vec{S}_2}{|\vec{n}_b \times \vec{k}|}, \quad \vec{t}_{b_1} = \frac{\vec{t}_{b_2} \times \vec{n}_b}{|\vec{t}_{b_2} \times \vec{n}_b|}.$$

✓ *Орієнтація платформи.*

Позначимо: $\vec{n}_p$ – вектор орієнтації платформи/інструменту (зчитується з MPN-файлу, що задає необхідні траєкторії обробки – по суті, переформатований файл САМ-систем CLData), $\vec{r}_{b_1}$ – радіус-вектор положення першого шарніру на платформі (співпадає з відповідним вузлом стрижня), $\vec{r}_C$ – радіус-вектор центру платформи, що визначається як $\vec{r}_C = \vec{r}_{tr} - \vec{n}_p l_{Tool}$, $\vec{r}_{tr}$ – радіус-вектор траєкторії інструменту (зчитується з MPN-файлу), l_{Tool} – виліт інструменту.

Таким чином, додатково до $\vec{n}_p$ визначаємо:

$$\vec{t}_{p_1} = \frac{1}{\|\cdot\|} \begin{bmatrix} x_{b_1} - x_C \\ y_{b_1} - y_C \\ z_{b_1} - z_C \end{bmatrix}, \quad \vec{t}_{p_2} = \frac{\vec{t}_{p_1} \times \vec{n}_p}{|\vec{t}_{p_1} \times \vec{n}_p|}.$$

Зв'язок між базисами задає матриця переходу, така, що: $\vec{e}_{i_p} = \alpha_{ij} \vec{e}_{j_b}$, $\hat{\alpha}^{-1} = \hat{\alpha}^T$ – матриця ортогональна.

✓ *Розв'язання оберненої кінематичної задачі.*

Для рішення оберненої задачі розроблено два алгоритмічних варіанта: Simple Matrix Scenario та Virtual Potential Scenario.

• *Simple Matrix Scenario.*

Реалізує просту трансляцію з поворотом на кут φ навколо осі $\vec{v}$, перпендикулярній площині, що містить вектори $\vec{n}_p$ – нормалі до поверхні деталі в поточній точці (що зчитується з MPN-файлу) та деяку попередню нормаль $\vec{n}_{old}$:

$$\begin{aligned} \vec{r}^r &= [\text{Rot}] \cdot \Delta \vec{r}_{old}^r + \vec{T}, \\ \vec{v} &= \frac{\vec{n}_p \times \vec{n}_{old}}{|\vec{n}_p \times \vec{n}_{old}|}, \\ \cos \varphi &= \vec{n}_p \cdot \vec{n}_{old}, \end{aligned}$$

де $[\text{Rot}]$ – матриця повороту навколо осі $\vec{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$ на кут φ ,

$$[\text{Rot}] = \begin{bmatrix} \cos\varphi + v_x^2(1-\cos\varphi) & v_x v_y(1-\cos\varphi) - v_z^2 \sin\varphi & v_x v_z(1-\cos\varphi) + v_y \sin\varphi \\ v_y v_x(1-\cos\varphi) + v_z \sin\varphi & \cos\varphi + v_y^2(1-\cos\varphi) & v_y v_z(1-\cos\varphi) - v_x \sin\varphi \\ v_z v_x(1-\cos\varphi) - v_y \sin\varphi & v_z v_y(1-\cos\varphi) + v_x \sin\varphi & \cos\varphi + v_z^2(1-\cos\varphi) \end{bmatrix},$$

$\vec{T}$ – вектор трансляції.

Вказаний варіант не враховує обмеження, що можуть бути накладені шарнірами в кінематичних парах, тому передбачає адекватне врахування цих обмежень ще на стадії формування MPN-файлу. З іншого боку Simple Matrix Scenario є більш швидкодіючим алгоритмом розрахунку оберненої кінематики.

- *Virtual Potential Scenario* [10].

Може враховувати вказані обмеження за рахунок введення віртуального потенціалу V , що для голономних в'язей повинен мати мінімум (більш загально – приймати стаціонарне значення) у дозволених в'язями точках простору, а при відхиленні від них дельтоподібно зростати:

$$V(\vec{r}, t) = \frac{1}{\delta(f(\vec{r}, t))},$$

де $f(\vec{r}, t)$ – ліва частина рівняння для допустимої поверхні $f(\vec{r}, t) = 0$, $\delta(x)$ – дельта-функція.

Таким чином вводячи замість геометричного енергетичний опис в'язів, вони включаються їх безпосередньо у функцію Лагранжа, яка буде визначатися як

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2) - (V(x, y, z, t) + U(x, y, z, t)),$$

де $U(x, y, z, t)$ являє собою сумарну потенціальну енергію системи в полі потенціальних сил, а кінцева система диференціальних рівнянь, що описує кінематику просторового механізму, отримується підстановкою функції Лагранжа у рівняння Лагранжа 2-го роду, що складені по всім N ступеням вільності:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{r}}_j} - \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_j} = 0, \quad j = 1, \dots, N.$$

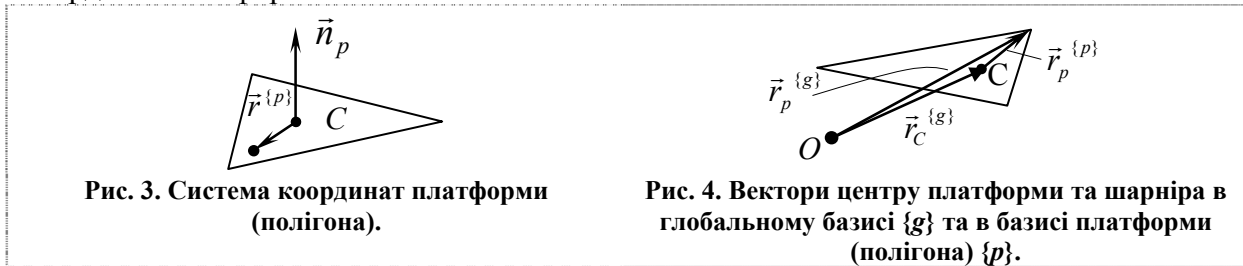
- ✓ *Кінцево-елементний аналіз.*

- *Кінцевий елемент "абсолютно жорсткий полігон (платформа)".*

Зміщення довільної точки платформи як абсолютно жорсткого об'єкту в системі координат платформи (рис. 3) за рахунок деформації несучих штанг визначаємо як лінійну систему:

$$u_{p_i}^{\{p\}} = \vec{n}_{p_{u_i}} \cdot \vec{r}^{\{p\}} + u_{C_i}^{\{p\}} = \vec{n}_{p_{u_i}} \cdot \begin{bmatrix} x^{\{p\}} \\ y^{\{p\}} \\ 0 \end{bmatrix} + u_{C_i}^{\{p\}} = a_{p_i} x^{\{p\}} + b_{p_i} y^{\{p\}} + u_{C_i}^{\{p\}},$$

де $\vec{n}_{p_{u_i}}$ – напрямки зміщення вузлів полігону, a_{p_i} , b_{p_i} – коефіцієнти, що потребують визначення, $u_{C_i}^{\{p\}}$ – i -та проекція вектору зміщення центру платформи в системі координат платформи, $x^{\{p\}}, y^{\{p\}}$ – координати довільної точки платформи в системі координат платформи.



Зв'язок між базисами (глобальним $\{g\}$ та платформи $\{p\}$) задає матриця переходу, така, що:

$$\vec{e}_i^{\{p\}} \cdot \vec{e}_l^{\{g\}} = \hat{\beta}_{li} = \begin{bmatrix} e_{1px} & e_{1py} & e_{1pz} \\ e_{2px} & e_{2py} & e_{2pz} \\ e_{3px} & e_{3py} & e_{3pz} \end{bmatrix}.$$

Коефіцієнти a_{p_i} , b_{p_i} , $c_{p_i} (= u_{C_i})$ знаходяться як розв'язок лінійної системи для довільно вибраних трьох шарнірів, що не знаходяться на одній прямій (рис. 5):

$$\begin{cases} a_{p_i} x_{p1}^{\{p\}} + b_{p_i} y_{p1}^{\{p\}} + c_{p_i} = u_{p1}^{\{p\}} \\ a_{p_i} x_{p2}^{\{p\}} + b_{p_i} y_{p2}^{\{p\}} + c_{p_i} = u_{p2}^{\{p\}} \\ a_{p_i} x_{p3}^{\{p\}} + b_{p_i} y_{p3}^{\{p\}} + c_{p_i} = u_{p3}^{\{p\}} \end{cases}, \quad \forall i = 1..3, (x, y, z),$$

де $x_{pk}^{\{p\}}, y_{pk}^{\{p\}}$ – координати вузлів полігону в системі координат платформи.

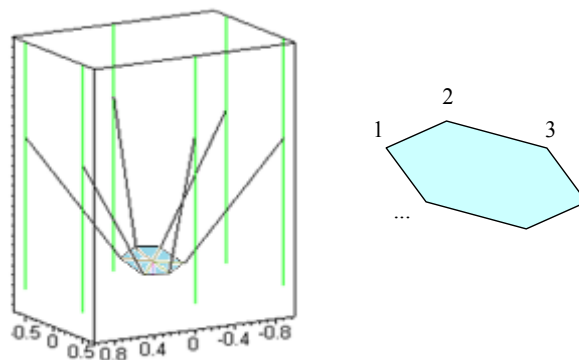


Рис. 5. Розрахунок зміщень платформи виконується як розв'язок лінійної системи для довільно вибраних трьох шарнірів, що не знаходяться на одній прямій.

Таким чином, $\vec{u}_{pk} = \vec{a}_p x_{pk}^{\{p\}} + \vec{b}_p y_{pk}^{\{p\}} + \vec{c}_p = \vec{u}^{rel} + u_C^{\{p\}}$, де позначено $\vec{u}^{rel} = \vec{a}_p x_{pk}^{\{p\}} + \vec{b}_p y_{pk}^{\{p\}}$. Для малих зміщень платформи маємо:

$$\vec{u}^{rel} = \vec{\theta} \times \vec{r}^{\{p\}} = -\vec{i} \theta_z y^{\{p\}} + \vec{j} \theta_z x^{\{p\}} + \vec{k} (\theta_x y^{\{p\}} - \theta_y x^{\{p\}}),$$

де $\vec{\theta}$ – кут повороту полігону як цілого.

Надалі для розрахунків в системі координат полігону $\{\vec{e}_{ip}\}$ верхній індекс $\{p\}$ не пишемо. Тоді:

$$\begin{aligned} a_{px} x_p + b_{px} y_p &= -\theta_z y_p \Rightarrow a_{px} = c_{px} = 0, b_{px} = -\theta_z, \\ a_{py} x_p + b_{py} y_p &= \theta_z x_p \Rightarrow b_{py} = c_{py} = 0, a_{py} = \theta_z, a_{py} = -b_{px}, \\ a_{pz} x_p + b_{pz} y_p &= \theta_x y_p - \theta_y x_p \Rightarrow c_{pz} = 0, a_{pz} = -\theta_y, b_{pz} = \theta_x. \end{aligned}$$

Оскільки $\vec{u} = \vec{u}^{rel} + \vec{u}^c$, тоді для вузлів маємо

$$\begin{cases} u_{px1} = -a_{py} y_{p1} + u_{Cx}, \\ u_{py1} = a_{py} x_{p1} + u_{Cy}, \\ u_{pz1} = a_{pz} x_{p1} + b_{pz} y_{p1} + u_{Cz}, \\ u_{px2} = -a_{py} y_{p2} + u_{Cx}, \\ u_{py2} = a_{py} x_{p2} + u_{Cy}, \\ u_{pz2} = a_{pz} x_{p1} + b_{pz} y_{p2} + u_{Cz}, \end{cases}$$

...

Але визначити одночасно a_{pi} , b_{pi} та u_{Ci} неможливо, тому що матриця такої системи для довільно вибраних пар вузлів сингулярна:

$$\begin{bmatrix} u_{px1} \\ u_{py1} \\ u_{pz1} \\ u_{px2} \\ u_{py2} \\ u_{pz2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_{p1} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ x_{p1} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & x_{p1} & y_{p1} & 0 & 0 & 1 \\ -y_{p2} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ x_{p2} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & x_{p2} & y_{p2} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{py} \\ a_{pz} \\ b_{pz} \\ u_{Cx} \\ u_{Cy} \\ u_{Cz} \end{bmatrix}.$$

Тому розв'язок шукаємо, віднімаючи послідовно рівняння для другого вузла з першого:

$$-\frac{u_{px2} - u_{px1}}{y_{p2} - y_{p1}} = a_{py} = \theta_z.$$

Якщо $y_{p2} = y_{p1}$, то береться 3-й вузол (або 4-й, якщо 1-й, 2-й и 3-й – на одній координаті y и т.д.).

Тоді

$$\begin{aligned} u_{Cx} &= u_{px1} + \theta_z y_{p1}, \\ u_{Cy} &= u_{py1} - \theta_z x_{p1}, \end{aligned}$$

a_{pz} , b_{pz} і u_{Cz} знаходимо з розв'язку для трьох останніх рівнянь системи:

$$\begin{aligned}
 a_{pz} &= -\theta_y = \frac{1}{\Delta} [(y_{p2} - y_{p3})u_{pz1} - (y_{p1} - y_{p3})u_{pz2} + (y_{p1} - y_{p2})u_{pz3}], \\
 b_{pz} &= \theta_x = -\frac{1}{\Delta} [(x_{p2} - x_{p3})u_{pz1} - (x_{p1} - x_{p3})u_{pz2} + (x_{p1} - x_{p2})u_{pz3}], \\
 u_{Cz} &= \frac{1}{\Delta} [(x_{p2}y_{p3} - x_{p3}y_{p2})u_{pz1} - (x_{p1}y_{p3} - x_{p3}y_{p1})u_{pz2} + (x_{p1}y_{p2} - x_{p2}y_{p1})u_{pz3}],
 \end{aligned}$$

де $\Delta = x_{p1}y_{p2} - x_{p1}y_{p3} - y_{p1}x_{p2} + x_{p2}y_{p3} + x_{p3}y_{p1} - x_{p3}y_{p2}$ – визначник системи (якщо 3 шарніра перебувають на одній лінії, то потрібно вибирати інші шарніри, як вказувалось вище).

- Елемент "шарнір".

Кожний шарнір має 12 невідомих: $3M$, $3Q$, $3u$ и 3φ – відповідно моменти, зусилля, переміщення, та повороти.

Робота шарніра може бути описана як:

$$\begin{aligned}
 \vec{\varphi}_k^{\{J\}} - \vec{\theta}_p^{\{J\}} &= \hat{K}_J^{\theta} \vec{M}_k^{\{J\}}, \\
 \vec{\Delta}_k^{\{J\}} - \vec{u}_p^{\{J\}} &= \hat{K}_J^u \vec{M}_k^{\{J\}},
 \end{aligned}$$

де $\hat{K}_J$ – матриці податливостей шарніра (крутильна та трансляційна).

Якщо $\hat{K}_J = \hat{0}$, то $\vec{\varphi}_k^{\{J\}} = \vec{\theta}_p^{\{J\}}$ та $\vec{\Delta}_k^{\{J\}} = \vec{u}_p^{\{J\}}$ (податливість шарніра нульова – заморожений шарнір).

- Кінцевий елемент "консоль" (рис. 6).

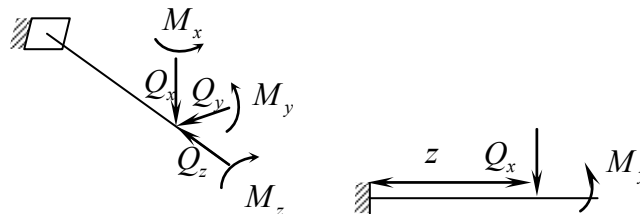


Рис. 6. Консольний елемент.

Для консолі маємо (в системі координат консолі, основні позначення ті ж, що й для шарнірів):

$$\begin{aligned}
 u_x &= \frac{Q_x L^3}{3EJ_y} + \frac{M_y L^2}{2EJ_y}; \quad \varphi_y = -\frac{Q_x L^2}{2EJ_y} - \frac{M_y L}{EJ_y}; \quad u_y = \frac{Q_y L^3}{3EJ_x} + \frac{M_x L^2}{2EJ_x}; \quad \varphi_x = -\frac{Q_y L^2}{2EJ_x} - \frac{M_x L}{EJ_x}; \\
 u_z &= \frac{Q_z L}{EF}; \quad \varphi_z = \frac{M_z L}{GJ_r}.
 \end{aligned}$$

де E – модуль пружності (Юнга), J_i – статичні моменти інерції перерізу, F – площа перерізу, G – модуль зсуву.

Таким чином, маємо:

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \\ \varphi_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EJ_y} & 0 & 0 & 0 & \frac{L^2}{2EJ_y} & 0 \\ 0 & \frac{L^3}{3EJ_x} & 0 & \frac{L^2}{2EJ_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{EF} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L^2}{2EJ_x} & 0 & \frac{L}{EJ_x} & 0 & 0 \\ \frac{L^2}{2EJ_y} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{EJ_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{GJ_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}$$

Або

$$\begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{\varphi} \end{bmatrix} = \hat{M}_{rig} \begin{bmatrix} \bar{Q} \\ \bar{M} \end{bmatrix},$$

де $\hat{M}_{rig} = \begin{bmatrix} \hat{M}_{gu}^Q & \hat{M}_{gu}^M \\ \hat{M}_{g\varphi}^Q & \hat{M}_{g\varphi}^M \end{bmatrix}$ – блочна матриця, що враховує перехресні впливи.

Таким чином:

$$\vec{u}^{\{b\}} = \hat{M}_{gu}^Q \vec{Q}^{\{b\}} + \hat{M}_{gu}^M \vec{M}^{\{b\}}; \quad \vec{\varphi}^{\{b\}} = \hat{M}_{g\varphi}^Q \vec{Q}^{\{b\}} + \hat{M}_{g\varphi}^M \vec{M}^{\{b\}}.$$

Для переходу в глобальну систему координат (ГСК) маємо (матриця переходу $\hat{\gamma}$):
 $\alpha_{ij} u_j^{\{g\}} = \hat{M}_{gu}^Q \alpha_{jk} Q_k^{\{g\}} + \hat{M}_{gu}^M \alpha_{jk} M_k^{\{g\}}$ (проводимо підсумовування за повторюваними індексами):

$$\vec{u}^{\{g\}} = (\hat{\gamma}^T M_{gu}^Q \hat{\gamma}) \vec{Q}^g + (\hat{\gamma}^T M_{gu}^M \hat{\gamma}) \vec{M}^{\{g\}}$$

$$\text{або} \\ \vec{U}^{\{g\}} = (\hat{\gamma}^T \hat{M}_g \hat{\gamma}) \vec{P}^{\{g\}};$$

$$\text{де } \hat{\gamma} = \begin{bmatrix} \hat{\gamma} & 0 \\ 0 & \hat{\gamma} \end{bmatrix}, \quad \vec{U}^{\{g\}} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \\ \varphi_z \end{bmatrix}^{\{g\}}, \quad \vec{P}^{\{g\}} = \begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}^{\{g\}}.$$

- Кінцевий елемент "балка".

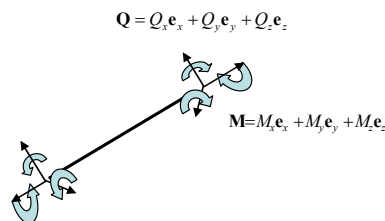


Рис. 7. Балковий елемент.

Для балки маємо:

$$\begin{aligned} u_{1x} &= \frac{Q_{1x}L^3}{3EJ_y} + \frac{M_{1y}L^2}{2EJ_y} + \varphi_{0y}L + u_{0x}, & \varphi_{1x} &= \frac{Q_{1y}L^2}{2EJ_x} + \frac{M_{1x}L}{EJ_x} + \varphi_{0x}, \\ u_{1y} &= \frac{Q_{1y}L^3}{3EJ_x} + \frac{M_{1x}L^2}{2EJ_x} + \varphi_{0x}L + u_{0y}, & \varphi_{1y} &= \frac{Q_{1x}L^2}{2EJ_y} + \frac{M_{1y}L}{EJ_y} + \varphi_{0y}, \\ u_{1z} &= \frac{Q_{1z}L}{EF} + u_{0z}, & \varphi_{1z} &= \frac{M_{1z}L}{GJ_p} + \varphi_{0z}, \\ \vec{u}_1^{\{c\}} &= \hat{C}_Q^u \vec{Q}_1 + \hat{C}_M^u \vec{M}_1 + \vec{\varphi}_0 \times \vec{L} + \vec{u}_0, & \vec{\varphi}_1^{\{c\}} &= \hat{C}_Q^\varphi \vec{Q}_1 + \hat{C}_M^\varphi \vec{M}_1 + \vec{\varphi}_0, \end{aligned}$$

де

$$\varphi_0 \times L = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \varphi_{0x} & \varphi_{0y} & \varphi_{0z} \\ 0 & 0 & L \end{vmatrix} = \vec{i} \varphi_{0y}L - \vec{j} \varphi_{0x}L,$$

L – довжина стрижня, індекс "0" відноситься до початкового вузла.

Таким чином

$$\begin{aligned} \vec{u}_1 - \vec{u}_0 - \vec{\varphi}_0 \times \vec{L} &= \hat{C}_{rig}^u \begin{bmatrix} \hat{Q}_1 \\ \hat{M}_1 \end{bmatrix}, \\ \vec{\varphi}_1 - \vec{\varphi}_0 &= \hat{C}_{rig}^\varphi \begin{bmatrix} \hat{Q}_1 \\ \hat{M}_1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

або

$$\begin{bmatrix} \vec{u}_1 - \vec{u}_0 - \vec{\varphi}_0 \times \vec{L} \\ \vec{\varphi}_1 - \vec{\varphi}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{C}_{rig}^u \\ \hat{C}_{rig}^\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Q}_1 \\ \hat{M}_1 \end{bmatrix}.$$

✓ Спеціалізоване програмне забезпечення.

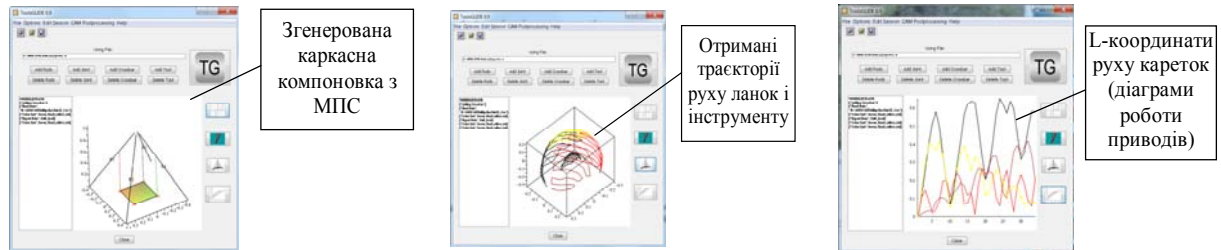
Для розрахунку за наведеними формулами створено спеціалізоване програмне забезпечення Tools Glide [11], яке дозволяє виконувати формування компоновки Glide-обладнання та розрахунки кінематики з підтримкою зворотного зв'язку з модулем відклику "Tools Response" для врахування роботи шарнірів різних типів. Отримані дані надалі передаються в модуль Tools App [12], де властивості технологічної системи описуються функцією динамічної податливості, яка характеризує відгук технологічної системи у вигляді переміщень на задане силове збудження. Модель динаміки програми "Tools App" побудовано на основі рівнянь Лагранжа другого роду. Для n -ступеневого механізму математична модель в Лагранжевій формі перетворюється до матричної форми просторової конструкції обладнання, що проектується.

В якості базової компоновки обрано верстат з паралельною кінематикою СФВПК-4 пірамідальної форми по патенту України № 86533, для якої проведено відповідне генерування зворотної задачі кінематики в Tools Glide з отриманням відповідних L -координат та зон обробки (рис. 8, б).

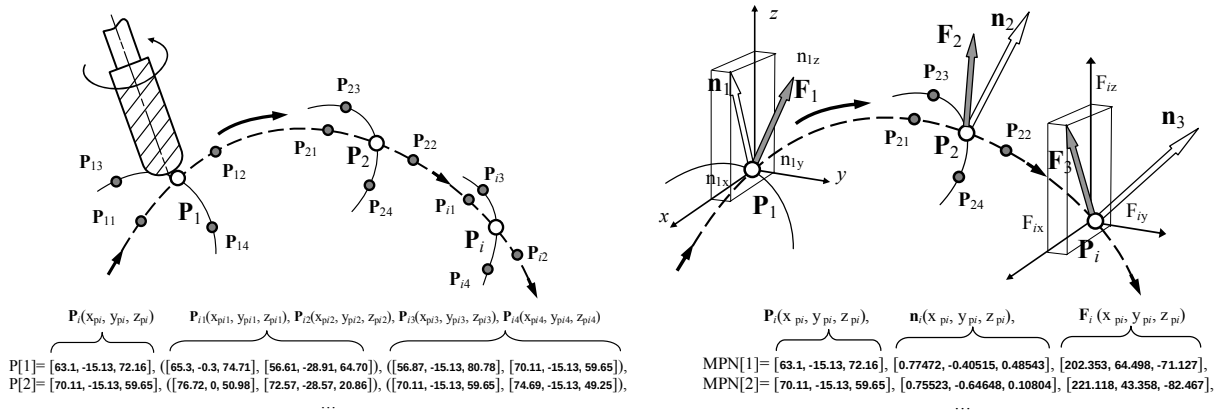
Масив даних, що описує геометрію та результати рішення задачі зворотної кінематики надалі було імпортовано в блок Tools Response. Сила різання задавалась уздовж вектору дотичної для всієї довжини обробки (орієнтація осі інструмента – за

нормаллю до поверхні в опорних точках траєкторії). В результаті було отримано анімацію обробок для всіх сценаріїв з накладанням деформованого та недеформованого станів, висвітленням зусиль у вузлах елементів та прорисовкою заданої та істинної траєкторії інструменту (рис. 9, а-д).

На рис. 9 наведено різні стратегії обробки: "зигзаг" – довільний (а), по меридіанам (б), по паралелям (в), контурний (г); петля контурна (д); 1 – запланована траєкторія інструменту; 2 – прогнозована траєкторія інструменту після моделювання пружних відтискань каркасного компонування.

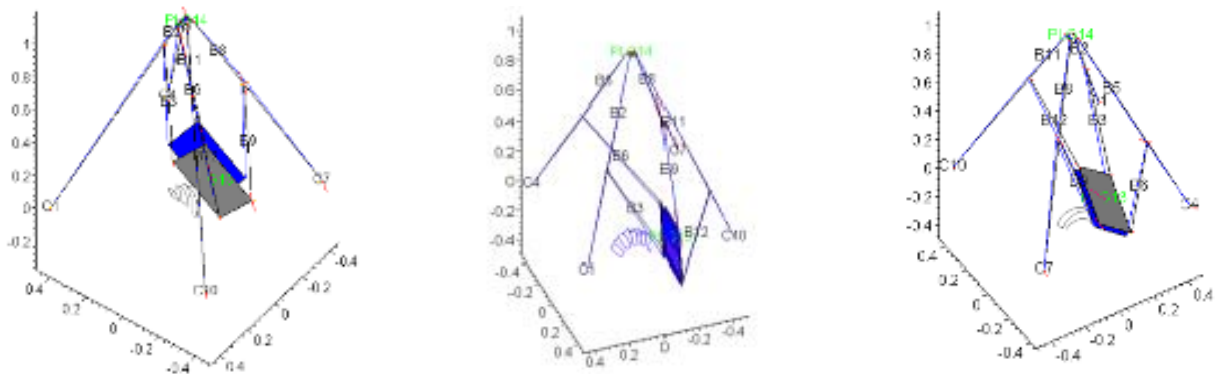


а)



б)

Рис. 8. Елементи інтерфейсу та розрахунки L-координат в Tools Glide (а), структура вхідного MPN-файлу, що описує траєкторію і режими обробки, та використовується для імпорту в Tools Glide (б)



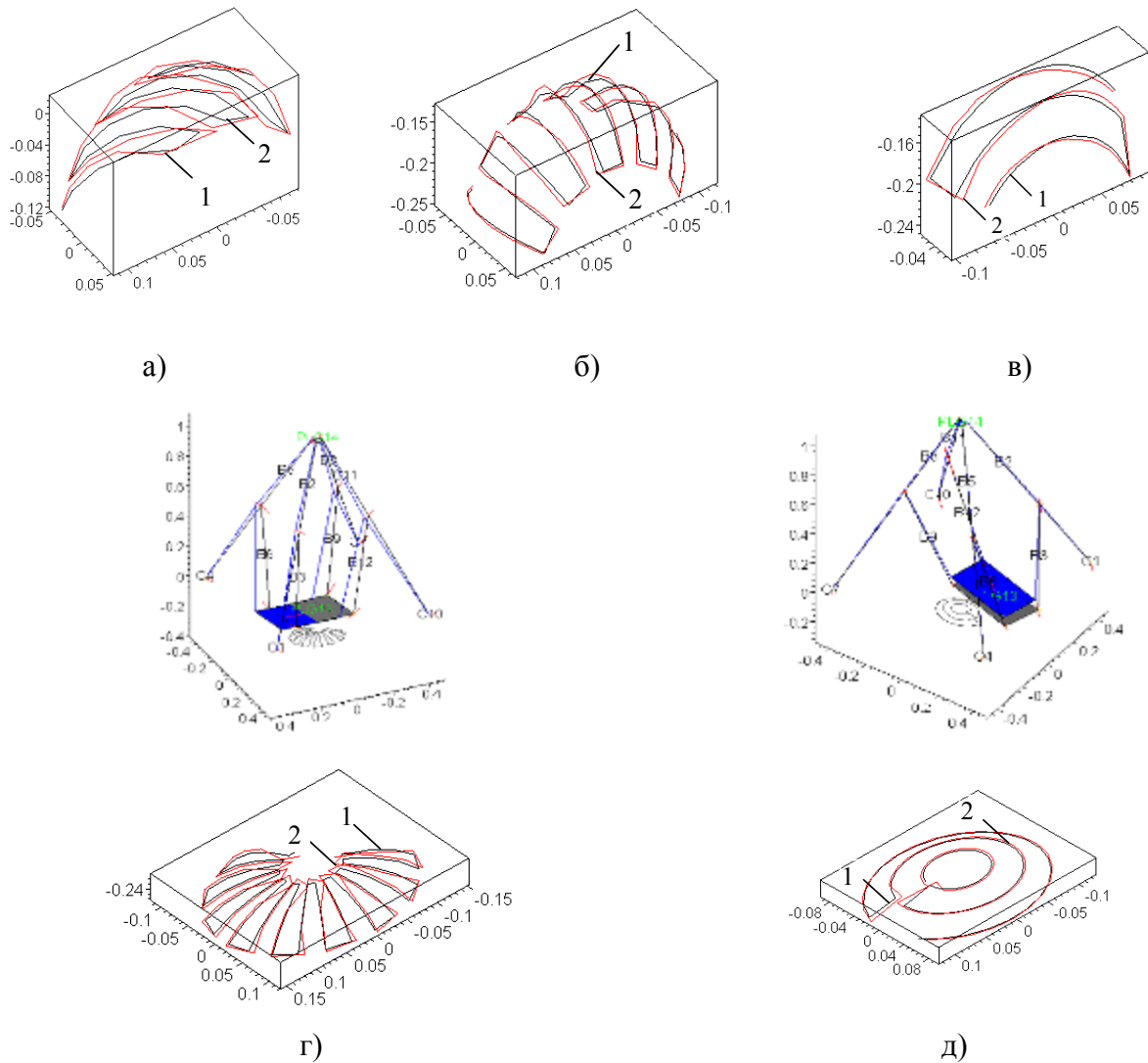


Рис. 9. Відклики каркасної конструкції на робочі та зовнішні навантаження (кадр анімації та траєкторії інструменту Tools Response) при різних стратегіях обробки області еліпсоїду для різних траєкторій.

Висновки

Розроблені математичні моделі для прикладної оцінки жорсткості обладнання просторових компоновок із механізмами паралельної структури та точності відтворення траєкторії робочого органу в умовах силового навантаження дозволяють оцінити можливість використання такого обладнання для обробки складно-профільних деталей. Вказана алгоритмічна послідовність оцінки дозволяє провести кількісні порівняльні розрахунки відклику різних просторових структур за моделями та алгоритмами лінійки програмних продуктів Tools Glide, Tools Response та Tools Apps без обмежень на форму зовнішніх навантажень, що можуть бути задані як довільні функції часу та внутрішніх параметрів системи з підтримкою зворотнього зв'язку.

Проведено теоретичний аналіз типових стратегій обробки на глайд-обладнанні поверхонь обертання з визначенням у програмі "Tools Response" пружних відтискань шарнірно-стрижневої системи з робочим органом. Показано можливість вибору стратегій обробки поверхонь другого порядку обробки за критеріями точності, що розраховуються за наведеними формулами.

Список використаної літератури

1. Кузнецов Ю. М., Дмитрієв Д. О., Діневич Г. Ю. Компоновки верстатів з механізмами паралельної структури: монографія / Під ред. Ю.М. Кузнецова. Херсон: ПП Вишемирський В.С., 2009. 456 с.
2. Афонин В. Л., Крайнев А. Ф., Ковалев В. Е. и др. Обработывающее оборудование нового поколения. Концепция проектирования / Под ред. В.Л. Афонина. Москва: Машиностроение, 2001. 256 с.
3. Kuznetsov Yu. N., AL-Refo I. F. S., Dmitriev D. A. Construction and Research of Pyramidal Arrangement Milling Machine-Tool of "Triglode" Type. *International Journals of Engineering & Sciences – International Journal of Mechanical & Mechatronics Engineering (IJMME-IJENS)*. 2013. Vol. 13, I. 04. P. 24-28. URL: <http://www.ijens.org/IJMME%20Vol%2013%20Issue%2004.html>
4. Кунву Ли. Основы САПР CAD/CAM/CAE. СПб.: Питер, 2004. 560 с.
5. Кузнецов Ю. Н., Кеба П., Неделчева П. М. Упруго-напряженное состояние несущей системы станка пирамидальной компоновки. *Международная научно-практическая конференция UNITECH'13*. (Болгария, г. Габрово, 2013), Габрово, 2013. С. 66-69.
6. Кузнецов Ю. Н., Неделчева П. М., Степаненко А. А., Манжола М. Ю. Исследование влияния угла наклона граней каркаса на его упруго-напряженное состояние. *Международная научно-практическая конференция UNITECH'13*. (Болгария, г. Габрово, 2013), Габрово, 2013. С. 82-87.
7. Kuznetsov Yu. N., Dmitriev D. A., Keba P. V. Kinetic-Static analysis and inflexibility of drilling-milling machine-tool of pyramidal arrangement (DMMPA) with mechanisms of parallel structure (MPS). *12-th Anniversary International scientific Conference "UNITECH -12"* (Bulgaria, Gabrovo, November 19-20, 2012). Габрово, 2012. Vol.2,
8. Дмитрієв Д. О., Русанов С. А., Федорчук Д. Д. Методологія синтезу технологічного обладнання з МПС за критеріями точності, жорсткості і функціональності. *Вібрації в техніці та технологіях: збірник тез доповідей XVI Міжнародна науково-технічна конференція*. Вінниця: ВНТУ, 2017. С. 26-29.
9. Дмитрієв Д. О., Русанов С. А., Омельчук А. А., Федорчук Д. Д. Розробка технічних засобів проектування технологічного і верстатного обладнання каркасних просторових компоновок. *Вісник НТУУ "КПІ ім. І. Сікорського". Серія машинобудування*. 2017. Вип. 3 (81). С. 34-40.
10. Баганов Є. О., Бардачов Ю. М., Русанов С. А. Застосування віртуального потенціалу для моделювання просторових механізмів із в'язями. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2016. № 1(56). С. 25-31.
11. Комп'ютерна програма "ToolsGLIDE". Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 66227. / С. А. Русанов, Д. О. Дмитрієв, П. В. Кеба, Ю. М. Кузнецов. Заявл. 03.11.2016; Опубл. 21.06.2016.
12. Комп'ютерна програма "ToolsApp". Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №57913. / С. А. Русанов, Д. О. Дмитрієв, М. І. Подольський, Ю. М. Кузнецов. Заявл. 03.11.2014; Опубл. 29.12.2014.

References

1. Kuznietsov, Yu. M., Dmytriiev, D. O., & Dinevych, H. Yu. (2009) Komponovky verstativ z mekhanizmayu paralelnoi struktury: monohrafiia. In Yu. M. Kuznietsova (Ed.). Kherson: PP Vyshemyrskiy V.S.
2. Afonin, V. L., Kraynev, A. F., & Kovalev, V. E. at al. (2001) Obrabatyivayuschee oborudovanie novogo pokoleniya. Kontseptsiya proektirovaniya. In V.L. Afonina (Ed.). Moscow: Mashinostroenie.

3. Kuznetsov, Yu. N., AL-Refo, I. F. S., & Dmitriev, D. A. (2013) Construction and Research of Pyramidal Arrangement Milling Machine-Tool of "Triglide" Type. *International Journals of Engineering & Sciences – International Journal of Mechanical & Mechatronics Engineering (IJMME–IJENS)*. **13**, 04, 24-28. Retrieved from <http://www.ijens.org/IJMME%20Vol%2013%20Issue%2004.html>
4. Kunvu, Li. (2004) Osnovy SAPR CAD/CAM/CAE. SPb.: Piter.
5. Kuznetsov, Yu. N., Keba, P., & Nedelcheva, P. M. (2013) Uprugo-napryazhennoe sostoyanie nesuschey sistemy stanka piramidalnoy komponovki. *Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya UNITECH'13*. (Bolgariya, g. Gabrovo, 2013), Gabrovo, pp. 66-69.
6. Kuznetsov, Yu. N., Nedelcheva, P. M., Stepanenko, A. A., & Manzhola, M. Yu. (2013) Issledovanie vliyaniya ugla naklona graney karkasa na ego uprugo-napryazhennoe sostoyanie. *Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya UNITECH'13*. (Bolgariya, g. Gabrovo, 2013), Gabrovo, pp. 82-87.
7. Kuznetsov, Yu. N., Dmitriev, D. A., & Keba, P. V. (2012) Kinetic-Static analysis and inflexibility of drilling-milling machine-tool of pyramidal arrangement (DMMPA) with mechanisms of parallel structure (MPS). *12-th Anniversary International scientific Conference "UNITECH -12"* (Bulgaria, Gabrovo, November 19-20, 2012). Vol. 2. Gabrovo.
8. Dmytriiev, D. O., Rusanov, S. A., & Fedorchuk, D. D. (2017) Metodolohiia syntezy tekhnolohichnoho obladnannia z MPS za kryteriiamy tochnosti, zhorstkosti i funktsionalnosti. *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh: zbirnyk tez dopovidei KhVI Mizhnarodna naukovo-tekhnichna konferentsiia*. (Ukraine, Vinnytsia, 2017), Vinnytsia, pp. 26-29.
9. Dmytriiev, D. O., Rusanov, S. A., Omelchuk, A. A., & Fedorchuk, D. D. (2017) Rozrobka tekhnichnykh zasobiv proektuvannia tekhnolohichnoho i verstatnoho obladnannia karkasnykh prostorovykh komponovok. *Visnyk NTUU "KPI im. I. Sikorskoho". Seriia mashynobuduvannia*. **3** (81), 34-40.
10. Bahanov, Ye. O., Bardachov, Yu. M., & Rusanov, S. A. (2016) Zastosuvannia virtualnoho potentsialu dlia modeliuvannia prostorovykh mekhanizmiv iz viazamy. *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. **1** (56), 25-31.
11. Kompiuterna prohrama "ToolsGLIDE". Svidotstvo pro reiestratsiiu avtorskoho prava na tvir № 66227. / S. A. Rusanov, D. O. Dmytriiev, P. V. Keba, Yu. M. Kuznetsov. Zaiavl. 03.11.2016; Opubl. 21.06.2016.
12. Kompiuterna prohrama "ToolsApp". Svidotstvo pro reiestratsiiu avtorskoho prava na tvir №57913. / S. A. Rusanov, D. O. Dmytriiev, M. I. Podolskyi, Yu. M. Kuznetsov. Zaiavl. 03.11.2014; Opubl. 29.12.2014.

УДК 519.816

Н.К. ТИМОФІЄВА

Міжнародний науково-навчальний центр
інформаційних технологій та систем НАН та МОН України

ТЕОРІЯ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ЗАДАЧІ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Багато задач штучного інтелекту моделюються з використанням теорії комбінаторної оптимізації. Це пов'язано з тим, що переважна їхня частина при знаходженні оптимального розв'язку потребує перебору варіантів. Перебірним же задачам властива комбінаторна природа. Для задач розпізнавання та сегментації мовленнєвого сигналу, клінічної діагностики наведено математичні моделі, які побудовані в рамках теорії комбінаторної оптимізації. Показано, що в задачах цього класу комбінаторні конфігурації можуть бути як аргументом цільової функції, так і входними даними.

Ключові слова: штучний інтелект, комбінаторна конфігурація, комбінаторна оптимізація, цільова функція, розпізнавання та синтез мовленнєвих сигналів, клінічна діагностика.

Н.К. ТИМОФЕЕВА

Международный научно-учебный центр
информационных технологий и систем НАН и МОН Украины

ТЕОРИЯ КОМБИНАТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И ЗАДАЧИ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Многие задачи искусственного интеллекта моделируются с использованием теории комбинаторной оптимизации. Это связано с тем, что подавляющая их часть при нахождении оптимального решения требует перебора вариантов. Переборным же задачам свойственна комбинаторная природа. Для задач распознавания и сегментации речевого сигнала, клинической диагностики приведены математические модели, построенные в рамках теории комбинаторной оптимизации. Показано, что в задачах этого класса комбинаторные конфигурации могут быть как аргументом целевой функции, так и входными данными.

Ключевые слова: искусственный интеллект, комбинаторная конфигурация, комбинаторная оптимизация, целевая функция, распознавание и синтез речевых сигналов, клиническая диагностика.

N.K. TIMOFEEVA

International Scientific Training Centre
for Information Technologies and Systems

COMBINATORIAL OPTIMIZATION THEORY AND PROBLEM OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE

The problems of artificial intelligence are complex in nature and not always subject to formalization. But many of the applications of this class are reduced to combinatorial optimization problems. This is due to the fact that their predominant part in finding an optimal solution requires the parsing of options. The parsing problems is characteristic of combinatorial nature. This property can be investigated by simulating the specified problems

in the framework of the theory of combinatorial optimization. For their modeling it is necessary to determine the type of these problems (static or dynamic), to determine the argument of the objective function (combinatorial configuration), to modeling the objective function. As the system analysis shows, combinatorial configurations in problems of this class can be both an argument of the objective function and input data. Also, the development of intelligent systems requires the formalization of human natural intelligence, that is, it is necessary to describe the processes of natural thinking and answer the question: can it be simulated. The article gives a classification of natural intelligence, which is developed taking into account the situation of uncertainty. To this end, certain types of uncertainties that arise in solving applied problems of artificial intelligence are considered.

The construction of mathematical models of problems of artificial intelligence using the theory of combinatorial optimization is shown on the example of recognition and segmentation of speech signals and clinical diagnostics. It is stated that they are divided into subproblems, which are solved by independent algorithms in the iterative mode. Such a computational scheme is characteristic of hybrid algorithms. By the argument of the objective function the problems of speech recognition and clinical diagnosis – similar to each other.

The use of combinatorial optimization theory for modeling the problems of artificial intelligence allows us to establish their combinatorial nature, to formulate the objective function explicitly, to identify the characteristic features that determine the similarity of these problems. The conducted researches allow to reveal the reason of uncertainty of various kinds that arises in the process of their solution, and to explain the nature of the fuzziness of the input data.

Keywords: artificial intelligence, combinatorial configuration, combinatorial optimization, objective function, recognition and synthesis of speech signals, clinical diagnostics.

Постановка проблеми

Задачі штучного інтелекту складні за своєю природою та не завжди піддаються формалізації. Моделювання задач різних класів як з комбінаторної оптимізації так і штучного інтелекту полягає в побудові такої моделі, яка адекватно описує поставлену задачу, виявляє характерні її властивості та допомагає розробляти для їхнього розв'язання ефективні методи та алгоритми.

Як показують дослідження прикладних задач із штучного інтелекту переважна їхня частина при знаходженні оптимального розв'язку потребує перебору варіантів. Перебірним же задачам властива комбінаторна природа. Тому задачі цього класу зводяться до задач комбінаторної оптимізації.

Аналіз останніх досліджень та публікацій за темою

До штучного інтелекту, як правило, відносять задачі, пов'язані з розпізнаванням образів [1], звукових (мовленнєвих) сигналів [2], медициною тощо [3, 4]. Для моделювання задач цього класу використовують стохастичні, логіко-лінгвістичні методи, моделі Маркова, лінійне цілочислове програмування, теорію розпізнавання образів. Швидкий метод розповсюдження обмежень досить інтенсивно використовується при розв'язанні оговорених задач [5]. Але відомі методи моделювання не завжди пояснюють природу цих задач, не дозволяють сформулювати цільову функцію в явному вигляді. В задачах штучного інтелекту при прийнятті оптимального рішення досить часто використовуються методи, які класифікують як евристичні [6]. Під евристичними алгоритмами, як правило, розуміють способи прийняття рішень подібні до того, як це робить людина, та побудовані на інтуїтивних міркуваннях, що спираються на попередній досвід. До них відносять підходи, які складно формалізувати та неможливо довести їхню точність. Використання

евристичних алгоритмів дуже поширене в задачах розпізнавання різної природи. Для багатьох практичних проблем ці алгоритми чи не єдино можливий шлях для отримання задовільного рішення в реальному часі. Іноді такий алгоритм може бути точним, тобто він знаходить дійсно найкраще рішення, але його називають евристичним із-за неможливості довести їхню точність. Ці методи ефективні за швидкістю, але досить часто результат, одержаний за їхньою допомогою, далекий від оптимального.

Відомі методи моделювання не завжди пояснюють перебірну природу задач штучного інтелекту. При моделюванні цільової функції за її аргумент, як правило, приймають вхідні дані. Детальний аналіз задач цього класу показує, що аргументом цільової функції в них є комбінаторні конфігурації різних типів. Як показує системний аналіз, в оговорених задачах комбінаторні конфігурації можуть бути як аргументом цільової функції так і вхідними даними. Використання теорії комбінаторної оптимізації дозволяє встановити їхню комбінаторну природу, сформулювати цільову функцію в явному вигляді, виявити характерні ознаки, за якими встановлюється подібність задач як комбінаторної оптимізації так і штучного інтелекту.

Мета дослідження

Для розв'язання поставленої задачі проводиться аналіз прикладної задачі із штучного інтелекту та її моделювання з використанням теорії комбінаторної оптимізації. З цією метою необхідно визначити її вид (статична чи динамічна), визначити аргумент цільової функції (комбінаторну конфігурацію), змодельовати цільову функцію. На основі побудованої математичної моделі визначаються підходи для розв'язання цієї задачі, тобто використовуються відомі методи або розробляються нові алгоритми.

Викладення основного матеріалу дослідження

Невизначеність у штучному інтелекті

Прийняття рішень у прикладних задачах, зокрема і в штучному інтелекті, проводиться в умовах невизначеності різного виду. Тобто, розв'язання задач з її врахуванням є загальним випадком, а прийняття рішень без її врахування – частковим випадком. Як і в задачах комбінаторної оптимізації так і в задачах штучного інтелекту невизначеність пов'язана [7]:

I) з неоднозначністю результату, одержаного за змодельованою цільовою функцією або вибраною мірою подібності у разі нечіткої вхідної інформації, який не задовольняє меті дослідження;

II) з вибором способу оцінки точності роботи певного алгоритму;

III) з особливою структурою множини комбінаторних конфігурацій, що є аргументом цільової функції;

IV) з неповною вхідною та поточною інформацією;

V) з нечітко розробленими правилами обробки та оцінки інформації;

VI) з неоднозначністю при виборі оптимального розв'язку за кількома критеріями в багатокритеріальній оптимізації.

Таким чином, однією із задач штучному інтелекту є вирішення ситуації невизначеності. При розв'язанні значної частини задач різних класів основна увага приділяється невизначеності, що пов'язана з неповною вхідною та поточною інформацією, а також з нечіткими вхідними даними. В даному разі вирішення цієї проблеми проводять шляхом аналізу поведінки системи за певний проміжок часу. На основі отриманого аналізу встановлюється закономірність, яка враховується при прогнозуванні майбутніх результатів на поточному відліку часу. Якщо вхідну інформацію можна задати часовими послідовностями і для неї визначити фрактальну розмірність, то використовують фрактальний аналіз зокрема метод нормованого розмаху (метод R/S) [8]. Також одним із способів вирішення цієї ситуації є розроблення

самоналагоджувальних алгоритмів генерування параметрів, які необхідно задавати як вхідні дані для розв'язання чергової задачі і які неможливо задати на початку обчислювального процесу [9]. Це дозволяє в процесі розв'язання певної задачі автоматично генерувати додаткову поточну інформацію з урахуванням прогнозу майбутніх результатів.

Класифікація природного інтелекту.

Для розроблення інтелектуальних систем необхідно визначити, що таке природний інтелект людини, тобто описати процеси природного мислення та відповісти на запитання: чи можна його змоделювати? Як відомо, під інтелектом розуміють здатність пізнавати навколишній світ та вирішувати різноманітні проблеми. Як синонім користуємося поняттям розум, яке виражає здатність мислити: аналізувати й робити висновки.

В залежності від виду невизначеності наведемо класифікацію природного інтелекту. Вважатимемо, що з поняттям інтелекту пов'язані такі операції як обробка та оцінка інформації. Виходячи з цього, інтелект людини умовно розділимо на такі рівні [10]:

I рівень. Людина виконує правила, які чітко сформульовано і описано в книгах та підручниках або передаються від учителів без аналізу на їхню точність. Назвемо їх *правилами навчання*. На сьогоднішній день існує багато програм та пристроїв-роботів, які працюють за чітко розробленими правилами. Якщо не враховувати емоції, що характерні для вищих живих організмів, то інтелект I-го рівня на сучасному рівні частково реалізовано.

II рівень. В процесі життєдіяльності індивідуум аналізує інформацію на точність та розробляє свої правила поведінки за різних умов, які ґрунтуються на попередньому власному досвіді. Ці правила можуть бути і неточними. Назвемо їх *правилами самонавчання*. Інтелект II рівня завдяки самоналагоджувальним алгоритмам частково можна реалізувати.

III рівень. Здатність до незалежного від існуючих правил аналізу, обробки та оцінки інформації на точність, розроблення нових точних правил поведінки в умовах невизначеності, які максимально ураховують прогноз майбутніх результатів. Прийняття рішення в умовах невизначеності на рівні інтуїції за правилами, які складно формалізувати. Вважаємо, що інтуїція – точні правила мислення, які на сьогоднішній день неформалізовані та які закладено на генетичному рівні. Таким особливим мисленням володіє обмежена категорія людей. Назвемо ці правила правилами інтуїції.

Інтелект III рівня реалізувати досить складно, хоча вважають, що цей рівень є справжнім інтелектом.

Загальна математична постановка задачі комбінаторної оптимізації.

Сформулюємо загальну математичну постановку задачі комбінаторної оптимізації [11]. Задачі цього класу, як правило, задаються однією або кількома множинами, наприклад A та B , елементи яких мають будь-яку природу. Назвемо ці множини *базовими*. Наявні два типи задач. В *першому* типі кожному з цих множин подамо у вигляді графа, вершинами якого є її елементи, а кожному ребру поставлено у відповідність число $c_{it} \in R$, яке називають вагою ребра (R – множина дійсних чисел); $i \in \{1, \dots, n\}$, $t \in \{1, \dots, \tilde{n}\}$, n – кількість елементів множини A , $\tilde{n}$ – кількість елементів множини B . Покладемо, що $n = \tilde{n}$. Між елементами цих множин існують зв'язки, числове значення яких назвемо вагами. Величини c_{it} назвемо *вхідними* даними та задамо їх матрицями. В *другому* типі задач між елементами заданої множини зв'язків не існує, а вагами є числа $v_j \in R$, $j \in \{1, \dots, n\}$, яким у відповідність поставлено деякі властивості цих елементів, числові значення яких задаються скінченними

послідовностями, що також є вхідними даними. Ці величини визначають значення цільової функції.

Для обох типів задач із елементів однієї або кількох із заданих множин, наприклад $a_l \in A$, $l \in \{1, \dots, n\}$, утворюється комбінаторна множина W – сукупність комбінаторних конфігурацій певного типу (перестановки, вибірки різних типів, розбиття тощо). На елементах w комбінаторної множини W уводиться цільова функція $F(w)$. Необхідно знайти елемент w^* множини W , для якого $F(w)$ набуває екстремального значення при виконанні заданих обмежень, тобто функціонал $F(w^*) = \underset{w \in W^0 \subset W}{glob \ extr} F(w)$, де $\extr = \{\min, \max\}$, W^0 – підмножина, яка визначається обмеженнями задачі.

Змоделюємо вхідні дані задачі комбінаторної оптимізації першого типу скінченними послідовностями. Подамо елементи h наддіагоналей симетричної комбінаторної матриці $Q(w^k)$ комбінаторною функцією $\beta(f(j), w^k)|_1^m = (\beta_1(f(1), w^k), \dots, \beta_m(f(m), w^k))$, а елементи h наддіагоналей симетричної матриці C – функцією натурального аргументу $\varphi(j)|_1^m = (\varphi(1), \dots, \varphi(m))$, де $m = \frac{n(n-1)}{2}$ – кількість елементів h наддіагоналей матриць C та $Q(w^k)$, $h = \overline{1, n-1}$. Верхній індекс k ($k \in \{1, \dots, q\}$) в w^k – порядковий номер w^k в W , q – кількість w^k у W . Якщо матриці $Q(w^k)$ та C – несиметричні, то $\beta(f(j), w^k)|_1^m$ та $\varphi(j)|_1^m$ містять усі їхні елементи, а $m=n^2$ (або $m = n \tilde{n}$). Функція цілі $F(w^k)$ набуде вигляду

$$F(w^k) = \sum_{j=1}^m \beta_j(f(j), w^k) \varphi(j). \quad (1)$$

Вираз (1) дозволяє на множині перестановок та підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій знаходити розв'язок задачі в явному вигляді.

Комбінаторні конфігурації

Комбінаторною конфігурацією назвемо будь-яку сукупність елементів, яка утворюється з усіх або з деяких елементів заданої множини $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ [11]. Позначимо її упорядкованою множиною $w^k = (w_1^k, \dots, w_{\eta^k}^k)$. Множину $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ назвемо базовою. Під символом $w_l^k \in A$ розуміємо як окремі елементи, так і підмножини (блоки), $\eta^k \in \{1, \dots, n\}$ – кількість елементів у $w^k \in W$. Залежно від умови задачі η позначатимемо без індексу або з верхнім індексом η^k . Дві нетотожні комбінаторні конфігурації w^k та w^i назвемо ізоморфними, якщо $\eta^k = \eta^i$.

В прикладних задачах штучного інтелекту аргументом цільової функції виступають різні типи вибірок. З поняттям вибірки пов'язують як саму операцію виділення підмножин заданої множини, так і її результат: вибрану підмножину. В подальшому маємо на увазі друге поняття.

Нехай задано базову множину $A = \{a_1, \dots, a_n\}$. З неї одержимо η -вибірку. Число η називають об'ємом вибірки. В η -вибірках в залежності від умови задачі або ураховується порядок розташування в них елементів (тоді їх називають η -

перестановками або η -розміщеннями) або не ураховують. У цьому випадку вони називаються η -сполученнями.

Отже існують такі типи вибірок: упорядковані та неупорядковані. Неупорядковані це – сполучення без повторень і сполучення з повтореннями. Упорядковані це – розміщення з повтореннями і розміщення без повторень. Множина будь-якого типу вибірок складається з підмножин ізоморфних вибірок. Нижче показано, що в задачах розпізнавання та синтезу мовленнєвих сигналів, клінічній діагностиці аргументом цільової функції є сполучення без повторень та розміщення з повтореннями.

Закономірність зміни значень цільової функції в задачах комбінаторної оптимізації залежить від упорядкування комбінаторних конфігурацій (аргументу) $w \in W$. Розглянемо структуру їхньої множини W . Підмножину $W_\eta \subset W$ назвемо підмножиною ізоморфних комбінаторних конфігурацій, якщо її елементи – ізоморфні комбінаторні конфігурації. Множина W складається з підмножин ізоморфних комбінаторних конфігурацій W_η . На підмножині W_η цільова функція змінюється так, як і на множині перестановок. Можна довести, що на множині перестановок і на підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій при використанні цільової функції (1) ситуація невизначеності зводиться до мінімуму. Але на множині W , яка складається з підмножин $W_\eta \subset W$, для певного їхнього впорядкування закономірність зміни значень функції (1) однакова незалежно від вхідних даних, а результат розв'язку задачі – неоднозначний. Тобто, в цьому разі виникає ситуація невизначеності, пов'язана із структурою аргументу цільової функції. Оскільки в задачах штучного інтелекту множина комбінаторних конфігурацій упорядковується підмножинами $W_\eta \subset W$, то знаходження для них оптимального розв'язку за виразом (1) проводиться в умовах невизначеності, пов'язаною із структурою аргументу.

Прикладні задачі штучного інтелекту, в яких цільова функція залежить від кількох змінних, за цією ознакою розділяються на незалежні підзадачі, які належать різним класам. Для їхнього розв'язання розробляються алгоритми, які поєднують два чи більше методів та ґрунтуються на організації покрокових обчислень – ітераційного процесу, що породжує послідовність розв'язків у відповідності із вбудованими процедурами. Якщо вбудовані процедури – незалежні алгоритми, орієнтовані на розв'язання задач певних класів, то вони називаються гібридними. Розв'язок задачі визначається на множинах комбінаторних конфігурацій різних типів. В цьому разі суть гібридного алгоритму полягає у поєднанні таких методів для знаходження оптимального розв'язку, який був би дійсний для кожної із заданих комбінаторних множин.

В таких задачах штучного інтелекту як розпізнавання мовленнєвих сигналів та задача клінічної діагностики цільова функція залежить від кількох змінних, якими є різні типи комбінаторних конфігурацій. Тому для свого розв'язання вони потребують розроблення гібридних алгоритмів. До того ж за цією ознакою встановлюється подібність цих задач.

Розпізнавання мовленнєвих сигналів

Задача розпізнавання мовленнєвих сигналів полягає у знаходженні для вхідного сигналу найбільш правдоподібного еталонного з усіх можливих еталонних сигналів [2]. Для розв'язання цієї задачі необхідно провести пошук певного еталону в бібліотеці та порівняти його із вхідним сигналом. При моделюванні цієї задачі аргументом цільової функції вважають вхідний сигнал [2]. Моделювання задачі розпізнавання мовленнєвих

сигналів показує, що аргумент цільової функції в ній є комбінаторні конфігурації різних типів.

Розглянемо задачу порівняння еталонного та вхідного сигналів. Уведемо дві базові множини $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ та $B^i = \{b_1^i, \dots, b_{\tilde{n}}^i\}$, де $a_s \in A$ – значення сигналу у відліку s , $s = \overline{1, n}$, а $b_l^i \in B^i$ відповідає відліку еталонного сигналу, $l \in \{1, \dots, \tilde{n}\}$, $i \in \{1, \dots, \tilde{q}\}$, $\tilde{q}$ – кількість еталонних сигналів. Вхідні дані, якими є ваги між елементами $a_s \in A$ та $b_l^i \in B^i$, задамо несиметричною матрицею $C = \|c_{sl}\|_{n \times \tilde{n}}$, номери стовпців якої збігаються з нумерацією елементів $a_s \in A$, а номери рядків – з нумерацією елементів $b_l^i \in B^i$. Оскільки з кожної базової множини A та B^i вибираються по одному елементу в строгому порядку, то отримана комбінаторна конфігурація є розміщення без повторення. Позначимо її $\mu^k \in M$, де M – їхня всіляка множина. Для визначення елементів $a_s \in A$ та $b_l^i \in B^i$, що вибираються з базових множин на k -му варіанті розв'язку задачі, уведемо комбінаторну $(0,1)$ -матрицю $Q(\mu^k) = \|g_{sl}(\mu^k)\|_{n \times \tilde{n}}$. Якщо $g_{sl}(\mu^k) = 1$, то з множин A та B^i вибрана пара (a_s, b_l^i) , в іншому разі значення $g_{sl}(\mu^k) = 0$. Для запису цільової функції в явному вигляді змодельємо вхідні дані функціями натурального аргументу. Елементи матриці C подамо числовою функцією $\varphi(j) \big|_1^m$, а матриці $Q(\mu^k)$ – комбінаторною $\beta(f(j), \mu^k) \big|_1^m$, де $m = n \tilde{n}$.

Задача порівняння еталонного та вхідного мовленнєвих сигналів полягає в знаходженні такого розміщення без повторень μ^{k*} , для якого $F(\mu^{k*}) = \max_{\mu^k \in M} \sum_{j=1}^m \varphi(j) \beta_j(f(j), \mu^k)$, де $\sum_{j=1}^m \varphi(j) \beta_j(f(j), \mu^k)$ – інтегральна міра подібності, а $\varphi(j) = u_j(a_s, b_l^i)$ – елементарна міра подібності, яка визначає подібність між елементами еталонного та вхідного сигналів.

Розглянемо задачу пошуку в бібліотеці еталонного сигналу.

В цій підзадачі як ваги між еталонним та вхідним сигналами виступають величини інтегральних мір подібності $F(\mu^{k*})$, числове значення яких подамо матрицею C' . Номери стовпців цієї матриці збігаються з номерами еталонних сигналів, розміщених у бібліотеці. Рядок у ній один і відповідає номеру один вхідного сигналу A . Оскільки при порівнянні вхідного та еталонного сигналів із множин A та B вибираються два елементи, то утворена комбінаторна конфігурація є сполучення без повторення, яке позначимо як $\mu'^k \in M'$, де M' – їхня всіляка множина, $B = (B_1^i, \dots, B_q^i)$ – множина еталонних сигналів. Уведемо комбінаторну $(0,1)$ -матрицю $Q(\mu'^t) = \|g_{il}(\mu'^t)\|_{1 \times q}$. Якщо $g_{il}(\mu'^t) = 1$, то з множин A та B вибрана пара (A, B_l^i) , в іншому разі значення $g_{il}(\mu'^t) = 0$. Елементи матриці C' подамо числовою функцією $\varphi'(j) \big|_1^{n-1}$, а матриці $Q(\mu'^t)$ – комбінаторною $\beta'(f'(j), \mu'^t) \big|_1^{n-1}$.

Задача пошуку еталонного сигналу, який відповідає вхідному, полягає у знаходженні такого сполучення без повторення μ'^{t*} , для якого

$$F(\mu'^{t*}) = \max_{\mu'^t \in M'} \sum_{j=1}^{n-1} \varphi'(j) \beta'_j(f'(j), \mu'^t), \text{ де } \varphi'(j) = \sum_{k=1}^m \varphi(j) \beta_j(f(j), \mu^k).$$

Задача сегментації мовленнєвого сигналу

Для розв'язання задачі сегментації мовленнєвого сигналу розроблено багато методів та алгоритмів, що гуртуються на кореляційних підходах з використанням динамічного програмування, наприклад [2]. Але в багатьох підходах вона розв'язується і шляхом розпізнавання конфігурації вхідного сигналу. Проведемо сегментацію мовленнєвого сигналу на квазіперіодичні та неперіодичні ділянки, в якому розпізнається його конфігурація. Ця задача полягає у виділенні на заданому відрізку вхідного сигналу майже періодичних і неперіодичних ділянок, а в майже періодичних визначаються довжини поточного майже періоду. Для формулювання математичної постановки цієї задачі використаємо теорію комбінаторної оптимізації.

Відрізок сигналу, що досліджується, розіб'ємо на ділянки довжиною $L \in \{L_{\min}, L_{\min} + \Delta, L_{\min} + 2\Delta, \dots, L_{\max}\}$ з наступним визначенням майже періодичності сусідніх ділянок; $L_{\min}$ – мінімально можлива довжина майже періоду, $L_{\max}$ – максимально можлива довжина майже періоду, Δ – значення приросту майже періоду (визначається експериментально). Інтегральна міра подібності, яку використано для визначення майже періодичності двох сусідніх ділянок, сформулюється з урахуванням кількох критеріїв.

Нехай задано відрізок мовленнєвого сигналу L , який подамо у вигляді числової функції $f(j)|_1^m$, m – кількість її значень. Вважатимемо, що сусідні ділянки функції

$f(j)|_1^m$ майже періодичні, якщо міри подібності $p_l = \frac{\min(a_t - a_{t-1}, a_{t-1} - a_{t-2})}{\max(a_t - a_{t-1}, a_{t-1} - a_{t-2})} > \varepsilon$,
 $d_l = \frac{\min(b_t - b_{t-1}, b_{t-1} - b_{t-2})}{\max(b_t - b_{t-1}, b_{t-1} - b_{t-2})} > \varepsilon$, $\pi_l = |p_l - d_l| < \varepsilon'$, де $t \in \{3, \dots, m(\mu^k) + 1\}$, $l \in \{1, \dots, m(\mu^k)\}$,
 p_l, d_l – елементарні міри подібності, які дозволяють визначати майже періодичність t -ї та $(t+1)$ -ї ділянок; a_t – відлік, для якого значення функції $f(a_t)$ на ділянці довжиною $\tilde{L}$ найбільше або $\|f(a_t) - f(x^*)\| < \varepsilon''$, якщо $\frac{\min(a_t - a_{t-1}, \tilde{L})}{\max(a_t - a_{t-1}, \tilde{L})} > \varepsilon$, x^* – відлік, для якого значення функції $f(j)$ найбільше; b_t – відлік, для якого значення функції $f(b_t)$ на цій же ділянці найменше або $\|f(b_t) - f(b^*)\| < \varepsilon''$, якщо $\frac{\min(b_t - b_{t-1}, \tilde{L})}{\max(b_t - b_{t-1}, \tilde{L})} > \varepsilon$, b^* – відлік, для якого значення $f(b^*)$ – найменше; $\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon''$ – коефіцієнти міри подібності, що визначаються експериментально; $m(\mu^k)$ – кількість ділянок довжиною $\tilde{L}$, на які розбивається функція $f(j)|_1^m$ на k -й ітерації. В процесі розв'язання задачі формується комбінаторна конфігурація $\mu^k = (\mu_1^k, \dots, \mu_{\eta^k}^k)$ (аргумент цільової функції), яка відноситься до розміщення без повторень, в якій урахується порядок елементів, причому $\mu_\sigma^k < \mu_{\sigma+1}^k$, $\eta^k \in \{1, \dots, m(\mu^k)\}$ – кількість елементів у μ^k . Елемент $\mu_\sigma^k \in \{1, \dots, m\}$ – відлік сигналу, що вказує на кінець σ -го або на початок $(\sigma+1)$ -го майже періоду $\sigma \in \{1, \dots, \eta^k - 1\}$.

Задача сегментації мовленнєвого сигналу полягає у знаходженні такого аргументу цільової функції μ^k , для якого змодельована цільова функція досягає оптимального значення при виконанні заданих умов. Оцінка та вибір оптимального варіанту розв'язку задачі з усіх можливих μ^k проводиться за цільовою функцією, що урахує кілька критеріїв.

Задача синтезу мовленнєвих сигналів

Задача синтезу мовленнєвих сигналів полягає у їх відтворенні за заданим текстом. Як правило, для розв'язання цієї задачі створюється бібліотека фрагментів, утворених із природних мовленнєвих сигналів, або такі фрагменти створюються штучно [2]. Ця задача розв'язується об'єднанням майже періодів або ділянок сигналу, вибраних із бібліотеки, у фонему, що відповідають певним звукам (відповідно буквам заданого тексту) з використанням певних правил. Аргумент цільової функції в цій задачі відноситься до вибірок (розміщення з повтореннями). Множину бібліотечних елементів (фрагментів) позначимо $A = \{a_1, \dots, a_n\}$, де a_j – елемент, що відповідає майже періоду або ділянці мовленнєвого сигналу. Подамо штучний сигнал заданого слова (речення) розміщенням з повтореннями $\mu^k = (\mu_1^k, \dots, \mu_{\eta}^k)$, де $\mu_t^k = (a_{j_1}, \dots, a_{j_{\zeta_t}})$ – фонема, а $a_{j_l} \in A$ – j -й бібліотечний елемент фонему. Природний мовленнєвий сигнал заданого слова (речення) позначимо розміщенням з повтореннями $\mu^* = (\mu_1^*, \dots, \mu_{\eta}^*)$, де $\mu_s^* = (\mu_{s1}^*, \dots, \mu_{s_{\zeta_s}}^*)$ – фонема, а μ_{si}^* – її елемент.

Задача синтезу мовленнєвих сигналів полягає у знаходженні такого розміщення з повтореннями $\mu^{k*} = (\mu_1^{k*}, \dots, \mu_{\eta}^{k*})$, для якого одержаний штучний мовленнєвий сигнал відповідав би природному його звучанню, тобто цільова функція

$$F(\mu^{k*}) = \max_{\mu^k \in M} \sum_{s=1}^{\eta} \sum_{j=1}^n \varphi(j) \beta_j(f(j), \mu^k), \text{ де } \varphi(j) = \sum_{i=1}^{q''} g_j(a_{ji}, \mu_{si}^*)$$

– інтегральна міра подібності, а $g_j(a_{ji}, \mu_{si}^*)$ – елементарна міра подібності, яка визначає подібність між штучними фонемами $\mu_t^k = (a_{j_1}, \dots, a_{j_{\zeta_t}})$, утвореними з елементів $a_j \in A$, та природними $\mu_s^* = (\mu_{s1}^*, \dots, \mu_{s_{\zeta_s}}^*)$ заданого природного сигналу, $q'' = \min(\zeta_t, \zeta_s^*)$. Значення $\beta_j(f(j), \mu^k) = 1$, якщо фонема μ_t^k утворена з елемента $a_j \in A$, та $\beta_j(f(j), \mu^k) = 0$ в іншому випадку.

Грамаітичні правила у синтезі мовленнєвих сигналів можна розглядати як міри подібності. Оскільки вони розроблені ґрунтовно, то при відсутності умови відтворення індивідуальності голосу ця задача є розв'язною. Жіночий, чоловічий або дитячий голос залежить від частоти основного тону, амплітуди сигналу, тому ця задача є також розв'язною. Відтворення індивідуального мовлення залежить від набагато складніших чинників: від мовленнєвого тракту індивідууму, від його емоційного стану, від особливості його психіки тощо. Оскільки ці параметри змодельовати досить складно, то поставлена задача не є розв'язною. Існуючі синтезатори характеризуються досить високою натуральністю звучання, але не відтворюють особливості мовлення індивідууму. Ряд експериментів, проведених за допомогою розробленого комплексу програм синтезу мовленнєвих сигналів із фрагментів природної мови показав, що індивідуальність мовлення зберігається у майже періоді, що відповідає періоду основного тону f_t , та дифонах $\tilde{f}_k$, виділених з природного сигналу. Але, якщо згенерувати сигнал із природних майже періодів так, що значення їхніх амплітуд A_i та довжин D_i (в дискретах) – однакові для усіх майже періодів, то голос звучить одноманітно, з металевим відтінком без будь-яких емоцій. Для природного звучання із збереженням індивідуальності мовлення та емоційності необхідно, крім наявності природних майже періодів та дифонів, точно відтворити характерні параметри індивідууму: значення амплітуди сигналу, довжину майже періоду (на початку, посередині, в кінці сигналу, під наголосом), мінімальну кількість майже періодів K ,

при яких відтворюється певна фонема тощо. Експеримент показав, що навіть при виконанні оговорених вище умов, згенерований штучний мовленнєвий сигнал набуває індивідуального звучання. Отже, відтворення індивідуального мовлення характеризується такими параметрами: $\Psi = \langle A_t, D_t, K, f_t, \tilde{f}_k \rangle$.

Задача клінічної діагностики

Побудуємо математичну модель задачі клінічної діагностики як задачу комбінаторної оптимізації [12]. Позначимо $\tilde{A} = \{\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_{n^*}\}$ множину захворювань, описання яких знаходиться в бібліотеці (множина еталонів), де елемент $\tilde{a}_s \in \tilde{A}$, $s \in \{1, \dots, n^*\}$, відповідає певному захворюванню, якому поставлено у відповідність характерні ознаки $V^{(t)} = (v_1^{(t)}, v_2^{(t)}, \dots, v_{q_t}^{(t)})$, q_t – кількість ознак t -го захворювання. Вхідною інформацією в задачі клінічної діагностики є множина ознак $\tilde{V} = (\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \dots, \tilde{v}_{\tilde{q}})$, що описує одне або кілька захворювань. Позначимо їх $\tilde{B} = \{\tilde{b}_1, \dots, \tilde{b}_{n^{**}}\}$, де $\tilde{b}_d \in \tilde{B}$ – захворювання, яке потрібно визначити, n^{**} – кількість можливих захворювань, а $q_t \neq \tilde{q}$ або $q_t = \tilde{q}$. Ознаки $\tilde{v}_r \in \tilde{V}$ вхідної інформації мають той же зміст, що і описані в еталоні ознаки $v_l^{(t)} \in V^{(t)}$, $r \in \{1, \dots, \tilde{q}\}$, $l \in \{1, \dots, q_t\}$.

Задача полягає у знаходженні для $\tilde{B}$ із множиною ознак $\tilde{V}$ найбільш правдоподібного одного або кількох еталонів із множини $\tilde{A} = \{\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_{n^*}\}$, тобто за вхідними ознаками встановлюється одне або кілька захворювань $\tilde{b}_d \in \tilde{B}$. Ознаки в цій задачі відіграють роль критеріїв, за якими оцінюється її розв'язок.

Як і в розпізнаванні мовленнєвих сигналів, для розв'язання цієї задачі необхідно провести пошук певного еталону в бібліотеці і порівняти його із вхідними ознаками. Аргумент цільової функції в обох задачах є різні типи вибірок. За цією ознакою встановлюється їхня подібність.

Висновки

Моделювання задач із штучного інтелекту в рамках теорії комбінаторної оптимізації дозволяє виявити їхню комбінаторну природу, визначити аргумент цільової функції, яким є комбінаторні конфігурації різних типів. Ці дослідження виявляють причину невизначеності різних видів, яка виникає в процесі їхнього розв'язання. та пояснити природу нечіткості вхідних даних. Показано, що в задачах цього класу комбінаторні конфігурації можуть бути як аргументом цільової функції так і вхідними даними. За аргументом цільової функції вони розділяються на підзадачі, для розв'язання яких необхідно розробляти гібридні алгоритми. На прикладі задачі розпізнавання мовленнєвих сигналів та задачі клінічної діагностики описано спосіб визначення певних ознак, за якими встановлюється подібність задач з обчислювального інтелекту.

Список використаної літератури

1. Шлезингер М. И., Главач В. Десять лекций по статистическому и структурному распознаванию. Киев: Наукова думка, 2004. 546 с.
2. Винцюк Т. К. Анализ, распознавание и интерпретация речевых сигналов. Киев: Наукова думка, 1987. 262 с.
3. Петрухін В. О. Математичні моделі, алгоритми і системи збору, обробки та інтерпретації медичної інформації: автореф. дис ... д-ра техн. наук. Киев, 2005. 36 с.

4. Файнзильберг Л. С. Математические методы оценки полезности диагностических признаков. Киев: Освита України, 2010. 152 с.
5. Кветний Р. Н., Бісікало О. В., Назаров І. О. Визначення сенсу текстової інформації на основі моделі розповсюдження обмежень. *Інформаційно-вимірвальні та обчислювальні системи і комплекси в технологічних процесах*. 2012. №1. С. 93-96.
6. Ивахненко А. Г. Системы эвристической самоорганизации в технической кибернетике. Киев: Техніка, 1971. 392 с.
7. Тимофієва Н. К. Про розв'язання задач комбінаторної оптимізації в умовах невизначеності. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2012. № 6. С. 157-162.
8. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: приложение теории хаоса в инвестициях и экономике. Москва: Интернет-трейдинг, 2004. 304 с.
9. Тимофієва Н. К. Самоналагоджувальні алгоритми знаходження невизначених параметрів у задачах комбінаторної оптимізації. *УСiМ*. 2009. № 4. С. 43-50.
10. Тимофієва Н. К. Один спосіб моделювання інтелекту людини з використанням комбінаторного аналізу. *Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту. Присвячена пам'яті професора Рогальського Ф.Б. (ISDMCI'2014): матеріали X Міжнародної наукової конференції (Залізний Порт, 1923 травня 2014 р.)*. Херсон, 2014. С. 180-182.
11. Тимофієва Н. К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації: автореф. дис... д-ра. техн. наук. Київ, 2007. 32 с.
12. Тимофієва Н. К. Моделювання цільової функції в задачі клінічної діагностики на основі теорії комбінаторної оптимізації. *Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту (ISDMCI'2009): матеріали V Міжнародної наукової конференції (Євпаторія, 18-22 травня 2009 р.)*. Т.1. Херсон, 2009. С. 219-223.

References

1. Shlezinger, M.I., & Glavach V. (2004) Desyat lektsiy po statisticheskomu i strukturnomu raspoznavaniyu. Kiev: Nauk. dumka.
2. Vintsyuk, T.K. (1987) Analiz, raspoznavanie i interpretatsiya rechevyih signalov. Kiev: Nauk. dumka.
3. Petruhin V.O. (2005) Matematychni modeli, alhorytmy i systemy zboru, obrobky ta interpretatsii medychnoi informatsii (Extended abstract of Doctor's thesis), Kyiv: In-t kibernetiky im. V.M. Hlushkova NAN Ukrainy.
4. Faiynzilberg, L.S. (2010) Matematicheskie metody otsenki poleznosti diagnosticheskikh priznakov. Kiev: Osvita Ukrainyi.
5. Kvietnyi, R.N., Bisikalo, O.V., & Nazarov, I.O. (2012) Vyznachennia sensu tekstovoi informatsii na osnovi modeli rozpovsiudzhennia obmezhen. *Informatsiino-vymiriuvalni ta obchysliuvalni systemy i komplekxy v tekhnolohichnykh protsesakh*. 1, 93-96.
6. Ivahnenko, A.G. (1971) Sistemyi evristicheskoy samoorganizatsii v tehnicheskoy kibernetike. Kiev: Tehnika.
7. Tymofieva, N.K. (2012) Pro rozv'iazannia zadach kombinatornoj optymizatsii v umovakh nevyznachenosti. *Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu*. 6, 157-162.
8. Peters, E. (2004) Fraktalnyiy analiz finansovyih ryinkov: prilozenie teorii haosa v investitsiyah i eknomike. M.: Internet-treyding.
9. Tymofieva, N.K. (2009) Samonalahodzhuvalni alhorytmy znakhodzhennia nevyznachenykh parametriv u zadachakh kombinatornoj optymizatsii. *Control Systems and Computers*. 4, 43-50.

10. Tymofieva, N. K. (2014) Odyn sposib modeliuvannia intelektu liudyny z vykorystanniam kombinatornoho analiz. Proceedings of the *Intelektualni systemy pryiniattia rishen ta problemy obchysliuvalnoho intelektu. Prysviachena pamiaty profesora Rohalskoho F.B. (ISDMCI'2014)*. (Ukraine, Zaliznyi Port, May 28-31, 2014), Kherson, pp. 180-182
11. Tymofieva, N. K. (2007) Teoretyko-chyslovi metody rozviazannia zadach kombinatornoi optymizatsii. (Extended abstract of Doctor's thesis), Kyiv: In-t kibernetiky im. V.M. Hlushkova NAN Ukrainy.
12. Tymofieva, N. K. (2009) Modeliuvannia tsilovoi funktsii v zadachi klinichnoi diahnostyky na osnovi teorii kombinatornoi optymizatsii. Proceedings of the *Intelektualni systemy pryiniattia rishen ta problemy obchysliuvalnoho intelektu. (ISDMCI'2009)*. (Ukraine, Yevpatoriia, May 18-22, 2009), Kherson, pp. 219-223.

УДК 629.73+629.78+666.97.033.16

Ю.В. ЧОВНЮК

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

В.Т. КРАВЧУК

Киевский национальный университет строительства и архитектуры

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ УПЛОТНЯЕМОЙ БЕТОННОЙ СМЕСИ В ВЕРТИКАЛЬНО ВИБРИРУЮЩЕМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ БАКЕ ПРИ ЕГО ИДЕАЛЬНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

Обоснован метод моделирования и анализа пространственно-временной эволюции нелинейных поверхностных возмущений уплотняемой бетонной смеси в вертикально вибрирующем цилиндрическом баке при его идеальном возбуждении. В рамках предложенного метода и принятых допущений получено стандартное нелинейное эволюционное уравнение в частных производных, позволяющее осуществлять детальный анализ возникающих нелинейных волнообразований в рассматриваемой системе. В большинстве случаев этим уравнением является нелинейное уравнение Шредингера с диссипацией. Проведен всесторонний анализ полученных аналитических решений указанного уравнения для случаев: а) свободного без демпфирования движения бетонной смеси; б) свободного движения бетонной смеси с демпфированием; в) квазисолитонного движения бетонной смеси в условиях компенсации демпфирования и наличия пригрузки на поверхности цилиндрического бака. Найденные аналитические решения нелинейного эволюционного уравнения периодического типа (т.н. кноидальные волны) описываются эллиптическими функциями Якоби или функциями Вейерштрасса. Квазисолитонные решения содержат в знаменателе типичную функцию для солитонных (уединённых) волн – гиперболический косинус, т.е. пропорциональны гиперболическому секансу. Применение пригрузки специальной формы (радиально ребристой) при виброформовании изделий из бетонной смеси позволяет возбудить квазисолитон на поверхности уплотняемой жидкости/смеси и чётко определить все физические константы (амплитуду, скорость, начальную фазу колебаний), фигурирующие в решении эволюционного уравнения, возникающих квазисолитонных волнообразований. Результаты данного исследования могут быть в дальнейшем использованы для уточнения и совершенствования существующих инженерных методов расчёта энергосиловых характеристик вибромашин для уплотнения бетонных и строительных смесей как на стадиях их проектирования/конструирования, так и в режимах реальной эксплуатации.

Ключевые слова: пространственно-временная эволюция, нелинейность, поверхность, возмущение, уплотнение, бетонная смесь, вертикальная вибрация, цилиндрический бак, идеальное возбуждение.

Ю.В. ЧОВНЮК

Національний університет біоресурсів і природокористування України

В.Т. КРАВЧУК

Київський національний університет будівництва і архітектури

ПРОСТОРОВО-ЧАСОВА ЕВОЛЮЦІЯ НЕЛІНІЙНИХ ПОВЕРХНЕВИХ ЗБУРЕНЬ УЩІЛЬНЮВАНОЇ БЕТОННОЇ СУМІШІ У ВЕРТИКАЛЬНО ВІБРУЮЧОМУ ЦИЛІНДРИЧНОМУ БАКУ ПРИ ЙОГО ІДЕАЛЬНОМУ ЗБУДЖЕННІ

Обґрунтований метод моделювання та аналізу просторово-часової еволюції нелінійних поверхневих збуджень бетонної суміші, що ущільнюється, у вертикально віброуючому циліндричному баку при його ідеальному збудженні. У межах запропонованого методу й прийнятих припущень отримане стандартне нелінійне еволюційне рівняння у частинних похідних, яке дозволяє здійснювати детальний аналіз виникаючих нелінійних хвиле утворень у досліджуваній системі. У більшості випадків цим рівнянням є нелінійне рівняння Шредінгера з дисипацією. Проведений всебічний аналіз отриманих аналітичних розв'язків вказаного рівняння для випадків: а) вільного без демпфування руху бетонної суміші; б) вільного руху бетонної суміші з демпфуванням; в) квазісолітонного руху бетонної суміші в умовах компенсації демпфування і наявності привантаження на поверхні циліндричного бака. Знайдені аналітичні розв'язки нелінійного еволюційного рівняння періодичного типу (т.з. кноїдальні хвилі) описуються еліптичними функціями Якобі чи функціями Вейерштрасса. Квазісолітонні розв'язки мають у своєму знаменнику типову функцію для солітонних (уособлених) хвиль – гіперболічний косинус, тобто пропорціональні гіперболічному секансу. Застосування привантаження спеціальної форми (радіально ребристої) при віброформуванні виробів з бетонної суміші дозволяє збуджувати квазісолітон на поверхні рідини/суміші, що ущільнюється, й чітко визначити всі фізичні константи (амплітуду, швидкість, початкову фазу коливань), які фігурують у розв'язку еволюційного рівняння, виникаючих квазісолітонних хвилеутворень. Результати даного дослідження можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку енергосилових характеристик вібромашин для ущільнення бетонних і будівельних сумішей як на стадіях їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

Ключові слова: просторово-часова еволюція, не лінійність, поверхня, збурення, ущільнення, бетонна суміш, вертикальна вібрація, циліндричний бак, ідеальне збудження.

Y.V. CHOYNYUK

National University of Bioresources and Life Sciences of Ukraine

V.T. KRAVCHYUK

Kyiv National University of Construction and Architecture

SPACE-TIME EVOLUTION OF THE NONLINEAR SURFACE DISTRIBUTIONS OF THE SEALING CONCRETE MIXTURE IN THE VERTICAL VIBRATE CYLINDRICAL TANK DURING ITS IDEAL EXCITATION

The method of modeling and analysis of space-time evolution of nonlinear surface perturbations for the sealing concrete mixture at the vertical vibrate cylindrical tank with its ideal excitation is based. In the limits of proposed method and accepted assumptions, one may receive the standard nonlinear evolution equation with particular derivatives which gives the possibility to realize the detail analysis of the generating nonlinear wavelets at the researched system. For the larger part of cases, this equation is the nonlinear Shredinger's equation with dissipation. The all-around sides' analysis of the obtained analytical solutions of this equation is made for such cases: a) the free motion of the concrete mixture with the absence of dissipation; b) the free motion of the concrete mixture with the presence of dissipation; c) quasisolitary motion of the concrete mixture at the conditions of the compensation of the damping process and at the presence of the special weight at the surface of cylindrical tank. The analytical solutions of the nonlinear evolution equation are found in the form of the periodic type (so called cnoidal waves). They may be determined with a help of Yacobi's

functions or Veirstrass's functions. The quasisolitary solutions have at their determination the typical function for the solitary waves – ch^{-1} or they are proportional to $sech$. One may use the weight of the special form (with radial ribs) for sealing of products from the concrete mixture. This way gives the possibility to excite quasisoliton on the surface of sealing liquid/mixture and to determine precisely all physical constants (amplitude, velocity, the reference phase of oscillations) of quasisoliton wavelets which are usually present in the solution of evolution equation. The results of this investigation may be used at future for the improvement and refinement of the present engineering methods of calculation of the energy and force characteristics of the vibromachines for the sealing of the concrete and construction mixtures at the stages of their projection/design and at the regimes of real exploitation, as well.

Keywords: space-time evolution, nonlinearity, surface, perturbation, sealing, concrete mixture, vertical vibration, cylindrical tank, ideal excitation.

Постановка проблемы

Для создания вибрационных машин необходимо достаточно точно определить их основные параметры, при которых обеспечивается необходимый малоэнергоёмкий и эффективный режим вибрационного воздействия на уплотняемую среду в зависимости от физико-механических характеристик смеси, технологических и динамических процессов, протекающих при формировании структуры уплотняемой среды, конфигурации изделия, вида, направления и зоны вибрационного воздействия. К основным параметрам вибрационных машин относятся их масса, масса вибрационного рабочего органа и площадь его взаимодействия с уплотняемой средой, частота, амплитуда или размах вынужденных колебаний вибрационного рабочего органа, совершающего гармонические, суб- или супергармонические, а также, возможно, виброимпульсные колебания, частота собственных свободных колебаний вибрационной машины, геометрические и кинематические параметры вибрационной машины, скорость перемещения вибрационного рабочего органа или продолжительность вибрационного воздействия на уплотняемую среду, защита обслуживающего персонала и окружающей среды от вредного влияния шума и вибрации при работе. Определение приведенных параметров должно происходить с учётом физико-механических свойств бетонной смеси, её консистенции, размера и конфигурации изделия, места, направления и зоны приложения вибрационного возмущения (глубинное или поверхностное вибрирование, наружное вибрирование вертикально и горизонтально направленными колебаниями, объёмное вибрирование и вибрирование одночастотными и поличастотными колебаниями), требуемых прочностных показателей готового изделия, качества его поверхности, а также требуемых показателей эффективности, энергоёмкости, продолжительности вибрационного воздействия и прочности свежесформованного изделия.

Установление качественных и количественных зависимостей между названными требованиями и определяемыми параметрами вибрационной машины возможно на основе теории вибрационного уплотнения бетонных смесей, которая должна быть сформулирована в ясной и непротиворечивой форме, выражена математическими зависимостями и экспериментально подтверждена.

Следует отметить, что при объёмном виброформовании бетонных смесей в сосудах цилиндрической формы без пригруза на их свободной поверхности могут возникать всевозможные поверхностные (в т.ч. нелинейные) возмущения, которые могут оказывать существенное влияние на качество формируемого таким способом изделия. К таким возмущениям можно отнести нелинейные периодические кноидальные волны и (квази-)солитонные волны. В связи с этим необходим анализ

условий їх виникнення, існування, стійкості і розповсюдження по поверхності таких сумішей. Крім того, існування такого роду режимів руху поверхності рідин не є (як це доводиться в ряді математических робіт) виключальним і рідким фактором. Ці режими реалізуються набагато частіше, ніж регулярні, наприклад, перехідні і іншого роду рухи і хвилі. Світ багатьох фізических систем «сплошь» занурений в режими руху, які підтримують кноидальні (періодичесескіе) нелінійні хвилі і хвилі типу «солітон». Інтенсивне дослідження цих явищ продовжується і сьогодні. Це пояснюється не тільки тим, що вони проявляються в більшості фізических систем, а значить, це необхідно з точки зору практики (наприклад, віброформування бетонних/будівельних сумішей), але також і тим, що **ці дивні нові явища породжують і вимагають штуческих і оригінальних математических методів розгляду, які створюються нині і, напевно, будуть створюватися в найближчому майбутньому.**

Сами по собі існування солітонного і кноидального періодичесеского рішення, т.е. точеских рішень нелінійних дифференціальеских рівнянь в частесних похідесних, є поразительним фактом. Вже вся теорія нелінійнесеских коливань зв'язана, по суті, з застосуванням асимптотичесеских методів Бубнова – Галеркіна для розподілесних систем і на їх основі – з дослідженням «зкорочесних» систем рівнянь і їх рішень. **А це веде до отримання неповної інформації о поведінці системи.** З відкриттям солітоннесеских і кноидальнесеских (нелінійнесеских періодичесеских) хвиль народився інший спосіб аналізу фізическої системи. Якщо зперіоді відомо, що в даній фізическій системі реалізується єдинесна хвиля (стояча або біжуща), то вивчення її динаміки може базуватися не на застосуванні класичесеских понять (собственная мода, частота, нормальні коливання і т.п.), а на **будівлі нової математическої моделі всієї системи.** Таким чином, **математику коректують фізиком.** Так нині вчиняють багато дослідників в області механіки, гідромеханіки, фізики, хімії, які спочатку вирішують питання: в якому класі структур слід шукати опис даного явища?

Як показано нижче, обидва ефекта (вбудження солітоннесеских і нелінійнесеских періодичесеских/кноидальнесеских хвиль) можуть мати місце в динаміці досліджуемого об'єкта – осесиметричнесеских тіл, містячих в'язку рідину. В даній роботі викладені результати подібнесеских досліджень, ведеється приклад вбудження солітонної і кноидальної хвиль на поверхності в'язкої рідини, моделюючої віброуплотнювану в циліндрическом бачку методом об'ємного формування бетонну (будівельну) суміш.

Аналіз останнесеских досліджень і публікацій

Возможні форми коливань вільної поверхності (в'язкої) рідини, перебуваючої в жеских контейнерах, інтенсивно вивчались з різних точесек зору [1-3]. Параметрически вбуджувані єдинесні хвилі типу «солітон» на поверхності в'язкої рідини в осесиметричнеском судині вивчені в [4]. Слід зауважити, що автори останньої роботи не розглядали можливість вбудження на поверхності в'язких рідин в судинах подібної симетрії кноидальнесеских (нелінійнесеских періодичесеских) хвиль. Переворот в розумінні фізики явищ, який ініціювало відкриття солітоннесеских/кноидальнесеских хвиль і відповідесеских режимів руху розподілеснесеских систем, ведеє до по-новому погляду на результати раніше проведенесеских досліджень. Відкриття таких специфіческих режимів руху систем змінило саму методику проведення досліджень, обумовило відхід від старінесеских несостотельнесеских принципів. К останнім, наприклад, можна віднести відомий і широко застосовуваний в научних дослідженнях метод редукції, який ведеється в тому, що о поведінці складесної системи з розподілеснесескими параметрами судили по

свойствам её (тоже распределённых) подсистем. **Новый взгляд в науке базируется на понимании того, что динамика сложной нелинейной системы с распределёнными параметрами в большей степени отражает свойства связей подсистем, чем их собственные свойства.** К примеру, если собственные формы колебаний нелинейной распределённой системы являются взаимосвязанными и имеют равные (или близкие) частоты (как это наблюдается в случае возбуждения «сопряжённых» форм [4,5]), то регулярные установившиеся нелинейные режимы колебаний по каждой из них вследствие нелинейного взаимодействия (т.н. свойство нелинейности взаимодействия всей системы в целом) «перестраиваются» и могут перейти в особые нелинейные периодические (волны кноидального типа) или аperiodические (волны солитонного типа) режимы движения/колебаний совокупной системы (т.н. свойство «перестроечной» нелинейности всей системы в целом). Подобный специфический режим движения системы при нелинейных колебаниях по одной из форм может быть рождён связью с внешним возбуждением. Именно такой связью является взаимодействие различных колебательных систем с устройствами возбуждения. Указанное взаимодействие всегда существует в силу выполнения закона сохранения энергии. Однако в случае большой мощности («неограниченной» [6]) механизма возбуждения или наличия компенсирующих устройств оно может быть пренебрежимо мало [4]. При сравнимости мощности механизма и мощности, потребляемой колебательной системой (т.е. при «ограниченном возбуждении» [6-8]), их взаимодействие принципиально изменяет динамику как самой нелинейной системы с распределёнными параметрами, так и источника возбуждения. В данном исследовании будем рассматривать именно такую ситуацию. Основные уравнения движения жидкости в цилиндрическом баке при возбуждении его колебаний электродвигателем ограниченной мощности [6] получены в [4]. В последней работе рассматривались и различные задачи о волновых формах движения свободной поверхности жидкости, содержащейся в осесимметричных телах. При этом волны на поверхности жидкости описывались с использованием собственных мод движения жидкости в баке, т.е. на основе предварительного решения задачи методом разделения переменных (методом Фурье). В большинстве случаев задачи в [4] носят нелинейный характер. Поэтому возникает естественная возможность описать бегущую в окружном направлении на поверхности жидкости волну на математическом языке кноидальных и уединённых волн-солитонов, теория которых позволяет объяснить ряд интересных явлений в динамике волн (в частности, их пространственно-временную эволюцию из начального возмущения). И солитон, и кноидальная волна существенно отличаются от гармонических волн на поверхности жидкости. Например, солитон геометрически представляет собой симметричный горб, возвышение (или впадину), и движется по поверхности, не расплываясь и не взаимодействуя со встречным солитоном. Кроме того, он может возникнуть от импульсного воздействия и энергию, переданную ему, переносить по поверхности жидкости [4]. Таким образом, по своим динамическим свойствам он более похож на квазичастицу, чем на волну в континууме. Солитон может существовать только в нелинейной среде и, как волна в нелинейной среде, обладает особым свойством: является точным решением нелинейного уравнения в частных производных. Поэтому нахождение солитонных (и кноидальных) волн, медленно движущихся в окружном направлении по поверхности жидкости, находящейся в цилиндрическом баке, с помощью нового математического языка, по мнению авторов данного исследования, позволит объяснить некоторые закономерности импульсного возбуждения волн в подобных нелинейных системах с распределёнными параметрами. Именно последние наиболее часто используются при моделировании процессов объёмного виброформования бетонных смесей без пригруза.

Цель исследования

Цель работы – создание теоретических основ для моделирования и анализа пространственно-временной эволюции нелинейных поверхностных возмущений уплотняемой бетонной смеси в вертикально вибрирующем цилиндрическом баке при его идеальном возбуждении.

Изложение основного материала исследования

Бетонная смесь представляет собой сложную многокомпонентную систему, состоящую из заполнителя (песка и щебня), вяжущего и воды, а также новообразований, возникающих при воздействии вяжущего с водой и зёрнами заполнителя, и вовлечённого воздуха. В жёстких смесях объём воздуха достигает 20...25%, а в пластичных смесях до 10...15%. Вследствие взаимодействия сил поверхностного натяжения между жидкой фазой и частицами твёрдой фазы эта система приобретает связность и может рассматриваться как единое физическое тело.

Под воздействием внешних вибрационных сил в смеси возникает переменное напряжённо-деформированное состояние, происходит разрушение первоначальных структурных связей и ослабляются связи между её отдельными элементами, осуществляются конечные перемещения минеральных частиц с образованием более плотной упаковки.

1. Постановка задачи. Вывод основных уравнений. Пусть электродвигатель соединён через кривошипно-шатунный механизм с жёстким цилиндрическим баком, частично заполненным вязкой жидкостью (бетонной смесью). Вращение вала электродвигателя можно описать, зная закон изменения угла вращения $\psi(t)$. Когда шатун поворачивается на угол $\psi(t)$, бак получает перемещение в пространстве $u(t) = a \cdot \cos \psi(t)$, где a – длина шатуна. перемещение $u(t)$ имеет составляющие по осям Ox и Oz абсолютной системы координат, равные соответственно $u_x = a \sin \psi_0 \cos \psi(t)$ и $u_z = a \cos \psi_0 \cos \psi(t)$, где ψ_0 – пространственный угол, который образует плоскость платформы бака и горизонтальная плоскость yOz . При этом считаем, что ось вала двигателя параллельна оси Oy , т.е. горизонтальные перемещения бака имеют только составляющую u_z . Рассматривая электродвигатель ограниченной мощности, полагаем, что он имеет внутренний движущий момент $\Phi(\dot{\psi})$ и момент сил сопротивления вращению вала $H(\dot{\psi})$ [6,7].

Для описания колебаний свободной поверхности бетонной смеси в баке введём цилиндрическую систему координат $Ox r \theta$ с началом в точке пересечения оси оболочки и невозмущённой поверхности смеси. Тогда уравнение свободной поверхности жидкости Σ запишем в виде [4]:

$$\zeta = x - \xi(r, \theta, t) = 0, \quad (1)$$

Считаем вначале рассмотрения (для простоты) бетонную смесь невязкой и несжимаемой жидкостью с плотностью ρ , заполняющей цилиндрическую оболочку радиуса R и поперечного сечения B до глубины $x = -h$. Направление оси Oz считаем совпадающим с направлением полярной оси r при $\theta = 0$. (Подобная геометрия задачи используется в работе [4]).

Для описания движения жидкости в баке введём в рассмотрение потенциал скорости жидкости $\varphi(x, r, \theta, t)$, для которого граничная задача согласно работам Д. Майлса [9-11], формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi = 0 \quad (-h < x < \xi; \quad r, \theta \in B), \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=0} < \infty; \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=R} = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{x=-h} = 0; \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \nabla \xi \cdot \nabla \varphi = \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad \text{при } x = \xi. \end{aligned} \quad (2)$$

Заметим, что уравнение (2) и соответствующие граничные условия можно получить из требования постоянства интеграла $BI_1 = \frac{1}{2} \cdot \iiint_Q (\nabla \varphi)^2 dB dx - \iint_\Sigma (\varphi)_{|x=\xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t} dB$ по отношению к вариациям $\delta \varphi$ (принцип Дирихле). Здесь Q – объём, в котором находится бетонная смесь, а Σ – текущая (моментная) поверхность этой смеси в объёме Q .

Рассмотрение вибраций цилиндрического бака с бетонной смесью в данной работе проведено для **идеального возбуждения**, т.е. обратным воздействием колебаний бетонной смеси и бака на работу мощного устройства возбуждения (вибраций) пренебрегаем.

Далее будем рассматривать случай, когда бак подвержен только вертикальным перемещениям [4]:

$$u_x = a_0 \cdot \cos 2\omega t, \quad (3)$$

где a_0 – амплитуда вертикальных перемещений цилиндрического бака со смесью, а ω аппроксимирует собственную частоту объёма жидкости:

$$\omega_1 = (g \cdot k \cdot thkh)^{1/2}, \quad (4)$$

при $k = \mu_{01}/R$, μ_{01} , равному первому корню уравнения $J'_0(\mu_{01}) = \left. \frac{dJ_0\left(\frac{\mu_{01}r}{R}\right)}{dr} \right|_{r=R} = 0$,

g – ускорение свободного падения, $J_0(\tilde{r})$ – функция Бесселя нулевого порядка действительного аргумента $\tilde{r}$.

Перемещение свободной поверхности жидкости для осесимметричной задачи представим в виде разложения Фурье по собственным модам $J_0(\mu_{0n}r/R)$:

$$\xi = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n(t) \cdot \frac{J_0\left(\frac{\mu_{0n}r}{R}\right)}{N_{0n}}, \quad N_{0n}^2 = J_0(\mu_{0n}), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

Введём в рассмотрение безразмерную расстройку частот:

$$\nu = \frac{\omega - \omega_1}{\varepsilon_2 \omega_1} \approx \frac{\omega^2 - \omega_1^2}{2\varepsilon_2 \omega_1^2}. \quad (6)$$

Здесь использован малый положительный параметр $\varepsilon_2 = \omega^2 \cdot a_0 / \gamma g$, подразумевающий малость амплитуды возбуждения; γ – постоянный коэффициент (т.н. коэффициент возбуждения [4]).

Амплитуды колебаний свободной поверхности жидкости (бетонной смеси) $\xi_n(t)$ отыскиваем в виде:

$$\xi_n = \delta_{1n} \cdot \tilde{a} \cdot [p(\tau) \cos \omega \tau + q(\tau) \sin \omega \tau] + \tilde{a}^2 \cdot k \cdot thkh \cdot [F_n(\tau) \cos 2\omega \tau + B_n(\tau) \sin 2\omega \tau + H_n(\tau)] \quad (7)$$

где $\tilde{a} = 2\varepsilon_2^{1/2} \cdot \lambda$; $\lambda = \frac{thkh}{k}$; δ_{1n} – символ Кронекера; τ – медленное безразмерное время: $\tau = \varepsilon_2 \omega t$; $p(\tau)$, $q(\tau)$, $F_n(\tau)$, $B_n(\tau)$, $H_n(\tau)$ – медленно изменяющиеся амплитуды колебаний.

Записывая амплитуды ξ_n в виде (7), выделяем резонансную первую амплитуду ξ_1 , которая пропорциональна $\varepsilon_2^{1/2}$, остальные являются величинами $O(\varepsilon_2)$. (Медленное время τ введено для отражения того факта, что изменения переменных p и q вызваны нелинейными факторами, величина которых пропорциональна $\varepsilon_2^{1/2}$).

Лагранжиан $L = T - V$, где T – кинетическая, а V – потенциальная энергия рассматриваемой системы, строим по процедуре, развитой в [4]. После осреднения лагранжиана по быстрому времени $\psi = \omega t$ и применения для нахождения $F_n(\tau)$, $B_n(\tau)$, $H_n(\tau)$ через p и q вариационного принципа Гамильтона усреднённый по быстрому явно входящему времени $\psi = \omega t$ лагранжиан $\langle L \rangle$ оказывается функцией только $p(\tau)$ и $q(\tau)$, а именно:

$$\langle L \rangle = 4\varepsilon_2^2 \cdot g \lambda^2 \rho B \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{dp}{d\tau} \cdot q - p \cdot \frac{dq}{d\tau} \right) + \frac{1}{2} \cdot v \cdot (p^2 + q^2) + \frac{\gamma}{2} \cdot (p^2 - q^2) + A_0 \cdot (p^2 + q^2)^2 \right] \quad (8)$$

Параметр A_0 , учитывающий нелинейные эффекты задачи, может быть посчитан по методике Майлса [9].

Предположим, что движение поверхности виброформируемой бетонной смеси слабо модулировано в окружном направлении θ (при этом масштаб модуляции равен $O(1/\varepsilon_2^{1/2} k)$), и потребуем, чтобы p и q были функциями медленного времени и «растянутой» окружной координаты:

$$\Theta = 2(\varepsilon_2 thkh)^{1/2} \cdot k \theta. \quad (9)$$

Используем теперь новый вариационный принцип и запишем лагранжиан системы несколько в иной форме, учитывающей зависимости от окружной координаты θ . Как показано в работах [4, 12], каноническими переменными по Гамильтону являются величины потенциала φ на поверхности бетонной смеси (когда $x = \xi(r, \theta, t)$) и параметры поверхности жидкости $\xi(r, \theta, t)$. При этом плотность функции Лагранжа в пространстве r, θ, t имеет вид [12]:

$$F = \varphi|_{x=\xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{1}{2} \cdot \int_{-h}^{\xi} (\nabla \varphi)^2 dx - \frac{1}{2} \cdot (\ddot{u}_x + g) \cdot \xi^2. \quad (10)$$

Потенциал скорости φ допускает представление в виде ряда Фурье, аналогичное (5). Поэтому:

$$\varphi|_{x=\xi} = \sum_{n=0}^{\infty} \zeta_n(t) \cdot \frac{J_0\left(\frac{\mu_{0n}r}{R}\right)}{N_{0n}}. \quad (11)$$

Применяя процедуру, приведенную в [4], можно получить полное представление для лагранжиана $\langle F \rangle$, усреднённого по быстрому явно входящему времени $\psi = \omega t$, в виде:

$$\langle F \rangle = 4\varepsilon_2^2 g \lambda^2 \rho B \left\{ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{dp}{d\tau} \cdot q - p \cdot \frac{dq}{d\tau} \right) + \frac{1}{2} \cdot \nu \cdot (p^2 + q^2) + \frac{\gamma}{2} \cdot (p^2 - q^2) + \frac{D_0}{4} \cdot (p^2 + q^2)^2 - \right. \\ \left. - \frac{D_1}{2} \cdot \left[\left(\frac{\partial p}{\partial \Theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial \Theta} \right)^2 \right] \right\} + \varepsilon_2^{5/2} \{ \dots \}, \quad (12)$$

$$\text{где } D_0 = 4 \left(A_0 + \frac{D_2}{2g^2} \cdot \lambda^2 \cdot \omega_1^4 \right); \quad D_1 = th(kh) + kh \sec h^2(kh); \quad D_2 = \frac{1}{2} \cdot k_{0101} \cdot \frac{cth(kh)}{k^2};$$

$$k_{0101} = \frac{1}{2B} \iint_B d\mathbf{B} \int_{-h}^{\xi} (\nabla X_{01} \cdot \nabla X_{01}) dx, \quad X_{01} = \sec h \left(\frac{\mu_{01}}{R} h \right) \cdot ch \left[\frac{\mu_{01}}{R} (h+x) \right] \cdot \frac{J_0\left(\frac{\mu_{01}}{R} \cdot r\right)}{N_{01}}.$$

Следует подчеркнуть, что в $\langle F \rangle$ параметр $D_1 > 0$, а $D_0 > 0$ при глубине заполнения бака с бетонной смесью $h > 0,2R$ [10]. Поскольку исходные уравнения задачи (2) справедливы лишь при $h > 0,65R$, будем считать, что в рамках данной математической модели физической задачи $D_0 > 0$ и $D_1 > 0$.

Используя вариационный принцип и рассматривая p и q как канонические переменные, построим для лагранжиана $\langle F \rangle$ уравнения, описывающие пространственно-временную эволюцию p и q [4]:

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial \tau} = D_2 \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial \Theta^2} + [\nu - \gamma + D_0 \cdot (p^2 + q^2)] \cdot q; \\ \frac{\partial q}{\partial \tau} = D_2 \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial \Theta^2} + [\nu + \gamma + D_0 \cdot (p^2 + q^2)] \cdot p. \end{cases} \quad (13)$$

Формально введём в уравнения системы (13) малое линейное демпфирование, присущее бетонной смеси, для чего заменим оператор $\frac{\partial}{\partial \tau}$ на $\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \alpha \right)$ (что эквивалентно учёту силы демпфирования в бетонной смеси, как диссипативной

жидкости, вида $2\varepsilon_2\lambda\omega_1\alpha\xi_1$). Далее, используем новую комплексную переменную [4] согласно формуле:

$$\kappa = p + i \cdot q, \quad i^2 = -1. \quad (14)$$

Тогда эволюционные уравнения (13) позволят получить одно нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных вида:

$$i \cdot \left(\frac{\partial \kappa}{\partial \tau} + \alpha \kappa \right) + D_2 \cdot \frac{\partial^2 \kappa}{\partial \Theta^2} + \left(\nu + D_0 |\kappa|^2 \right) \cdot \kappa + \gamma \kappa^* = 0, \quad \kappa^* = p - iq, \quad (15)$$

т.е. κ^* – величина, комплексно сопряжённая κ .

Заметим, что выполняется соотношение [4] для доминантной моды ξ_1 , а именно:

$$\xi_1 + \frac{i\omega}{g} \cdot \zeta_1 = 2\varepsilon_2^{1/2} \cdot \lambda \cdot \kappa(\Theta, \tau) \cdot \exp(-i\omega t).$$

Далее приступим к исследованию и решению полученного уравнения (15).

2. Анализ и решение уравнения (15).

2.1. Свободное и без демпфирования движение бетонной смеси.

Если $\alpha = 0$ и $\gamma = 0$, тогда бетонная смесь движется свободно и без демпфирования. В этом случае уравнение (15) будет представлять собой кубическое нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) без диссипации, которое допускает при $D_0 D_1 > 0$ [13] решения в виде солитонов. Здесь мы найдём все решения НУШ без диссипации вида:

$$i \cdot \frac{\partial \kappa}{\partial \tau} + D_2 \cdot \frac{\partial^2 \kappa}{\partial \Theta^2} + \left(\nu + D_0 |\kappa|^2 \right) \cdot \kappa = 0. \quad (16)$$

Представим функцию $\kappa(\tau, \Theta)$ в виде:

$$\kappa(\tau, \Theta) = \kappa_0(\tau, \Theta) \cdot \exp(i\nu\tau). \quad (17)$$

Тогда уравнение (16) для $\kappa(\tau, \Theta)$ перейдёт в уравнение для $\kappa_0(\tau, \Theta)$, которое представляет собой НУШ без диссипации в классическом виде:

$$i \cdot \frac{\partial \kappa_0}{\partial \tau} + D_2 \cdot \frac{\partial^2 \kappa_0}{\partial \Theta^2} + D_0 |\kappa_0|^2 \cdot \kappa_0 = 0. \quad (18)$$

Очевидно, что (18) допускает решение в виде плоской волны:

$$\kappa_0 = b_0 \cdot \exp\{i(d\Theta - \Delta\tau)\}, \quad (19)$$

где $\Delta = D_2 \cdot d^2 - D_0 \cdot b_0^2$, b_0 – вещественная постоянная, или:

$$(\kappa_0)_0 = b_0 \cdot \exp\{iD_0 \cdot b_0^2 \cdot \tau\}, \quad d = 0. \quad (20)$$

В исходных переменных уравнение (19) соответствует монохроматической волне постоянной амплитуды $\varepsilon_2^{1/2} \cdot b_0$ с волновым числом $\tilde{k} + \varepsilon_2^{1/2} \cdot d$, где $\tilde{k}$ – волновой вектор линейной волны, и частотой:

$$\Omega = \tilde{\omega}(\tilde{k}) + \varepsilon_2^{1/2} \cdot V_g \cdot d + \varepsilon_2 \cdot D_0 \cdot b_0^2, \quad (21)$$

где $\tilde{\omega}$ – частота линейной волны, а $\tilde{\omega}(\tilde{k})$ – закон дисперсии в линейном приближении, $V_g = \frac{d\tilde{\omega}(\tilde{k})}{d\tilde{k}}$ – групповая скорость распространения линейной волны.

Таким образом, уравнение (21) представляет собой нелинейное дисперсионное уравнение, включающее зависимость частоты $\tilde{\omega}$ от амплитуды нелинейной волны b_0 . Коэффициент D_0 в уравнении (18) есть:

$$D_0 = \left(\frac{\partial \Omega}{\partial |\kappa_0|^2} \right) \Big|_{\kappa_0=0, d=0}. \quad (22)$$

Подобные результаты получены в работе [14] при анализе пространственно-временной эволюции нелинейных волн в идеальной несжимаемой жидкости методом многомасштабных разложений (методом разложения производных).

Исследуем вопрос об устойчивости решения (20). Предположим, что в системе возбуждаются малые гармоники, волновые числа которых лежат в боковой по отношению к $\tilde{k}$ полосе, т.е. κ_0 имеет вид:

$$\kappa_0 = (b_0 + \kappa_{01}(\tau) \cdot \exp i\chi\Theta + \kappa_{02}(\tau) \cdot \exp(-i\chi\Theta)) \cdot \exp(iD_0 \cdot b_0^2 \cdot \tau) \quad (23)$$

Подставляя это выражение в уравнение (18) и производя линеаризацию его относительно κ_{01}, κ_{02} , получим:

$$\begin{cases} i \cdot \frac{\partial \kappa_{01}}{\partial \tau} + (D_0 \cdot b_0^2 - D_2 \cdot \chi^2) \cdot \kappa_{01} + D_0 \cdot b_0^2 \cdot \kappa_{02}^* = 0, \\ i \cdot \frac{\partial \kappa_{02}}{\partial \tau} - (D_0 \cdot b_0^2 - D_2 \cdot \chi^2) \cdot \kappa_{02}^* - D_0 \cdot b_0^2 \cdot \kappa_{01} = 0. \end{cases} \quad (24)$$

(Здесь символ $()^*$ над функцией означает комплексно сопряжённую величину). Решение системы (24) пропорционально $\exp(\bar{\lambda} \cdot \tau)$, где:

$$\bar{\lambda}^2 = D_2^2 \cdot \chi^2 \cdot \left(2 \cdot \frac{D_0}{D_2} \cdot b_0^2 - \chi^2 \right). \quad (25)$$

Следовательно, при $D_2 \cdot D_0 > 0$ имеет место продольная неустойчивость по отношению к возмущениям с $\chi < \sqrt{2D_0/D_2} \cdot b_0$, что совпадает с критерием Лайтхилла [15]. При $D_2 \cdot D_0 < 0$ имеет место нейтральная устойчивость по отношению к модуляции.

Неустойчивость, возникающая при $D_2 \cdot D_0 > 0$, может быть стабилизирована дисперсионным распылением волнового пакета, что приводит к возможности существования стационарных волн огибающих. Найдём соответствующие стационарные решения уравнения (18). Такие решения в общем случае имеют вид:

$$\kappa_0 = \bar{a} \cdot \exp(i\varphi), \quad (26)$$

где $\bar{a} = \bar{a}(\bar{\zeta})$, $\varphi = \frac{w}{2D_2} \cdot \bar{\zeta} + \bar{\psi}(\bar{\zeta}) + \bar{\alpha} \cdot \tau$, $\bar{\zeta} = \Theta - w \cdot \tau$, $\bar{\alpha} = \text{const}$, $w = \text{const}$.

Подставляя (26) в (18), получим после разделения действительной и мнимой частей:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \bar{\zeta}} \left(\bar{a}^2 \cdot \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{\zeta}} \right) = 0; \\ D_2 \cdot \frac{\partial^2 \bar{a}}{\partial \bar{\zeta}^2} - \bar{a} \cdot \left(\bar{\alpha} - \frac{w^2}{4D_2} \right) + D_0 \cdot \bar{a}^3 - \bar{a} \cdot \left(\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{\zeta}} \right)^2 = 0. \end{cases} \quad (27)$$

Из первого уравнения системы (27) следует, что:

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{\zeta}} = \frac{c}{\bar{a}^2(\bar{\zeta})}, \quad \bar{\psi}(\bar{\zeta}) = \text{const} + \int \frac{cd\bar{\zeta}}{\bar{a}^2(\bar{\zeta})}, \quad (28)$$

т.е. второе уравнение системы (27) можно переписать следующим образом:

$$\frac{\partial^2 \bar{a}}{\partial \bar{\zeta}^2} - \bar{a} \cdot \frac{1}{D_2} \cdot \left(\bar{\alpha} - \frac{w^2}{4D_2} \right) + \frac{D_0}{D_2} \cdot \bar{a}^3 - \frac{c^2}{\bar{a}^3} = 0, \quad c = \text{const}. \quad (29)$$

Первый интеграл уравнения (29) имеет вид:

$$\left(\frac{\partial \bar{a}}{\partial \bar{\zeta}} \right)^2 - \frac{1}{D_2} \cdot \left(\bar{\alpha} - \frac{w^2}{4D_2} \right) \cdot \bar{a}^2 + \frac{D_0}{2D_2} \cdot \bar{a}^4 + \frac{c^2}{\bar{a}^2} = E, \quad (30)$$

где $E = \text{const}$ определяется из начальных условий.

В случае $c = 0$ решениями уравнения (30) являются:
при $E < 0$

$$\bar{a} = \bar{A}_0 \cdot \text{an} \left[\bar{A}_0 \sqrt{\frac{D_0}{2D_2}} \cdot \bar{\zeta}; s \right], \quad (31)$$

где $\text{an}(u; s)$ – эллиптическая функция Якоби с модулем $s^2 = 2 - \frac{2}{\bar{A}_0 \cdot D_0} \cdot \left(\bar{\alpha} - \frac{w^2}{4D_2} \right)$;

при $E > 0$

$$\bar{a} = \bar{A}_0 \cdot \operatorname{cn} \left[\bar{A}_0 \sqrt{\frac{D_0}{2D_2}} / s; s \right], \quad (32)$$

$$\text{с модулем } s^2 = \frac{\bar{A}_0^2 \cdot D_0}{2 \cdot (\bar{A}_0^2 \cdot D_0 - \bar{\alpha} + w^2 / 4D_2)}.$$

При $E = 0$ получим решение в виде уединённой волны (солитон):

$$s = 1, \quad \bar{A}_0 = \sqrt{2 \cdot (\bar{\alpha} - w^2 / 4D_2)}, \quad \bar{a} = \bar{A}_0 \cdot \operatorname{sech} \left[\bar{A}_0 \cdot \sqrt{\frac{D_0}{2D_2}} \cdot \bar{\zeta} \right]. \quad (33)$$

Отметим, что решения такого типа имеют место только в случае неустойчивости монохроматической волны. В случае $c \neq 0$ уравнение (29) подстановкой

$$\bar{a} = \sqrt{\frac{D_0}{6D_2^2} \cdot \left(\bar{\alpha} - \frac{w^2}{4D_2} \right)} - \frac{D_0}{2D_2} \cdot \bar{b} \quad \text{приводится к уравнению Вейерштрасса:}$$

$$\left(\frac{\partial \bar{b}}{\partial \bar{\zeta}} \right)^2 - 4 \cdot \bar{b}^3 + g_1 \cdot \bar{b} + g_2 = 0, \quad (34)$$

$$\text{где } g_1 = \frac{1}{3D_2^2} \cdot \left(\bar{\alpha} - \frac{w^2}{4D_2} \right)^2 + \frac{2D_2 \cdot E}{D_0}, \quad g_2 = c^2 \frac{4D_2^2}{D_0^2} - \frac{4}{27D_2^3} \left(\bar{\alpha} - \frac{w^2}{4D_2} \right)^3 - \frac{2E}{D_0} \left(\bar{\alpha} - \frac{w^2}{4D_2} \right), \text{ т.е.}$$

$$\bar{a} = \sqrt{P(\bar{\zeta}, g_1, g_2) + \frac{1}{6} \cdot \left(\bar{\alpha} - \frac{w^2}{4D_2} \right)}, \quad (35)$$

где $P(\bar{\zeta}, g_1, g_2)$ – функция Вейерштрасса с инвариантами g_1, g_2 .

2.2. Свободное движение бетонной смеси с демпфированием.

В этом случае решение задачи сводится к исследованию уравнения:

$$i \cdot \left(\frac{\partial \kappa}{\partial \tau} + \alpha \kappa \right) + D_2 \cdot \frac{\partial^2 \kappa}{\partial \Theta^2} + \left(\nu + D_0 \cdot |\kappa|^2 \right) \cdot \kappa = 0. \quad (36)$$

Введём следующее определение искомой функции $\kappa(\tau, \Theta)$:

$$\kappa(\tau, \Theta) = \bar{\kappa}_0(\tau, \Theta) \cdot \exp \{ (-\alpha + i\nu) \cdot \tau \}. \quad (37)$$

Тогда для $\bar{\kappa}_0(\tau, \Theta)$ получим уравнение, совпадающее с (18) для $\kappa_0(\tau, \Theta)$. Таким образом, и в этом случае следует выполнять анализ, идентичный проведенному в п. 2.1.

2.3. Квазисолитонные движения бетонной смеси в условиях компенсации демпфирования и наличия пригруза на поверхности цилиндрического бака.

Рассмотрим далее ситуацию, когда на поверхности цилиндрического бака с бетонной смесью находится пригруз и выполняется следующее условие (названное в [4] условием компенсации демпфирования, т.е. в ситуации, когда

диссипативные/демпфирующие свойства бетонной смеси компенсируются возбуждением извне источником колебаний днища бака по закону (3)):

$$i\alpha\kappa + \gamma\kappa = 0 \Leftrightarrow \alpha^2 = \gamma^2. \quad (38)$$

(Следует отметить, что авторы [4] ошибочно принимают за условие компенсации демпфирования лишь соотношение $\alpha = \gamma$). Условие (38) является естественным с точки зрения закона сохранения энергии и легко выполнимым с помощью выбора амплитуды вибраций бака a_0 :

$$\gamma = \frac{\omega^2 a_0}{g\varepsilon_2} \Leftrightarrow \alpha^2 = \frac{\omega^4 a_0^2}{g^2 \varepsilon_2^2}. \quad (39)$$

Тогда уравнение (15) сведётся к уравнению (16), детально исследованному в п. 2.1.

Квазисолитонное решение (15) в этом случае примет следующий вид [4]:

$$\kappa(\tau, \Theta) = C_0 \cdot \frac{\exp \beta_2}{ch \beta_1}. \quad (40)$$

Здесь

$$\beta_1 = \left(\frac{D_0}{2D_1} \right)^{1/2} \cdot C_0 \cdot (\Theta - V\tau - \Theta_0); \quad \beta_2 = i \cdot \left[\left(\frac{D_0}{2} \cdot C_0^2 + \nu \right) \cdot \tau + \frac{V}{2D_1} \cdot \left(\Theta - \frac{V \cdot \tau}{2} - \Theta_0 - \tilde{\psi}_0 \right) \right],$$

C_0 – постоянная амплитуда; V – постоянная скорость; Θ_0 – начальная координата; $\tilde{\psi}_0$ – начальная фаза, которые должны определяться из начальных условий задачи.

Некоторые физические свойства решения (40) сводятся к следующим. Это решение отвечает стационарной волне с модулированной амплитудой, распространяющейся в медленном времени τ с постоянной скоростью V , а именно решение (40) можно рассматривать как гармонические волны $\exp \beta_2$ с модулированной амплитудой $C_0 / ch \beta_1$. Решение представляет собой квазисолитон (уединённую волну, внутри «заполненную» гармоническими волнами, движущимися со скоростью v_2 , в то время как колоколообразная огибающая этой волны – горб волны – движется со скоростью v_1).

Если вернуться к физически содержательным переменным, тогда амплитуда колебаний свободной поверхности бетонной смеси по доминантной моде ξ_1 имеет (с точностью до $O(\varepsilon_2^{1/2})$) вид:

$$\xi_1 = \operatorname{Re} \left[\tilde{a} \cdot C_0 \cdot \frac{\exp(\beta_2 - i\alpha\tau)}{ch \beta_1} \right] = \frac{\tilde{a} \cdot C_0}{ch \left\{ \left(\frac{D_0}{2D_1} \right)^{1/2} \cdot C_0 \cdot (\Theta - V\tau - \Theta_0) \right\}} \cdot \cos \tilde{\gamma}, \quad (41)$$

$$\tilde{\gamma} = \left[\left(\frac{D_0}{2} \cdot C_0^2 + \nu \right) \cdot \tau + \frac{V}{2D_1} \cdot \left(\Theta - \frac{V\tau}{2} - \Theta_0 - \tilde{\psi}_0 \right) - \alpha\tau \right].$$

Таким образом, рельеф свободной поверхности бетонной смеси в переменных t и θ согласно (7) имеет вид:

$$\xi \approx \xi_1 \cdot \frac{J_0(kr)}{N_{01}} = \frac{\tilde{a}C_0 J_0(kr)}{N_{01} \cdot \operatorname{ch} \left\{ \left(\frac{D_0}{2D_1} \right)^{1/2} \cdot C_0 \cdot \frac{\tilde{a}k^2}{T^{1/2}} \cdot (\theta - \theta_0 - v_1 t) \right\}} \cdot \cos \mathfrak{E}, \quad (42)$$

$$\mathfrak{E} = \frac{V\tilde{a}k^2}{2D_1 \cdot T^{1/2}} \cdot (\theta - v_2 t - \theta_0 - \psi_0).$$

Здесь, в (42), имеем:

$$v_1 = \frac{V\omega\tilde{a}}{4T^{3/2}}; \quad v_2 = \frac{2D_1 T^{1/2} \cdot \left[\omega + \left(\frac{V^2}{4D_1} - \frac{D_0 \cdot C_0^2}{2} - v \right) \cdot \omega \cdot \frac{\tilde{a}^2 k^2}{4T^2} \right]}{V\tilde{a}k^2}; \quad \theta_0 = \frac{T^{1/2}}{\tilde{a}k^2} \Theta_0; \quad (43)$$

$$\psi_0 = \frac{T^{1/2}}{\tilde{a}k^2} \cdot \tilde{\psi}_0; \quad T = th(kh).$$

Тем самым квазисолитон представляет собой длинноволновые, бегущие в окружном направлении θ волны $\cos \mathfrak{E}$, их скорость равна v_2 , а длина волны $2\pi \cdot (2D_1 T^{1/2}) \cdot (\tilde{a}k^2)^{-1}$. Эти волны имеют модулированные квазисолитоном амплитуды

вида $\tilde{a}C_0 \cdot \frac{J_0(kr)}{N_{01}} \cdot \operatorname{sech} \left\{ \left(\frac{D_0}{2D_1} \right)^{1/2} \cdot C_0 \cdot \frac{\tilde{a}k^2}{T^{1/2}} \cdot (\theta - v_1 t - \theta_0) \right\}$. Горб квазисолитона движется

с постоянной скоростью $v_1 \ll v_2$. Следует отметить, что скорость квазисолитона не зависит от его амплитуды C_0 , в то время как скорость движения волн v_2 содержит составляющую, зависящую от C_0 . Относительно начальных условий задачи можно отметить следующее. Квазисолитоны, как и солитоны, тем и отличаются от обычных волн, что способны нести (и несут в случае их возбуждения) сгустки энергии, переданной системе в начальный момент времени. Особенно удачным является использование квазисолитонов/солитонов при импульсных воздействиях на систему. Чтобы в виброформируемой бетонной смеси зародился квазисолитон, необходимо в каком-либо одном сечении $\theta = \theta_0$ создать деформацию поверхности смеси $\xi(r, \theta, t)$,

чтобы $\xi_1(0, \theta_0) = u_1$, $\frac{\partial \xi_1(0, \theta_0)}{\partial t} = u_2$; $\frac{\partial \xi_1(0, \theta_0)}{\partial \theta} = u_3$. Такие начальные условия можно

создать путём погружения или поднятия пригруза (с радиально ребристой поверхностью контакта с жидкостью) в бетонной смеси. Этот инструмент часто используется при объёмном/поверхностном виброформовании бетонных (и строительных) смесей. Пусть $\theta_0 = 0$ и $\xi_1(0, 0) = u_1$; $\frac{\partial \xi_1(0, 0)}{\partial t} = u_2$; $\frac{\partial \xi_1(0, 0)}{\partial \theta} = u_3$; тогда

V определяется (например, методом Феррари) из алгебраического уравнения четвёртой степени вида:

$$\left[\frac{V^4}{4D_1} - \frac{D_0}{2} \cdot V^2 \cdot \left(\frac{u_1}{\tilde{a}} \right)^2 - \frac{D_0}{2} \cdot \left(\frac{u_3 \cdot 2D_1 \cdot T^{1/2}}{\tilde{a}^2 k^2} \right)^2 - V^2 \right] \cdot \omega \cdot \frac{\tilde{a}^2 k^2}{4T^2} + \omega V^2 + \frac{u_2}{u_3} \cdot \frac{\tilde{a}k^2}{2D_1 T^{1/2}} \cdot V^3 = 0. \quad (44)$$

Амплитуда C_0 при известном V находится из соотношения:

$$C_0 = \left(\frac{u_1}{\tilde{a}} \right)^2 + \left[\frac{u_3 2D_1 \cdot T^{1/2}}{V\tilde{a}k^2} \right]^2, \quad (45)$$

и, наконец, фаза ψ_0 – из условия:

$$\psi_0 = \frac{2D_1 T^{1/2}}{V\tilde{a}k^2} \cdot \arccos \left(\frac{u_1}{\tilde{a}C_0} \right). \quad (46)$$

Таким образом, на свободной поверхности бетонной смеси, содержащейся в цилиндрическом баке, при вертикальных его вибрациях (т.н. объёмное виброформование) можно с помощью пригруза специальной формы (радиально ребристой) возбудить квазисолитонный сгусток волн. Условием существования такого решения является условие компенсации демпфирования (38).

Следует особо остановиться на выполнении условий периодичности в случае возбуждения квазисолитона. В импульсных задачах обычно исследователей интересует динамика начального возмущения переменных, т.е. «история» процесса, а также пространственно-временная эволюция начального возмущения. Поэтому значения окружной координаты θ , равные, к примеру, 0 или 2π , не являются тождественными, так как $\theta = 0$ соответствует началу процесса, а $\theta = 2\pi$ – состоянию, когда возмущение пройдёт полный круг по поверхности. Таким образом, чтобы получить описание рельефа свободной поверхности в каком-либо сечении цилиндра θ^* ($0 \leq \theta^* < 2\pi$) в момент времени t , сначала необходимо для скоростей v_1 и v_2 найти числа $n_1 = \left[\frac{v_1 t}{2\pi} \right]_0$ (где $[]_0$ – символ целой части числа, «антье от числа»), и $n_2 = \left[\frac{v_2 t}{2\pi} \right]_0$. Затем уравнение колебаний свободной поверхности бетонной смеси по доминантной моде записывается в виде:

$$\xi \approx \xi_1 \cdot \frac{J_0(kr)}{N_{01}} = \frac{\tilde{a}C_0 J_0(kr) \cdot \cos \left\{ \frac{V\tilde{a}k^2}{2D_1 T^{1/2}} \cdot (\theta^* + n_2 \cdot 2\pi - v_2 t - \theta_0 - \psi_0) \right\}}{N_{01} \cdot ch \left\{ \left(\frac{D_0}{2D_1} \right)^{1/2} \cdot C_0 \cdot \frac{\tilde{a}k^2}{T^{1/2}} \cdot (\theta^* + n_1 \cdot 2\pi - v_1 t - \theta_0) \right\}}. \quad (47)$$

Такое представление квазисолитонного решения возможно вследствие того, что квазисолитоны обладают свойством сохранения формы даже в случае встречи с аналогичным по виду возмущением свободной поверхности (бетонной смеси) (т.е. ведут себя как квазичастицы или абсолютно упругие шарики, восстанавливающие все свои кинематические характеристики после столкновения с себе подобными квазичастицами) [13].

Выводы

1. Обоснован метод моделирования и анализа пространственно-временной эволюции нелинейных поверхностных возмущений уплотняемой бетонной смеси в вертикально вибрирующем цилиндрическом баке при его идеальном возбуждении.

2. В рамках предложенного метода и принятых допущений получено стандартное нелинейное эволюционное уравнение в частных производных, позволяющее осуществлять детальный анализ возникающих нелинейных волнообразований в рассматриваемой системе. В большинстве случаев этим уравнением является нелинейное уравнение Шредингера с диссипацией.
3. Проведен всесторонний анализ полученных аналитических решений указанного уравнения для случаев: а) свободного без демпфирования движения бетонной смеси; б) свободного движения бетонной смеси с демпфированием; в) квазисолитонного движения бетонной смеси в условиях компенсации демпфирования и наличия пригрузки на поверхности цилиндрического бака.
4. Найденные аналитические решения нелинейного эволюционного уравнения периодического типа (т.н. кноидальные волны) описываются эллиптическими функциями Якоби или функциями Вейерштрасса. Квазисолитонные решения содержат в знаменателе типичную функцию для солитонных (уединённых) волн – гиперболический косинус, т.е. пропорциональны гиперболическому секансу.
5. Применение пригрузки специальной формы (радиально ребристой) при виброформовании изделий из бетонной смеси позволяет возбудить квазисолитон на поверхности уплотняемой жидкости/смеси и чётко определить все физические константы (амплитуду, скорость, начальную фазу колебаний), фигурирующие в решении эволюционного уравнения, возникающих квазисолитонных волнообразований.
6. Результаты данного исследования могут быть в дальнейшем использованы для уточнения и совершенствования существующих инженерных методов расчёта энергосиловых характеристик вибромашин для уплотнения бетонных и строительных смесей как на стадиях их проектирования/конструирования, так и в режимах реальной эксплуатации.

Список использованной литературы

1. Микишев Г. Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. Москва: Машиностроение, 1978. 248 с.
2. Микишев Г. Н., Рабинович Б. И. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. Москва: Машиностроение, 1971. 563 с.
3. Нариманов Г. С., Докучаев Л. В., Луковский И. А. Нелинейная динамика летательного аппарата с жидкостью. Москва: Машиностроение, 1977. 206 с.
4. Кубенко В. Д., Ковальчук П. С., Бояршина Л. Г. и др. Нелинейная динамика осесимметричных тел, несущих жидкость. Киев: Наукова думка, 1992. 184 с.
5. Кубенко В. Д., Ковальчук П. С., Краснопольская Т. С. Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек. Киев: Наукова думка, 1984. 220 с.
6. Кононенко В. О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением. Москва: Наука, 1964. 254 с.
7. Краснопольская Т. С., Лавров К. А. Нелинейные колебания цилиндрической оболочки с жидкостью при ограниченном возбуждении. *Прикладная механика*. 1988. Т. 24. №11. С. 67-72.
8. Фролов К. В., Краснопольская Т. С. Эффект Зоммерфельда в системах без внутреннего демпфирования. *Прикладная механика*. 1987. Т. 23. № 12. С. 19-24.
9. Miles J. W. Nonlinear surface waves in closed basins. *J. Fluid. Mech.* 1976. V. 75. № 3. P. 419-448.
10. Miles J. W. Internally resonant surface waves in circular cylinder. *J. Fluid. Mech.* 1984. V. 149. P. 1-14.

11. Miles J. W. Resonantly forced surface waves in circular cylinder. *J. Fluid. Mech.* 1984. V. 149. P. 15-31.
12. Miles J. W. Parametrically excited solitary waves. *J. Fluid. Mech.* 1984. V. 148. P. 451-460.
13. Ньюэлл А. Солитоны в математике и физике. Москва: Мир, 1989. 326 с.
14. Nayfeh A. H. Perturbation methods. New York: Wiley, 1973. 455 p.
15. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. Москва: Наука, 1973. 350 с.

References

1. Mikishev, G. N. (1978) Eksperimentalnye metody v dinamike kosmicheskikh apparatov. Moscow: Mashinostroenie.
2. Mikishev, G. N., & Rabinovich, B. I. (1971) Dinamika tonkostennykh konstruktsiy s otsekami, soderzhashchimi zhidkost. Moscow: Mashinostroenie.
3. Narimanov, G. S., Dokuchaev, L. V., & Lukovskiy, I. A. (1977) Nelineynaya dinamika letatel'nogo apparata s zhidkostyu. Moscow: Mashinostroenie.
4. Kubenko, V. D., Kovalchuk, P. S., & Boyarshina L. G. et al. (1992) Nelineynaya dinamika osesimmetrichnykh tel, nesushchikh zhidkost. Kiev: Naukova dumka.
5. Kubenko, V. D., Kovalchuk, P. S., & Krasnopol'skaya T. S. (1984) Nelineynoe vzaimodeystvie form izgibnykh kolebaniy tsilindricheskikh obolochek. Kiev: Naukova dumka.
6. Kononenko, V. O. (1964) Kolebatel'nyye sistemy s ogranichenным возбуждением. Moscow: Nauka.
7. Krasnopol'skaya, T. S., & Lavrov, K. A. (1988) Nelineynyye kolebaniya tsilindricheskoy obolochki s zhidkostyu pri ogranichenном возбуждении. *Prikladnaya mehanika*, **24**, 11, 67-72.
8. Frolov, K. V., & Krasnopol'skaya, T. S. (1987) Effekt Zommerfelda v sistemakh bez vnutrennego dempfirovaniya. *Prikladnaya mehanika*, **23**, 12, 19-24.
9. Miles, J. W. (1976) Nonlinear Surface Waves In Closed Basins. *J. Fluid. Mech.*, **75**, 3, 419-448.
10. Miles, J. W. (1984) Internally Resonant Surface Waves in Circular Cylinder. *J. Fluid. Mech.*, **149**, 1-14.
11. Miles, J. W. (1984) Resonantly Forced Surface Waves in Circular Cylinder. *J. Fluid. Mech.*, **149**, 15-31.
12. Miles, J.W. (1984) Parametrically Excited Solitary Waves. *J. Fluid. Mech.*, **148**, 451-460.
13. Newell, A. C. (1989) Solitons in Mathematics and Physics. Moscow: Mir.
14. Nayfeh, A. H. (1973) Perturbation methods. New York: Wiley.
15. Karpman, V. I. (1973) Nelineynyye volny v dispergiruyushchikh sredakh. Moscow: Nauka.

УДК 506:510

Т.В. ШУЛЬКЕВИЧ, І.В. БАКЛАН

Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

ГІБРИДНИЙ ЛІНГВІСТИЧНИЙ ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ

В статті розглядається використання гібридного лінгвістичного підходу до моделювання та прогнозування часових рядів.

Гібридний лінгвістичний підхід передбачає процес побудови лінгвістичних моделей (ЛМ) з використанням прихованих Марковських моделей (ПММ). Одним з кроків побудови ЛМ є застосування інтервального підходу для розбиття множин значень часового ряду з використанням елементів інтервальної математики та різноманітних розподілів ймовірностей. Будується морфізм перетворення чисельних образів до символного вигляду, який можна використовувати для вирішення певних задач.

Запропоновані методи дають якісні результати на короткостроковому прогнозі, що не відрізняються від прогнозів профільними методами, при використанні менших обчислювальних ресурсів.

Ключові слова: лінгвістизація, лінгвістична модель, інтервалізація, інтервальна математика, розподіли.

Т.В. ШУЛЬКЕВИЧ, И.В. БАКЛАН

Национальный технический университет Украины
"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"

ГИБРИДНЫЙ ЛИНГВИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

В статье рассматривается использование гибридного лингвистического подхода к моделированию и прогнозированию временных рядов.

Гибридный лингвистический подход предполагает процесс построения лингвистических моделей (ЛМ) с использованием скрытых Марковских моделей (СММ). Одним из шагов построения ЛМ является применение интервального подхода для разбиения множеств значений временного ряда с использованием элементов интервальной математики и различных распределений вероятностей. Строится морфизм преобразования численных образов в символный вид, который можно использовать для решения определенных задач.

Предложенные методы дают качественные результаты на краткосрочном прогнозе, которые не отличаются от прогнозов профильными методами, при использовании меньших вычислительных ресурсов.

Ключевые слова: лингвистизация, лингвистическая модель, интервализация, интервальная математика, распределения.

T.V. SHULKEVYCH, I.V. BAKLAN
National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

HYBRID LINGUISTIC APPROACH TO MODELING OF TIME RANGES

The article deals with the use of a hybrid linguistic approach to analysis, modeling and forecasting of time series.

For the implementation of the hybrid linguistic approach mathematical formalisms were used: interval mathematics, probability theory, structural (syntactic, linguistic) approach, hidden Markov models (HMM) and formal probability grammars.

The hybrid linguistic approach involves the process of constructing linguistic models (LMs) using hidden Markov models (HMM). One of the steps in constructing LM is the use of an interval approach for splitting sets of time series values using elements of interval mathematics and various probability distributions. The morphism of converting numerical images to a symbolic form, which can be used to solve certain problems, is under construction.

The proposed methods provide qualitative results in the short-term forecast, which do not differ from the forecasts by profile methods when using less computational resources. During the conduct of numerical experiments, the quality of forecasting of time series of diverse nature at various parameters was proved. Experimental way to find optimal parameters of the algorithm. The algorithm was applied to a variety of time series (social, medical, financial, and economic), calculated static indicators of accuracy of the forecast. Experiments have shown that the algorithm consistently performs the forecast of values in a time series of 3-4 steps ahead and forecasts the trend change by 3-5 steps.

The information system with the use of the original mathematical apparatus for analyzing and predicting nonlinear non-stationary processes is developed. Numerical experiments on prediction of time series on different types of intervals (probability distributions).

For intervalization, the Beta probability distribution was used; the quality of the time series forecast at various alphabet capacities (number of intervals) was investigated.

The tables show the results of the conducted numerical experiments.

To estimate the quality of forecasts, the indicator was used based on the Levenstein distance.

Keywords: linguisticization, linguistic model, intervalization, interval mathematics, distributions.

Постановка проблеми

Лінгвістичний (структурний, синтаксичний) підхід відомий ще за роботами американського науковця китайського походження Кінг Сунь Фу [1, 2]. Саме він висловив можливість використання ймовірнісних формальних граматик для опису складних образів. Стоїть задача використання гібридного лінгвістичного підходу для моделювання числових образів у вигляді часових рядів з використанням ймовірнісних граматик на основі прихованих часових рядів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Елементи лінгвістичного підходу були викладені в роботах Соколова О.Ю. [3], Сенкевича Ю.І. [4], Дрождина В.В. [5], Сулимовой В.В. [6], Oscar Cordon та Francisco Herrera [7], Gui-Wu Wei [8]. Гібридний лінгвістичний підхід запропонований у роботах Баклана И.В. [9–11].

Мета дослідження

Метою чинного дослідження є емпіричне доведення придатності використання гібридного лінгвістичного підходу для прогнозування часових рядів.

Викладення основного матеріалу дослідження

Лінгвістичне моделювання – комплекс методів, методик та алгоритмів, які використовують процес перетворення числових масивів інформації до лінгвістичних послідовностей, на основі яких відновлюється формальна граматики.

Лінгвістична модель динамічного процесу складається з наступних елементів
 $\langle D, I, L, G \rangle$

де D – сукупність часових рядів динамічного процесу та рядів, похідних від вхідних даних,

I – спосіб та правила інтервалізації,

L – морфізм відображення інтервального представлення ряду на певний алфавіт,

G – відновлена граматики динамічного процесу.

Кроки (підзадачі) побудови лінгвістичної моделі на основі чисельного часового ряду динамічного процесу:

- підзадача отримання різницевого ряду;
- підзадача інтервалізації;
- підзадача лінгвістизації;
- підзадача відновлення формальної граматики.

На першому кроці отримуємо різниці часового ряду:

Часовий ряд $X = (x_i)_{(i=1...N)}$;

Перша різниця $X^1 = \{x_{(i+1)} - x_i\}_{(i=1...N)} = \{x_i\}_{(i=1...N)}$;

Друга різниця $X^2 = \{(x_{i+1} - x_i)\}_{(i=1...N)} = \{x_i^2\}_{(i=1...N)}$.

На рис. 1 та 2 представлені оригінальний часовий ряд, який взято з книги авторів Box G.E.P., Jenkins G.M., Reinsel G.C., Ljung G.M. [12, С. 305-306] та інтернет-джерела [13], та його перша різниця.

Для прогнозування використовувалися такі розподіли:

- Рівномірний;
- Лапласа;
- Нормальний;
- Бета;
- Ст'юдента.

Використовувалися алфавіти різних розмірностей: 5, 10, 15, 20, 25 символів.

Нехай X та Y – частково впорядковані множини. Кожну з цих множин вважатимемо

умовно повними структурами $S(X), S(Y)$. Якщо $a, b \in S(X)$ та $a \leq b$, то множину $I(a, b) = [a, b] = \{x \in X, a \leq x \leq b\}$ будемо називати інтервалом на $S(X)$.

З основ інтервальної арифметики маємо: $X \subseteq Is(x) \subseteq B(X), Y \subseteq Is(y) \subseteq B(Y)$, де $Is(y), Is(x)$ – множини всіх інтервалів. Якщо множина X утворює поле, то в $Is()$ можна ввести правила інтервальної арифметики:

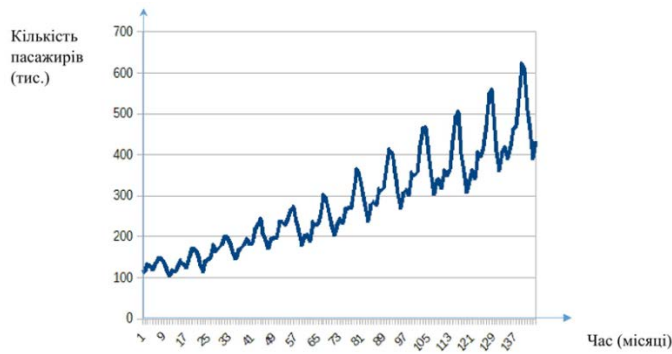


Рис. 1. Графік оригінального часового ряду

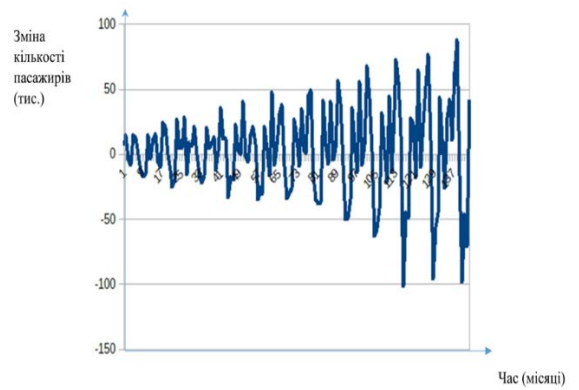


Рис. 2. Графік першої різниці оригінального часового ряду

$$[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d],$$

$$[a, b] - [c, d] = [a - c, b - d],$$

$$[a, b] \times [c, d] = [\min(a \times c, a \times d, b \times c, b \times d), \max(a \times c, a \times d, b \times c, b \times d)],$$

$$[a, b] : [c, d] = [a, b] \times [1/d, 1/c], 0 \notin [c, d].$$

Суміжними інтервалами є інтервали вигляду: $[a, b], [c, d] \subseteq X, b=c, a < b, c < d$.

Нехай $X = \{x_i | x_i > 0, x_i < x_m\}, i = 1..M, x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_m$.

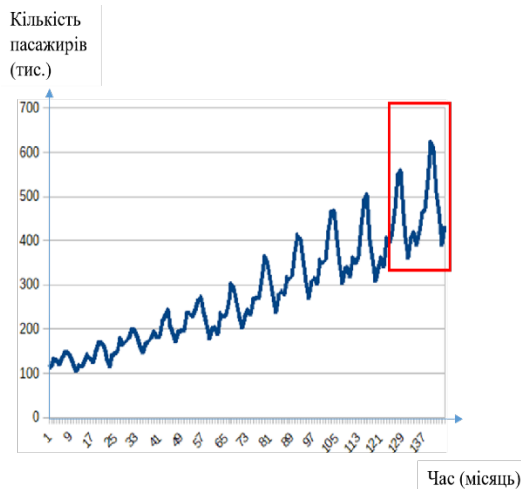


Рис. 3. Оригінальний часовий ряд.

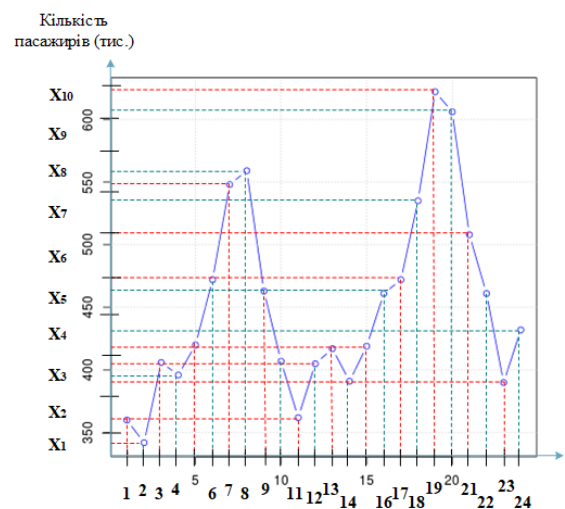


Рис. 4. Інтервалізація.

При рівнозначній інтервалізації: $[0, X_1] = [X_1, X_2] = [X_2, X_3] = [X_3, X_4]$,

при рівномірній інтервалізації: $P[0, X_1] = P[X_1, X_2] = P[X_2, X_3] = P[X_3, X_4]$.

На кроці лінгвістизації будемо морфізм:

$$L : X \rightarrow A,$$

де X – множина значень часовий ряду;

A – алфавіт обраної потужності;

$A = \{a_1, \dots, a_M\}$, де M – потужність алфавіту;

$X = \{I_1, \dots, I_M\}$ – розбиття множини значень часового ряду на інтервали;
 $L(x_j) = a_i$, якщо $x_j \in I_i$.

Методи, якими здійснюється відновлення граматики за лінгвістичними ланцюжками, на наступному кроці можуть бути наступними:

1. Простим перерахуванням її ланцюжків;
2. Індукційний метод;
3. Використання формальних граматик:
 - а) граматики розпізнавання;
 - б) граматики породження;
 - в) граматики передування;
4. Використання ймовірнісних граматик на основі ПММ (прихованих Марковських моделей).

При гібридному лінгвістичному підході будуємо матрицю передування (в термінах ПММ це матриця переходів).

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_N \\
 a_1 & \left\| \begin{array}{cccc} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \dots & p_{1N} \end{array} \right\| \\
 a_2 & \left\| \begin{array}{cccc} p_{21} & p_{22} & p_{23} & \dots & p_{2N} \end{array} \right\| \\
 a_3 & \left\| \begin{array}{cccc} p_{31} & p_{32} & p_{33} & \dots & p_{3N} \end{array} \right\| \\
 \dots & \left\| \begin{array}{cccc} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right\| \\
 a_N & \left\| \begin{array}{cccc} p_{N1} & p_{N2} & p_{N3} & \dots & p_{NN} \end{array} \right\|
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 a_1 & \dots & a_i & \dots & a_N \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 a_i & \left\| \begin{array}{cccc} p_{j1} & \dots & p_{ji} & \dots & p_{jN} \end{array} \right\| \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 \dots & a_i & \dots \\
 \vdots & \vdots & \\
 a_i & \dots & p_{ji} & \dots \\
 \vdots & & \vdots &
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

Відновлення граматики. Матриця передування, побудована на основі часового ряду кількості пасажирів авіаперельотів в США [13].

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0.12	0.25	0.25	0.38	0
B	0	0	0	0.17	0	0.42	0.25	0.08	0.08	0
C	0	0.08	0.08	0.17	0.17	0.17	0.16	0.17	0	0
D	0.15	0.1	0.05	0.1	0.24	0.06	0.05	0.1	0.15	0
E	0.05	0.09	0.23	0.18	0.14	0.09	0.14	0.04	0.04	0
F	0.04	0.09	0.04	0.13	0.22	0.22	0.09	0.13	0.04	0
G	0.19	0.06	0.06	0.06	0.25	0.19	0.13	0.06	0	0
H	0.07	0.14	0	0.29	0.14	0.14	0	0.07	0.07	0.08
I	0	0.09	0.19	0.18	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
J	0	0.5	0.5	0	0	0	0	0	0	0

Побудова граматики відбувається на основі матриці передування будується ймовірнісна граматика часового ряду.

$A \xrightarrow{0,13} F$	$C \xrightarrow{0,17} E$	$D \xrightarrow{0,14} A$	$F \xrightarrow{0,04} I$	$G \xrightarrow{0,13} G$	$I \xrightarrow{0,09} G$
$A \xrightarrow{0,25} H$	$C \xrightarrow{0,17} G$	$D \xrightarrow{0,24} E$	$F \xrightarrow{0,04} A$	$G \xrightarrow{0,19} F$	$I \xrightarrow{0,09} F$
$A \xrightarrow{0,25} G$	$C \xrightarrow{0,17} H$	$E \xrightarrow{0,05} H$	$F \xrightarrow{0,09} B$	$G \xrightarrow{0,19} A$	$I \xrightarrow{0,09} H$
$A \xrightarrow{0,38} I$	$C \xrightarrow{0,17} D$	$E \xrightarrow{0,05} I$	$F \xrightarrow{0,09} G$	$G \xrightarrow{0,25} E$	$I \xrightarrow{0,09} E$
$B \xrightarrow{0,08} I$	$D \xrightarrow{0,05} F$	$E \xrightarrow{0,05} A$	$F \xrightarrow{0,13} D$	$H \xrightarrow{0,07} I$	$I \xrightarrow{0,09} J$
$B \xrightarrow{0,08} H$	$D \xrightarrow{0,05} G$	$E \xrightarrow{0,09} F$	$F \xrightarrow{0,13} H$	$H \xrightarrow{0,07} J$	$I \xrightarrow{0,09} I$
$B \xrightarrow{0,17} D$	$D \xrightarrow{0,05} C$	$E \xrightarrow{0,09} B$	$F \xrightarrow{0,22} F$	$H \xrightarrow{0,07} A$	$I \xrightarrow{0,09} B$
$B \xrightarrow{0,25} G$	$D \xrightarrow{0,05} F$	$E \xrightarrow{0,14} G$	$F \xrightarrow{0,22} E$	$H \xrightarrow{0,07} H$	$I \xrightarrow{0,18} D$
$B \xrightarrow{0,42} F$	$D \xrightarrow{0,1} H$	$E \xrightarrow{0,14} E$	$G \xrightarrow{0,06} D$	$H \xrightarrow{0,14} F$	$I \xrightarrow{0,18} C$
$C \xrightarrow{0,08} B$	$D \xrightarrow{0,1} D$	$E \xrightarrow{0,18} D$	$G \xrightarrow{0,06} B$	$H \xrightarrow{0,14} E$	$J \xrightarrow{0,5} B$
$C \xrightarrow{0,08} C$	$D \xrightarrow{0,1} B$	$E \xrightarrow{0,23} C$	$G \xrightarrow{0,06} C$	$H \xrightarrow{0,14} B$	$J \xrightarrow{0,5} C$
$C \xrightarrow{0,17} F$	$D \xrightarrow{0,14} I$	$F \xrightarrow{0,04} C$	$G \xrightarrow{0,06} H$	$H \xrightarrow{0,29} D$	

Авторами статті розроблено інформаційну систему з використанням оригінального математичного апарату для аналізу та прогнозування нелінійних нестационарних процесів.

Рис. 5. Фрагмент програми "Інтервалізація".

Рис. 6. Фрагмент програми "Побудова правил".

Открыт

Мощность алфавита: 25

Дельта: 2

Распределение: Equal

Параметр

Период: 4

Тест на период: 2

Предсказать периодов: 1

Старт

Экспорт в Excel

Интервализация

Правила

Прогноз

Тест:

Факт	Предсказан	ТрендФакт	ТрендПредок	Ошибка	1	2	3
P	P	-	-	0	Q	D	I
D	D	+	+	0	D	I	P
G	G	-	-	0	I	P	D
U	I	-	-	12	P		
T	N	+	-	6	D		
D	N	+	+	10	G		
O	D	-	+	11	U		
A	N	+	-	13	T		

Прогноз:

Предсказан	1	2	3
A	D	O	
M	O		
Q	A		
Q	A		

Расстояние Левенштейна: 5

Рис. 7. Фрагмент програми "Прогноз".

Отримуємо лінгвістичну послідовність PDGUTDOA

Обчислювальні експерименти щодо прогнозування часових рядів були проведені на різних типах інтервализації (розподілах ймовірностей).

Для інтервализації був використаний Бета розподіл ймовірностей, було досліджено якість прогнозу часового ряду на різних потужностях алфавіту (кількостях інтервалів).

В таблицях наведено результати проведених обчислювальних експериментів на даних з джерела [13].

Для оцінки якості прогнозів був використаний показник на основі відстані Левенштейна.

Нехай M та N – довжини вхідних рядків S_1 та S_2 , тоді для всіх i від 0 до M та для всіх j від 0 до N підраховуємо $D(i, j)$, та повертаємо $D(M, N)$ де:

$$D(i, j) = \begin{cases} 0; i = 0, j = 0 \\ i; j = 0, i > 0 \\ j; i = 0, j > 0 \\ D(i-1, j-1); S_1[i] = S_2[j] \\ \min \begin{pmatrix} D(i, j-1) + insertcount \\ D(i-1, j) + deletcount \\ D(i-1, j-1) + replacecount \end{pmatrix}; j > 0, i > 0, S_1[i] \neq S_2[j] \end{cases}$$

Функція $\min(a, b, c)$ повертає найменший з аргументів. Ціну вставки, видалення та заміни вважатимемо однаковою та рівною одиниці.

Далі в таблицях використовується позначення:

0 – це точне попадання в інтервал при прогнозуванні.

З обчислювальних експериментів, які наведено в табл. 1–4 можемо зробити висновки.

В табл. 1 найкращим розподілом часового ряду перельоту пасажирів є рівномірний розподіл. При використанні бета-розподілу зробити прогноз виявляється неможливим.

Дані з табл. 2 показують дозволяють зробити більш точні прогнози (на великих розмірностях алфавіту), оскільки прогнози робляться в медичній сфері.

Таблиця 1

Помилка тестового прогнозу часового ряду перельоту пасажирів
(за відстанню Левенштейна)

Розподіли	Розмір алфавіту	Прогноз (кроків)				
		1	2	3	4	5
Рівно- мірний	5	0	0	0	1	1
	10	0	0	0	1	1
	15	0	0	0	8	5
	20	0	0	0	10	5
	25	0	0	0	12	6
Лапласа	5	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0
	15	1	1	1	1	1
	20	0	0	1	0	0
	25	1	1	0	0	0
Нормаль- ний	5	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0
	15	0	1	1	1	1
	20	1	0	0	0	1
	25	0	1	0	0	0
Бета	5	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0
	15	0	0	0	0	0
	20	0	0	0	0	0
	25	0	0	0	0	0
Ст'юдент-та	5	1	1	1	1	1
	10	2	0	1	0	0
	15	0	0	0	1	0
	20	0	1	0	0	1
	25	0	0	0	1	1

Таблиця 2

Помилка тестового прогнозу часового ряду вимірювання рівня глюкози в крові
(за відстанню Левенштейна)

Розподіли	Розмір алфавіту	Прогноз (кроків)				
		1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	6	7
Рівно- мірний	5	0	0	1	0	1
	10	0	0	1	1	1
	15	2	3	1	1	0
	20	3	0	2	2	1
	25	3	0	3	3	3

Продовження табл. 2

1	2	3	4	5	6	7
Лапласа	5	0	4	0	4	0
	10	0	7	0	0	7
	15	0	9	7	0	1
	20	1	2	7	1	1
	25	0	0	22	0	0
Нормаль- ний	5	2	0	0	0	3
	10	0	1	0	0	0
	15	0	0	1	2	1
	20	0	0	0	0	1
	25	2	3	0	19	0
Бета	5	0	0	1	2	1
	10	2	4	0	3	0
	15	1	4	0	4	0
	20	4	0	4	2	1
	25	0	2	0	4	1
Ст'юдент- та	5	4	0	0	0	4
	10	0	0	1	9	0
	15	1	0	0	3	1
	20	14	0	0	16	0
	25	0	1	0	1	23

Таблиця 3

Помилка тестового прогнозу часового ряду ціни Скандинавського ринку електроенергії
(за відстанню Левенштейна)

Розподіли	Розмір алфавіту	Прогноз (кроків)				
		1	2	3	4	5
Рівно- ймовірний	5	0	0	0	0	0
	10	2	0	0	0	0
	15	1	0	0	0	0
	20	0	0	0	0	0
	25	1	0	0	0	0
Лапласа	5	0	1	0	0	0
	10	0	8	0	5	0
	15	0	1	2	5	0
	20	0	0	0	0	17
	25	0	7	18	0	22
Нормаль- ний	5	0	0	0	4	0
	10	8	0	0	0	1
	15	0	5	0	2	9
	20	1	19	9	1	0
	25	2	20	0	7	1

Продовження табл. 3

1	2	3	4	5	6	7
Бета	5	0	0	0	0	0
	10	3	0	0	0	2
	15	0	4	3	0	1
	20	3	1	1	8	0
	25	3	3	0	1	4
Ст'юдента	5	0	0	4	0	0
	10	0	0	0	0	0
	15	14	0	1	14	5
	20	1	0	0	0	0
	25	0	0	23	0	1

Таблица 4

Помилка тестового прогнозу часового ряду ціни природного газу
на нью-йоркській товарній біржі NYMEX (за відстанню Левенштейна)

Розподіли	Розмір алфавіту	Прогноз (кроків)				
		1	2	3	4	5
Рівно- ймовірний	5	0	0	1	0	1
	10	1	0	8	0	4
	15	1	0	0	2	13
	20	0	16	0	13	18
	25	6	0	0	5	12
Лапласа	5	0	0	0	0	0
	10	9	9	0	9	9
	15	0	14	14	14	14
	20	0	0	19	19	19
	25	0	0	0	1	0
Нормаль- ний	5	0	0	0	4	4
	10	0	0	0	3	3
	15	14	14	5	0	0
	20	0	0	19	0	0
	25	0	0	0	0	0
Бета	5	0	0	0	0	0
	10	1	1	1	1	1
	15	0	0	0	0	1
	20	0	0	0	5	8
	25	0	0	0	0	1
Ст'юдента	5	0	0	0	0	0
	10	0	9	9	9	0
	15	0	0	0	0	14
	20	0	0	19	19	19
	25	0	0	0	24	0

В табл. 4 з короткостроковим прогнозом отримані гарні результати при використанні всіх розподілів. При використанні нормального закону розподілу при

розмірі алфавіту 15 символів виявилося неможливим отримати вірний прогноз на 1, 2, 3 кроки.

Висновки

У статті досліджено використання методів лінгвістичного моделювання для задачі прогнозування часових рядів різної природи. У роботі приведений авторський алгоритм прогнозування на основі лінгвістичного моделювання та прихованих Марковських моделей. Описано використаний математичний апарат для кожного етапу алгоритму, застосування прихованих Марковських моделей, базові характеристики використання апарату формальних граматики для відновлення лінгвістичної моделі.

Для проведення обчислювальних експериментів створена програмна реалізація алгоритму.

Під час проведення обчислювальних експериментів доведена якість прогнозування часових рядів різноманітної природи при різних параметрах. Експериментальним шляхом виявлені оптимальні параметри алгоритму. Алгоритм застосовується до різноманітних часових рядів (соціальних, медичних, фінансових та економічних), врахувані статистичні показники точності прогнозу. Експерименти показали, що алгоритм стабільно виконує прогноз значень ряду на 3-4 кроки вперед та прогноз зміни тренду на 3-5 кроків.

Список використаної літератури

1. Фу, К. Структурные методы в распознавании образов / Под ред. М.А. Айзермана. Москва: Мир, 1977. 319 с.
2. Fu, K.S. Structural Methods in Pattern Recognition. New York: Academic Press, 1969. 227 p.
3. Соколов, О. Ю. Алгебраїчні моделі та методи аналізу і синтезу систем керування слабо формалізованими процесами: дис. ... д-ра техн. наук. Харків, 2002. 393 с.
4. Сенкевич, Ю. И. Теоретические основы разработки автоматизированных инструментальных средств для телемедицинских систем полярных зон: дисс. ... д-ра техн. наук. Санкт-Петербург, 2008. 271 с.
5. Дрождин, В. В., Баканов, А. Б. Грамматика описания домена фамилий. *Вопросы радиоэлектроники. Серия: Электронная вычислительная техника*. 2007. Вып. 1. С. 77-82.
6. Моттль, В. В., Сулимова, В. В., Татарчук, А. И. Автоматический выбор наиболее информативных фрагментов в задачах распознавания сигналов разной длительности. *Таврический вестник математики и информатики*. 2006. № 1. С. 109-115.
7. Cordón, Oscar, Herrera, Francisco. A Proposal for Improving the Accuracy of Linguistic Modeling. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, VOL. 8 (3). (Spaine, Granada, June 3, 2000). Granada: University of Granada, 2000. P. 335-344.
8. Gui-Wu Wei. Uncertain Linguistic Hybrid Geometric Mean Operator and Its Application to Group Decision Making Under Uncertain Linguistic Environment. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*. 2009. Vol. 17, № 2. P. 251-267.
9. Баклан, И. В. Лингвистическое моделирование: основы, методы, некоторые прикладные аспекты. *Системные технологии*. 2011. Вып. 3 (74). С. 10-19.
10. Баклан, И. В. Интервальный підхід до побудови лінгвістичної моделі. *Системні технології*. 2013. Вип. 3 (86). С.3-8.
11. Баклан, И. В. Лінгвістичне моделювання часових рядів різної природи з фрактальними властивостями. *Системні технології*. 2016. Вип. 3 (104). С.110-118.

12. Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., Ljung, G. M. Time Series Analysis: Forecasting and Control. 5th Edition. New Jersey: Wiley, 2015. 712 p.
13. База статистичних даних. URL: <http://www-eio.upc.edu/~pau/cms/rdata/datasets.html>

References

1. Fu, K. (1977) *Strukturnyie metodyi v raspoznavanii obrazov* (eds. M.A. Ayzermana). Moscow: Mir.
2. Fu, K.S. (1969) *Structural Methods in Pattern Recognition*. New York: Academic Press.
3. Sokolov, O. Yu. (2002) *Algebraichni modeli ta metody analizu i syntezu system keruvannia slabo formalizovanyimi protsesami* (Doctor's thesis), Kharkiv.
4. Senkevich, Yu. I. (2008) *Teoreticheskie osnovy razrabotki avtomatizirovannykh instrumentalnykh sredstv dlya telemeditsynskikh sistem polyarnykh zon* (Doctor's thesis), Sankt-Peterburg.
5. Drozhdin, V. V., & Bakanov, A. B. (2007) Grammatika opisaniya domena familii. *Voprosy radioelektroniki. Seriya: Elektronnaya vychislitel'naya tekhnika*. **1**, 77-82.
6. Mottl, V. V., Sulimova, V. V., & Tatarchuk, A. I. (2006) Avtomaticheskii vyibor naibolee informativnykh fragmentov v zadachakh raspoznavaniya signalov raznoy dlitelnosti. *Tavrisheskiy vestnik matematiki i informatiki*. **1**, 109-115.
7. Cordón, Oscar, & Herrera, Francisco. (2000) A Proposal for Improving the Accuracy of Linguistic Modeling. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, VOL. 8 (3). (Spane, Granada, June 3, 2000), Granada: University of Granada, pp. 335-344.
8. Gui-Wu Wei. (2011) Uncertain Linguistic Hybrid Geometric Mean Operator and Its Application to Group Decision Making Under Uncertain Linguistic Environment. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*. **17**, 2, 251-267.
9. Baklan, I. V. (2011) Lingvisticheskoe modelirovanie: osnovy, metody, nekotoryie prikladnyie aspektyi. *Sistemnyie tekhnologii*. **3** (74), 10-19.
10. Baklan, I. V. (2013) Intervalnyi pidkhid do pobudovy linhvistychnoi modeli. *Systemni tekhnologii*. **3** (86), 3-8.
11. Baklan, I. V. (2016) Linhvistychnye modeliuvannia chasovykh riadiv riznoi pryrody z fraktalnymi vlastyivostyami. *Systemni tekhnologii*. **3** (104), 110-118.
12. Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2015) *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 5th Edition. New Jersey: Wiley.
13. Database of statistical data. (2018) Retrieved from <http://www-eio.upc.edu/~pau/cms/rdata/datasets.html>

УДК 004.3(075)

Г.В. ВЕСЕЛОВСЬКА, О.С. ЛЕБЕДЬ
Херсонський національний технічний університет

МОДЕЛІ ПРЕДМЕТНОЇ ГАЛУЗІ КОМП'ЮТЕРНИХ МУЛЬТИМЕДІЙНИХ ПРОЕКТУВАЛЬНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Досліджено предметну галузь комп'ютерних мультимедійних проектувальних інформаційних технологій, потенціал яких з покращення подання та сприйняття інформації реалізується неповно через недостатню вивченість галузі. Потрібне приведення відомостей про досліджувану галузь до єдиної впорядкованої системи. Обґрунтовано актуальність узагальнених моделей досліджуваної предметної галузі та метagalузей як єдиної складної системи, формалізованого опису її семантики. Здійснений семантичний аналіз і формалізований опис досліджуваної предметної галузі й її метagalузей на засадах моделі типу семантичної мережі.

Ключові слова: комп'ютерні технології, мультимедійні технології, проектувальні технології, предметна галузь, моделювання, інформація, інформаційні технології.

Г.В. ВЕСЕЛОВСКАЯ, О.С. ЛЕБЕДЬ
Херсонский национальный технический университет

МОДЕЛИ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ ПРОЕКЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Исследована предметная область компьютерных мультимедийных проекционных информационных технологий, потенциал которых по улучшению предоставления и восприятия информации реализуется неполно из-за недостаточной изученности области. Требуется приведение сведений про исследуемую область к единой упорядоченной системе. Обоснована актуальность обобщенных моделей исследуемой предметной области и метаобластей как единой сложной системы, формализованного описания ее семантики. Осуществлен семантический анализ и формализованное описание исследуемой предметной области и ее метаобластей на основе модели типа семантической сети.

Ключевые слова: компьютерные технологии, мультимедийные технологии, проекционные технологии, предметная область, моделирование, информация, информационные технологии.

G.V. VESELOVSKAYA, O.S. LEBED
Kherson National Technical University

MODELS OF THE SUBJECT FIELD IN COMPUTER MULTIMEDIA PROJECTION TECHNOLOGIES

The article is devoted to the analysis of features and modeling of the subject field in computer information technologies, which are based on the principles of using dynamic multimedia projection methods and tools that are dynamically developing. Modern computer multimedia projection technologies provide powerful opportunities and benefits to improve the presentation and perception for information in all areas of human activity, but this potential is often implemented in practice far from being fully due to the inadequate

knowledge of the subject field for this technology that actually occurs, despite to a sufficiently long evolution of their application. First of all, it is necessary to generalize, systematize and classify information about the subject field of computer multimedia projection technologies in order to bring them into a unified, well-organized system. The article deals with separate issues of the mentioned problem, concerning the following important aspects. The analysis of the subject field in computer multimedia projection technologies, with an emphasis on the issue of lack in the information completeness and information availability for target users in relation to the field and its basic meta-sectors, such as the application and research of computer multimedia projection technologies, is carried out. On the basis of the research, the relevance and practical significance of obtaining generalized models for the subject field in computer multimedia projection technologies and its meta-sectors as the only complex system, detailed analysis and a formal description of the semantics of a given subject field was substantiated. A semantic analysis was carried out and a formalized hierarchical comparative description of the subject field in computer multimedia designing technologies and its meta-sectors was created on the basis of a model in the semantic network type that combines the components of semantic categories, subcategories and elements with the semantic relations of the "part-whole".

Keywords: computer technologies, multimedia technologies, projection technologies, subject field, modeling, information, information technologies.

Постановка проблеми

Комп'ютеризація найрізноманітніших сфер діяльності сучасного суспільства, що стає все більш широкомасштабною, інтенсивною, масовою та високотехнологічною, дозволила вивести на якісно та кількісно вищий рівень практику застосування проекційних технологій, серед яких великі перспективи подальшого прогресивного розвитку й ефективного впровадження мають комп'ютерні мультимедійні проекційні технології. За результатами здійсненого авторами аналізу видно, що: найактивніше та найпродуктивніше зазначені технології застосовуються в бізнесі для здійснення інформаційно-презентаційної діяльності; в цілому, потужний потенціал комп'ютерних мультимедійних проекційних технологій залишається на практиці майже не вичерпаним, причини чого криються не тільки та не стільки в вартості придбання відповідного обладнання, певній складності його встановлювання та використання, а, в першу чергу, в недостатній вивченості даної предметної галузі та, відповідно, недостатніх інформаційних підґрунтях для практичної роботи з нею (в реальності, дані особливості призводять до виникнення психологічних бар'єрів щодо використання досліджуваних технологій); актуальним питанням є створення, узагальнення та систематизація моделей предметної галузі комп'ютерних мультимедійних проекційних технологій; особливо важливим і практично цінним є вирішення даної проблеми для галузі освіти, де ефективне подання мультимедійного контенту сприяє кращому засвоєнню навчальної інформації та набуттю вмінь і навичок, роблячи випускників закладів освіти конкурентоспроможнішими на ринку праці. Статтю присвячено створенню базових концепцій моделювання предметної галузі комп'ютерних мультимедійних проектувальних технологій.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Як протягом еволюції розвитку, так і останнім часом, тематиці комп'ютерних мультимедійних проектувальних технологій було присвячено численні дослідження та публікації науковців і практиків, які, разом із тим, охоплюють не весь спектр потрібних питань.

Так, у низці робіт, активно досліджувалися наступні актуальні питання: теоретичні та практичні проблеми застосування мультимедійних систем як засобів

інтерактивного навчально-виховного процесу; аналіз впливу комп'ютерних мультимедійних технологій на формування компонентів педагогічної діяльності, інструментарію організації навчання на засадах інформаційно-комунікаційних технологій; особливості підготування педагогів до впровадження мультимедійних технологій, принципів ефективного навчання з використанням мультимедійних ресурсів і сприятливих умов для студентів у мультимедійному освітньому середовищі; методи й алгоритми визначення характеристик і дій, що підвищують якість процесів і результатів мультимедійного проектування; методики використання мультимедійних проекторів та інтерактивних дошок у навчальному процесі, вплив комплексу комп'ютер-проектор-інтерактивна дошка на якісне розширення можливостей застосування різних форм наочності; технічні та функціональні можливості та параметри інтерактивних дошок, їхній порівняльний аналіз (автори – Жалдак М. І., Шут М. І., Жук Ю. О., Дементієвська Н. П., Пінчук О. П., Соколюк О. М., Соколов П. К., Борисов В. П., Синиця М. О., Сенченко П. І., Ознабіхін Д. А., Тарасенко В.Ф., Журавльов Л. І., Павлова Т. Ю., Бороненко А. В., Кайсіна А. В. та інші) [1-18].

Загальний огляд результатів сучасних наукових досліджень у сфері комп'ютерних мультимедійних проектувальних технологій, першочергово призначених для суттєвого підвищення якості сприйняття інформації, показує, що: найвагоміший відсоток із них присвячено психолого-педагогічним, методичним та організаційним аспектам проблеми, значно менший відсоток – технічним питанням, і доволі малу частку – інформаційному підходу; дуже мало уваги на даний час у зазначеній предметній галузі приділяється питанням її моделювання та системному підходу до її моделювання.

Мета дослідження

Кінцевою метою роботи є отримання працюючих базисних моделей предметної галузі комп'ютерних мультимедійних проектувальних технологій, в зв'язку з чим, за основу для дослідження та моделювання було взято методологічний апарат семантичного аналізу та математичний формалізм семантичних мереж.

Викладення основного матеріалу дослідження

У даній статті, було виконано аналіз семантики та відповідне моделювання предметної галузі комп'ютерних мультимедійних проектувальних технологій (КМПТ) щодо виявлення її визначальних семантичних складових – семантичних категорій (СК, Semantic Category, SC), семантичних підкатегорій (СПК, Semantic Subcategory, SSC), семантичних елементів (СЕ, Semantic Elements, SE). Зазначені складові було представлено в якості вершин семантичної мережі об'єктів предметної галузі КМПТ. Розглядалася не тільки власне предметна галузь КМПТ, а й нерозривно пов'язані з нею металузі, що стосуються питань практичного використання об'єктів, процесів і систем галузі КМПТ, а також здійснення досліджень і відповідного моделювання в даній галузі (саме останньому з перелічених питань було відведено переважну частку уваги в розгляді). Семантичний аналіз предметної галузі КМПТ було здійснено з урахуванням дослідження: результатів експертного оцінювання фахівців; експертних знань, отриманих методом вилучення знань із спеціалізованих текстів; результатів вивчення інформаційних потреб та інформаційних запитів цільових категорій користувачів КМПТ. Для збирання й обробки інформації віддалених користувачів, було застосовано Web-технології.

У таблиці 1 представлено формалізований ієрархічний порівневий опис семантичної мережі (СМ) предметної галузі КМПТ та її мета галузей як сукупності складових компонентів СМ (семантичних категорій, підкатегорій, елементів), пов'язаних відносною "частина – ціле", в табличному форматі. Нижче за текстом, опісля таблиці 1, наведено семантику кожного з представлених у ній позначень.

Таблиця 1

Рівень 1 СМ (SL-1): семантичні категорії СМ	Рівень 2 СМ (SL-2): семантичні підкатегорії СМ	Рівень 3 СМ (SL-3): семантичні елементи СМ
SL-1: SC-1	SL-2: SC-1: SSbC-1.1	SL-3: SC-1: SSbC-1.1.1
		SL-3: SC-1: SSbC-1.1.2
	SL-2: SC-1: SSbC-1.2	SL-3: SC-1: SSbC-1.2.1
		SL-3: SC-1: SSbC-1.2.2
		SL-3: SC-1: SSbC-1.2.3
		SL-3: SC-1: SSbC-1.2.4
	SL-2: SC-1: SSbC-1.3	SL-3: SC-1: SSbC-1.3.1
		SL-3: SC-1: SSbC-1.3.2
	SL-2: SC-1: SSbC-1.4	SL-3: SC-1: SSbC-1.4.1
		SL-3: SC-1: SSbC-1.4.2
		SL-3: SC-1: SSbC-1.4.3
		SL-3: SC-1: SSbC-1.4.4
	SL-2: SC-1: SSbC-1.5	SL-3: SC-1: SSbC-1.5.1
		SL-3: SC-1: SSbC-1.5.2
	SL-2: SC-1: SSbC-1.6	SL-3: SC-1: SSbC-1.6.1
		SL-3: SC-1: SSbC-1.6.2
		SL-3: SC-1: SSbC-1.6.3
	SL-2: SC-1: SSbC-1.7	SL-3: SC-1: SSbC-1.7.1
		SL-3: SC-1: SSbC-1.7.2
SL-1: SC-2	SL-2: SC-2: SSbC-2.1	SL-3: SC-2: SSbC-2.1.1
		SL-3: SC-2: SSbC-2.1.2
		SL-3: SC-2: SSbC-2.1.3
		SL-3: SC-2: SSbC-2.1.4
	SL-2: SC-2: SSbC-2.2	SL-3: SC-2: SSbC-2.2.1
		SL-3: SC-2: SSbC-2.2.2
		SL-3: SC-2: SSbC-2.2.3
		SL-3: SC-2: SSbC-2.2.4
		SL-3: SC-2: SSbC-2.2.5
		SL-3: SC-2: SSbC-2.2.6
	SL-2: SC-2: SSbC-2.3	SL-3: SC-2: SSbC-2.3.1
		SL-3: SC-2: SSbC-2.3.2
	SL-2: SC-2: SSbC-2.4	SL-3: SC-2: SSbC-2.4.1
		SL-3: SC-2: SSbC-2.4.2
	SL-2: SC-2: SSbC-2.5	SL-3: SC-2: SSbC-2.5.1
		SL-3: SC-2: SSbC-2.5.2
	SL-2: SC-2: SSbC-2.6	SL-3: SC-2: SSbC-2.6.1
		SL-3: SC-2: SSbC-2.6.2
	SL-2: SC-2: SSbC-2.7	SL-3: SC-2: SSbC-2.7.1
		SL-3: SC-2: SSbC-2.7.2
		SL-3: SC-2: SSbC-2.7.3
		SL-3: SC-2: SSbC-2.7.4
		SL-3: SC-2: SSbC-2.7.5
		SL-3: SC-2: SSbC-2.7.6

Вихідний семантичний аналіз предметної галузі КМПТ було виконано на засадах зведення складної предметної галузі до ряду простіших, надалі проводився детальніший та уточнюючий семантичний аналіз у процесі інтеграції початкових результатів.

За результатами дослідження семантики предметної галузі КМПТ та її метagalузей, виокремлено дві семантичні категорії, 14 семантичних підкатегорій і 43 семантичних елементи (їхні найменування наведено в літерно-цифровому форматі).

Семантична категорія SC-1 – "Понятійний апарат, технологічна база, практична та дослідницька діяльність у предметній галузі комп'ютерних мультимедійних проектувальних технологій" містить такі семантичні підкатегорії й елементи:

- семантична підкатегорія SSbC-1.1 – "Загальна характеристика предметної галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.1.1 – "Основоположні поняття, терміни, визначення, положення, об'єкти, взаємозв'язки, класифікаційні схеми, характеристична база, джерела інформації, математичний фундамент, засоби, методи, сфери практичного застосування, еволюція, сучасний стан, перспективи та тенденції розвитку предметної галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.1.2 – "Ключові поняття про цілі, задачі, види, напрями, особливості, переваги, проблеми, компоненти, характеристики, забезпечення, технології, результати здійснення практичної та дослідницької діяльності у предметній галузі КМПТ";

- семантична підкатегорія SSbC-1.2 – "Практична діяльність у предметній галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.2.1 – "Структура, склад, ієрархія функцій практичної діяльності в предметній галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.2.2 – "Організаційні форми здійснення практичної діяльності в предметній галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.2.3 – "Характеристики, об'єкти та взаємозв'язки практичної діяльності в предметній галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.2.4 – "Моделі, засоби та методи практичної діяльності в предметній галузі КМПТ";

- семантична підкатегорія SSbC-1.3 – "Загальні поняття про дослідницьку діяльність у предметній галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.3.1 – "Загальні поняття про види, форми, особливості, об'єкти, виконавці дослідницької діяльності в предметній галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.3.2 – "Загальні поняття про методи та засоби дослідницької діяльності в предметній галузі КМПТ";

- семантична підкатегорія SSbC-1.4 – "Технології дослідницької діяльності в галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.4.1 – "Особливості поняття дослідження в галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.4.2 – "Поняття, особливості, властивості, методи та засоби теоретичного та практичного дослідницького пізнання в галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.4.3 – "Методи та засоби здійснення, обробки й інтерпретації результатів прямих і непрямих спостережень у процесі виконання досліджень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.4.4 – "Технології постановки, проведення, обробки й оформлення результатів експериментів у процесі виконання дослідницької діяльності в галузі КМПТ";

- семантична підкатегорія SSbC-1.5 – "Технології постановки та вирішення проблемних завдань дослідницької діяльності в галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.5.1 – "Поняття та класифікація дослідницьких цілей, задач, проблем у галузі КМПТ; методи та засоби пошуку, вибору, постановки, розробки, вирішення дослідницьких проблем у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.5.2 – "Особливості, класифікація, вимоги до результатів та оформлення підсумків вирішення дослідницьких проблемних завдань у галузі КМПТ";

- семантична підкатегорія SSbC-1.6 "Технології практичних досліджень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.6.1 – "Методи та засоби практичних досліджень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.6.2 – "Поняття, цілі, задачі, функції та технології здійснення спостережних досліджень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.6.3 – "Поняття, класифікація, функції, складові, методи та засоби підготування та проведення, вимоги до результатів здійснення експериментальних досліджень у галузі КМПТ";

- семантична підкатегорія SSbC-1.7 – "Технології теоретичних досліджень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.7.1 – "Цілі, задачі, методи, засоби, етапи й організаційні форми теоретичних досліджень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-1.7.2 – "Математичне моделювання в процесі підготування та виконання теоретичних досліджень у галузі КМПТ".

Семантична категорія SC-2 – "Семантика, компоненти та форми подання результатів теоретичної та практичної дослідної діяльності в галузі КМПТ" містить наступні семантичні підкатегорії й елементи:

- семантична підкатегорія SSbC-2.1 – "Технології досліджень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-2.1.1 – "Критерії, умови, вимоги й обмеження в здійсненні досліджень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-2.1.2 – "Особливості результуючої продукції досліджень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-2.1.3 – "Підгрунтя різноманітності результатів дослідницької діяльності в галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-2.1.4 – "Методи та засоби досліджень у галузі КМПТ";

- семантична підкатегорія SSbC-2.2 – "Планування, здійснення й обробка результатів експериментів і спостережень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-2.2.1 – "Основні цілі та задачі теоретичних, експериментальних і теоретико-експериментальних досліджень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-2.2.2 – "Узагальнені поняття про методи та засоби планування, виконання й обробки результатів здійснення експериментів і спостережень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-2.2.3 – "Узагальнені поняття про попередження й урахування похибок, досягнення достовірності та заданої точності в процесі планування та здійснення експериментів і спостережень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-2.2.4 – "Загальні шляхи досягнення правильної математичної обробки результатів експериментів і спостережень у галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-2.2.5 – "Особливості методів і засобів попередньої обробки даних експериментів, застосування й оцінювання точності вибірових спостережень та оцінок, класифікації похибок і запобігання ним, у застосуванні до галузі КМПТ";

- семантичний елемент SE-2.2.6 – "Методи та засоби застосування ймовірнісних і статистичних законів, гіпотез і критеріїв, здійснення перевірок зазначених гіпотез";
- семантична підкатегорія SSbC-2.3 – "Роль, методи та засоби застосування апаратного та програмного забезпечення в галузі КМПТ";
- семантичний елемент SE-2.3.1 – "Друковані й електронні літературні джерела, Internet-ресурси з обґрунтування актуальності та практичної цінності, методів і засобів застосування апаратного та програмного забезпечення в галузі КМПТ";
- семантичний елемент SE-2.3.2 – "Суть, моделі й алгоритми методів і засобів застосування апаратного та програмного забезпечення в галузі КМПТ";
- семантична підкатегорія SSbC-2.4 – "Дослідна діяльність у галузі КМПТ";
- семантичний елемент SE-2.4.1 – "Фактичне розміщення, віртуальна адресація й організація функціонування провідних осередків дослідної діяльності, окремих вчених-теоретиків і дослідників-практиків галузі КМПТ";
- семантичний елемент SE-2.4.2 – "Напрямки подолання перешкод і здійснення подальших удосконалень на шляху підвищення рівня дослідницької діяльності в галузі КМПТ";
- семантична підкатегорія SSbC-2.5 – "Досягнення в сфері КМПТ";
- семантичний елемент SE-2.5.1 – "Еволюція досягнень у сфері КМПТ";
- семантичний елемент SE-2.5.2 – "Найсучасніші досягнення в сфері КМПТ";
- семантична підкатегорія SSbC-2.6 – "Оцінювання результатів досліджень і впроваджень КМПТ";
- семантичний елемент SE-2.6.1 – "Особливості аналізу теорії та практики КМПТ при змінюванні рівнів їхнього розвитку";
- семантичний елемент SE-2.6.2 – "Важливість, методи та вимоги до якісного, кількісного й якісно-кількісного оцінювання прикладних і фундаментальних досліджень і діяльності з впровадження КМПТ";
- семантична підкатегорія SSbC-2.7 – "Вплив факторів середовища й об'єктивних обставин на застосування та розвиток КМПТ";
- семантичний елемент SE-2.7.5 – "Об'єктивні та суб'єктивні обставини, умови й обмеження використання КМПТ";
- семантичний елемент SE-2.7.2 – "Заходи, засоби та витрати, потрібні для попередження та подолання перешкоджаючих факторів щодо використання КМПТ";
- семантичний елемент SE-2.7.3 – "Специфіка практичного розповсюдження та сфери активного впровадження КМПТ";
- семантичний елемент SE-2.7.4 – "Необхідність широкої відомості й активного донесення до цільових категорій користувачів інформації в галузі КМПТ, розуміння наявності визначальних відмінностей між певними КМПТ";
- семантичний елемент SE-2.7.5 – "Ключові потреби та вимоги цільових категорій користувачів і персоніфікованих користувачів КМПТ залежно від завдань використання КМПТ; оцінювання впливу умов експлуатації КМПТ на результати їхнього застосування";
- семантичний елемент SE-2.7.6 – "Характеристика КМПТ під кутом зору їхньої основоположності; існуючі напрями, концепції, засоби та методи подальшого вдосконалювання КМПТ; критерій системності як найважливіший підхід до вдосконалювання КМПТ, вимоги до єдиної системи КМПТ; внесок освітньої сфери, як активного каталізатору, до розвитку практичних напрацювань у застосуванні КМПТ".

Висновки

Виконане дослідження предметної галузі комп'ютерних мультимедійних проектувальних технологій, в якому акцентувалася увага на проблемі недосконалості існуючого стану справ щодо забезпеченості цільових категорій користувачів

інформацією в даній галузі й її метагалузях. На підставах проведеного дослідження, встановлено актуальність і практичну значимість побудови узагальнених моделей предметної галузі комп'ютерних мультимедійних проектувальних технологій як єдиної складної системи, а також детального аналізу та формалізованого опису семантики вказаної предметної галузі. У рамках даної статті, проведений семантичний аналіз і створений формалізований ієрархічний порівневий опис предметної галузі комп'ютерних мультимедійних проектувальних технологій та її метагалузей на засадах моделі типу семантичної мережі, що поєднує такі компоненти, як семантичні категорії, підкатегорії й елементи за допомогою семантичних відносин "частина – ціле".

Список використаної літератури

1. Буйницька О. П. Інформаційні технології та технічні засоби навчання. Київ: Центр навчальної літератури, 2017. 240 с.
2. Мультимедійні системи як засоби інтерактивного навчання: Посібник / Ред. Ю. О. Жука. Київ: Педагогічна думка, 2012. 112 с.
3. Основи нових інформаційних технологій навчання: Посібник / Ред. Ю. І. Машбиця. Київ: Інститут змісту та методів навчання, 2010. 217 с.
4. Мольянинова О. Г. Мультимедиа в образовании (теоретические основы и методика использования): Монография. Красноярск: Издательство КрасГУ, 2009. 300 с.
5. Андерсен Б. Б., Ван дер Бринк К. Мультимедиа в образовании: Специальный учебный курс. Москва: Дрофа, 2007. 223 с.
6. Перспективні інформаційні технології та середовища. [Електронний ресурс]. 2018. URL: <http://ukrdoc.com.ua/text/23299/index-1.html?page=2> (дата звернення 05.11.18).
7. Мультимедіа [Електронний ресурс]. 2018. URL: <http://prog.bobrodobro.ru/105837.html> (дата звернення 15.10.18).
8. Мультимедіа [Електронний ресурс]. 2018. URL: <https://ukrbukva.net/463-Multimedia-tehnologii.html> (дата звернення 05.11.18).
9. Мультимедіа обладнання [Електронний ресурс]. 2018. URL: <http://myprojector.ru/blog/22..html> (дата звернення 29.10.18).
10. Вибір мультимедіа обладнання [Електронний ресурс]. 2018. URL: <http://www.infologics.ru/present/catalogue.html> (дата звернення 22.10.18).
11. Мультимедійний проектор [Електронний ресурс]. 2018. URL: http://8ref.com/16/referat_160107.html (дата звернення 22.10.18).
12. Мультимедійний проектор [Електронний ресурс]. 2018. URL: <http://bukvar.su/kommunikacii-i-svjaz/156025-Mul-timediiynyiy-proektor.html> (дата звернення 19.11.18).
13. Будова проектора [Електронний ресурс]. 2018. URL: <http://juliaruslan.blogspot.com/2016/02/dvd.html> (дата звернення 15.10.18).
14. Відстань проектора та проекційне відношення [Електронний ресурс]. 2018. URL: <http://myprojector.ru/blog/22.html> (дата звернення 26.11.18).
15. Офіційний сайт Epson. [Електронний ресурс]. 2018. URL: <http://epson.ua/publication/news.html> (дата звернення 19.11.18).
16. Мультимедіа для учбових закладів [Електронний ресурс]. 2018. URL: <http://www.dissercat.com/content/multimedia-kak-sredstvo-povysheniya-effektivnosti-obucheniya-v-obshcheobrazovatelnoi-shkole.html> (дата звернення 05.11.18).
17. Застосування інтерактивної дошки в процесі освіти [Електронний ресурс]. 2018. URL: <http://uawsi.com/31/313529.html> (дата звернення 29.10.18).

18. Методологія експертного оцінювання [Електронний ресурс]. 2018. URL: http://derzhava.in.ua:8081/upr_fundament_doslidzhen/DocLib4/2008/ЛІПІДУ/Методологія%20експертного%20оцінювання.pdf (дата звернення 19.11.18).

References

1. Buinytska, O. P. (2017) *Informatsiini tekhnolohii ta tekhnichni zasoby navchannia*. Kyiv: Tsentr navchalnoi literatury.
2. Zhuka, Yu. O. (Ed.) (2012) *Multymediini systemy yak zasoby interaktyvnogo navchannia: Posibnyk*. Kyiv: Pedahohichna dumka.
3. Mashbytsia, Yu. I. (Ed.) (2010) *Osnovy novykh informatsiinykh tekhnolohii navchannia: Posibnyk*. Kyiv: Instytut zmistu ta metodiv navchannia.
4. Molyaninova, O. G. (2009) *Multimedia v obrazovanii (teoreticheskie osnovy i metodika ispolzovaniya): Monografiya*. Krasnoyarsk: Izdatelstvo KrasGU.
5. Andersen, B. B., & Van der Brink, K. (2007) *Multimedia v obrazovanii: Spetsialnyiyy uchebnyiyy kurs*. Moskva: Drofa.
6. *Perspektyvni informatsiini tekhnolohii ta seredovyshcha* (2018). Retrieved from <http://ukrdoc.com.ua/text/23299/index-1.html?page=2> (data zvernennya 05.11.18).
7. *Multimedia* (2018). Retrieved from <http://prog.bobrodobro.ru/105837.html> (data zvernennya 15.10.18).
8. *Multimedia* (2018). Retrieved from <https://ukrbukva.net/463-Mul-timedia-tehnologii.html> (data zvernennya 05.11.18).
9. *Multimedia obladnannia* (2018). Retrieved from <http://myprojector.ru/blog/22..html> (data zvernennya 29.10.18).
10. *Vybir multimedia obladnannia* (2018). Retrieved from <http://www.infologics.ru/present/catalogue.html> (data zvernennya 22.10.18).
11. *Multymediinyi proektor* (2018). Retrieved from http://8ref.com/16/referat_160107.html (data zvernennya 22.10.18).
12. *Multymediinyi proektor* (2018). Retrieved from <http://bukvar.su/kommunikacii-i-svjaz/156025-Mul-timediiynyiy-proektor.html> (data zvernennya 19.11.18).
13. *Budova proektora* (2018). Retrieved from <http://juliaruslan.blogspot.com/2016/02/dvd.html> (data zvernennya 15.10.18).
14. *Vidstan proektora ta proektsiine vidnoshennia* (2018). Retrieved from <http://myprojector.ru/blog/22.html> (data zvernennya 26.11.18).
15. *Ofitsiinyi sait Epson* (2018). Retrieved from <http://epson.ua/publication/news.html> (data zvernennya 19.11.18).
16. *Multimedia dlia uchbovyx zakladiv* (2018). Retrieved from <http://www.dissercat.com/content/multimedia-kak-sredstvo-povysheniya-effektivnosti-obucheniya-v-obshcheobrazovatelnoi-shkole.html> (data zvernennya 05.11.18).
17. *Zastosuvannia interaktyvnoi doshky v protsesi osvity* (2018). Retrieved from <http://uawsi.com/31/313529.html> (data zvernennya 29.10.18).
18. *Metodolohiia ekspertnoho otsiniuvannia* (2018). Retrieved from http://derzhava.in.ua:8081/upr_fundament_doslidzhen/DocLib4/2008/LRIDU/Metodolohiia%20ekspertnoho%20otsiniuvannia.pdf (data zvernennya 19.11.18).

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ до наукового журналу «Прикладні питання математичного моделювання»

Параметри файлу:

Рукопис повинен бути підготовлений за допомогою Microsoft Word-2003/2007; **формат сторінки** – А4, **орієнтація сторінки** – "книжкова"; **границі**: ліва – 2,5 см; права – 2,5 см; верхня – 2,5 см; нижня – 2,5 см; **інтервал між рядками** – 1,0; **інтервал між абзацами** "до", "після" – 0 пт.; **відступи** "ліворуч", "праворуч" – 0 пт.; **відступ першого рядка** – 1,25 см.

Обов'язкові елементи статті:

- **індекс УДК** у верхньому лівому куті сторінки (Times New Roman, 12 пт.);
 - **ініціали і прізвище автора (авторів)** великими літерами мовою статті (Times New Roman, 12 пт., вирівнювання – по правому краю);
 - **повна назва організації**, де працює автор (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 10 пт.);
 - **назва статті** великими літерами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирний);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **анотація** мовою статті не менше 500 знаків (Times New Roman, 12 пт., курсив);
 - **перелік ключових слів**, який починається зі слів: "Ключові слова:" (або "Ключевые слова:") (Times New Roman, 12 пт., курсив); - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **ініціали та прізвище автора (авторів)** великими літерами **другою мовою** (Times New Roman, 12 пт., вирівнювання – по правому краю);
 - **повна назва організації**, де працює автор (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
 - **назва статті** великими літерами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирний);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **анотація другою мовою** (Times New Roman, 10 пт., курсив);
 - **перелік ключових слів**, який починається зі слів: "Ключевые слова:" (або "Ключові слова:") (Times New Roman, 12 пт., курсив); - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **ініціали та прізвище автора (авторів)** англійською мовою великими літерами (Times New Roman, 12 пт., вирівнювання – по правому краю);
 - **повна назва організації** англійською мовою (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
 - **назва статті** англійською мовою великими літерами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирний); - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **анотація англійською мовою** (Times New Roman, 12 пт., курсив) обсягом не менш, як 1800 знаків, включаючи ключові слова (п.6.4 Порядку формування Переліку наукових фахових видань України за Наказом МОН України № 32 від 15.01.2018 р.);
 - **перелік ключових слів** англійською мовою, який починається зі слів: "Keywords: " (Times New Roman, 12 пт., курсив); - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
- Примітка.** ТЕКСТ АНОТАЦІЙ УКРАЇНСЬКОЮ ТА РОСІЙСЬКОЮ МОВАМИ МАЄ БУТИ ІДЕНТИЧНИЙ. Середній об'єм – 500 друкованих знаків, одним абзацом. (див. Зразок оформлення статті).
- **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **основний текст статті** (Times New Roman, 12 пт.), який, у відповідності до вимог МОН України, обов'язково повинен містити такі **виділені** елементи: **Постановка проблеми; Аналіз останніх досліджень і публікацій; Мета дослідження; Викладення основного матеріалу дослідження; Висновки; Список використаної літератури.**

- підписи під рисунками - Times New Roman, 10 пт., жирний;
- для набору формул використовувати тільки редактор формул **Microsoft Equation 3.0**; формули по центру; нумерація формул – по правому краю; **розміри за замовчуванням:**

Размеры	
Обычный	16 пт
Крупный индекс	12 пт
Мелкий индекс	10 пт
Крупный символ	18 пт
Мелкий символ	12 пт

$$(1+B)^2 \sum_{p=1}^{kp} x_{n_k}$$

OK

Отмена

Применить

По умолчанию

- для набору фрагментів програм використовувати шрифти **Courier New (Courier)**;
- список літератури оформлюється у відповідності до вимог ДАК (Бюлетень ВАК України №3, 2008. Стор. 9-13);
- *пустий рядок* (Times New Roman, 12 пт.);
- другий список літератури, який оформлюється за правилами транслітерації англійською мовою з української/російської мов.

- інформація про авторів (див. Зразок оформлення статті).

ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ

УДК XXX.XX

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонський національний технічний університет
О.І. КОВАЛЕНКО
Херсонський державний університет

ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ

Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу...

Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонский национальный технический университет
А.И. КОВАЛЕНКО
Херсонский государственный университет

СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний...

Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...

V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO
Kherson National Technical University
A.I. KOVALENKO
Kherson State University

THE PROPERTIES OF CONSTRUCTION THE SCHEDULE PROCEDURE

The properties of construction the schedule procedure, which formalizes a card method of hand-compiling the schedules, are considered. ...

Keywords: the schedule procedure, ...

Постановка проблеми

...

Список використаної літератури

...

Кравченко Віктор Вікторович – д.ф.-м.н., професор кафедри математичного моделювання Херсонського національного технічного університету (097-123-45-67, kravchenko@gmail.com).

Онопенко Сергій Васильович – аспірант кафедри технічної кібернетики Херсонського національного технічного університету (095- 987-65-43, onopenko@ukr.net).

Коваленко Олександр Іванович – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформатики Херсонського державного університету (063-135-46-78, kovalenko@i.ua).

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Відповідальний за випуск	Хомченко Анатолій Никифорович, д.ф.-м.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України
Технічний редактор	Литвиненко Олена Іванівна к.т.н., доцент
Макетування	Омельчук Антон Анатолійович

Свідоцтво про державну реєстрацію засобу масової інформації –
серія KB № 23529-13369P от 03.08.2018

Підписано до друку 08.11.2018 р. Формат 60х84/8 Папір офсетний.
Ум. друк. аркушів 25,27. Замовлення № 3/0119. Тираж 120 прим.

© Херсонський національний технічний університет 2018

Адреса редакції: 73008, м. Херсон, Бериславське шосе, 24, корп. 3,
каб. 425, тел. (0552) 32-69-95. E-mail: aqmm@kntu.net.ua

Видавництво та друк: «ОЛДІ-ПЛЮС»
73033, м. Херсон, а/с 15
E-mail: oldi-ks@i.ua
Свід. ХС № 2 від 16.08.2000 р.